



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 4

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
- [6 баллов] Дано треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

М2
Заметим, что a, b, c не содержат в себе простых множителей, отличных от 2, 3 и 5, кроме которых можно убрать и умножить abc .

Умножая три выражения, получим следующее:

$(abc)^2 : 2^{36}$, $(abc)^2 : 3^{59}$. Из первого $abc : 2^{18}$ (также очевидно выходит из трех сильных множителей), а из второго, т.к. $a^2b^2c^2$ содержит все простые множители в четной степени, то $(abc)^2 : 3^{60}$ и $abc : 3^{30}$. Итак, $ac : 5^{20}$, то $abc : 5^{28}$, Итак $abc : 2^{18}3^{30}5^{28}$
 $\Rightarrow abc \geq 2^{18}3^{30}5^{28}$. Оценка подтверждается при $a = 2^43^95^{11}$, $b = 2^23^4$, $c = 2^{12}3^{17}5^{14}$

Ответ: $2^{18}3^{30}5^{28}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1/3

Нужно $y = \arccos(\sin x)$, $y \in [0; \pi]$ и $\cos y = \sin x$

$$\Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} - y\right) = \sin x \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} - y\right) - \sin x = 0 \Leftrightarrow$$

$$2\cos\left(\frac{x-y}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{x-y}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x-y}{2} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ \frac{x-y}{2} + \frac{\pi}{4} = \pi k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-y = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ -x+y = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - \frac{\pi}{2} - 2k\pi \\ y = \frac{\pi}{2} - x + 2k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Заметим, что если x_0 — корень исходного уравнения, то $x_0 + 2\pi k$ — не корень, т.е. левая часть не изменится, а правая уменьшится, и мы окажем знатоками $\arccos k_1$ и k_2 перепроверять,臺灣 образом, уравнения не более 2 корней.

Заметим, что $-\frac{\pi}{2}$ и $\frac{7\pi}{6}$ не корни:

$$\operatorname{arccos}(\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)) = \operatorname{arccos}(-1) = 10\pi = 9\pi - 2\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\operatorname{arccos}(\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)) = \operatorname{arccos}\left(-\frac{1}{2}\right) = 10 \cdot \frac{2\pi}{3} = \frac{20\pi}{3} = 9\pi - 2\left(\frac{\pi}{3}\right).$$

Очевидно: $-\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

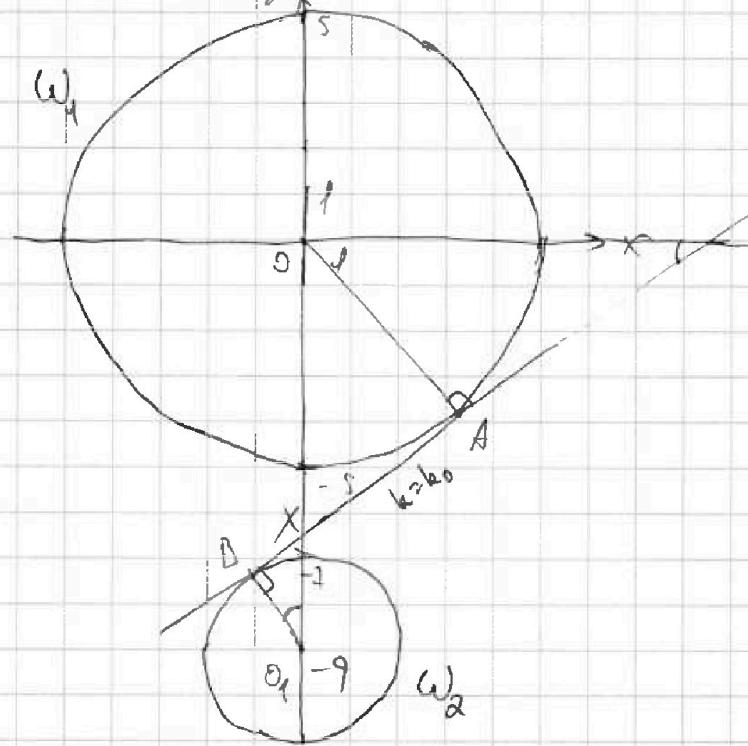
$$\sqrt{4} \cdot 5x + 5y - 6 = 0 \quad \textcircled{1}$$

$$2(x^2 + y^2 - 25) \cdot (x^2 + y^2 + 25) = 0 \quad \textcircled{2}$$

Решим \textcircled{2} в Oxy: \textcircled{2}: \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + y^2 + 25 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ (x^2 + y^2 + 25)^2 = 4 \end{cases}

* - окружность ω_1 с центром $O(0;0)$ и $R_1 = 5$

** - окружность ω_2 с центром $O_2(-9;0)$ и $R_2 = 2$



При $a=0$ \textcircled{1} - прямая, при $a=0$ и $b=0$ $x=0$,

и 4 пересечения с ω_1 при $a \neq 0$ $y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$

Ясно, что эллипса левее танка b не обойти геометрически
такого сбоя прямой. Значит, геометрически решать
такие k, при которых d прямая

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Причём их не более 4, и надо чтобы прямая
пересекла все вертикальные
координатные оси (то есть не пересекалась с ними).
Если нарисовать сколько-нибудь
($b \geq 2, 0$), то прямая не пересечёт обе координатные
координатные оси - одна будет вертикальная, а другая горизонтальная,

нулевые эти коэс. w_1 и w_2 б/д в A и B , $A \neq 0, 0 \neq X$.

$$\Rightarrow O_1X + O_2X = 4 \quad \text{и} \quad \frac{O_1X}{O_2X} = \frac{O_1B}{OA} = \frac{2}{5} \quad (\text{из условия } \Delta OAK \sim \Delta O_1BX)$$

$$\Rightarrow O_1X = 2 \quad \text{и} \quad O_2X = \frac{18}{5}. \quad \text{Тогда } k = \frac{O_1Y}{O_2X} = \frac{18}{5}$$

$\angle OPK = \alpha$, тогда $k = \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} OPK = \operatorname{tg}(90^\circ - \angle OXP) = \operatorname{tg}(90^\circ - \angle O_1XB) = \operatorname{tg} B_1OX$

$$\Rightarrow \cos \angle B_1OX = \frac{R_1O_1}{O_1X} = \frac{2}{\frac{18}{5}} = \frac{5}{9} \Rightarrow \sin \angle B_1OX = \frac{\sqrt{41}}{9} \Rightarrow \operatorname{tg} \angle B_1OX = \frac{4\sqrt{2}}{5}$$

Значит, $k > \frac{4\sqrt{2}}{5}$. Аналогично при $k < 0$, $k < -\frac{4\sqrt{2}}{5}$.

$$\text{Учитывая } |k| > \frac{4\sqrt{2}}{5} \text{ и } \left| -\frac{5}{6a} \right| > \frac{4\sqrt{2}}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5}{6a} > \frac{4\sqrt{2}}{5} \\ \frac{5}{6a} < -\frac{4\sqrt{2}}{5} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a < \frac{35}{24\sqrt{2}} \\ a > -\frac{35}{24\sqrt{2}} \end{cases}. \quad \text{Объединяя с } a=0: a \in \left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}, \frac{35}{24\sqrt{2}} \right).$$

Ответ: $\left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}, \frac{35}{24\sqrt{2}} \right)$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5

$$\log_4^4 x - \log_4 x^{11} = \log_4 x^3 \frac{1}{11} - 5; \quad \text{①} \quad \log_4^4(0.5y) + \log_4 y = \log_4(0.5y^4) \quad \text{②}$$
$$(\log_4 x)^4 - (\log_4 x)^{11} = \frac{1}{3} \cdot (-2) \cdot \log_4 x^{11} - 5 \quad (=)$$
$$xy = ?$$

Пусть $\log_4 x = z$ и $\log_4(0.5y) = v$

тогда уравнение ① можно переписать в виде

$$\cancel{\log_4^4 x} \rightarrow \log_4 x - \frac{6}{\log_4 x} = \frac{1}{3} \cdot (-2) \cdot \log_4 x^{11} - 5 \quad (=)$$

$$(=) z^4 - \frac{6}{z} = -\frac{2}{3z} - 5 \quad \text{при } x > 0 \text{ и } x \neq 1.$$

$$\text{и } \text{②: } \log_4^4(0.5y) + \frac{1}{\log_4(0.5y)} = \frac{1}{3} \cdot (-3) \cdot \log_{0.5y} 11 - 5 \quad (=)$$

$$(=) v^4 + \frac{1}{v} = \frac{-13}{3v} - 5 \quad \text{при } 0.5y > 0 \text{ и } 0.5y \neq 1$$

Преобразуем при $z \neq 0$ и $v \neq 0$:

$$\begin{cases} z^4 - \frac{6}{z} = \frac{-2}{3z} - 5 / \cdot 3z \\ v^4 + \frac{1}{v} = \frac{-13}{3v} - 5 / \cdot 3v \end{cases} \quad (=)$$

$$(=) \begin{cases} 3z^5 - 18z = -2 - 15z \\ 3v^5 + 3 = -13 - 15v \end{cases} \quad (=) \begin{cases} 3z^5 + 15z + 16 = 0 \\ 3v^5 + 15v + 16 = 0 \end{cases} \quad \text{※} \quad \text{※}$$

Заметим что $f(x) = 3x^5 + 15x + 16$ — вогнутая
т.к. $f'(x) = 15x^4 + 15 > 0$, поэтому ※ и ※ имеют
то же значение т.к. $f'(x) > 0$ для $x \neq 0$ и ① и ②

также не имеет более 1 корня \Rightarrow преобразование xy
приводит к $z = v$ (значит $x = 0.5y$). Далее скажем ① и ②:

$$3(z^5 + v^5) + 15(z + v) = 0.$$
 Заметим, что $zv = 0$ не подходит.

Значит $z = v = 0 \quad (=) \log_4 x + \log_4 \frac{x}{2} = 0 \quad (=) \log_4 \frac{x^2}{2} = 0 \quad (=)$

$$\Leftrightarrow \frac{xy}{2} = 1 \quad \Leftrightarrow xy = 2$$

Ответ: 2.



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№7
Дано:

$\triangle ABC$ - тупо. шир.
 AA_1, BB_1, CC_1 - высоты
 M - центроид
 $\angle B = 65^\circ$ $\angle C = 40^\circ$
 $SM \perp SL$; $P, Q; S^P = MQ$
 $S_{\triangle ABC} = 180$; $SA = BC = 20$

a) $AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = ?$
 $\delta(x(S_{BC} \cap ABC)) = ?$ в чём
 $(KCS) P M$
 $SN > 6; R_N = 8$

Решение:

$$\text{a)} AL = AK$$

как оср.

касательный

и т.д. Далее

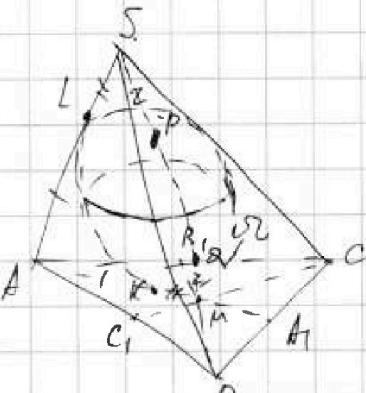
по теореме о

касательной и

треугольнике

$(SLM) \subset (SKM)$:

$$SL^2 = SP \cdot SQ; MK^2 = MQ \cdot MP$$



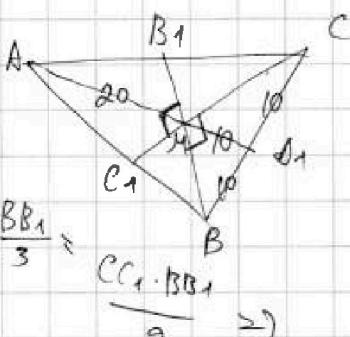
$$SL^2 = SP \cdot SQ = MQ \cdot (MQ + PQ) = MQ \cdot MP = MK^2 \Rightarrow SL = MK$$

$\Rightarrow AM = SA = 20 = BC$. Рассм $\triangle ABC$:

$$AM = 20 \Rightarrow M_1 = \frac{AM}{2} = P = \frac{BC}{2} = BB_1 = CC_1$$

$\Rightarrow \triangle BMC$ - тупо. шир. Далее,

$$S_{\triangle ABC}/6 = S_{C_1MB} = \frac{1}{2}, C_1M \cdot MB = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{CC_1 \cdot 2BB_1}{3} =$$



$$\Rightarrow CC_1 \cdot BB_1 = \frac{3}{2} S_{\triangle ABC} = 270 \Rightarrow AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 30 \cdot 270 = 8100.$$

Ответ: а) 8100.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$AF^2 = EF \cdot C'F \quad \frac{CE}{C'F} = \frac{CE}{EC} \\ AC^2 = AD \cdot DB \quad SO = MO = 0 \quad \sin \alpha = \frac{a}{28} \quad (96)$$

$$\frac{AC}{CF} = "CE \cdot CC" \quad 5$$

$$\cos^2 z$$

$$\frac{CF}{AF} \geq \frac{AP}{2R}$$

$$AP^2 = CF \cdot 2R$$

10

$$\mathcal{U}_R = \mathcal{U}_F \cdot m^2$$

80 1807-1 (CMA)

19

$$CMB = CM_{MB} = 60$$

$$A_1 M \cdot M B = A M \cdot M A_1 = 60$$

$$M_a M_b M_b = \cancel{30^2} \quad \sqrt{30^3} = 30\sqrt{30}$$

A graph on grid paper showing a curve with a sharp corner (cusp) at the origin. The curve has a vertical tangent line at the cusp. It passes through the second quadrant, crosses the x-axis, and then curves upwards and to the right.

$$(E \cdot CC) = AD \cdot AB$$

$$\frac{CE}{CF} \cdot \frac{CC'}{CF} = \frac{AC^2}{CF^2}$$

$$\left(\frac{AC}{FE}\right)^2 = ?$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

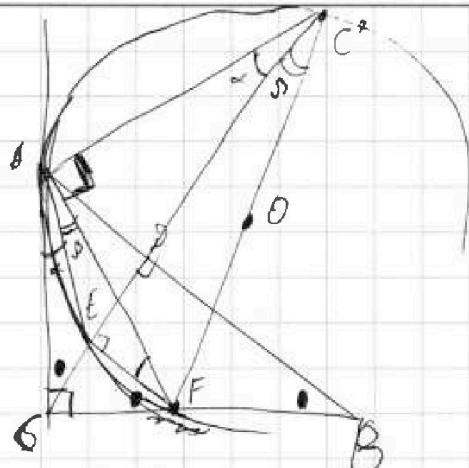
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{ctg} \alpha = \text{tg} \beta$$

$$90^\circ - \alpha = \beta$$

$$90^\circ - \beta = \gamma$$

???

tg γ

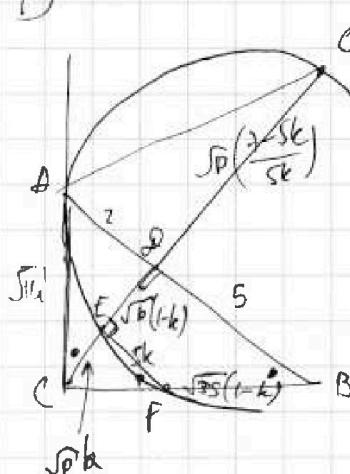
$$\frac{tg \gamma}{tg \beta} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$$

$\frac{AP}{\sqrt{10k}} = \sqrt{2}$

$$\frac{AP^2}{k^2} = 4 \sin^2 \gamma = \frac{2 \cdot 2}{3/5}$$

$$25k^2 + 10k + 2 + 10k^2 - 20k + 10 =$$

$$= 35k^2 - 10k + 12$$



$$\frac{7}{5k} - 1 + 1 - k =$$

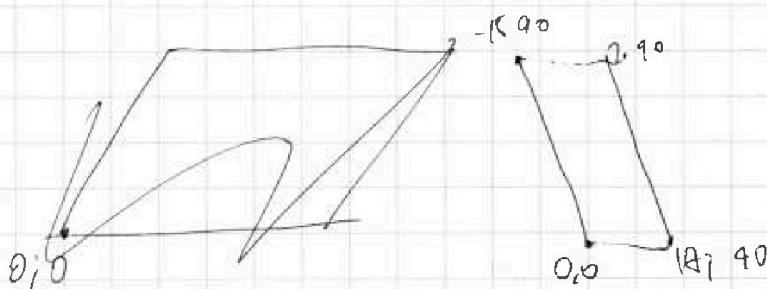
$$= \frac{7 - 5k^2}{5k}$$

$$\frac{14}{50k} \rightarrow \sqrt{10} =$$

$$= \sqrt{10} \left(\frac{7}{5k} - 1 \right)$$

$$k^2 = 10 \left(\frac{7 - 5k^2}{5k} \right)^2 / 25k^2$$

$$6x_1^2 - 6x_1 - y_2^2 - y_1 = 6(x_2 - 1) - 6x_1 + (y_2 + 6) - y_1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

11:52

$$ab = 2^6 \cdot 3^5 \cdot 5^{11}$$

$$bc = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^{13}$$

$$ac = 2^6 \cdot 3^5 \cdot 5^8$$

$$\begin{array}{r} 2 \mid 3 \mid 5 \\ \hline a \quad 4 \quad | \\ b \quad 2 \quad | \\ c \quad n \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \mid 3 \mid 5 \\ \hline 9 \quad 4 \quad 3 \quad 9 \\ b \quad 2 \quad 10 \quad 2 \\ c \quad 3 \quad 2 \quad 15 \end{array}$$

$$x+y=15$$

$$y+z=21$$

$$x+z=29$$

$$(a^2 bc) = 2^{17} \cdot 3^8 \cdot 5^{39}$$

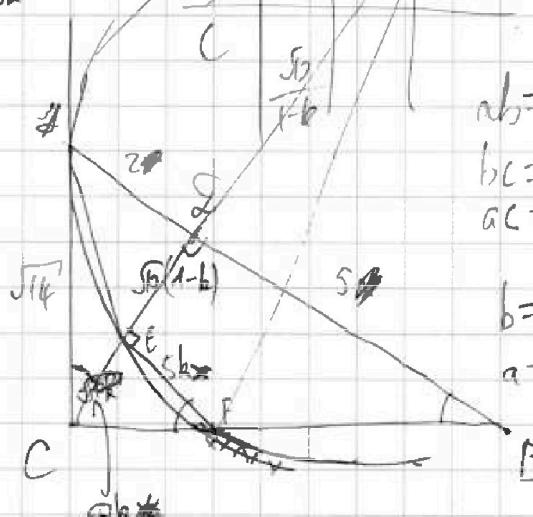
$$(abc)^2 = 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52} \quad \Rightarrow \quad abc = 2^18 \cdot 3^30 \cdot 5^{28}$$

abc

$$k^2 - 2k - \frac{2}{5}k + \frac{2}{5} = 0$$

$$t^2 + p^3 \Leftrightarrow t^2 = p^4$$

$$\left(\frac{2}{\sqrt{p}k}\right)^2 = \frac{4}{5k^2}$$



$$\begin{array}{r} 1 \mid 2 \mid 3 \mid 5 \\ \hline a \quad 4 \quad 10 \quad 3 \\ b \quad 2 \quad 3 \quad 5 \\ c \quad 12 \quad 22 \quad 15 \end{array}$$

$5k^2 - 12k + 7 = 0$
 $D = 289 - 140 =$
 $= 149$
 $\frac{2}{5}(1-k) = k(1-k)$

$$ab = 2^6 \cdot 3^5 \cdot 5^{11}$$

$$bc = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^{13}$$

$$ac = 2^6 \cdot 3^5 \cdot 5^8$$

$$b = 2^3$$

$$a = 2^4 \cdot 3^5$$

$$c = 2^6 \cdot 3^5 \cdot 5^8$$

$$AB = 1.4BD$$

$$AD = 0.4BD$$

$$k = \frac{17 + \sqrt{149}}{10}$$

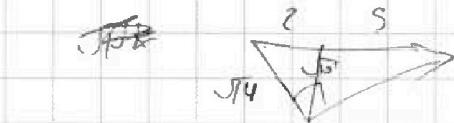
$$k = \frac{17 - \sqrt{149}}{10}$$

$$\frac{S_{CEF}}{S_{CEF}} = 7$$

показать:

$$14 = \sqrt{p}k \cdot \left(\sqrt{10} + \frac{\sqrt{10}}{1-k}\right)$$

ΔPCE



$$2 \leftarrow \sqrt{10}(1-k) \rightarrow$$

$$x = \frac{10}{\sqrt{10}(1-k)} = \frac{\sqrt{10}}{1-k}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

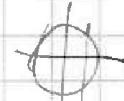
yefo [] yefo []

$$\arccos(\sin x) = y$$

4

$$\sin x = \cos y$$

$$x = \arcsin y$$

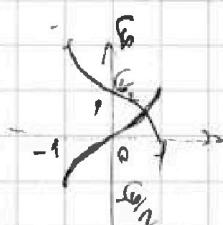


~~$$\arccos(\sin x) = \arcsin(\cos y) = 0$$~~

~~$$\sqrt{1 - r^2} =$$~~

$$\frac{5}{6a} = \frac{4\sqrt{2}}{2}$$

$$\sqrt{1-x^2}$$



$$\sin x = \cos y$$

$$6a = \frac{35}{4\sqrt{2}}$$

$$\sin x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - y\right) \quad a = \frac{35}{24\sqrt{2}}$$

$$\begin{cases} x + \frac{b}{2} - y = \phi + 2k\pi \\ x = \frac{b}{2} - y + 2k\pi \end{cases}$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$(y+9)^2 + x^2 = 25$$

$$a=0 \Rightarrow \checkmark$$

$$x = \frac{b}{5}, \quad b = 0 \quad \checkmark$$

$$b \in \{-10, 10\} \quad \text{no } x$$

$$\text{add:}$$

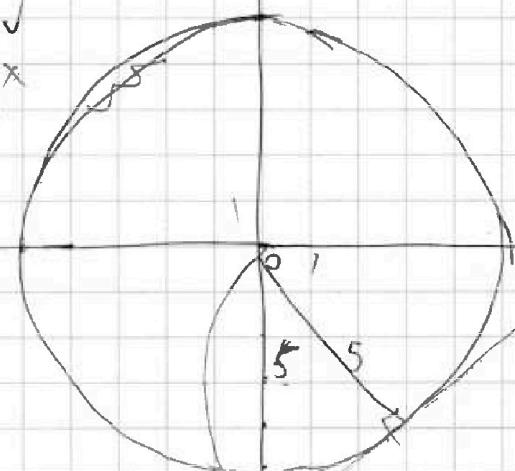
$$y = -\frac{5}{6a} x + \frac{b}{6a}$$

$$6ay = b - Ex$$

$$\sin x =$$

$$\cos \phi = \frac{2}{9} \quad \sin \phi = \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

$$\tan \phi = \frac{4\sqrt{2}}{2}$$



$$y = k \cos \phi$$

$$\frac{7}{2}x = 9$$

$$x > \frac{5}{2}x = 9$$

$$x = \frac{18}{7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ



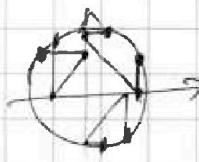
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$6axb = 48$$

$$0 \leq 10\arccos \leq 10\pi$$

$$0 < 9\pi - 2x < 10\pi$$

$$-4\pi \leq -2x \leq 6$$



$$9\pi \geq 2x \geq -5\pi$$

$$\frac{9\pi}{2} \geq x \geq -\frac{5\pi}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 9\pi - 2x$$

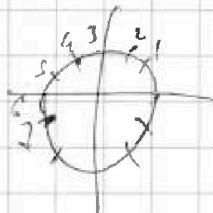
$$-4\pi = -8x$$

$$x = -\frac{\pi}{2}$$

$$10\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 9\pi + 2x$$

$$12x = 14\pi$$

$$x = \frac{7\pi}{6}$$



$$\log_{0.5g}^3(17^{13})$$

$$\frac{2\pi}{3}$$

$$1$$

$$\overline{\log_{(17^{-13})}(0.5g)^3}$$

$$\frac{-20\pi}{3} = 16 - \frac{2\pi}{3}$$

$$\frac{6}{2}$$

$$t^4 - \frac{6}{t} = -\frac{2}{3t} - 5$$

$$u^4 + \frac{1}{u} = -\frac{13}{3u} - 5$$

$$3u^5 + 3 = -13 - 15u$$

$$3u^5 + 15u + 16 = 0$$

$$\text{log}_{11} X = 2 \quad V$$

$$y = x - \frac{\pi}{2} + T$$

$$y = \frac{\pi}{2} - x + T \quad \text{log}_{\frac{1}{2}}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - y\right) = \cos y$$

$$\begin{cases} x+y = \frac{\pi}{2} \\ x-y = \frac{3\pi}{2} \\ x+y = -\frac{\pi}{2} \\ x+y = -\frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

$$2\sin\left(\frac{x-y}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$2\cos\left(\frac{x-y}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{x-y}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$\begin{cases} \frac{x-y}{2} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ -x+y = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ -x+y = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x - \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ y = \frac{\pi}{2} - x + 2k\pi \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_{11}^4 x - \log_{11} x = \log_{11} x^{\frac{1}{12}} - 5$$

$$\begin{array}{l} x > 0 \\ x \neq 1 \end{array}$$

$$14 - \frac{6}{t} = \frac{-2}{3t} - 5$$

$$\frac{1}{3} \log x^{\frac{1}{12}} - 2$$

$$3t^5 - 18 = -2 - 15t$$

$$\begin{array}{l} 22 \text{ и } 38 \\ -\frac{2}{3} \log x^{\frac{1}{12}} = -\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{t} \end{array}$$

$$3t^5 + 15t - 16 = 0$$

$$\begin{array}{l} 13421028+1 = 60 \\ 2 \\ = 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} ab : 5^{11} \\ bc : 5^{13} \\ ac : 5^{28} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} ab : 5^{11} \\ bc : 5^{13} \\ ac : 5^{28} \end{array}$$

$$abc / 5^{28}$$

$$\begin{array}{l} ab : 3^{13} \\ bc : 3^{14} \\ ac : 3^{26} \end{array}$$

25k

$$a = 2^4 \cdot 5^4$$

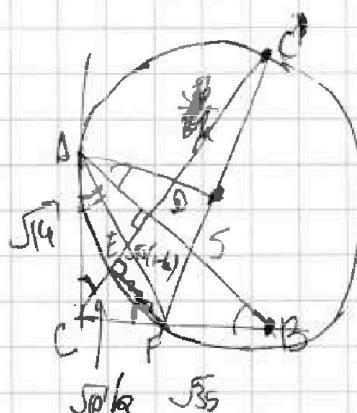


$$\begin{array}{l} 8453 \text{ a } b c \\ 5678 \quad 9412 \\ 8466 \end{array}$$

$$b = 2^2 3^4$$

$$\begin{array}{l} 2 \text{ a } b c \\ 4 \quad 212 \end{array}$$

$$c = 2^2 3^2 5^4$$



$$11 = 10k \left(1 - \frac{1}{1-k}\right)$$

$$x = \frac{14}{50k}$$

$$\frac{2}{5} = k \cdot \frac{2-k}{1-k}$$

$$\frac{2}{5}(1-k) = 2k - k^2$$

$$k^2 - 7k - \frac{7}{5}k + \frac{2}{5} = 0$$

$$\sqrt{85}(1-k) =$$