



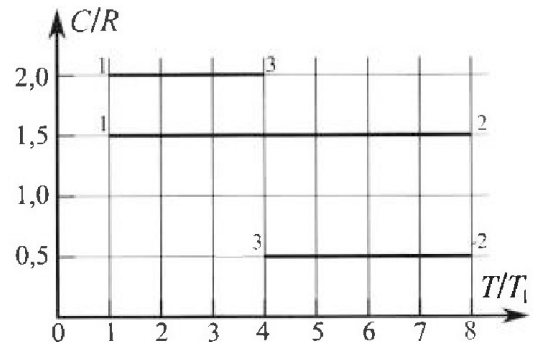
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 10-02

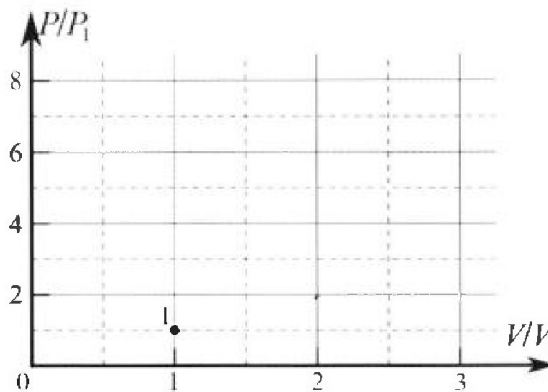
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и
радикалы.



4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна $T_1 = 200 \text{ K}$, универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{K)}$.

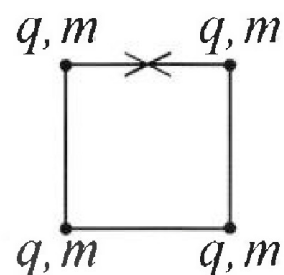


- 1) Найдите работу A_{31} внешних сил над газом в процессе 3-1.
- 2) Найдите КПД η цикла.
- 3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной a (см. рис.). Сила натяжения каждой нити T .

- 1) Найдите абсолютную величину $|q|$ заряда каждого шарика. Одну нить пережигают.
 - 2) Найдите кинетическую энергию K любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.
 - 3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?
- Электрическая постоянная ϵ_0 . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

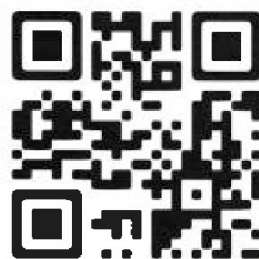




Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и
радикалы.



1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол $\alpha = 45^\circ$ с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета $L = 20$ м.

1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью V_0 к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна $H = 3,6$ м.

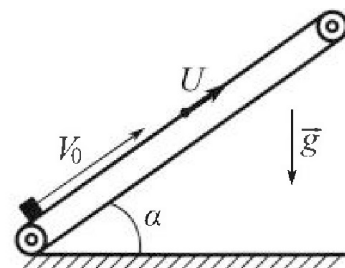
2) На каком расстоянии S от точки старта находится стенка?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,6$ (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 6$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = 0,5$.

Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь S пройдет коробка в первом опыте к моменту времени $T = 1$ с?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью $U = 1$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 6$ м/с (см. рис.).

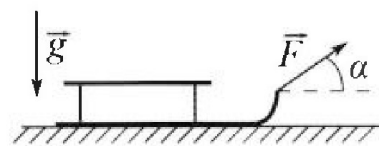
2) Через какое время T_1 после старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 1$ м/с?

3) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки обратится в ноль во втором опыте? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии K на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии K действие внешней силы прекращается.

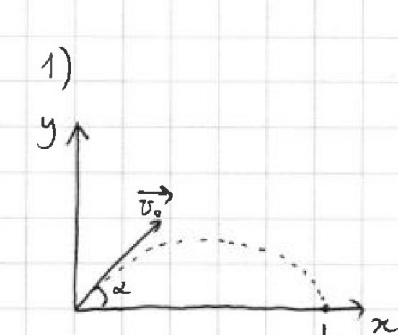


1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение S санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения g . Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №1.

t - время полета

$$y: t = 2 \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$x: L = v_0 \cos \alpha t$$

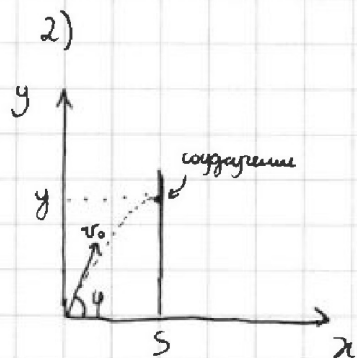
$$L = v_0 \cos \alpha \cdot \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{Lg}{\sin 2\alpha}} \quad \alpha = 45^\circ \Rightarrow \sin 2\alpha = \sin 90^\circ = 1.$$

Искомое:

$$v_0 = \sqrt{Lg} \quad v_0 = \sqrt{20 \cdot 10} = \sqrt{200} \text{ м/с}$$

Ответ: $v_0 = \sqrt{\frac{Lg}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{200} \text{ м/с}$



φ - текущий угол наклона вектора

скорости к горизонту

τ - время полета до соударения

$$x: \tau = \frac{S}{v_0 \cos \varphi}$$

$$y: y = v_0 \sin \varphi \tau - \frac{g}{2} \tau^2$$

$$y = v_0 \sin \varphi \cdot \frac{S}{v_0 \cos \varphi} - \frac{g}{2} \cdot \frac{S^2}{v_0^2 \cos^2 \varphi}$$

$$y = S \tan \varphi - \frac{g S^2}{2 v_0^2} (\tan^2 \varphi + 1) (*)$$

$$y = -\frac{g S^2}{2 v_0^2} \tan^2 \varphi + S \tan \varphi - \frac{g S^2}{2 v_0^2}$$

Интересной будет точка $\varphi = \varphi_0$, при которой при данном S значение $y(\varphi)$ - максимум, т.е. $y(\varphi_0) = H$.

$$y' = \left(-\frac{g S^2}{2 v_0^2} \tan^2 \varphi\right)' - \left(\frac{g S^2}{2 v_0^2}\right)' + (S \tan \varphi)' = -\frac{g S^2}{2 v_0^2} \cdot 2 \tan \varphi \cdot \frac{1}{\cos^2 \varphi} + S \cdot \frac{1}{\cos^2 \varphi}$$

$$y' = \frac{S}{\cos^2 \varphi} \left(1 - \frac{g S}{v_0^2} \tan \varphi\right)$$

$$y'(\varphi_0) = 0$$

$$\frac{S}{\cos^2 \varphi_0} \left(1 - \frac{g S}{v_0^2} \tan \varphi_0\right) = 0 \Rightarrow 1 - \frac{g S}{v_0^2} \tan \varphi_0 = 0 \Rightarrow \tan \varphi_0 = \frac{v_0^2}{g S}$$

Искомая $v_0 = \sqrt{Lg} : \tan \varphi_0 = \frac{Lg}{g S} = \frac{L}{S}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

H — вертикальная в цр-е длина маятника (*)
значения ~~$\varphi = \varphi_0$~~ и $y = H$, получим:

$$H = S \tan \varphi_0 - \frac{g S^2}{2 v_0^2} (\tan^2 \varphi_0 + 1)$$

$$H = S \cdot \frac{L}{S} - \frac{g S^2}{2 v_0^2} \left(\frac{L^2}{S^2} + 1 \right)$$

$$H = L - \frac{g L^2}{2 v_0^2} - \frac{g S^2}{2 v_0^2} = L - \frac{g}{2 v_0^2} (L^2 + S^2) \Rightarrow S = \sqrt{\frac{2 v_0^2}{g} (L - H) - L^2}$$

Подставим $v_0 = \sqrt{Lg}$:

$$S = \sqrt{\frac{2 L g}{g} (L - H) - L^2} = \sqrt{2 L (L - H) - L^2} = \sqrt{L^2 - 2 L H} = \sqrt{L^2 \left(1 - 2 \frac{H}{L} \right)} = L \sqrt{1 - 2 \frac{H}{L}}$$

$$S = 20 \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot \frac{3,6}{20}} = \sqrt{1 - 0,36} \cdot 20 = \sqrt{0,64} \cdot 20 = 0,8 \cdot 20 = 16 \text{ м}$$

Ответ: $S = L \sqrt{1 - 2 \frac{H}{L}} = 16 \text{ м}$

Ответ: $v_0 = \sqrt{200} \text{ м/с}$; $S = 16 \text{ м/с}$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 12

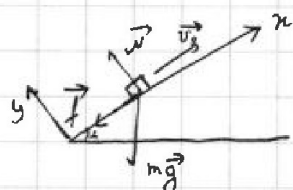
$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - 0,6^2} = 0,8$$

m - масса коробки,

f - сила трения,

N - сила нормальной реакции опоры

1)



Запишем силы:

Запишем уравнение движения:

$$\vec{N} + m\vec{g} + \vec{f} = m\vec{a}$$

$$y: N = mg \cos \alpha$$

$$f = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$

$$x: ma_x = -mg \sin \alpha - f$$

$$ma_x = -mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$$

$$a_x = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

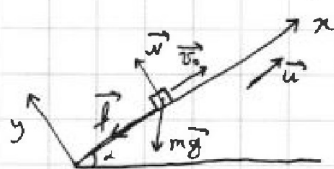
$$x: S_x = v_{0x}T + \frac{a_x T^2}{2} \Rightarrow S = v_0 T - \frac{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{2} T^2$$

$$S_x =$$

$$S = 6 \cdot 1 - \frac{10}{2} (0,6 + 0,5 \cdot 0,8) = 1 \text{ м}$$

Ответ: $S = 1 \text{ м}$

2) Запишем теорему об изменении импульса в проекции на ось x :



$$\Delta p_x = F_x \cdot T_1$$

$$m(u - v_0) = -(f + mg \sin \alpha) T_1$$

$$m(u - v_0) = -mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) T_1$$

$$m(v_0 - u) = mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) T_1$$

$$T_1 = \frac{v_0 - u}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$$

$$T_1 = \frac{6 - 1}{10(0,6 + 0,5 \cdot 0,8)} = 0,5 \text{ с}$$

Ответ: $T_1 = 0,5 \text{ с}$

3) Теперь найдем расстояние L_1 , которое проехала коробка за время T_1 .

Запишем теорему об изменении кинетической энергии в проекции на ось x :

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\Delta K_{x1} = A_{x1}$$

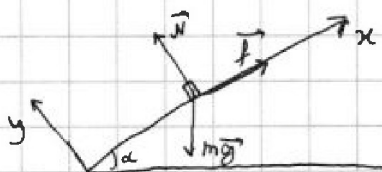
$$\frac{m u^2}{2} - \frac{m v_0^2}{2} = - (f + mg \sin \alpha) L_1$$

$$\frac{m v_0^2}{2} - \frac{m u^2}{2} = mg (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) L_1$$

$$\frac{m}{2} (v_0^2 - u^2) = mg (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) L_1$$

$$L_1 = \frac{v_0^2 - u^2}{2g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$$

Далее скорость коробки становится меньше, чем скорость ленты, и сила трения, действующая на коробку, меняет направление на противоположное. Найдем расстояние L_2 , которое проехала коробка после этого момента до остановки. В нашем случае $\mu < \tan \alpha$, поэтому лента коробку не удержит, она остановится и начнет скользить вниз.



Отныне запишем работу изменения кинетической энергии & проецируем на ось x:

$$\Delta K_{x2} = A_{x2}$$

$$-\frac{m u^2}{2} = (f - mg \sin \alpha) L_2$$

$$\frac{m u^2}{2} = mg (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) L_2$$

$$L_2 = \frac{u^2}{2g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}$$

$$L = L_1 + L_2$$

$$L = \frac{v_0^2 - u^2}{2g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} + \frac{u^2}{2g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}$$

$$L = \frac{6^2 - 1^2}{2 \cdot 10 (0,6 + 0,5 \cdot 0,8)} + \frac{1^2}{2 \cdot 10 (0,6 - 0,5 \cdot 0,8)} = \frac{35}{20} + \frac{1}{20 \cdot 0,2} = \frac{7}{4} + \frac{1}{4} = \frac{8}{4} = 2 \text{ м}$$

Ответ: $L = 2 \text{ м}$

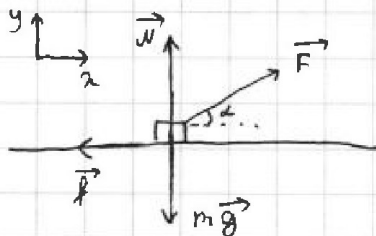
Ответ: $S = 1 \text{ м}$; $T_1 = 0,5 \text{ с}$; $L = 2 \text{ м}$.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3

1)



Все как обычно:

$\vec{N}$ и $\vec{N}'$ — силы нормальной реакции
опоры в первом и во втором случаях
соответственно.

$\vec{f}$ и $\vec{f}'$ — силы трения в первом и во
втором случаях соответственно

$\vec{F}$ и $\vec{F}'$ — силы тяги в первом и во втором
случаях соответственно

L — путь груза, одинаковый в обоих
случаях

m — масса саней

Затем для первого случая формулу об изменении
кинетической энергии в проекции на ось x :

$$\Delta K_x = A_x$$

$$K = (F \cos \alpha - f) L \quad (1)$$

Найдем f .

Затем уравнение движения:

$$m\vec{g} + \vec{F} + \vec{N} + \vec{f} = m\vec{a}$$

$$y: -mg + N + F \sin \alpha = 0$$

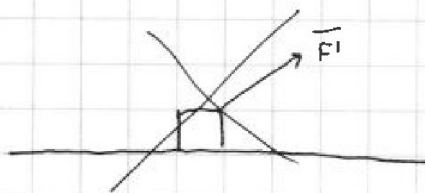
$$N = mg - F \sin \alpha$$

$$f = \mu N = \mu (mg - F \sin \alpha)$$

Подставим в (1):

$$K = (F \cos \alpha - \mu (mg - F \sin \alpha)) L$$

$$K = (F (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg) L \quad (*)$$



Аналогично затем для второго случая
кинетической энергии для второго случая:

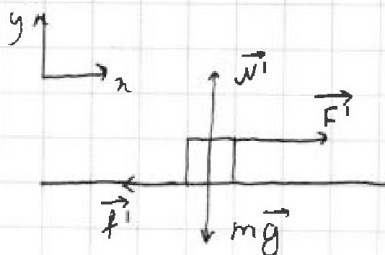
$$\Delta K'_x = A'_x$$

$$K = (F' - f') L \quad \text{т.к., по условию, } F' = F:$$

$$K = (F - f') L$$

$$\text{Сила трения равна } f' = \mu N' = \mu mg$$

$$K = (F - \mu mg) L \quad (**)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Приведем (*) и (**) и разделим обе части на L :

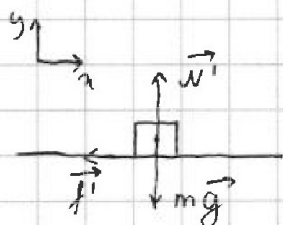
$$F(\cos\alpha + \mu \sin\alpha) - \mu mg = F - \mu mg$$

$$\cos\alpha + \mu \sin\alpha = 1$$

$$\mu \sin\alpha = 1 - \cos\alpha$$

$$\mu = \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha}.$$

2)



Запишем теорему об изменении кинетической энергии в проекции на ось x :

$$\Delta K_x = A'_x$$

$$-K = -f'S$$

$$-K = -\mu mgS$$

$$K = \mu mgS$$

Подставим сюда K из уравнения (**):

$$(F - \mu mg)L$$

Подставим сюда значение $\mu = \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha}$:

$$K = \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha} mgS$$

$$S = \frac{K}{mg} \cdot \frac{\sin\alpha}{1 - \cos\alpha}.$$

Ответ: $\mu = \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha}$; $S = \frac{K}{mg} \cdot \frac{\sin\alpha}{1 - \cos\alpha}$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №4.

1) $C = \frac{Q}{\Delta T}$ $A_{31} = \Delta U_{31} - Q_{31}$ (по 1 закону термодинамики)

$$Q_{31} = C_{31} \Delta T_{31}$$

$$\Delta U_{31} = \frac{i}{2} \nu R \Delta T_{31}$$

$$A_{31} = \frac{i}{2} \nu R \Delta T_{31} - C_{31} \Delta T_{31} = \Delta T_{31} \left(\frac{i}{2} R - C_{31} \right)$$

Анализ

$$A_{31} = \nu \cdot (T_1 - 4T_1) \left(\frac{i}{2} R - 2R \right)$$

$$A_{31} = -3 \nu R T_1 \left(\frac{i}{2} - 2 \right)$$

$$A_{31} = -3 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 200 \cdot \left(\frac{3}{2} - 2 \right) = 2493 \text{ Дж}$$

2) $Q_{31} = C_{31} \Delta T_{31}$
 $Q_{31} = 2 \cdot 1 \cdot (-3T_1) = -6 \cdot 200 = -1200 \text{ Дж}$

$$Q_{12} = C_{12} \Delta T_{12}$$

$$Q_{12} = 1,5 \cdot 1 \cdot 7T_1 = 10,5 \cdot 200 = 2100 \text{ Дж}$$

$$Q_{23} = C_{23} \Delta T_{23}$$

$$Q_{31} = C_{31} \Delta T_{31}$$

$$Q_{31} = 2R \cdot \nu \cdot (-3T_1) = -6 \nu R T_1$$

$$Q_{31} = -6 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 200 = -9972 \text{ Дж}$$

$$Q_{12} = C_{12} \Delta T_{12}$$

$$Q_{12} = 1,5R \cdot \nu \cdot 7T_1 = 10,5 \nu R T_1$$

$$Q_{12} = 10,5 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 200 = 17451 \text{ Дж}$$

$$Q_{23} = C_{23} \Delta T_{23}$$

$$Q_{23} = 0,5R \cdot \nu \cdot (-4T_1) = -2 \nu R T_1$$

$$Q_{23} = -2 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 200 = -3324 \text{ Дж}$$

ИПЗ учета можно составить по границе:

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}, \text{ где } Q_1 - \text{полученное тепло, а } Q_2 - \text{отданное тепло.}$$

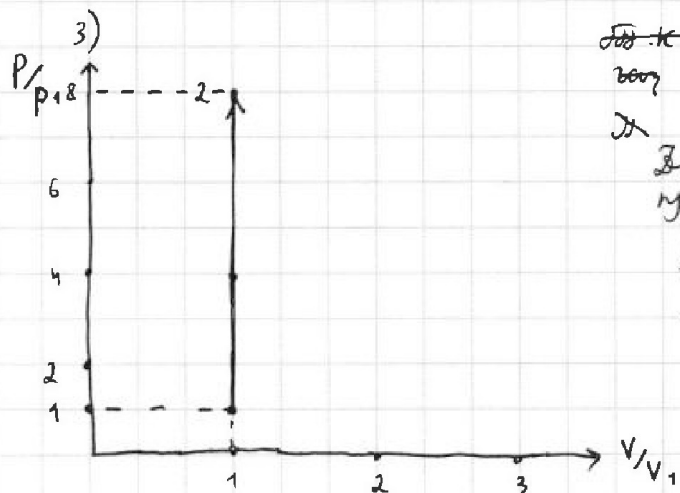
$$Q_1 = Q_{12} = 17451 \text{ Дж}$$

$$Q_2 = |Q_{23} + Q_{31}| = 3324 + 9972 = 13296 \text{ Дж}$$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\eta = 1 - \frac{13296}{17451} \approx 1 - 0,75 = 0,25 = 25\%$$



И.к. для процесса

или

Для некоторого изопроцесса:

$$\Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T$$

$$A = 0$$

$$Q = \Delta U + A$$

$$Q = \frac{i}{2} \nu R \Delta T$$

$$C = \frac{Q}{\nu \Delta T} = \frac{i}{2} R$$

рис.

Для одноатомного газа: $i = 3$ и

$$C = 1,5R.$$

И.е., если в некотором процессе для идеального и одноатомного газа $C = 1,5R$, то этот процесс - изопроцесс.

Значит процесс $1 \rightarrow 2$ изопроцесс: $V_2 = V_1$

Для изопроцесса: $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow P_2 = P_1 \frac{T_2}{T_1} = 8P_1$

И.к. $T_3 = 4T_1$, $P_3 V_3 = 4P_1 V_1$ (упр-е 1)

И.е. точка 3 находится где-то на изобаре $T_3 = \frac{P_3 V_3}{\nu R} = \frac{4P_1 V_1}{\nu R \cdot 4T_1} = \frac{P_1 V_1}{\nu R}$

Соправ

И.е. точка 3 находится где-то на изобаре $T_3 = \frac{P_3 V_3}{\nu R} = \frac{4P_1 V_1}{\nu R}$

Ответ: $A_{31} = 2493 \text{ Дж}$; $\eta \approx 30\% \rightarrow 25\%$.

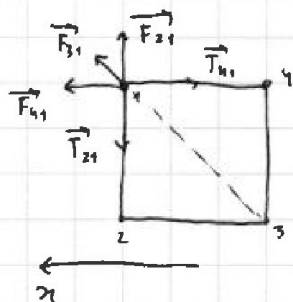
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №5.

1)



рассчитаем силы, действующие на шарик 1.

$$F_{21} = F_{41} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2}$$

$$T_{41} = T_{21} = T$$

$$F_{31} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{(\sqrt{2}a)^2} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2}$$

Затем для него уравнение полей:

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14} + \vec{T}_{21} + \vec{T}_{41} = \vec{0}$$

$$x: F_{41} + F_{31} \cos 45^\circ = T_{41}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2} + \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2} = T$$

$$\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) = T$$

$$q = \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 a^2 T}{1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}}} = 2a \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0 T}{1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}}}$$

2)

Волновое напряжение энергии взаимодействия шариков 1 и 4

увеличится с Π_0 до Π'

$$\Pi_0 = F_{41} \cdot a = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2} \cdot a = \frac{q^2}{4\pi a \epsilon_0}$$

$$\Pi' = F_{41}' \cdot 3a = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{(\sqrt{2}a)^2} \cdot 3a = \frac{q^2}{12\pi a \epsilon_0}$$

Затем закон сохранения

мех. энергии, действующая на систему, шарик 1 - шарик 4,

направляет их векторы движения в любой момент времени,
затем закон сохранения энергии:

$$\Delta E = -\Delta \Pi$$

$$K_{\text{сум}} = \Pi_0 - \Pi' = \frac{q^2}{4\pi a \epsilon_0} - \frac{q^2}{12\pi a \epsilon_0} = \frac{q^2}{6\pi a \epsilon_0} = \frac{4\pi\epsilon_0 a^2 T}{6\pi a \epsilon_0 \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)} = \frac{4}{6} \frac{a T}{\left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)} = \frac{2aT}{3\left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)}$$

Полная кинетическая энергия каждого из этих шариков:

$$K = \frac{K_{\text{сум}}}{2} = \frac{a T}{3\left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)}$$

$$\text{Итого: } q = 2a \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0 T}{1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}}}; K = \frac{a T}{3\left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 534 \\ \times 27 \\ \hline 3678 \\ 10968 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 17451 \\ 87255 \\ + 122157 \\ \hline 1308825 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 534 \\ \times 27 \\ \hline 3678 \\ 10968 \\ \hline \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$p_1 V_1$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$$

$$C = 2R$$

$$A = \frac{1}{2} \nu R \Delta T$$

$$1) p_3 V_3 = \gamma p_1 V_1 \Rightarrow p_3 = \gamma \frac{p_1 V_1}{V_3}$$

$$2) Q_{31} = C_{31} \nu \Delta T_{31} = p_3 V_3 - p_1 V_1 = \Delta U_{31}$$

$$p_1 V_1 - p_3 V_3 = \Delta U_{31}$$

$$p_1 V_1 - p_3 V_3 = \frac{3}{2} \nu R \Delta T_{31}$$

$$\frac{Q}{\nu \Delta T} = 2R$$

$$Q = 2R \nu \Delta T$$

$$p_3 V_3 = \nu R T_3$$

$$\frac{1}{2} \nu R \Delta T =$$

$$\frac{4}{3} p_1 V_1 = \nu R T_3$$

$$p_1 V_1 = \nu R T_3$$

$$1 \rightarrow 3: \frac{p}{\nu} = \text{const}$$

$$p V = \nu R T$$

$$\nu V^2 = \nu R T \Rightarrow V \sim \sqrt{T}$$

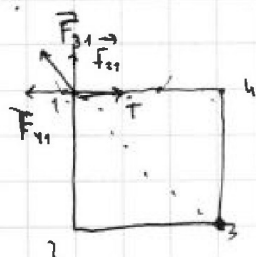
$$T \sim V^2$$

$$Q = \Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$$

$$A = \frac{1}{2} (\Delta V^2) = \frac{1}{2} \nu R \Delta T$$

C

5.



$$F_{21} = F_{11} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2}$$

$$F_{31} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{(\sqrt{2}a)^2} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2}$$

$$T = F_{11} + F_{21} \cos 45^\circ$$

$$T = F_{11} + F_{31} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$T = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2} + \frac{1}{8\sqrt{2}\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$$

Решение 5.

Решение 5.

$$\Delta U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{(3a)^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2} = \frac{1}{9\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2}$$

$$\Delta U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

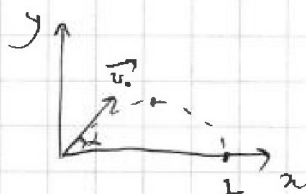
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1)



$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$y: t = 2 \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

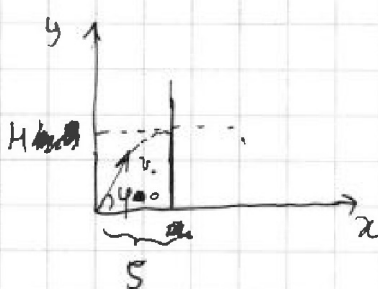
$$x: L = v_0 \cos \alpha t =$$

$$L = v_0 \cos \alpha \cdot 2 \frac{v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{Lg}{\sin 2\alpha}}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{20 \cdot 10}{1}} = \sqrt{200} \text{ м/с}$$

2)



$$y: y = v_0 \sin \varphi t - \frac{g t^2}{2}$$

$$x: x = v_0 \cos \varphi t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \varphi}$$

$$\Rightarrow y = v_0 \sin \varphi \cdot \frac{x}{v_0 \cos \varphi} - \frac{g}{2} \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \varphi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = x \tan \varphi - \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2 \varphi}$$

$$x \neq 0, y = H$$

$$y = x \tan \varphi - \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2 \varphi}, v_0 = \sqrt{\frac{Lg}{\sin 2\alpha}}$$

$$y = x \tan \varphi - \frac{g x^2}{2 \cdot \frac{Lg}{\sin 2\alpha} \cos^2 \varphi}, \sin 2\alpha = 1$$

$$y = x \tan \varphi - \frac{g x^2}{2 L \cos^2 \varphi}$$

$$y' = (x \tan \varphi)' - \left(\frac{x^2}{2 L \cos^2 \varphi} \right)' = x \cdot \frac{1}{\cos^2 \varphi} - \frac{x^2}{2 L} \left(\frac{1}{\cos^2 \varphi} \right)' =$$

$$= \frac{x}{\cos^2 \varphi} - \frac{x^2}{2 L} \cdot \frac{(1)' \cos^2 \varphi - 1 \cdot (\cos^2 \varphi)'}{\cos^4 \varphi} =$$

$$= \frac{x}{\cos^2 \varphi} - \frac{x^2}{2 L} \cdot \frac{2 \cos \varphi \cdot (-\sin \varphi)}{\cos^4 \varphi} = \frac{x}{\cos^2 \varphi} \left(1 + \frac{x}{2 L} \tan \varphi \right)$$

$$y' = 0 \Rightarrow 1 + \frac{x}{L} \tan \varphi = 0 \Rightarrow \frac{x}{L} \tan \varphi = -1$$

$$\tan \varphi = -\frac{L}{x}$$

$$y' = 0 \Rightarrow 1 - \frac{g x}{v_0^2} \tan \varphi = 0 \Rightarrow \tan \varphi = \frac{v_0^2}{g x} = \frac{Lg}{g x} = \frac{L}{x}$$

$$t = \frac{S}{v_0 \cos \varphi}$$

$$y = v_0 \sin \varphi t - \frac{g t^2}{2}$$

$$y = v_0 \sin \varphi \cdot \frac{S}{v_0 \cos \varphi} - \frac{g}{2} \cdot \frac{S^2}{v_0^2 \cos^2 \varphi}$$

$$y = S \tan \varphi - \frac{g S^2}{2 v_0^2 \cos^2 \varphi}$$

$$y = S \tan \varphi - \frac{g S^2}{2 v_0^2} \cdot (\tan^2 \varphi + 1)$$

$$y = S \tan \varphi - \frac{g S^2}{2 v_0^2} \cdot (\tan^2 \varphi + 1)$$

$$y = -\frac{g S^2}{2 v_0^2} \tan^2 \varphi - \frac{g S^2}{2 v_0^2} + S \tan \varphi$$

$$y' = \left(-\frac{g S^2}{2 v_0^2} \tan^2 \varphi \right)' - \left(\frac{g S^2}{2 v_0^2} \right)' + (S \tan \varphi)'$$

$$y' = -\frac{g S^2}{2 v_0^2} (\tan^2 \varphi)' - 0 + S (\tan \varphi)'$$

$$y' = -\frac{g S^2}{2 v_0^2} \cdot 2 \tan \varphi \cdot \frac{1}{\cos^2 \varphi} + S \cdot \frac{1}{\cos^2 \varphi}$$

$$y' = \frac{S}{\cos^2 \varphi} \left(1 - \frac{g S}{v_0^2} \tan \varphi \right)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{L}{S}$$

$$\rho_3 V_3 = 4 \rho_1 V_1$$

$$H = S \operatorname{tg} \varphi_0 - \frac{g S^2}{2 v_0^2} (\operatorname{tg}^2 \varphi + 1)$$

$$H = S \cdot \frac{L}{S} - \frac{g S^2}{2 v_0^2} \left(\frac{L^2}{S^2} + 1 \right) = L - \frac{g L^2}{2 v_0^2} - \frac{g S^2}{2 v_0^2} = L - \frac{g}{2 v_0^2} (L^2 + S^2)$$

$$\frac{g}{2 v_0^2} (L^2 + S^2) = L - H$$

$$L^2 + S^2 = \frac{2 v_0^2}{g} (L - H)$$

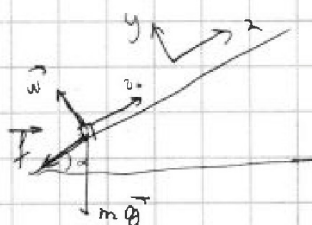
$$S^2 = \frac{2 v_0^2}{g} (L - H) - L^2$$

$$S = \sqrt{\frac{2 v_0^2}{g} (L - H) - L^2} = \sqrt{\frac{2 g L}{g} (L - H) - L^2} = \sqrt{2 L (L - H) - L^2} =$$

$$= \sqrt{2 L^2 - 2 L H - L^2} = \sqrt{L^2 - 2 L H} = \sqrt{L^2 (1 - 2 \frac{H}{L})} = L \sqrt{1 - 2 \frac{H}{L}}$$

$$S = 20 \sqrt{1 - 2 \cdot \frac{3,6}{20}} = 20 \sqrt{1 - 0,36} = 20 \sqrt{0,64} = 20 \cdot 0,8 = 16 \text{ м.}$$

2. 1)



$$\vec{N} + m \vec{g} + \vec{f} = m \vec{a}$$

$$y: N = mg \cos \alpha$$

$$f = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} =$$

$$= \sqrt{1 - 0,36} = \sqrt{0,64} = 0,8$$

$$x: m a_x = -mg \sin \alpha - f$$

$$m a_x = -mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$$

$$a_x = -g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha$$

$$a_x = -g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

$$S_x = 750$$

$$S_x = v_0 T + \frac{a_x T^2}{2}$$

$$-(f + mg \sin \alpha) S = -m v_0^2$$

$$S_x = v_0 T - \frac{g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{2} T^2$$

$$S = 6 \cdot 1 - \frac{10}{2} (0,6 + 0,5 \cdot 0,8) \cdot 1^2 =$$

$$= 6 - 5 (0,6 + 0,4) = 1 \text{ м.}$$

$$\begin{array}{r} 533 \\ 17451 \\ \hline 122152 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13296017451 \\ 1221520,70 \\ \hline 1221520 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



2)

$$\Delta p_x = R_x T_1$$

$$m(v_0 - u) =$$

$$m(u - v_0) = -(f + mg \sin \alpha) T_1$$

$$m(u - v_0) = -(\mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha) T_1$$

$$m(v_0 - u) = mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) T_1$$

$$T_1 = \frac{v_0 - u}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$$

$$T_1 = \frac{6 - 1}{10(0,6 + 0,5 \cdot 0,8)} = \frac{5}{10(0,6 + 0,4)} = 0,5 \text{ c}$$

изобразим:

$$Q = \frac{1}{2} v R \Delta T$$

$$C = \frac{1}{2} R = \frac{5}{2} R$$

изобразим:

$$Q = \frac{1}{2} v R \Delta T$$

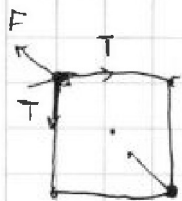
$$C = \frac{1}{2} R = \frac{3}{2} R$$

изобразим:

$$Q = \frac{1}{2} v R \Delta T$$

$$C = \frac{1}{2} R = \frac{3}{2} R$$

1 → 2 - изобразим



$$T = F\sqrt{2}$$

3)

$$-(f + mg \sin \alpha) L = -\frac{m v_0^2}{2}$$

$$F = \frac{m v_0^2}{2} = mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) L$$

$$L = \frac{v_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$$

$$L = \frac{6^2}{2 \cdot 10(0,6 + 0,5 \cdot 0,8)} = \frac{36}{20 \cdot 1} = 1,8 \text{ m}$$

$$\begin{array}{r} 8,31 \\ \times 200 \\ \hline 1662 \\ 1662 \\ \hline 1662 \\ + 1662 \\ \hline 13296 \\ 1381122 \end{array}$$

$$Q_{31} = C_{31} v \Delta T_{31}$$

$$\Delta U_{31} = \frac{1}{2} v R \Delta T_{31}$$

$$Q_{31} = \Delta U_{31} + A_{31} \Rightarrow A_{31} = Q_{31} - \Delta U_{31}$$

$$A_{31} = \Delta U_{31} - Q_{31}$$

$$A_{31} = \Delta U_{31} - Q_{31}$$

$$A_{31} = \frac{1}{2} v R \Delta T_{31} - C_{31} v \Delta T_{31}$$

$$\begin{array}{r} 8,31 \\ \times 300 \\ \hline 249300 \\ 249300 \\ \hline 249300 \end{array}$$

$$\frac{A_{31}}{v}$$

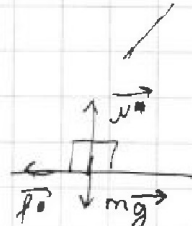
i = 3

(=

$$Q_{100}$$

$$\begin{array}{r} 8,31 \\ \times 2100 \\ \hline 166200 \\ 166200 \\ \hline 1745100 \end{array}$$

3)



$$A_{31} = -3 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 200 \cdot \left(\frac{1}{2} - 2\right)$$

$$A_{31} = 3 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 200 \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= 300 \cdot 8,31 = 2493 \text{ J}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{0,6}{0,8} = \frac{3}{4}$$

$$\begin{array}{r} 8,31 \\ \times 1005 \\ \hline 166200 \\ 83100 \\ \hline 1745100 \end{array}$$

$$A_{31} = v \Delta T_{31} \left(\frac{1}{2} R - C_{31}\right)$$

$$A_{31} = v \Delta T_{31} \left(\frac{1}{2} R - C_{31}\right)$$

$$A_{31} = v \Delta T_{31} \left(\frac{1}{2} R - C_{31}\right)$$

$$A_{31} = -3 \cdot 1 \cdot 200 \left(\frac{1}{2} \cdot 8,31\right)$$

$$A_{31} = v \Delta T_{31} \left(\frac{1}{2} R - 2R\right)$$

$$A_{31} = -3 \cdot 1 \cdot 200 \cdot \frac{1}{2} R$$

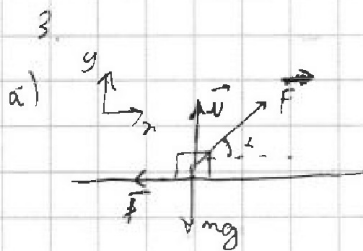
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$x: \Delta K_x = A_x$$

$$K = (F \cos \alpha - f) L$$

$$K = (F \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha)) L$$

$$K = (F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg) L (*)$$

$$y: N = mg - F \sin \alpha$$

$$f = \mu N = \mu(mg - F \sin \alpha)$$

$$x: \Delta K_x = A_x$$

$$m a_x = F \cos \alpha - f$$

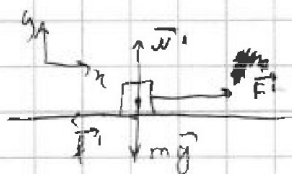
$$m a_x = F \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha)$$

$$m a_x = F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg$$

$$831 \cdot 1200 = 931.17$$

$$\begin{array}{r} 831 \\ \times 12 \\ \hline 1662 \\ 8310 \\ \hline 9972 \end{array}$$

b)



$$y: N' = mg$$

$$f' = \mu N' = \mu mg$$

$$x: \Delta K_x' = A_x'$$

$$(F - f')$$

$$K = (F' - f') L, \text{ т.к. } F' = F:$$

$$K = (F - \mu mg) L (**)$$

уменьши:

$$\frac{F}{2} = \frac{N}{2}$$

$$a_{x1} = \cos \alpha > 0, a_{x2} < 0$$

$$a_{x2} = \cos \alpha > 0, a_{x3} < 0$$

$$\ln (*) \text{ и } (**)$$

$$F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg = F - \mu mg$$

$$F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) = F$$

$$\cos \alpha + \mu \sin \alpha = 1$$

$$\cos \alpha - \mu \sin \alpha = 0 \Rightarrow \mu = \cot \alpha$$

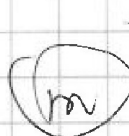
$$\mu \sin \alpha = 1 - \cos \alpha$$

$$\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\begin{array}{r} 8972 \\ + 3324 \\ \hline 12296 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 831 \\ \times 105 \\ \hline 4155 \\ 8310 \\ \hline 87255 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 831 \\ \times 4 \\ \hline 3324 \end{array}$$



уменьши



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

☐

2

☐

3

☐

4

☐

5

☐

6

☐

7

☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

