



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Поря QR-кода недопустима!



$$ab: 2^{15} \cdot 7^{11} \quad (1)$$

$$bc: 2^{17} \cdot 7^{10} \quad (1)$$

$$ac: 2^{23} \cdot 7^{39} \quad (3)$$

(найти $abc(mn)^2$)

перемножим все алгебра и габарит формулы:

$$(ab \cdot bc \cdot ac) : (2^{15} \cdot 7^{11} \cdot 2^{17} \cdot 7^{10} \cdot 2^{23} \cdot 7^{39})$$

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 : 2^{15+17+23} \cdot 7^{11+10+39}$$

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 : 2^{55} \cdot 7^{60}$$

Квадрат abc , наименьшими звеньями $a^2 \cdot b^2 \cdot c^2$ делит на mn^2 , abc

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 : 2^{55} \cdot 7^{60}$$

но! $a, b, c \in \mathbb{N}$ (по умн. abc), abc - кратна mn^2

А $2^{55} = 2^{54} \cdot 2$ Если abc или mn^2 кратны 2 , то получится:

$$7^{39} \cdot 2^{27} \cdot 7^2$$

но 7^2 - не натур. abc , или mn^2 делится 2^{55} (умножить)

таким же образом 7^{60} так abc или mn^2 делится 7^{60}

Поэтому, что abc должно делиться 2^{55} на 2 . Тогда:

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 = 2^{56} \cdot 7^{60} \quad (abc > 0)$$

$$abc = 2^{28} \cdot 7^{30}$$

Проверим не a или b кратны? По условию, abc кратна mn^2 из $(1), (1), (1)$ abc , mn^2 кратны a, b, c могут быть abc , но кратко делит mn^2 (наприм: $ab = k \cdot 2^{15} \cdot 7^{11}$, где k - mn^2 ($\in \mathbb{N}$))

Поэтому, mn^2 кратна abc , abc кратна mn^2 abc кратна mn^2

(k_1, k_2, k_3)
 $(1, 1, 1)$

но mn^2 кратна abc рассмотрим abc кратна mn^2 ~~но abc кратна mn^2~~

~~что abc кратна mn^2 рассмотрим abc кратна mn^2~~

А mn^2 кратна abc abc кратна mn^2 из $k(k_1, k_2, k_3)$

различны mn^2 , abc кратна mn^2 abc кратна mn^2

$$\text{Ответ } abc = 2^{28} \cdot 7^{30}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{a}{b}$ - несократима (a, b - взаимно простые числа).

$a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$

$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$ ← как можно сократить уроб?

перепишем a (нет разности, в каком виде мне представить уроб (разверн. или обратная, все зависит от того и то же число).

$\frac{a^2-7ab+b^2}{a+b}$; $\frac{a^2+2ab+b^2-9ab}{a+b} = \frac{(a+b)^2-9ab}{a+b}$

$= a+b - \frac{9ab}{a+b}$; $\frac{9ab}{a+b}$; $\frac{ab}{a+b}$ не кратно (каждый раз брать по 3) ; $\frac{3}{5}$ - шаг уроб (по ур)

1) рассмотрим несколько вариантов $a=3, b=5$

$\frac{3+5}{9-7 \cdot 5 \cdot 3+25} = \frac{8}{71}$; $\frac{8}{71}$; уроб не $\frac{8}{71}$ (только если $m=21$)

2) пусть $b=3, a=23$; $\frac{23}{3}$ - несократим ; (132)

$\frac{26}{25^2-7 \cdot 3 \cdot 23+9} = \frac{26}{23 \cdot 2+9} = \frac{26}{55}$; (тоже не сок)

Понял, что получ. 1 и получим 2 примера, которые и в которых сократим, что получ. уроб так же не сократим (даже если это отруг уроб)

Понял $m=21$; $m(m+1)$

но если не уме сократим, то пусть $a=7k, b=7p$

Ответ 1 ; $\frac{7(k+p)}{49k^2-7 \cdot 7k \cdot 7p+49p^2} = \frac{k+p}{7k^2-49kp+7p^2}$

ки самым же, если это m должно быть только же не кратно, то и так, что m - число. и еще брат

какой-то чис. квадрат. пусть k и p , и тогда уроб сократим это квадрат. число, что m - беш. (не вар) ; $\frac{1}{7}$; то уроб не сократим

3) но вернемся к $\frac{1}{7}$; $(a+b)^2=9$

Ответ 2 ; $a=4, b=5$; $\frac{4+5}{16-7 \cdot 4 \cdot 5+25} = \frac{9}{19}$; $m(m+1)=9$; $m=2$; $m=9$; $a=4, b=5$; $(a+b)^2=9$

Ответ: если m должно быть же не кратно (4, 6), то $m=1, m=9$; если $a=4, b=5$; $(a+b)^2=9$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МОТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$O_1(w, R_1)$

$O_2(r, R_2)$

AB кас w/B/C

AC = 17 (AC = 17x)
BC = 7 (BC = 7x)

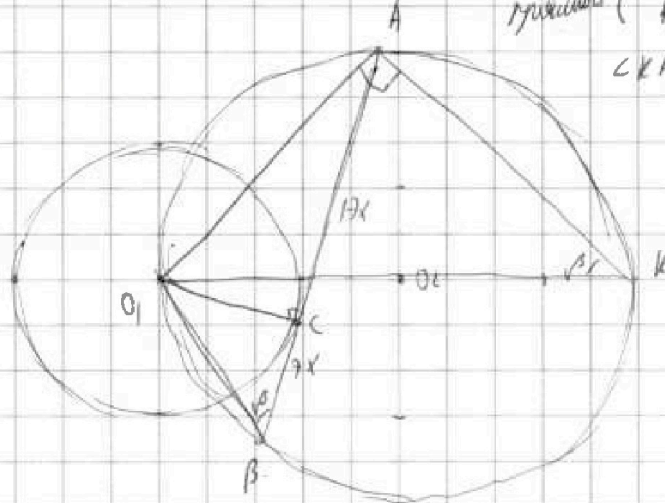
$R_1 = 7$

$R_2 = 13$

AB - !

Искомое:

BC = 7x



O_1, O_2, K - на одной
прямой (A, K - диаметр,
 $\angle KAO_1 = 90^\circ$)

• пусть $\angle O_1BA = \beta$, $\cos \beta$!

$\angle O_1BA = \angle O_1KA = \beta$, (90°) , (β)

• $\cos \beta$, $\triangle O_1CB \sim \triangle O_1AK$ (по \angle -ам ушар)

$$\frac{BO_1}{KO_1} = \frac{O_1C}{AO_1} \quad \text{по 1-му (по гипот.)}$$

$$KO_1 = 26, \quad (= 2R_2)$$

$$O_1C = 7 = R_1 \text{ (кас. AB)}$$

$$\frac{BO_1}{26} = \frac{7}{AO_1}$$

$$AO_1 \cdot BO_1 = 7 \cdot 26$$

$\cos \beta$, по CB-AB кас и диаметр (углы BO_1 и AO_1):

$$49x^2 = (BO_1 - 7) \cdot (BO_1 + 7)$$

$$289x^2 = (AO_1 - 7) \cdot (AO_1 + 7)$$

$$289x^2 = (AO_1 - 7) \cdot AO_1$$

$$(x^2 + 1)AO_1 = 26^2$$

$$x^2 = \frac{26^2}{AO_1} - 1$$

$$49x^2 = BO_1^2 - 49$$

$$289x^2 = AO_1^2 - 49$$

$$49x^2 = \frac{49 \cdot 26^2}{AO_1^2} - 49$$

$$289x^2 = AO_1 - 49$$

по 1-му

$$AO_1 = \frac{26^2}{x^2 + 1}$$

$$289x^2 = \frac{26^2}{x^2 + 1} - 49$$

$$289x^4 + 289x^2 = 26^2 - 49x^2 - 49$$

$$289x^4 + 338x^2 - 627 = 0$$

$$z = \frac{-169 \pm \sqrt{169^2 - 289 \cdot 627}}{289}$$

$$z = \frac{-169 \pm \sqrt{289 \cdot 165}}{289}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 = \frac{207 - 169}{289}$$

$$207 = 169^2 + 289 \cdot 627$$

$$y = \frac{\sqrt{169^2 + 289 \cdot 627} - 169}{17}$$

$$AB = \frac{24}{17} \cdot \sqrt{169^2 + 289 \cdot 627} - 169$$

$$\text{Ответ: } \frac{24}{17} \cdot \sqrt{169^2 + 289 \cdot 627} - 169$$

$$\frac{24}{17} \sqrt{209707} - 169$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

ОДЗ: $\begin{cases} 3x^2 - 6x + 2 \geq 0 & \textcircled{1} \\ 3x^2 + 3x + 1 \geq 0 & \textcircled{2} \\ 3x^2 + 3x + 1 = 0 & \textcircled{3} \end{cases}$ $\textcircled{3}$ $\frac{3x+1}{2 \cdot 3-12}$

$$3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 = -9x + 1 \quad | : (1-9x) \text{ умнож}$$

пусть $\begin{cases} \sqrt{3x^2 - 6x + 2} = t \\ \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = p \end{cases} \quad t \geq 0, p \geq 0$ $\textcircled{3}$ $3x^2 - 6x + 2 \geq 0$

$$t - p = t^2 - p^2 \quad ; \quad t - p = (t-p)(t+p)$$

$$(t-p)(t+p-1) = 0$$

$\textcircled{1} \quad t - p = 0$
 $t = p$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

возводим в квадраты ($6x \geq 0$)

$$3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$1 = 9x$$

$$x = \frac{1}{9}$$

(проверим ОДЗ)

$\textcircled{2} \quad t + p = 1$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$$

возведем в квадраты (левая часть ≥ 0)

$$3x^2 - 6x + 2 + 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} + 3x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$6x^2 - 3x + 2 + 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 0$$

$$2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = -6x^2 + 3x - 2$$

умнож: $6x^2 - 3x + 2 \leq 0 \quad \begin{cases} -6x^2 + 3x - 2 \geq 0 \\ 6x^2 - 3x + 2 \leq 0 \end{cases}$

но: $6x^2 - 3x + 2 = 0$

$$D = 9 - 12 \cdot 4 < 0 \quad \text{умнож}$$

$$6x^2 - 3x + 2 > 0 \quad (\text{всегда})$$

умнож: $\textcircled{2} \quad \emptyset$ (корней нет)

Ответ: $\frac{1}{9}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$O(0,0)$, $P(-13,26)$, $Q(3,26)$, $R(16,0)$

$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$

$\tau A, B \in \text{паралл}$

$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 14$, *состав*
 $2(x_2 - x_1) = 14$, *состав*

увели коэффициентов.

1) ищем, что еще

$x_2 - x_1 = 0$, *состав*

$y_2 - y_1 = 14$

$x_2 = 0$, $y_2 = -14$

состав *еще*

$x_1 = x_2 = 0$, *состав*

$y_2 - y_1 = 14$

мин $y_1 = 0$

$y_2 = 14$

состав *еще*

коэффициент \rightarrow

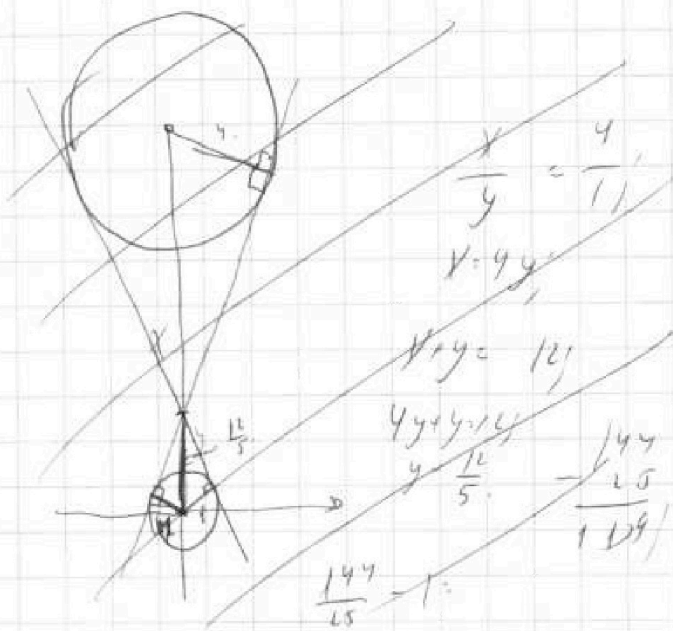
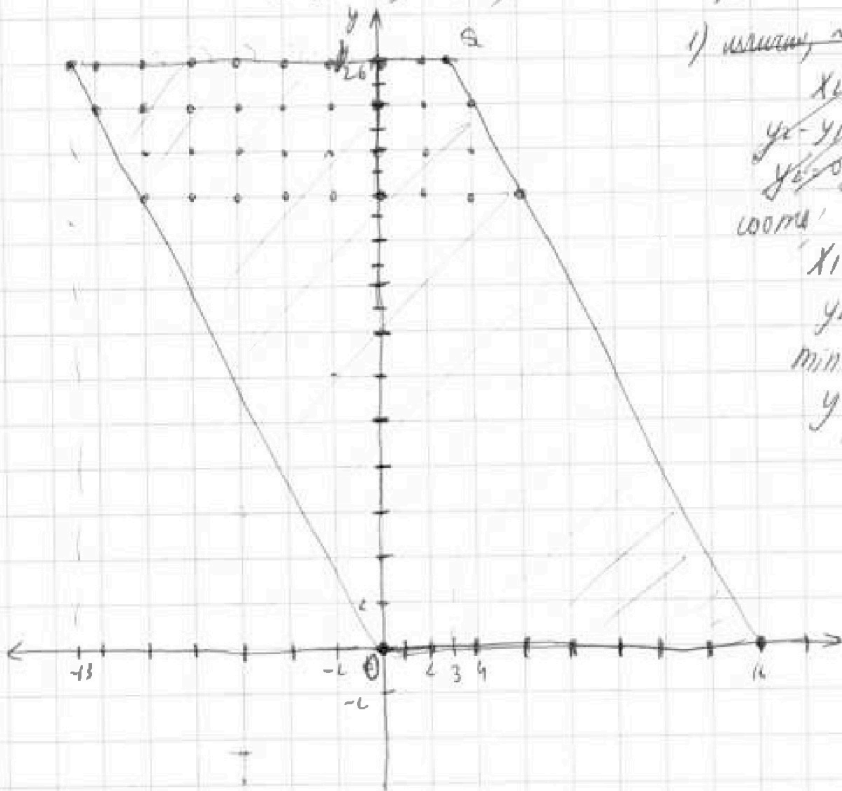
$y_2 = 26$

состав

в 1-ой

$x \text{ бер } = 13$

1



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

④

$$x^2 + (8b + ax + 12)^2 = 16$$

$$x^2 + (64b^2 + 8abx + 96b + 8abx + a^2x^2 + 12ax + 96b + 12ax + 144) = 16$$

$$x^2 + x^2(a^2 + 1) + 16abx + 64b^2 + 192b + 24ax + 121 = 0$$

$$y'(a^2 + 1) + x(16ab + 24a) + 64b^2 + 192b + 121 = 0$$

$$D = 8a(8ab + 12a)$$

$$D = (16ab + 24a)^2$$

$$D_1 = (8ab + 12a)^2 - (a^2 + 1)(64b^2 + 192b + 121) = 0$$

$$(8ab + 12a)^2 = (a^2 + 1)(64b^2 + 192b + 121)$$

$$a^2(8b + 12)^2 = (a^2 + 1)(64b^2 + 192b + 121) \quad \text{так как } a^2 = 1 - 64b^2$$

$$a^2(2b + 3)^2 = (a^2 + 1)(4b^2 + 12b + 8)$$

$$a^2(2b + 3)^2 = (a^2 + 1)(4b^2 + 12b + 8)$$

$$a^2(4b^2 + 12b + 9) = (a^2 + 1)(4b^2 + 12b + 8)$$

$$a^2(4b^2 + 12b + 9) + a^2 = a^2(4b^2 + 12b + 8) + 4b^2 + 12b + 8$$

$$a^2 = 4b^2 + 12b + 8$$

$$1 - 64b^2 = 4b^2 + 12b + 8$$

$$68b^2 + 12b + 7 = 0$$

$$D =$$

пусть:

$$\begin{cases} y^2 + (8b - ax)^2 = 1 \\ x^2 + (8b - ax - 12)^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 + a^2 = 64b^2 \\ a^2 = 4b^2 - 12b + 8 \\ a^2 = 64b^2 - 1 \end{cases}$$

(из двух уравнений тут, решим их)

$$64b^2 - 1 = 4b^2 - 12b + 8$$

$$60b^2 + 12b - 9 = 0$$

$$D = 36 + 960 = 6616 = 6^2 \cdot 4^2$$

$$b_{1,2} = \frac{-6 \pm 24}{60}$$

$$b_1 = \frac{1}{2}$$

$$b_2 = \frac{3}{10}$$

$$b_1 = \frac{1}{2}, \quad a_1^2 = \frac{64 \cdot 1}{4} - 1 = 15$$

$$a^2 = 15, \quad a = \pm \sqrt{15}$$

$$b_2 = \frac{3}{10}, \quad a_2^2 = \frac{64 \cdot 9}{100} - 1 = \frac{169}{25}, \quad a = \pm \frac{\sqrt{169}}{5} = \pm \frac{13}{5}$$

Ответ: $a = \pm \sqrt{15}, a = \pm \frac{13}{5}$

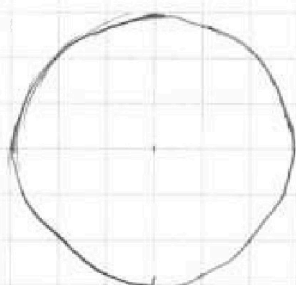
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 169 \\ \times 169 \\ \hline 1521 \\ 10140 \\ 16900 \\ \hline 28561 \\ + 81143 \\ \hline 209704 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 289 \\ \sqrt{627} \\ \hline 1963 \\ 5780 \\ 173400 \\ \hline 181193 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ + 11 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 225 \\ 1820 \\ \hline 20475 \end{array}$$

0010

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 225 \\ 1820 \\ \hline 20475 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 48 \\ \hline 53 \end{array}$$

+14

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 16 \\ \hline 17 \end{array}$$

200000

360000

500

250000

400

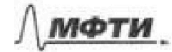
250000

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 2x + y &= 14 \\
 y &= 14 - 2x
 \end{aligned}$$

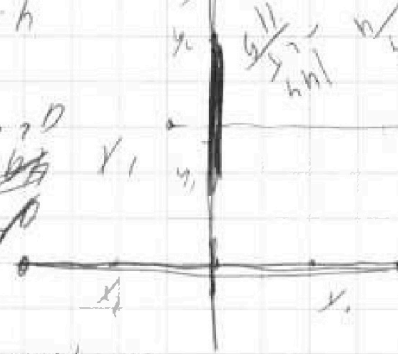
$$2x + y = 14$$

$$y = 14 - 2x$$

$$2x + y = 6$$

$$2x + y = 14$$

$$2(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 14$$



$$\begin{aligned}
 &= 2x + 9x + 14x + 12x \\
 &= 22x + 9x + 14x + 12x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 2x + 9x + 14x + 12x \\
 &= 22x + 9x + 14x + 12x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 2x + 9x + 14x + 12x \\
 &= 22x + 9x + 14x + 12x
 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



15

$$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2-6x+2+9x-1} = 1-9x$$

$$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2-6x+2} = 1-9x$$

$$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = 3x^2-6x+2 - 3x^2-3x-1$$

$$3x^2+3x+1 - 3x^2+6x-2 = 3x^2-6x+2 - 3x^2-3x-1$$

$$-9x-1 = 3x^2-6x+2 - 3x^2-3x-1$$

$2x_1 + y_1 = k$
 $2x_2 + y_2 = 14 - k$
 $y_2 = 14 - k - 2x_2$
 $p = t^2 - p^2$

$$t - t = t^2 - p = (t-p)(t+p)$$

$$(t-p)(t+p-1) = 0$$

$t = p$
 $t+p = 1$

$$\sqrt{3x^2-6x+2} = 3x^2+3x-1$$

$$-9x+1 = 0$$

$$x = -\frac{1}{9}$$

$$\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1} = 1$$

$$3x^2-6x+2 + 3x^2+3x+1 = 1$$

$$6x^2-3x+2 = 0$$



$$4(3x^2-6x+2)(3x^2+3x+1) = (3x^2-3x+2)^2$$

$$4(9x^4 + 9x^3 + 3x^2 - 18x^3 - 18x^2 + 2) = 3 - 18x + 4$$

$$4(9x^4 - 9x^3 - 9x^2 + 2) = 3 - 18x + 4$$

$$36x^4 - 36x^3 - 36x^2 + 8 = 36x^4 - 36x^3 + 33x^2 - 12x + 4$$

$$69x^2 - 12x - 4 = 0$$

$$D = 36 + 4 \cdot 69 = 312$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{312}}{69}$$

$$\begin{array}{r} 9 - 11.3 \\ \times 69 \\ \hline 276 \\ + 36 \\ \hline 621 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 312 \\ 3 \overline{) 312} \\ \underline{312} \\ 0 \end{array}$$

$$6 = 2\sqrt{78}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



46
+ 25
51
23 - 11
23
23
17
43
501
501
34 - 105
15
5
5
5

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 1} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 5x$$

$$3x^2 - 6x + 1 = 2 \quad D = 9 - 12 = -3$$

$$D = 9 - 6 = 3$$

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1 - 9x + 1} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 5x$$

$$3x^2 + 3x + 1 = 4 \quad ; \quad 1 - 9x = p$$

$$\sqrt{t - p} - \sqrt{t} = p$$

$$p > 0$$

$$t - p + t = 2\sqrt{t} \sqrt{t - p} = p^2$$

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1 - 9x + 1} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 5x$$

$$\sqrt{t + p} - \sqrt{t} = p$$

$$p > 0$$

$$\sqrt{t + p} - 2\sqrt{t} \sqrt{t + p} + t = p^2$$

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1 + 1 - 9x} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 5x$$

$$\sqrt{t + p} - \sqrt{t} = p$$

$$\sqrt{t + p} = p + \sqrt{t}$$

$$t + p = p^2 + 2p\sqrt{t} + t$$

$$p^2 + 2p\sqrt{t} - p^2 = 0$$

$$p(p + 2\sqrt{t} - p) = 0$$

$$p + 2\sqrt{t} = 1 - p$$

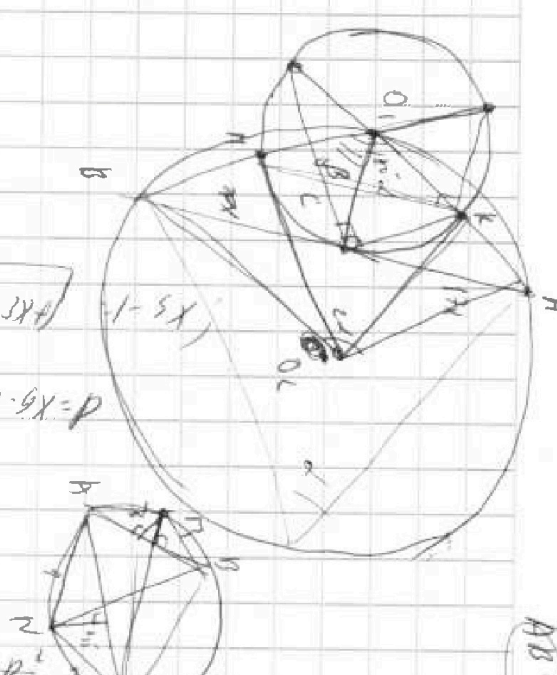
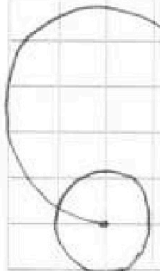
$$4\sqrt{t} = 1 - 2p$$

$$p + \sqrt{t} \geq 0$$

$$1 - 2\sqrt{t} + \sqrt{t} \geq 0$$

$$p = 0$$

$$p = 1 - 2\sqrt{t}$$



AB - 24x

R1 = 7
R2 = 1/3
AB' = 1/3
AB' = 1/3
AB' = 1/3
AB' = 1/3

$$t_{sp} = \frac{2x}{7}$$

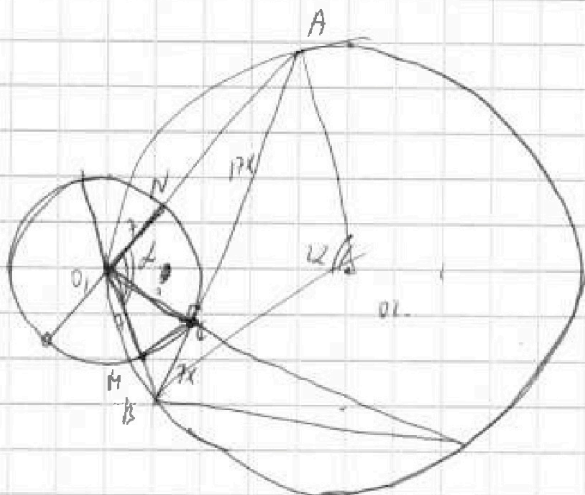
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$285x^2 + 45$$

$$\frac{AB}{\sin(180^\circ - \alpha)} = 2 \cdot 13$$

$$\sin \alpha = \frac{2 \cdot 13}{24x}$$

$$\sin \alpha = \frac{13}{12x}$$

$$45 - 45x^2 = 45(1 - x^2)$$

$$O_1D = 7\sqrt{x^2 + 1}$$

$$O_1A = \sqrt{285x^2 + 45}$$

$$MB \cdot (MB + 14) = 45x^2$$

$$\frac{AB}{\sin(180^\circ - \alpha)} = 2 \cdot 13$$

$$AB = 2 \cdot 26 \cdot \sin \alpha$$

$$24x = 2 \cdot 26 \cdot \sin \alpha$$

$$6x = 13 \sin \alpha, \quad \sin \alpha = \frac{6x}{13}$$

$$\cos \alpha =$$

$$\cos \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\cos \alpha = 1 - 2 \left(\frac{6x}{13}\right)^2$$

$$1 - 2 \sin^2 \alpha$$

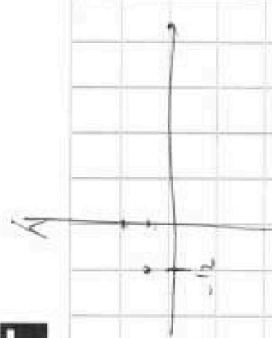
$$1 - 1 +$$

$$\sin \alpha = \frac{6x}{13}$$

$$2 \cdot 13^2 \cdot (1 - \cos \alpha) = AB^2$$

$$2 \cdot 13^2 \cdot \left(1 - \frac{6x}{13}\right) = AB^2$$

$$2 \cdot 13^2 \cdot \frac{36x^2}{15} = AB^2$$



$$x \cdot 2 + \frac{x \cdot 28}{1 - x}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МОТИ

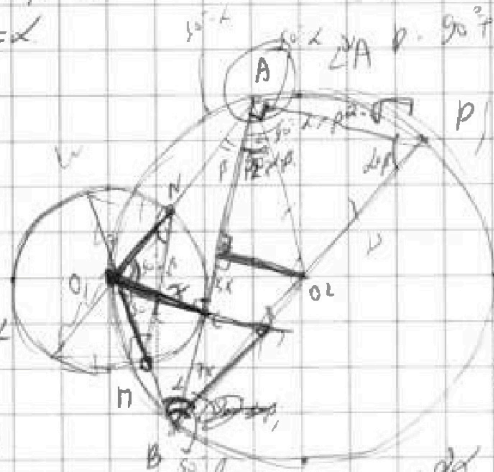
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$90^\circ - \alpha + 50^\circ + \beta = 180^\circ$$

$$\beta = \alpha$$

$$90^\circ - \alpha - \beta = 50^\circ - \alpha$$



AB

$$2 \cdot 13$$

$$57 \cdot (100 - \alpha - \beta)$$

$$57 \cdot (100 - \alpha - \beta)$$

$$\frac{24x}{113} \cdot \frac{12x}{13}$$

$$1 - 9 \cdot \frac{1}{2} = 0$$

$$b = 22$$

$$b = 3$$

$$\sqrt{165 - 144x^2}$$

$$90^\circ + \beta$$

$$57 \cdot (100 - \alpha - \beta)$$

$$\frac{15}{15}$$

$$\frac{15}{15}$$

$$171$$

$$150$$

$$361$$

$$57 \cdot (90 - \alpha)$$

$$\frac{12x}{13}$$

$$111x = \frac{12x}{13} - 144x^2$$

$$15^2 - 719 \cdot 3 + 9$$

$$22 + 3 = 25$$

$$\frac{21}{19}$$

$$\frac{189}{210}$$

$$\frac{210}{399}$$

$$\frac{212}{56}$$

$$\frac{213}{96}$$

$$\frac{214}{17}$$

$$\frac{215}{17}$$

$$\frac{3}{9 \cdot 3} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{23}$$

$$90^\circ - \alpha - \beta = 90^\circ - \beta$$

$$\frac{44}{484}$$

$$\triangle ACO_1 \sim \triangle BCO_1$$

$$\frac{21}{22}$$

$$\frac{21}{42}$$

$$\frac{21}{42}$$

$$\frac{21}{42}$$

$$\frac{21}{42}$$

$$\frac{21}{42}$$

$$\frac{21}{42}$$

$$\frac{21}{42}$$

$$\frac{21}{42}$$

$$\frac{21}{42}$$

$$\frac{21}{42}$$

$$\frac{21}{42}$$

$$\frac{21}{42}$$

$$\frac{21}{42}$$

$$\frac{21}{42}$$

$$\frac{21}{42}$$

$$\frac{21}{42}$$

$$\frac{21}{42}$$

$$\frac{21}{42}$$

$$\frac{21}{42}$$

$$\frac{21}{42}$$

$$\frac{21}{42}$$

$$\frac{21}{42}$$

$$\frac{21}{42}$$

$$\frac{21}{42}$$

$$484 + 5$$

$$\frac{12x}{7x}$$

$$9ab = \dots$$

$$9ab = \dots$$

$$2195 = 31$$

$$31$$

$$b \cdot (21 + 14) = 45x^2$$

$$a = 2x$$

$$b = 3$$

$$AN(AN + 20) = \dots$$

$$b = 3, a = 19$$

$$22 \cdot 22 - 7 \cdot 22 \cdot 5 + 3 \cdot 5 = \dots$$

$$22$$

$$\frac{23}{2}$$

$$\frac{23}{2}$$

$$400 + 9 - 7 \cdot 20 \cdot 3$$

$$\frac{13616}{17}$$

$$405 - 420$$

$$4^2 \cdot 166 + 5^2 \cdot 20$$

$$5 \cdot 456^2 - 46^2 \cdot 456^2$$

$$a_{11} = \frac{26^2 \cdot 366}{2}$$

$$a_{11} = \dots$$

$$\frac{1}{23}$$

$$\frac{1}{23} = \dots$$

$$\frac{1}{23} = \dots$$

$$23 \cdot 23 - 7 \cdot 23 \cdot 3 + 9 = \dots$$

$$23(23 - 21) + 5 = \dots$$

$$\frac{55}{26}$$

$$\frac{55}{26}$$

$$\frac{55}{26}$$

$$\frac{55}{26}$$

$$\frac{55}{26}$$

$$\frac{55}{26}$$

$$\frac{55}{26}$$

$$\frac{55}{26}$$

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{3} + 1 = \dots$$

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{3} + 1 = \dots$$

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{3} + 1 = \dots$$

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{3} + 1 = \dots$$

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{3} + 1 = \dots$$

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{3} + 1 = \dots$$

$$\frac{105014}{22}$$

$$\frac{55}{26}$$

$$\frac{55}{26}$$

$$\frac{55}{26}$$

$$\frac{55}{26}$$

$$\frac{55}{26}$$

$$\frac{55}{26}$$

$$\frac{55}{26}$$

$$\frac{46}{27}$$

$$\frac{46}{27}$$

$$\frac{46}{27}$$

$$\frac{46}{27}$$

$$\frac{46}{27}$$

$$\frac{46}{27}$$

$$\frac{46}{27}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

