



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 10

- ✓ 1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- ✓ 2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}.$$

При каком наибольшем t могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на t ?

- ✓ 3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
- ✓ 6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N

$$ab : 2^{15 \cdot 7^{11}} \Rightarrow ab \geq 2^{15 \cdot 7^{11}}$$

$$bc : 2^{17 \cdot 7^{18}} \Rightarrow bc \geq 2^{17 \cdot 7^{18}} \Rightarrow a^2 b c \geq 2^{55 \cdot 7^{68}}$$

$$ac : 2^{23 \cdot 7^{39}} \Rightarrow ac \geq 2^{23 \cdot 7^{39}} \quad a^2 b c^2 \geq 2^{55 \cdot 7^{68}}$$

Пересекаются нер-ва

~~непротиворечия~~

И.К. $a, b, c \in N$, то $abc \in N \Rightarrow a^2 b c^2 \in N$.

$a^2 b c^2 \geq 2^{55 \cdot 7^{68}}$, значит, это умножение вида

\times^2 Вхождение всех простых чисел четно (степень каждого простого в разложении ≥ 2)

Но 2^{55} имеет кв. степень, значит, общее

$abc \in N$, число $a^2 b c^2$ имеет хотя бы 2^{56} в разло-

жении,

$$a^2 b c^2 \geq 2^{56 \cdot 7^{68}} \Rightarrow abc : 2^{28 \cdot 7^{34}}$$

$a^2 b c^2 \geq 2^{56 \cdot 7^{68}} \Rightarrow abc c \geq 2^{28 \cdot 7^{34}}$ ~~Предположи~~,

что такое abc достичь не может, приведя

противоречие.

$$abc = 2^{28 \cdot 7^{34}}$$

$$a = 2^{10}$$

$$b = 7^{15}$$

$$c = 2^{13}$$

Значит, $abc \geq 2^{28 \cdot 7^{34}} \quad abc : 2^{28 \cdot 7^{34}}$

Из условия: $ac : 7^{39} \Rightarrow abc : 7^{39} \cancel{= abc}$

$$\cancel{abc} : 7^{39}$$

$$abc \geq 2^{28 \cdot 7^{34}}$$

Получаем $abc \geq 2^{28 \cdot 7^{34}}$ и $abc : 2^{28 \cdot 7^{34}}$, т.к.

это наименьшее число, и $a^2 b c^2 :$

Важнее, что $abc = 2^{28 \cdot 7^{34}}$ достается.

$$a = 2^{10} \cdot 7^{11}$$

$$b = 7^{15} \Rightarrow abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$$

$$c = 2^{13} \cdot 7^{28}$$

Ответ: $abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 9ab}$$

Пусть $a+b : m$, тогда и $(a+b)^2 : m$, но
также это означает, что в $(a+b)^2 - 9ab$ можно
делить $a+b$ на m , то и $(a+b)^2 - 9ab : m$.

$(a+b)^2 : m \Rightarrow 9ab : m$ Заметим, что т.к.

$\frac{a}{b}$ - кесократимся, то в их разложении
на простые неиз однозначно $\Rightarrow a+b : m$, и
такого m (а также его делители простого
деления) нет в разложении ни a ни b ,
также:

Пусть $m : p$ и $a : p$ (здесь p -простое, тогда)

$p \cdot k + b : p \cdot n \Rightarrow b : p$ - прост делится т.к.

$\text{НОД}(a, b) = 1$, т.к. $\frac{a}{b}$ кесократимся

Получаем, что все делители числа $a+b$ отли-
чны от делителей a и $b \Rightarrow$ делительное
число $a+b$

но $9ab : 8m \Rightarrow m$ не делит 9, т.к. иначе
 $a+b : m$, а но $9ab : m \Rightarrow 9 : m \Rightarrow m$ либо
9, либо 3

Пример для деления на 9.

$$a=5 \quad b=4$$

$$\frac{5+4}{25-140+16} = \frac{9}{-99} = -\frac{1}{11} \sim \text{можно сократить на 9.}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ.

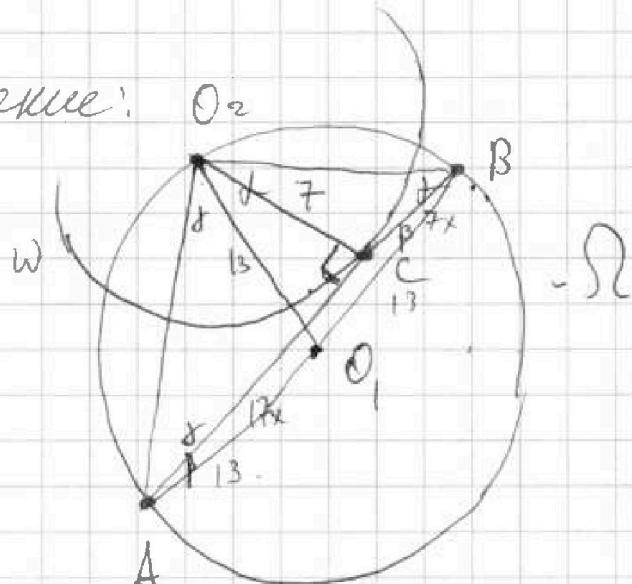
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3.

Дано:

$$\frac{AC_2}{CB} = \frac{17}{7}$$
$$r = 7$$
$$R = 13$$

AB - ?



Пусть O_1 и O_2 - центры окр-стей Ω и ω соответственно. $O_2C \perp AB$, т.к. AB -касательная к ω .

П.к. $A, O_2, B \in \Omega$, т.о. $\triangle O_2O_1B \sim \triangle O_2O_1A \sim \triangle O_1AB$ равнодедуктив., т.к. $O_2O_1 = O_1B = O_1A = R = 13$.

П.к. $O_1B = O_1A$ - ато $\triangle O_1OB$ -равнодедуктив $\Rightarrow \angle BOA = \angle O_1BA = \beta$

П.к. $O_1O_2 = O_1A = R = 13$, т.о. $\triangle O_1O_2A$ - равнодедуктив $\Rightarrow \angle O_1O_2A = \angle O_2AO_1 = \gamma$.

П.к. $O_1O_2 = O_1B = R = 13$, т.о. $\triangle O_1O_2B$ - равнодедуктив $\Rightarrow \angle O_1BO_2 = \angle O_1O_2B = \alpha$

П

П.к. $O_2C \perp AB$, т.о. $\triangle O_2CB \sim \triangle O_2CA$ р-нужно \Rightarrow
Из $\triangle O_2CB \sim \triangle O_2BC = \angle O_2BC = \angle ABD_1 = \alpha - \beta$.

$$O_2B^2 = O_2C^2 + CB^2 = 49 + 49x^2 \Rightarrow O_2B = \sqrt{49 + 49x^2} = 7\sqrt{x^2 + 1}$$

но Т. Пифагора

$$\text{такожико } O_2A = \sqrt{7^2 + 17^2x^2}$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \frac{O_2B}{7} = \frac{O_2B}{7} \text{ из } \triangle O_2CB \frac{7}{O_2B} \text{ из } \triangle O_2CB$$

$$\text{По Т. синусов из } \triangle AOB \frac{O_2A}{\sin(\alpha - \beta)} = 2R = 26 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin(\alpha - \beta) = \frac{O_2A}{26} \Rightarrow$$

$$\frac{O_2A}{26} = \frac{O_2B}{7} \Rightarrow 7O_2A = 26O_2B \Rightarrow 49O_2A^2 = 26^2O_2B^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$4O_2A^2 = 26^2 O_2B^2$$

$$7^2 \cdot (7^2 + 17^2 x^2) = 26^2 (7^2 + 7^2 x^2)$$

$$\cancel{7^4} + \cancel{17^2} \cdot \cancel{x^2} = 26^2 \cdot 7^2 + \cancel{26^2} \cdot \cancel{x^2} \quad | : 7^2$$

$$7^2 + 17^2 x^2 = 26^2 + 26^2 x^2$$

$$x^2 (26^2 - 17^2) = 7^2 - 26^2$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \frac{7}{O_2B} \quad 7 \cdot 26 = O_2A \cdot O_2B$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \frac{O_2A}{26} \Rightarrow$$

$$\cancel{\sqrt{7^2 + x^2} \cdot \sqrt{7^2 + 17^2 x^2}} = 7 \cdot 26 \quad | : 7$$

$$\sqrt{1 + x^2} \cdot \sqrt{7^2 + 17^2 x^2} = 26 \quad | \sqrt{}$$

$$(1+x^2)(7^2 + 17^2 x^2) = 26^2$$

$$7^2 + x^2(17^2 + 7^2) + 17^2 x^4 = 26^2$$

$$t = x^2$$

$$17^2 t^2 + (17^2 + 7^2)t - 26^2 + 7^2 = 0$$

$$\Delta = (17^2 + 7^2)^2 + 4 \cdot (26^2 + 7^2) \cdot 17^2$$

$$289t^2 + 338t - 627 = 0$$

$$t_1 = 1$$

$$t_2 = -\frac{338}{289}$$

$$1 + t_2 = -\frac{338}{289} \Rightarrow t_2 = -\left(\frac{338}{289} + 1\right)$$

$$t = x^2 \Rightarrow t_2 \text{ не подходит, т. к. она } < 0.$$

$t_1 = x^2 \Rightarrow x = \pm 1$, но x -длина, оставляем

только $x=1$, иначе смысла нет.

$$AB = AC + BC = 17x + 7x = 24x = 24.$$

Ответ: $AB = 24$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$y^2 = x^2 - 1 - x^2$$

$$y = -ax + 8b$$

$$y^2 = a^2x^2 - 16abx + 64b^2$$

$$y^2 = (a^2 + 1)x^2 - 16abx$$

$$(-ax - 12 + 8b)^2$$

$$(-ax + 8b - 12)^2 =$$

$$4b^2 - 12b + 8 \geq 0$$

$$\text{D} = 144 - 16 \cdot 8 = 144 - 128 = -16.$$

$$= a^2x^2 - 2ax(8b - 12) + 8b^2 -$$

$$b_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{16}}{2a}$$

$$= a^2x^2 - 16axb + 24ax + 64b^2 -$$

$$= 192b + 144$$

$$b_1 = 2 \quad b_2 = -1$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 24 \\ \hline 96 \\ + 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 192 \\ 16 \\ \hline 48 \\ 32 \\ \hline 16 \\ 16 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 32 \\ \hline 48 \\ + 72 \\ \hline 768 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 192 \\ 16 \\ \hline 16 \\ 32 \\ \hline 16 \\ 16 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$12^2 + 12 \cdot 20 \cdot 7$$

$$12(12 + 140) \\ 12 \cdot 152.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N4

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

Q3.

$$3x^2 - 6x + 2 \geq 0$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$D = 36 - 24 = 12 \quad x_1 = \frac{6 + \sqrt{12}}{6} \quad x_2 = \frac{6 - \sqrt{12}}{6}$$

$$x \in (-\infty; \frac{6 - \sqrt{12}}{6}] \cup [\frac{6 + \sqrt{12}}{6}; +\infty)$$

$$3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

$$\cancel{\text{Б}} \Rightarrow 3x^2 + 3x + 1 = 0, \quad D = 9 - 12 = -3 \Rightarrow \text{нет корней.}$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = (1 - 9x) + \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$3x^2 - 6x + 2 = (1 - 9x)^2 + 3x^2 + 3x + 1 + 2(1 - 9x)\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$1 - 9x = (1 - 9x)^2 + 2(1 - 9x)\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$1) \Rightarrow x \neq \frac{1}{9}$$

$$1 = 1 - 9x + 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$2\sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 9x \Rightarrow x \geq 0.$$

$$\cancel{4} \text{Б} 12x^2 + 12x + 4 = 81x^2$$

$$\cancel{8} \text{Б} 65x^2 - 12x - 4 = 0$$

$$D = 144 + 4 \cdot 4 \cdot 65 = 144 + 16 \cdot 65 = 1248$$

$$x_1 = \frac{-12 \pm \sqrt{1248}}{24} = -\frac{1}{2} + 52 = 51,5$$

$$x_2 = \frac{-12 - \sqrt{1248}}{24} = -\frac{1}{2} - 52 = -53,5.$$

x_2 не подходит, т.к. $x \geq 0$
 $x_1 = 51,5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2) x = \frac{1}{9}$$

Получили и проверим.

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{\frac{1}{27} - \frac{2}{3} + 2} - \sqrt{\frac{1}{27} + \frac{1}{3} + 1} = 0.$$

$$\sqrt{\frac{1}{27} + \frac{9}{3}} - \sqrt{\frac{1}{27} + \frac{1}{3} + 1} = 0$$

$$\sqrt{\frac{22}{27}} - \sqrt{\frac{37}{27}} = 0. \quad x = \frac{1}{9} - \text{корень из } 9$$

Возьмем в первом раз в квадрат,

предполагаем, что краевая часть ≥ 0 .
как видим, при этом верно это тождество.

Проверим: $x = 51,5$.

$$\sqrt{3 \cdot 51,5^2 - 6 \cdot 51,5 + 2} - \sqrt{3 \cdot 51,5^2 + 3 \cdot 51,5 + 1} = 1 - 51,5 \cdot 9 \\ 40.$$

$$1 - 51,5 \cdot 9 + \sqrt{3 \cdot 51,5^2 + 3 \cdot 51,5 + 1} \geq 0.$$

$$1 - 9x \geq \sqrt{3x^2 + 3x + 1} \geq 9x - 1 \text{ для проверки } x = 51,5.$$

Ответ: $x = \frac{1}{9}, x = 51,5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5. | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

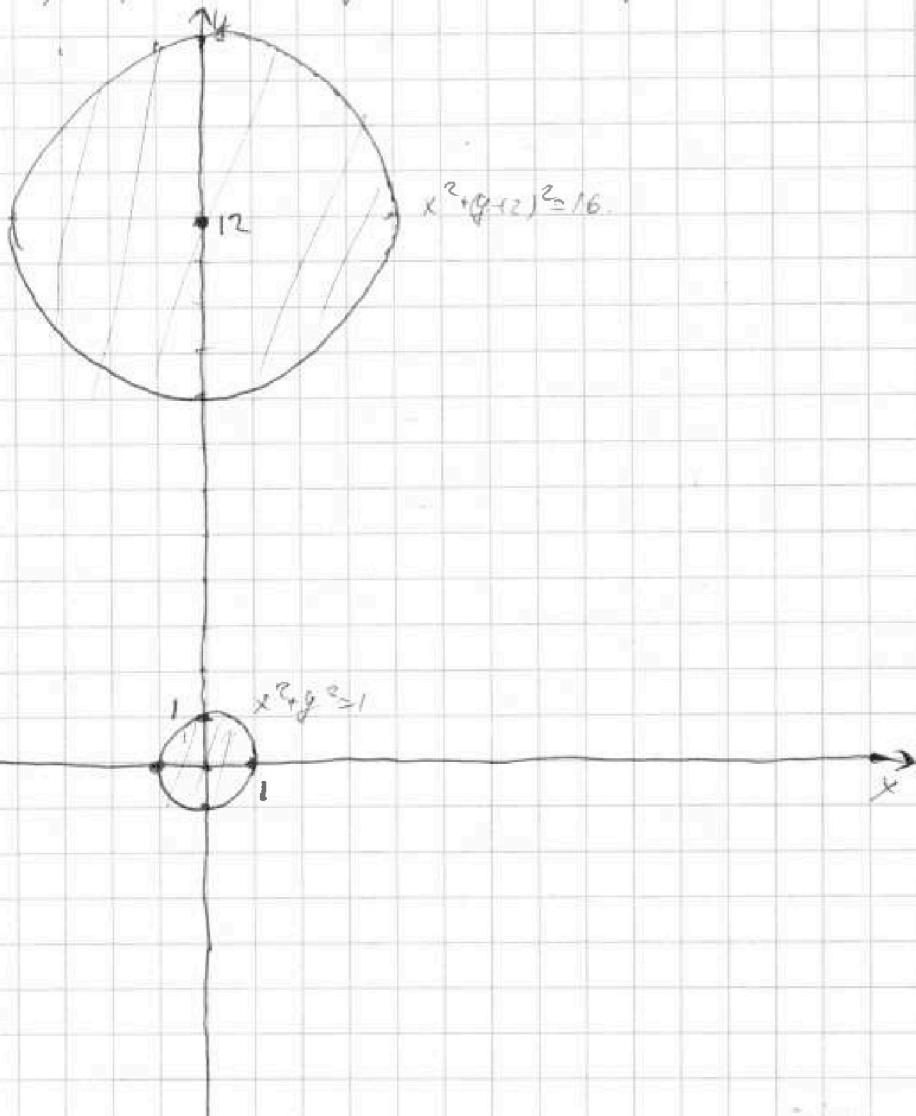
$$\begin{cases} \alpha xy - 8b = 0 \Rightarrow y = -\alpha x + 8b \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{1) } x^2 + y^2 - 1 \leq 0 \\ x^2 + (y-12)^2 - 16 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{2) } x^2 + (y-12)^2 - 16 \leq 0 \\ x^2 + y^2 - 1 \leq 0 \end{cases}$$

Рассмотрим обе случаи; предварительно
построив кривые $x^2 + y^2 - 1 = 0$ и $x^2 + (y-12)^2 - 16 = 0$.

1)



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ур - кр - 60 $x^2 + y^2 \leq 1$ говорит о том, что ищется
все точки внутри окр - ги $x^2 + y^2 = 1$. и на границе.
аналогично с ур - ем $x^2 + (y+12)^2 = 16$.

Получаемся, в случае 1) прямая $y = -ax + 8b$
должна либо пересекать окр - ги $x^2 + y^2 = 1$ и либо
касаться, либо не пересекать в окр - ги $x^2 + (y+12)^2 = 16$

Получаемся, что итак в ур система
имеет 2 решения, что ясно $y = -ax + 8b$
должна касаться как окр - ги $x^2 + y^2 = 1$, так
и ок - ги $x^2 + (y+12)^2 = 16$. т.к. если она будет
либо пересекать хотя бы одну из них, то имеем
единственное либо бесконечно множество решений

Это значит, что y не касается

1) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ y = -ax + 8b \end{cases}$ одно решение

2) $\begin{cases} x^2 + (y+12)^2 = 16 \\ y = -ax + 8b \end{cases}$ - также одно решение.

Решим систему 1.

$$\begin{cases} y^2 = 1 - x^2 \\ y = -ax + 8b \end{cases} \Rightarrow (-ax + 8b)^2 = 1 - x^2$$
$$a^2x^2 - 16abx + 64b^2 = 1 - x^2$$
$$a^2(x^2 + 1) - 16abx + 64b^2 - 1 = 0$$

одно решение - $D = 0$.

$$D = 256a^2b^2 - 4a^2(8b^2 - 1) = 0$$
$$D = 256a^2b^2 - 256a^2b^2 + 4 = 0$$

$$a^2 + 64b^2 - 16abx + x^2 - 1 = 0$$
$$(a^2 + 1)x^2 - 16abx + 64b^2 - 1 = 0$$
 одно решение - $D = 0$.

$$D = 256a^2b^2 - 4(a^2 + 1)(64b^2 - 1)$$
 отбросим x .

$$D = 256a^2b^2 - 4(64a^2b^2 - a^2 + 64b^2 - 1)$$

$$D = 4a^2 - 256b^2 + 4 = 0$$
$$4a^2 = 256b^2 - 4$$
$$a^2 = 64b^2 - 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Получаем, что чтобы система имела одно
решение $a^2 = 64b^2 + 1$.

Посмотрим в случае 2).

$$\begin{cases} (y-12)^2 + x^2 + (y-12)^2 = 16 \\ y = ax + 8b \end{cases}$$

$$x^2 + (-ax - 12 + 8b)^2 = 16$$

$$x^2 + a^2x^2 - 2ax(8b - 12) + (8b - 12)^2 = 16$$

$$x^2 + a^2x^2$$

$$x^2(a^2 + 1) - 16abx + 24ax + 64b^2 - 192b + 144 = 16$$

$$(a^2 + 1)x^2 + x(24a - 16ab) + 64b^2 - 192b + 128 = 0$$

решение одно $\Rightarrow D = 0$

$$D = (24a - 16ab)^2 - 4 \cdot (a^2 + 1)(64b^2 - 192b + 128) = 0$$

$$D = 576a^2 + 256a^2b^2 - 768a^2b - 4(64a^2b^2 - 192a^2b + 128a^2 + 64b^2 - 192b + 128) = 0$$

$$\oplus 64b^2 - 192b + 128 = 0$$

$$D = 576a^2 + 256a^2b^2 - 768a^2b - 256a^2b^2 + 768a^2b - 512 = 0$$

$$64a^2 - 356b^2 + 768b - 512 = 0 \quad | :16$$

$$a^2 - 4b^2 + 12b - 8 = 0 \quad \text{решение отброслено}$$

$$-4b^2 + 12b + a^2 - 8 = 0$$

$$D = 144 + 4(-4)(a^2 - 8) = 144 + 16a^2 - 128 = 16(a^2 + 1)$$

$$b = \frac{-12 \pm \sqrt{16a^2 + 16}}{8} = \frac{-12 \pm 4\sqrt{a^2 + 1}}{8} = \frac{-3 \pm \sqrt{a^2 + 1}}{2}$$

-8

Т.к. нам нужно решение обеих ур-ий, то
при фикс. a & b также должны быть подбираемы
и a и b . В первом случае

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} a^2 = 64b^2 + 1 \\ a^2 = 4b^2 - 12b + 8 \end{array} \right. \Rightarrow 60b^2 + 12b - 7 = 0$$

$$(2) \left\{ \begin{array}{l} a^2 = 64b^2 + 1 \\ a^2 = 4b^2 - 12b + 8 \end{array} \right. \Rightarrow b_{1,2} = \frac{-12 \pm \sqrt{16a^2 + 16}}{120} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 16a^2}}{120}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$D = 64a^2 - 256b^2 + 768b - 512 = 0.$$

$$a^2 - 4b^2 + 12b - 8 = 0$$

$a^2 = 4b^2 - 12b + 8$. - здесь было наложение
с верхней окр - 10.

(1) $\begin{cases} a^2 = 4b^2 - 12b + 8 \\ a^2 = 64b^2 - 1 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} a^2 = 4b^2 - 12b + 8 \\ a^2 = 64b^2 - 1 \end{cases}$ - это касание окр - 10.

(2-0). $60b^2 + 12b - 9 = 0$.

$$D = 144 + 240 \cdot 9 = 144 + 12 \cdot 12 \cdot 15.$$
$$b_{1,2} = \frac{-12 \pm \sqrt{144(1+15)}}{120}$$

$$b_1 = \frac{-12 + 12\sqrt{16}}{120} = \frac{120 + -12 + 48}{120} = \frac{36}{120} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}.$$

$$b_2 = \frac{-12 - 48}{120} = -\frac{1}{2}$$

$$a^2 \geq 0, \Rightarrow 4b^2 - 12b + 8 \geq 0$$

$$64b^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow 16b^2 \geq \frac{1}{64}$$
$$4b^2 - 12b + 8 \geq 0$$

$$4b^2 - 12b + 8 = 0 \Rightarrow D =$$

$$D = 144 - 128 = 16$$

$$b_4 = \frac{12+4}{8} = 2 \Rightarrow b \notin (1; 2) - \text{находут все}$$

$$b_3 = \frac{12-4}{8} = 1 \Rightarrow b, \text{ кроме } b \in (1; 2) \text{ т.к.}$$
$$\text{квадратный член } b^2 > 0.$$

Но это false, то корень b_1 не подходит, т.к.

Оба корня b_1 и b_2 как видно подходит
также в них значение a^2

$$a^2 = 64b^2 - 1 = 64b_1^2 - 1 = \frac{64 \cdot 9}{100} - 1 = \frac{16 \cdot 9 - 25}{25}$$

$$a = \pm \frac{\sqrt{119}}{5}$$

$$a^2 = 64b_2^2 - 1 = 64 \cdot \frac{1}{4} - 1 = 15 \Rightarrow a = \pm \sqrt{15}$$

$$\text{Ответ: } a = \pm \sqrt{\frac{119}{25}}, a = \pm \sqrt{15}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$
$$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 - 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = (1 - 9x)^2$$

$$3x^2 + 3x + 1 = 3x(x+1) + 1$$

$$3x(x-2) + 2$$

$$(3x(x+1)+1)(3x(x-2)+2)$$

$$\underbrace{(3x(x+1)+1)}_a \underbrace{(3x(x+1)+2-3x)}_{(3x(x+1)+2-3x)}$$

$$(a+1)(a-3x+2)$$

$$a^2 + a - 3ax + 2a - 3x + 2$$

$$3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 = 1 - 9x$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = c - a$$

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1 - 9x} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = \sqrt{b}$$

$$\cancel{\sqrt{a+b}} \quad a+b+a - 2\sqrt{a(a-b)} = b^2$$

$$2a+b - 2\sqrt{a(a-b)} = b^2$$

834

$$\frac{5+3}{25-7.15+9}$$

$$34 - 70 - 35$$

5 3

5 + 4

$$25+16-7 \cdot 20 \\ 412 \quad 140-41= \\ = 99$$

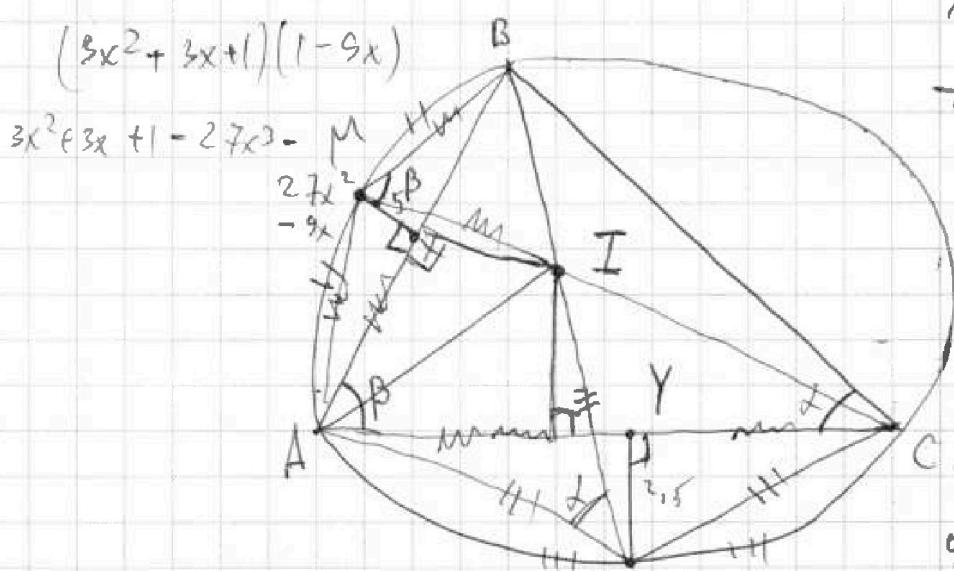
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

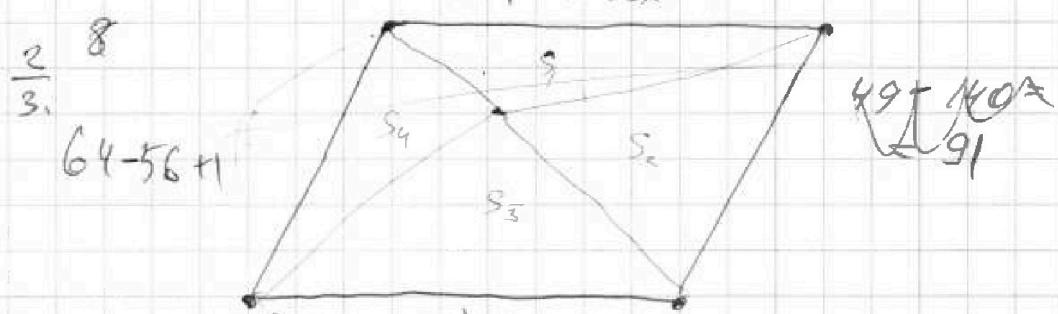


$$15(3x^2 + 3x + 1)$$

$$-60x > -17.$$

$$4 + 5 = 9.$$

$$\begin{aligned} AN^2 &= 25^2 + AP^2 & MN &= 4^2 - 7 \cdot 5 \cdot 4 + 25 \\ AM^2 &= 5^2 + AX^2 & 4x^2 - 4x + 1 + x^2 - 2x + 1 &= 16 + 25 = 49 - 28 \cdot 5 \\ &+ 28 & 4x^2 - 8x + 4 & S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = S \\ &8 + 1 & 4x^2 - 8x + 4 - x^2 + 2x - 2 & \end{aligned}$$



$$\frac{a+b}{a^2+7ab+b^2} = \frac{3(x^2-2x+1)-1}{3(x-1)^2-1} \quad a, b \text{ - различные числа}$$

$$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{2} \quad 3(x-1)^2-1+1-9x : m$$

$$\begin{aligned} 1-24+4 &= -29 & \sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} &= | -9x | \\ 3x^2-6x+2+3x^2+3x+1 & \\ 6x^2-3x+3 & - 2\sqrt{(3x^2+3x+1)(3x^2+3x+1-9x)} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$N4. \sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

$$\sqrt{3(x^2 - 2x + 1) + 1} - \sqrt{3(x^2 + x + 1) - 2x} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{a - 9x + 1} - \sqrt{a'} = 1 - 9x$$

$$a - 9x + 1 = 8a$$

$$3x^2 - 8x + 2 = 4x^2 - 4x + 1 + x^2 - 2x + 1$$

$$3x^2 + 3x + 1 = 4x^2 + 4x + 1 - x^2 - x$$

$$(2x+1)^2 - x(x+1)$$

$$x^2 + y^2 - 1 = ax$$

N6.

$$ax + y - 86 = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0.$$

$$x^2 + y^2 \leq 1$$

$$x^2 + y^2 = 1$$



$$x^2 + y^2 - 1 = 0$$

$$y^2 = 1 - x^2$$

$$y = ax + 86$$

$$ax^2$$

$$16 \cdot 9 =$$

$$= 90 + 9 \cdot 6 =$$

$$= 144 - 256 =$$

$$= 189.$$

$$\text{найдите } \left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 - 1 \leq 0 \\ x^2 + (y-12)^2 \leq 16 \end{array} \right.$$

$$x^2 + y^2 \leq 1$$

бесконечно много решений.

$$y = -ax + 86. \forall a, b = 0.$$

?

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

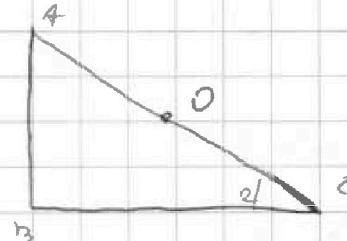
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



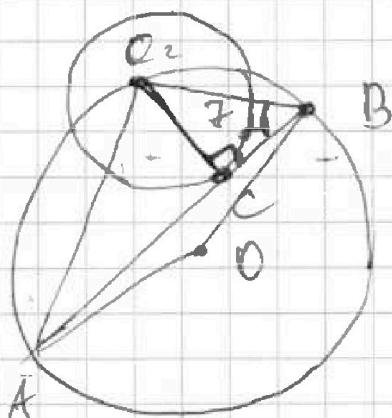
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



AB \angle \rightarrow \angle \rightarrow R?
 $\sin \alpha$



$$\sin \alpha = \frac{O_2B}{OA} = \frac{7}{17}$$

$\sin \alpha$

$$\frac{O_2A}{\sin \alpha} = 26$$

$$\frac{O_2B}{7} = \frac{O_2A}{\sin \alpha} = 26$$

$\sqrt{49 + 26^2} =$

$$t_1 + t_2 = -\frac{17^2 + 7^2}{17^2} = -1 - \left(\frac{7}{17}\right)^2$$

$$t_1 \cdot t_2 = \frac{7^2 - 26^2}{17^2}$$

$$\sqrt{(x^2 + 1)(7^2 + 17x^2)} =$$

$$= \sqrt{7x^2 + 17^2 x^4 + 7^2 + 17x^2} = x \sqrt{7^2 + 17^2 x^2 + 17^2} = 26.$$

$$7^2 = 49.$$

$$17^2 = 289$$

$$26^2 = 676.$$

$$49x^2 + 289x^4 + 49 + 289x^2 = 676.$$

$$\begin{array}{r} 77 \\ 17 \\ \hline 119 \\ + 17 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ 26 \\ \hline 52 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 156 \\ + 152 \\ \hline 308 \end{array}$$

$$289x^4 + 338x^2 + 49 = 676.$$

$$289x^4 + 338x^2 - 627 = 0.$$

$$289t^4 + 338t^2 - 627 = 0. \quad t = 1$$

$$\begin{array}{r} 289 + 338 = \\ = 589 + 38 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$6x^2 - 3x + 3$$

$$3(2x^2 - x + 1) = 2\sqrt{\dots} = 1 - 9x$$

$$\begin{aligned} & a(1 - 9x) + a^2 \\ & a^2 + a(1 - 9x) \end{aligned}$$

$$a(1 - 9x + a)$$

$$a^2 + a - 9ax$$

$$a^2 + a - 9(3x^2 + 3x + 1)x$$

$$3x^2 + 3x + 1 - 9x = (1 - 9x)^2 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$1 - 9x = (1 - 9x)^2 + 2\sqrt{\dots}$$

$$1 - 9x = (1 - 9x)^2 + 2(1 - 9x)\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$1 - 9x = t$$

$$t = t^2 + 2t\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$t + 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$$

$$t = 1 - 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

$$240 \cdot 5 = 1200 \quad 16 - 69$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\begin{array}{r} 69 \\ \times 16 \\ \hline 414 \\ + 69 \\ \hline 1104 \end{array}$$

ОДЗ:

$$3x^2 - 6x + 2 \geq 0$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$D = 36 - 24 = 12$$

$$x_1 = \frac{6 + \sqrt{12}}{6}, \quad x_2 = \frac{6 - \sqrt{12}}{6} \Rightarrow x \notin \left(\frac{6 - \sqrt{12}}{6}, \frac{6 + \sqrt{12}}{6} \right).$$

$$3x^2 - 6x + 2 \geq 0$$

$$3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

$$D = 9 - 12 = -3. \text{ Всегда } > 0.$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1 + 1 - 9x}$$

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1 + 1 - 9x} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x \quad \text{Возведём в квадрат.}$$

$$3x^2 + 3x + 1 + 1 - 9x + 3x^2 + 3x + 1 - 2\sqrt{(3x^2 + 3x + 1)(3x^2 + 3x + 1 - 9x)} = (1 - 9x)^2$$

$$6x^2 - 3x + 3 - 2(3x^2 + 3x + 1)\sqrt{(3x^2 + 3x + 1)(1 - 9x)} = 1 + 81x^2 - 18x$$

$$2(3x^2 + 3x + 1)\sqrt{(3x^2 + 3x + 1)(1 - 9x)} = 75x^2 - 15x - 2.$$

$$\sqrt{3(x^2 - 1)^2 - 1} - \sqrt{3(x-1)^2 - 9x} = 1 - 9x$$

$$3(x-1)^2 - 1 + 3(x-1)^2 - 9x - 2\sqrt{(3(x-1)^2 - 1)(3(x-1)^2 - 9x)} = (1 - 9x)^2$$

$$3x^2 - 6x + 3 - 1 + 3x^2 - 6x + 1 - 9x - 2\sqrt{(3(x-1)^2 - 1)(3(x-1)^2 - 9x)} = 81x^2 + 1 - 18x$$

$$6x^2 - 3x + 3 - 2\sqrt{(3(x-1)^2 - 1)(3(x-1)^2 - 9x)} = 81x^2 + 1$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1) ab \geq 2^{15} \cdot 7^{11} \quad ac \geq 2^{23} \cdot 7^{18}$$

$$bc \geq 2^{17} \cdot 7^{18} \quad abc^2 \geq 2^{55} \cdot 7^{68}$$

$$abc \geq 7^{34} \cdot 2^{27} \cdot \sqrt{2} \Rightarrow abc \geq 7^{34} \cdot 2^{28}$$

$$\text{MHD}(a, b) = 1$$

2)

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 9ab}$$

$$\frac{(a+b)}{a^2 - 7ab + b^2}$$

$$\frac{(a+b)}{(a+b)^2 - 9ab}$$

3)

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\frac{|a+b|}{(a+b+3)(a+b-3)}$$

$$\sqrt{3x^2 - 3x + 1} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}$$

$$3x^2 - 6x + 1 = (\sqrt{3x^2 - 7})^2$$

$$\frac{(a+b)}{(a-b)^2 - 9ab}$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

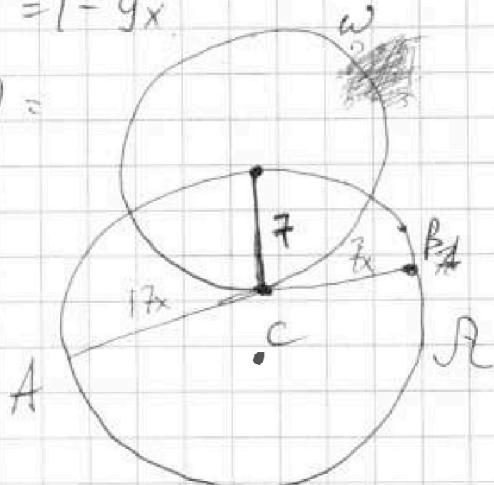
$$(3x^2 - 6x + 2) - (3x^2 + 3x + 1) =$$

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1} = a$$

$$3x^2 - 6x + 2 = a - 9x + 1$$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = b$$

$$a+b + a - 2\sqrt{a^2 + ab} = b^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a = 2$$

$$a = 2^{10}$$

$$b = 2^7$$

$$c = 2^{12}$$

$$b = 2^5$$

$$a = 2^{10}$$

$$c = 2^{13}$$

$$7^{68}$$

$$x + y + z + 2 + x = 7^{68}$$

$$\alpha = 2^8$$

$$b = 2^7$$

$$c = 2^{10}$$

$$c = 2$$

$$34$$

$$\alpha = 2^{15}$$

$$a = 2$$

$$x + y = 15$$

$$c =$$

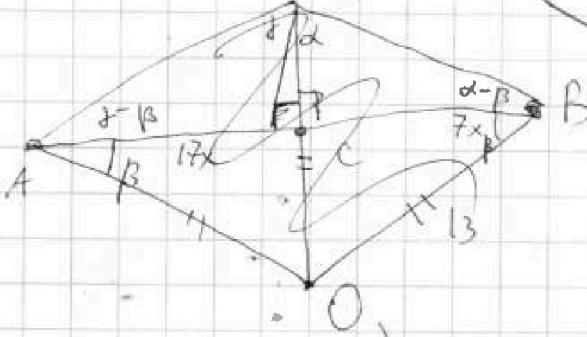
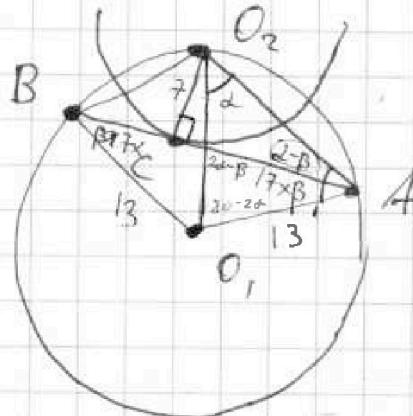
$$9 + 2 = 17$$

$$x + z = 23.$$

$$x + z = 23.$$

$$O_2$$

$$B$$



$$\frac{7}{\sin(\alpha-\beta)} = O_2 A$$

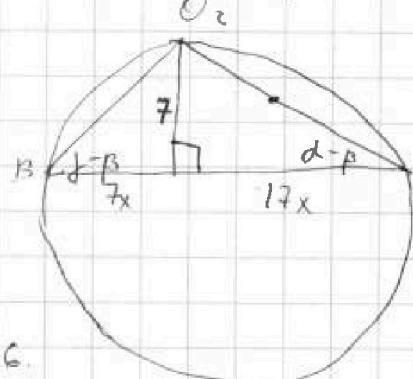
$$\frac{7}{\sin(\alpha-\beta)} = O_2 B$$

$$\frac{O_2 B}{\sin(\alpha-\beta)} = 26$$

$$2 * \beta = 96^\circ$$

$$2 * \beta \in 90^\circ$$

$$\alpha = \beta$$



$$O_2 B = \sqrt{49 + 100x^2}$$

$$C: B = \sqrt{1 + x^2}$$

$$O_2 A = \sqrt{7^2 + 17^2 x}$$

$$\frac{BO_2}{\sin(\alpha-\beta)} = 26$$

$$\frac{O_2 A}{\sin(\alpha-\beta)} = 26$$

$$\frac{7}{7} \cdot O_2 A = O_2 A$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$b_{1,2} = \frac{-12 \pm \sqrt{12 \cdot 152}}{120}$$
$$b_1 = \frac{-12 + \sqrt{12 \cdot 152}}{120}$$
$$b_2 = \frac{-12 - \sqrt{12 \cdot 152}}{120}$$

Удобно упр-е (2) ището число реш., т.о

$$4b^2 - 12b + 8 \geq 0$$

$$D = 144 - 128 = 16$$

$$b_{x1} = \frac{12 - 4}{8} = -1$$
$$b_{x2} = \frac{12 + 4}{8} = 2$$

тогда $b \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$.
т.к. $b^2 \geq 0$.

Проверка среди b_1 и b_2 не

должны b_1 и b_2 .

$$b_1 = \frac{-12 - \sqrt{12 \cdot 152}}{120} < \frac{-12 - \sqrt{12 \cdot 12^2}}{120} = \frac{-24\sqrt{2}}{120} > -1$$

$b_1 < 2$ \Rightarrow b не подходит.

$$b_2 = \frac{-12 + \sqrt{12 \cdot 152}}{120} > \frac{-12 + \sqrt{12^3}}{120} = \frac{-12 + 12\sqrt{2}}{120}$$

$$12 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 9$$

$$12 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3$$

$$12 \cdot 12 \cdot 15$$

$$4b^2 - 12b + 8 = 0$$

$$D = 144 - 16$$

$$b_1 = \frac{12 - 4}{8} = 2$$

$$b_2 = 1$$