



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Поря QR-кода недопустима!



$$ab: 2^{15} \cdot 7^{11} \quad (1)$$

$$bc: 2^{17} \cdot 7^{10} \quad (1)$$

$$ac: 2^{23} \cdot 7^{39} \quad (3)$$

(найти $abc(mn)^2$)

перемножим все алгебра и другие формулы:

$$(ab \cdot bc \cdot ac) : (2^{15} \cdot 7^{11} \cdot 2^{17} \cdot 7^{10} \cdot 2^{23} \cdot 7^{39})$$

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 : 2^{15+17+23} \cdot 7^{11+10+39}$$

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 : 2^{55} \cdot 7^{60}$$

Квадрат abc , наименьшие значения $a^2 \cdot b^2 \cdot c^2$ для abc могут быть

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 : 2^{55} \cdot 7^{60}$$

но! $a, b, c \in \mathbb{N}$ (по умн. abc), abc — кратна $\sqrt{2}$

А $2^{55} = 2^{54} \cdot 2$ Если abc или abc кратна $\sqrt{2}$, то получится:

$$7^{39} \cdot 2^{27} \cdot \sqrt{2}$$

но $\sqrt{2}$ — не натур. abc , или можно упростить 2^{55} (умножить)

также на какое-то число, так чтобы было наименьшим

Поэтому, что можно упростить 2^{55} на 2. Тогда:

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 = 2^{56} \cdot 7^{60} \quad (abc > 0)$$

$$abc = 2^{28} \cdot 7^{30}$$

Проверим не является ли кратным? По условию, у нас числа кратные

из $(1), (1), (1)$ abc , т.е. a, b, c могут быть только abc , но кратко

какой-то abc (наприм. $ab = k \cdot 2^{15} \cdot 7^{11}$, где k — число $(\in \mathbb{N})$)

abc , min ширины будет тогда, когда все k для (k_1, k_2, k_3)

$(1, 1, 1)$
 $(1, 1, 2)$

но, т.е. ширины рассмотрим все уже выше. Но ~~заметим~~

~~что если abc делится на $\sqrt{2}$~~

А наша abc может быть abc из (k_1, k_2, k_3)

различны не, abc abc abc

$$\text{Ответ } abc = 2^{28} \cdot 7^{30}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МОТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$O_1(w, R_1)$

$O_2(a, R_2)$

AB кас w/B, C

AC = 17 (AC = 17x)
BC = 7 (BC = 7x)

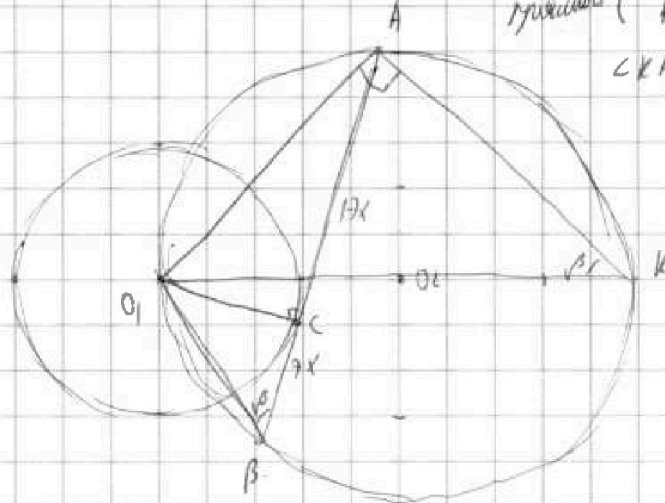
$R_1 = 7$

$R_2 = 13$

AB - !

Искомое:

BC = 7x



O_1, O_2, K - на одной прямой (диаметр)
 $\angle KAO_1 = 90^\circ$

пусть $\angle O_1BA = \beta$, тогда!

$\angle O_1BA = \angle O_1KA = \beta$, $(90^\circ); (\beta)$

тогда $\triangle O_1CB \sim \triangle O_1AK$ (по 2-м углам)

$$\frac{BO_1}{KO_1} = \frac{O_1C}{AO_1} \quad \text{по подобию (по углам)}$$

$KO_1 = 26$ ($= 2R_2$)

$O_1C = 7 = R_1$ (кас. AB)

$$\frac{BO_1}{26} = \frac{7}{AO_1}$$

$$AO_1 \cdot BO_1 = 7 \cdot 26$$

тогда, по ст-б кас и сек (где BO_1 и AO_1):

$$49x^2 = (BO_1 - 7) \cdot (BO_1 + 7)$$

$$289x^2 = (AO_1 - 7) \cdot (AO_1 + 7)$$

$$289x^2 = (AO_1 - 7) \cdot AO_1$$

$$(x^2 + 1)AO_1 = 26^2$$

$$x^2 = \frac{26^2}{AO_1} - 1$$

$$49x^2 = BO_1^2 - 49$$

$$289x^2 = AO_1^2 - 49$$

$$49x^2 = \frac{49 \cdot 26^2}{AO_1^2} - 49$$

$$289x^2 = AO_1^2 - 49$$

тогда

$$AO_1 = \frac{26^2}{x^2 + 1}$$

$$289x^2 = \frac{26^2}{x^2 + 1} - 49$$

$$289x^4 + 289x^2 = 26^2 - 49x^2 - 49$$

$$289x^4 + 338x^2 - 627 = 0$$

$$x^2 = \frac{-169 \pm \sqrt{169^2 - 289 \cdot 627}}{289}$$

$$x^2 = \frac{\sqrt{289 - 169}}{289}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 = \frac{207 - 169}{289}$$

$$207 = 169^2 + 289 \cdot 627$$

$$y = \frac{\sqrt{169^2 + 289 \cdot 627} - 169}{17}$$

$$AB = \frac{24}{17} \cdot \sqrt{169^2 + 289 \cdot 627} - 169$$

$$\text{Ответ: } \frac{24}{17} \cdot \sqrt{169^2 + 289 \cdot 627} - 169$$

$$\frac{24}{17} \sqrt{209707} - 169$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = -1 - 9x$$

ОДЗ: $\begin{cases} 3x^2 - 6x + 2 \geq 0 & \textcircled{1} \\ 3x^2 + 3x + 1 \geq 0 & \textcircled{2} \\ 3x^2 + 3x + 1 = 0 & \textcircled{3} \end{cases}$ $\textcircled{3}$ $\frac{3x+1}{2 \cdot 3} = 0$

$$3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x + 1 = -9x + 1 \quad | +9x + 1$$

пусть $\begin{cases} \sqrt{3x^2 - 6x + 2} = t & t \geq 0, p \geq 0 \\ \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = p \end{cases}$ $\textcircled{3}$ $3x^2 - 6x + 2 \geq 0$

$$t - p = t^2 - p^2 \quad ; \quad t - p = (t - p)(t + p)$$

$$(t - p)(t + p - 1) = 0$$

$\textcircled{1} \quad t - p = 0$
 $t = p$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

возводим в квадраты ($6x \geq 0$)

$$3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$1 = 9x$$

$$x = \frac{1}{9}$$

(проверим ОДЗ)

$\textcircled{2} \quad t + p = 1$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$$

возведем в квадраты (левая часть ≥ 0)

$$3x^2 - 6x + 2 + 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} + 3x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$6x^2 - 3x + 2 + 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 0$$

$$2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = -6x^2 + 3x - 2$$

ОДЗ: $6x^2 - 3x + 2 \leq 0 \quad \begin{cases} -6x^2 + 3x - 2 \geq 0 \\ 6x^2 - 3x + 2 \leq 0 \end{cases}$

но: $6x^2 - 3x + 2 = 0$

$$D = 9 - 12 \cdot 4 < 0 \quad \text{нет корней}$$

$$6x^2 - 3x + 2 > 0 \quad \text{всегда}$$

ОДЗ: \emptyset (корней нет)

Ответ: $\frac{1}{9}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$O(0,0)$, $P(-13,26)$, $Q(3,26)$, $R(16,0)$

$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$

$\tau A, B \in \text{паралл}$

$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 14$
 $2(x_2 - x_1) = 14$

увели коэффициентов

1) ищем, что еще

$x_2 - x_1 = 7$

$y_2 - y_1 = 14$

$x_2 = 0$, $y_2 = -14$

ищем еще

$x_1 = x_2 = 0$, $y_1 = 0$

$y_2 - y_1 = 14$

мин $y_1 = 0$

$y_2 = 14$

ищем, что еще

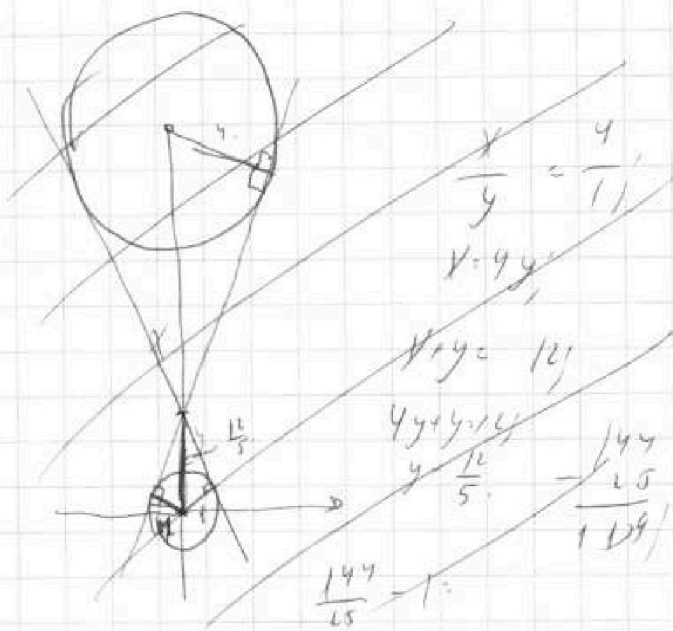
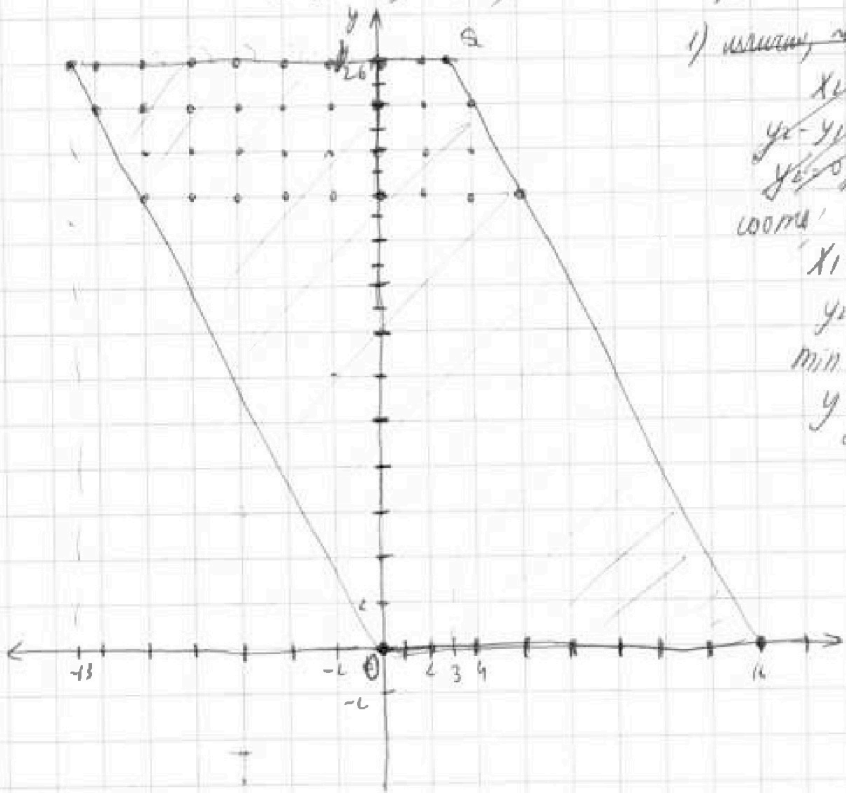
поискать y_2

$y_2 = 26$

ищем

в 1-ой

$x \text{ бер } = 13$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

④

$$x^2 + (8b + ax + 12)^2 = 16$$

$$x^2 + (64b^2 + 8abx + 96b + 8abx + a^2x^2 + 12ax + 96b + 12ax + 144) = 16$$

$$x^2 + x^2(a^2 + 1) + 16abx + 64b^2 + 192b + 24ax + 12a = 0$$

$$y'(a^2 + 1) + x(16ab + 24a) + 64b^2 + 192b + 12a = 0$$

$$D = 8a(8ab + 12a)$$

$$D = (16ab + 24a)^2$$

$$D_1 = (8ab + 12a)^2 - (a^2 + 1)(64b^2 + 192b + 12a) = 0$$

$$(8ab + 12a)^2 = (a^2 + 1)(64b^2 + 192b + 12a)$$

$$a^2(8b + 12)^2 = (a^2 + 1)(64b^2 + 192b + 12a) \quad \text{так как } a^2 = 1 - 64b^2$$

$$a^2(2b + 3)^2 = (a^2 + 1)16(4b^2 + 12b + 3)$$

$$a^2(2b + 3)^2 = (a^2 + 1)(4b^2 + 12b + 3)$$

$$a^2(4b^2 + 12b + 9) = (a^2 + 1)(4b^2 + 12b + 3)$$

$$a^2(4b^2 + 12b + 9) + a^2 = a^2(4b^2 + 12b + 3) + 4b^2 + 12b + 3$$

$$a^2 = 4b^2 + 12b + 3$$

$$1 - 64b^2 = 4b^2 + 12b + 3$$

$$68b^2 + 12b + 2 = 0$$

$$D =$$

пусть:

$$\begin{cases} y^2 + (8b - ax)^2 = 1 \\ x^2 + (8b - ax - 12)^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 + a^2 = 64b^2 \\ a^2 = 4b^2 - 12b + 8 \\ a^2 = 64b^2 - 1 \end{cases}$$

(из двух уравнений тут, решим их)

$$64b^2 - 1 = 4b^2 - 12b + 8$$

$$60b^2 + 12b - 9 = 0$$

$$D = 36 + 960 = 6616 = 6^2 \cdot 4^2$$

$$b_{1,2} = \frac{-6 \pm 24}{60}$$

$$b_1 = \frac{1}{2}$$

$$b_2 = \frac{3}{10}$$

$$b_1 = \frac{1}{2}, \quad a_1^2 = \frac{64 \cdot 1}{4} - 1 = 15$$

$$a^2 = 15, \quad a = \pm \sqrt{15}$$

$$b_2 = \frac{3}{10}, \quad a_2^2 = \frac{64 \cdot 9}{100} - 1, \quad a_2^2 = \frac{16 \cdot 9}{25} - 1, \quad a = \pm \frac{\sqrt{71}}{5}, \quad \text{Ответ } a = \pm \sqrt{15}, \quad a = \pm \frac{\sqrt{71}}{5}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



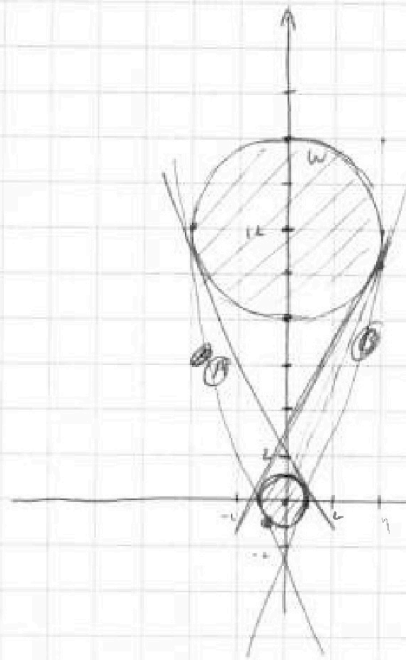
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax+by \\ a(x+y-8b)=0 \quad (1) \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y+1)^2-16)=0 \quad (2) \end{cases}$$

$$\textcircled{1}: \begin{cases} x^2+y^2=1 \\ x^2+(y+1)^2=16 \end{cases} \text{ две окр.}$$

или попарно зипр - оба.



1) если $b=0$ то:

$y = -ax$
 100% min ширины - кас. к окр. w
 100% min

$$x^2 + (-ax-1)^2 = 16$$

$$x^2 + a^2x^2 + 24ax + 12 = 16$$

$$x^2(a^2+1) + 24ax + 4 = 0$$

$$D = 0 \text{ (одно реш.)}$$

$$D: 12a^2 - 4 \cdot 4 \cdot 8(a^2+1) = 0$$

$$12a^2 = 128$$

$$12a^2 = 4 \cdot 4 \cdot 8(a^2+1)$$

$$448a^2 = 448(a^2+1)$$

$$a^2 = 2, a = \pm 2\sqrt{2} \rightarrow \text{но}$$

это вариант позадвига миним решит

4 если

2) су. бцр, кас. кас. позадвига - а; в - кас. к 2 окр. сразу (прямая \textcircled{A} \textcircled{B})
 или (прямая) кас.

$$\begin{cases} x^2 + (8b-ax)^2 = 1 \quad (1) \\ x^2 + (-8b-ax-1)^2 = 16 \quad (2) \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} x^2 + 64b^2 + 16axb + a^2x^2 = 1 \\ x^2(a^2+1) + 16axb + 64b^2 - 1 = 0 \\ D=0, D_1=64 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} D_1 &= 64a^2b^2 - (a^2+1)(64b^2) = 0 \\ 64a^2b^2 - 64a^2b^2 - a^2 - 64b^2 + 1 &= 0 \\ a^2 + 64b^2 - 1 &= 1 \end{aligned}$$

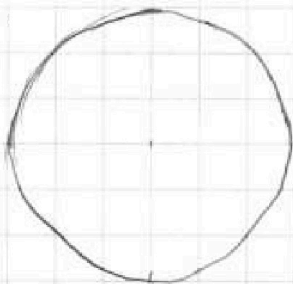
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 169 \\ \times 169 \\ \hline 1521 \\ 10140 \\ 16900 \\ \hline 28561 \\ + 81143 \\ \hline 209704 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 289 \\ \sqrt{621} \\ \hline 1963 \\ 5780 \\ 173400 \\ \hline 181193 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ + 11 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 225 \\ 1820 \\ \hline 20475 \end{array} \quad 0010$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 225 \\ 1820 \\ \hline 20475 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 48 \\ \hline 53 \end{array} \quad +14$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 16 \\ \hline 17 \end{array}$$

200000
360000
500
400
250000

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 169 \\ \times 169 \\ \hline 1521 \\ 40 \end{array}$$

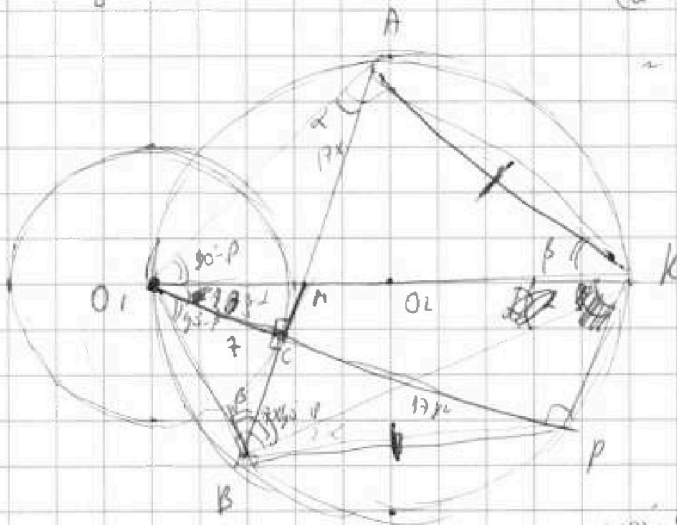
$$\begin{array}{r} 54 \\ + 8 \\ \hline 62 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ + 7 \\ \hline 33 \end{array}$$

8

$$(26-7)(26+7) =$$

27



$$\begin{array}{r} 33 \\ \times 19 \\ \hline 297 \\ 594 \\ \hline 627 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 338 \\ \times 115 \\ \hline 21 \\ 13 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$13^4 + 17^4 = (26^2 - 7^2)$$

$$90^\circ - \beta + \alpha$$

$$120^\circ - 90^\circ - 90^\circ + \beta + \alpha$$

$$\angle \alpha = \frac{7}{17}$$

$\beta = 1$

$$43 \alpha^2 = BO_1$$

$$\triangle CBO_1 \sim \triangle AKO_1$$

$$\frac{CB}{AK} = \frac{BO_1}{KO_1} = \frac{CO_1}{AO_1}$$

$$\begin{array}{r} 284 \\ \times 46 \\ \hline 358 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 26 \\ \hline 156 \\ 520 \\ \hline 676 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 284 \\ \times 49 \\ \hline 358 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 26 \\ \hline 156 \\ 520 \\ \hline 676 \end{array}$$

$$\frac{7x}{AK} = \frac{BO_1}{26} = \frac{7}{AO_1}$$

$$AO_1 \cdot BO_1 = 7 \cdot 26$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



15

$$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2-6x+2+9x-1} = 1-9x$$

$$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2-3x+1} = 1-9x$$

$$3x^2+3x+1 - 3x^2+6x-2 = 1-9x$$

$$-9x-1 = 1-9x$$

$$-2 = 2$$

$2x_1 + y_1 = k$
 $2x_2 + y_2 = 14 - k$
 $y_2 = 14 - k - 2x_2$
 $p = t^2 - p^2$

$t - p = t^2 - p^2 = (t-p)(t+p)$
 $(t-p)(t+p-1) = 0$
 $t+p=1$

$\sqrt{3x^2-6x+2} = 3x^2+2x$
 $3x^2-6x+2 = 3x^2+2x$
 $-9x+2 = 0$
 $x = \frac{2}{9}$

$\sqrt{3x^2-6x+2} + \sqrt{3x^2+3x+1} = 1$

$3x^2-6x+2 + 3x^2+3x+1 = 1$
 $6x^2-3x+3 = 1$
 $6x^2-3x+2 = 0$

$4(3x^2-6x+2)(3x^2+3x+1) = (3x^2-3x+2)^2$
 $4(9x^4+9x^3+3x^2-18x^3-18x^2+12x+6x^2+6x+2) = 9x^4-6x^3+12x^2-12x+4$

$4(9x^4 - 9x^3 - 9x^2 + 2) = 9x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 12x + 4$
 $36x^4 - 36x^3 - 36x^2 + 8 = 9x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 12x + 4$
 $27x^4 - 30x^3 - 48x^2 + 4x + 4 = 0$

$27x^4 - 30x^3 - 48x^2 + 4x + 4 = 0$
 $3x^4 - 10x^3 - 16x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{3} = 0$
 $3x^4 - 10x^3 - 16x^2 = 0$
 $x^2(3x^2 - 10x - 16) = 0$
 $x = 0$ or $x = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 192}}{6} = \frac{10 \pm \sqrt{292}}{6}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2 - 6x + 1} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$3x^2 - 6x + 1 = 2 \quad D = 9 - 12 = -3$$

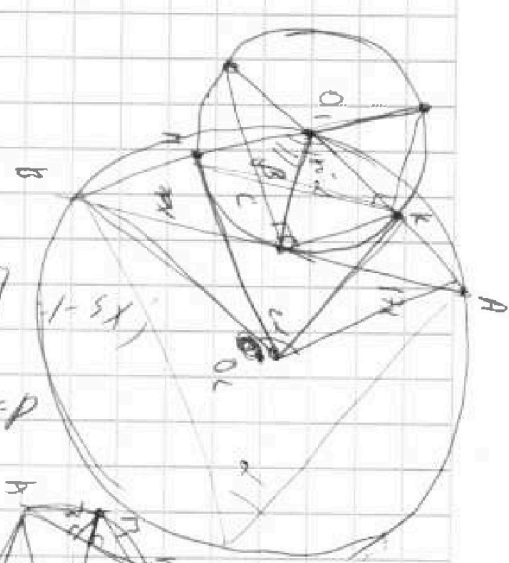
$$D = 9 - 6 = 3$$

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$3x^2 + 3x + 1 = 4 \quad ; \quad 1 - 9x = p$$

$$\sqrt{t - p} - \sqrt{t} = p$$

$$p > 0$$



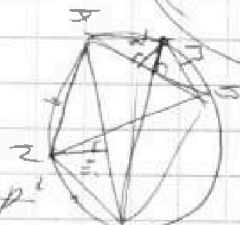
$$\sqrt{t - p} - \sqrt{t} = p$$

$$t - p + t = 2\sqrt{t} \sqrt{t - p} - p^2$$

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{t + p} - \sqrt{t} = p$$

$$p > 0$$



$$\sqrt{t + p} - \sqrt{t} = p$$

$$\sqrt{t + p} = p + \sqrt{t}$$

$$t + p = p^2 + 2p\sqrt{t} + t$$

$$p^2 + 2p\sqrt{t} - p^2 = 0$$

$$p(p + 2\sqrt{t} - p) = 0$$

$$p + 2\sqrt{t} = 1 - p$$

$$4\sqrt{t} = 1 - 2p$$

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{t + p} - \sqrt{t} = p$$

$$p + \sqrt{t} \geq 0$$

$$1 - 2\sqrt{t} + \sqrt{t} \geq 0$$

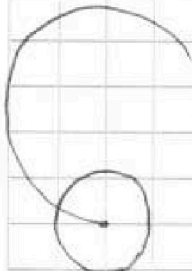
$$p = 0$$

$$p = 1 - 2\sqrt{t}$$

$$4\sqrt{t} = 1 - 2p$$

AB - 24x

$R_1 = 7$
 $R_2 = 13$
 $R_3 = 13$
 $R_4 = 13$
 $R_5 = 13$
 $R_6 = 13$
 $R_7 = 13$
 $R_8 = 13$
 $R_9 = 13$
 $R_{10} = 13$
 $R_{11} = 13$
 $R_{12} = 13$
 $R_{13} = 13$
 $R_{14} = 13$
 $R_{15} = 13$
 $R_{16} = 13$
 $R_{17} = 13$
 $R_{18} = 13$
 $R_{19} = 13$
 $R_{20} = 13$



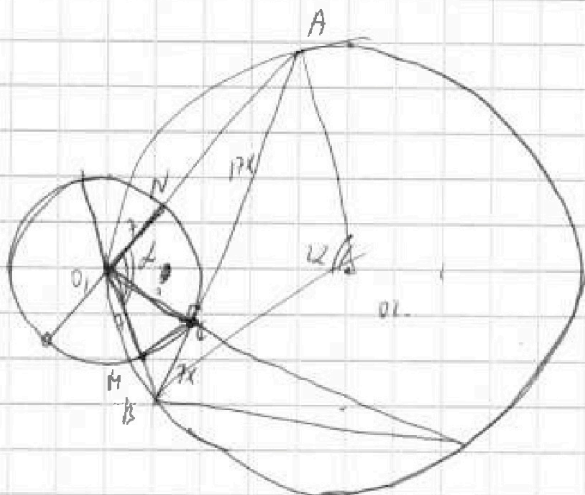
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$285x^2 + 45$$

$$\frac{AB}{\sin(180^\circ - \alpha)} = 2 \cdot 13$$

$$\sin \alpha = \frac{2 \cdot 13}{24x}$$

$$\sin \alpha = \frac{13}{12x}$$

$$45 - 45x^2 = 45(1 - x^2)$$

$$O_1D = 7\sqrt{x^2 + 1}$$

$$O_1A = \sqrt{285x^2 + 45}$$

$$MB \cdot (MB + 14) = 45x^2$$

$$\frac{AB}{\sin(180^\circ - \alpha)} = 2 \cdot 13$$

$$AB = 2 \cdot 26 \cdot \sin \alpha$$

$$24x = 2 \cdot 26 \cdot \sin \alpha$$

$$6x = 13 \sin \alpha, \quad \sin \alpha = \frac{6x}{13}$$

$$\cos \alpha =$$

$$\cos \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\cos \alpha = 1 - 2 \left(\frac{6x}{13}\right)^2$$

$$1 - 2 \sin^2 \alpha$$

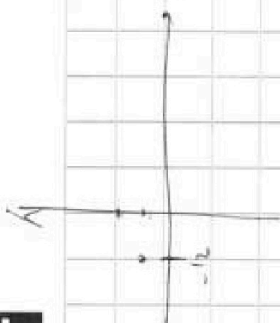
$$1 - 1 +$$

$$\sin \alpha = \frac{6x}{13}$$

$$2 \cdot 13^2 \cdot (1 - \cos \alpha) = AB^2$$

$$2 \cdot 13^2 \cdot \left(1 - \frac{6x}{13}\right) = AB^2$$

$$2 \cdot 13^2 \cdot \frac{36x^2}{13} = AB^2$$



Handwritten notes on the right margin, including 'x/2 + x/2 = x' and other calculations.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МОТИ

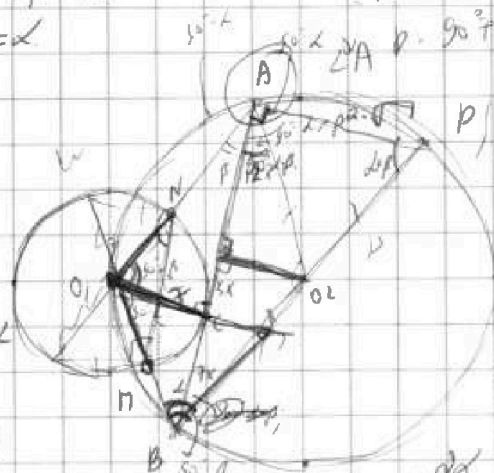
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$90^\circ - \alpha + 50^\circ + \beta = 180^\circ$$

$$\beta = \alpha$$

$$90^\circ - \alpha - \beta = 50^\circ - \alpha$$



AB

$$2 \cdot 13$$

$$57 \cdot (100 - \alpha - \beta)$$

$$57 \cdot (100 - \alpha - \beta)$$

$$\frac{24x}{113} \cdot \frac{12x}{13}$$

$$1 - 9 \frac{1}{2} = 0$$

$$b = 22$$

$$b = 3$$

$$\sqrt{165 - 144x^2}$$

$$90^\circ + \beta$$

$$57 \cdot (100 - \alpha - \beta)$$

$$\begin{array}{r} \times 15 \\ 15 \\ \hline 171 \\ 150 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$\frac{3}{9 \cdot 3} = \frac{1}{9}$$

$$90^\circ - \alpha - \beta = 90^\circ - \beta$$

$$\frac{1}{23} \cdot \frac{24}{21} = \frac{4}{49}$$

$$22 \cdot 7 \cdot 5 = \frac{21}{22} \cdot \frac{42}{40}$$

$$\frac{1}{23} \cdot \frac{24}{21} = \frac{4}{49}$$

$\triangle ACO_1 \sim \triangle BCO_1$

$$57 \cdot (90 - \alpha)$$

$$57x = \frac{12x}{13} - 144x^2$$

$$15^2 - 719 \cdot 3 + 9$$

$$22 + 3 = 25$$

$$\begin{array}{r} \times 21 \\ 189 \\ 210 \\ \hline 399 \end{array}$$

900: (200)

900 = 2000

$$2175 = 31$$

$$31$$

$$b \cdot (200 + 14) = 450^2$$

$$a = 22$$

$$b = 3$$

$$156 \cdot \frac{1}{68}$$

$$AN(AN + 20) = 18$$

$$b = 3, a = 19$$

$$\begin{array}{r} \times 22 \\ 44 \\ \hline 96 \end{array}$$

$$22 \cdot 22 - 7 \cdot 22 \cdot 3 + 3 \cdot 3 =$$

$$22$$

$$\frac{23}{2} = \frac{11.5}{1}$$

$$400 + 9 - 7 \cdot 20 \cdot 3$$

$$136 \cdot \frac{1}{7}$$

$$405 - 420$$

$$4^2 \cdot 166 + 5^2 \cdot 20$$

$$5 \cdot 456^2 - 46^2 \cdot 456^2$$

$$a_{11} = \frac{26^2 \cdot 366}{2}$$

$$\frac{1}{23} - \frac{1}{3} = \frac{2}{69}$$

$$23 \cdot 23 - 7 \cdot 23 \cdot 3 + 9 = 55$$

$$23(23 - 21) + 9 = 55$$

$$\frac{55}{26}$$

$$46$$

$$27$$

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{3} + 1 = \frac{1}{9} + \frac{3}{9} + \frac{9}{9} = \frac{13}{9}$$

$$\frac{1050 \cdot 14}{22}$$

$$\frac{55}{26} = \frac{5 \cdot 11}{2 \cdot 13}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

