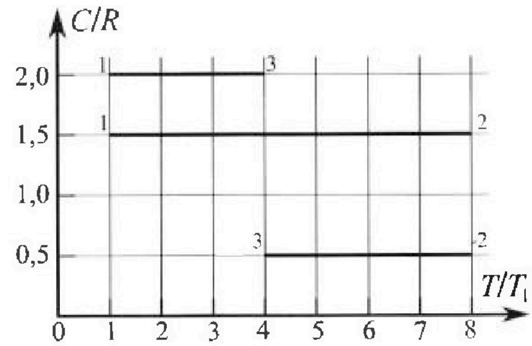
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

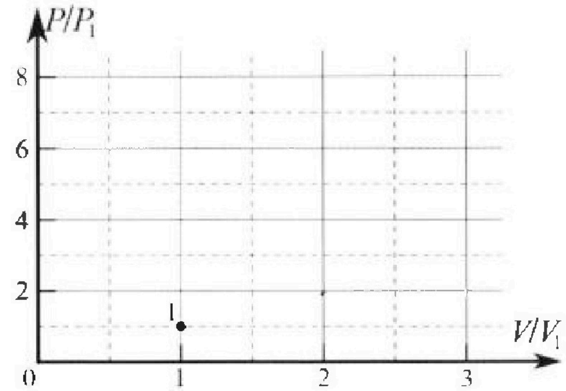
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1(см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна $T_1 = 200$ К,
универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).



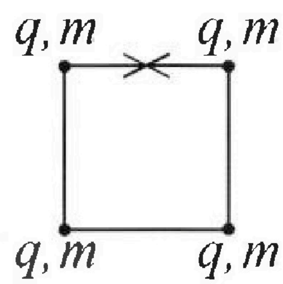
1) Найдите работу A_{31} внешних сил над газом в процессе 3-1.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной a (см. рис.). Сила натяжения каждой нити T.



1) Найдите абсолютную величину $|q|$ заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию K любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) Н а каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

Электрическая постоянная ε_0. Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол $\alpha = 45^0$ с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета $L = 20$ м.

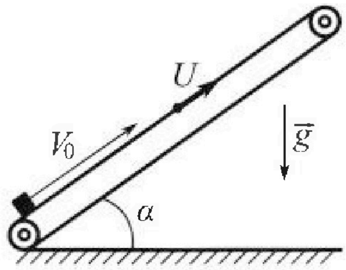
1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью V_0 к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна $H = 3{,}6$ м.

2) На каком расстоянии S от точки старта находится стенка?

Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin\alpha = 0{,}6$ (см. рис.).
В первом опыте небольшую коробку ставят на *покоящуюся* ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 6$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = 0{,}5$.
Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь S пройдет коробка в первом опыте к моменту времени $T = 1$ с?

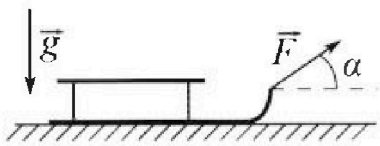
Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, *движущуюся* со скоростью $U = 1$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 6$ м/с (см. рис.).

2) Че рез какое время T_1 после старта скорость коробки *во втором опыте* будет равна $U = 1$ м/с?

3) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки обратится в ноль *во втором опыте*? Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии K на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).



Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии K действие внешней силы прекращается.

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение S санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения g. Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

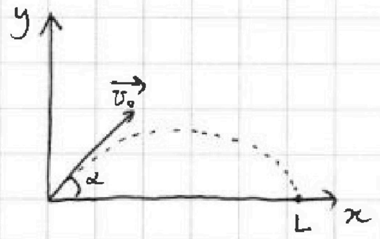
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1.

1)



∃ t – время полёта

y: $t = 2\frac{v_0 \sin\alpha}{g}$

x: $L = v_0 \cos\alpha\, t$

$$L = v_0\cos\alpha \cdot \frac{2v_0\sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g}\cdot 2\sin\alpha\cos\alpha = \frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}$$

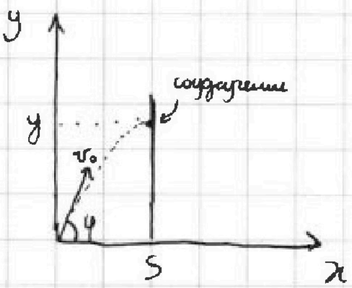
$v_0=\sqrt{\frac{Lg}{\sin 2\alpha}}$. $\alpha=45^\circ \Rightarrow \sin 2\alpha = \sin 90^\circ = 1$.

Поэтому:

$v_0=\sqrt{Lg}$ $\quad v_0=\sqrt{20\cdot10}=\sqrt{200}$ м/с

Ответ: $v_0 = \sqrt{\frac{Lg}{\sin2\alpha}} = \sqrt{200}$ м/с

2)



∃ φ – текущий угол начального вектора скорости к горизонту

∃ τ – время полёта до соударения

x: $\tau = \frac{S}{v_0\cos\varphi}$

y: $y = v_0\sin\varphi\tau - \frac{g}{2}\tau^2$

$$y = v_0\sin\varphi\cdot\frac{S}{v_0\cos\varphi} - \frac{g}{2}\cdot\frac{S^2}{v_0^2\cos^2\varphi}$$

$$y = S\,tg\varphi - \frac{gS^2}{2v_0^2}\cdot(tg^2\varphi+1) \quad (*)$$

$$y = -\frac{gS^2}{2v_0^2}tg^2\varphi + S\,tg\varphi - \frac{gS^2}{2v_0^2}$$

Теперь найдём такое $\varphi=\varphi_0$, при котором при фиксированном S значении $y(\varphi)$ – максимально, т.е. $y(\varphi_0)=H$.

$$y' = \left(-\frac{gS^2}{2v_0^2}tg^2\varphi\right)' - \left(\frac{gS^2}{2v_0^2}\right)' + (S\,tg\varphi)' = -\frac{gS^2}{2v_0^2}\cdot 2tg\varphi\cdot\frac{1}{\cos^2\varphi} + S\cdot\frac{1}{\cos^2\varphi}$$

$$y' = \frac{S}{\cos^2\varphi}\left(1-\frac{gS}{v_0^2}tg\varphi\right)$$

$y'(\varphi_0)=0$

$$\frac{S}{\cos^2\varphi_0}\left(1-\frac{gS}{v_0^2}tg\varphi_0\right)=0 \Rightarrow 1-\frac{gS}{v_0^2}tg\varphi_0=0 \Rightarrow tg\varphi_0=\frac{v_0^2}{gS}.$$

Подставляя $v_0=\sqrt{Lg}$: $\quad tg\varphi_0 = \frac{Lg}{gS}=\frac{L}{S}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

~~H =~~ Подставляя в ур-е движения мяча (*) значения ~~[illegible]~~ $\varphi = \varphi_0$ и $y = H$, получим:

$$H = S\,tg\,\varphi_0 - \frac{gS^2}{2v_0^2}(tg^2\varphi + 1)$$

$$H = S\cdot\frac{L}{S} - \frac{gS^2}{2v_0^2}\left(\frac{L^2}{S^2}+1\right)$$

$$H = L - \frac{gL^2}{2v_0^2} - \frac{gS^2}{2v_0^2} = L - \frac{g}{2v_0^2}(L^2+S^2) \Rightarrow S = \sqrt{\frac{2v_0^2}{g}(L-H) - L^2}.$$

Подставляем $v_0 = \sqrt{Lg}$:

$$S = \sqrt{\frac{2Lg}{g}(L-H) - L^2} = \sqrt{2L(L-H) - L^2} = \sqrt{L^2 - 2LH} = \sqrt{L^2\left(1 - 2\frac{H}{L}\right)} = L\sqrt{1 - 2\frac{H}{L}}.$$

$$S = 20\cdot\sqrt{1 - 2\cdot\frac{3{,}6}{20}} = \sqrt{1 - 0{,}36}\cdot 20 = \sqrt{0{,}64}\cdot 20 = 0{,}8\cdot 20 = 16\text{ м}$$

~~Ответ: $S = L\sqrt{1 - 2\frac{H}{L}} = 16$ м~~

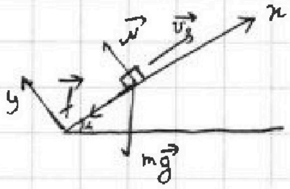
Ответ: $v_0 = \sqrt{200}$ м/с; $S = 16$ м/с

Задача №2

$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-0,6^2} = 0,8$

Пусть m - масса коробки,
f - сила трения,
N - сила нормальной реакции опоры

1)



Расставим силы:

Запишем уравнение движения:

$\vec{N} + m\vec{g} + \vec{f} = m\vec{a}$

$y: N = mg\cos\alpha$

$f = \mu N = \mu mg\cos\alpha$

$x: ma_x = -mg\sin\alpha - f$

$ma_x = -mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha$

$a_x = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$

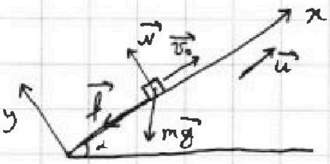
$x: S_x = v_{0x}T + \frac{a_x T^2}{2} \Rightarrow S = v_0 T - \frac{g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}{2}T^2$.

~~$S_x =$~~

$S = 6\cdot 1 - \frac{10}{2}(0,6+0,5\cdot 0,8) = 1$ м

~~Ответ: S = 1 м~~

2) Запишем теорему об изменении импульса в проекции на ось x:



$\Delta p_x = F_x \cdot T_1$

$m(u - v_0) = -(f + mg\sin\alpha)T_1$

$m(u - v_0) = -mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)T_1$

$m(v_0 - u) = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)T_1$

$T_1 = \frac{v_0 - u}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$.

$T_1 = \frac{6-1}{10(0,6+0,5\cdot 0,8)} = 0,5$ с

~~Ответ: $T_1 = 0,5$ с~~

3) ~~Теперь~~ найдём расстояние L_1, которое проехала коробка за время T_1.

Запишем теорему об изменении кинетической энергии в проекции на ось x:

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\Delta K_{x1} = A_{x1}$

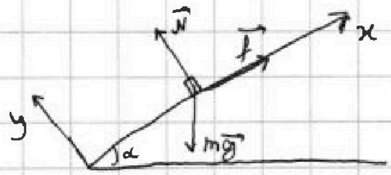
$\frac{mu^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = -(f + mg\sin\alpha)L_1$

$\frac{mv_0^2}{2} - \frac{mu^2}{2} = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)L_1$

$\frac{m}{2}(v_0^2 - u^2) = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)L_1$

$$L_1 = \frac{v_0^2 - u^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}.$$

Теперь скорость коробки становится меньше, чем скорость ленты, и сила трения, действующая на коробку, меняет направление на противоположное. Найдём расстояние L_2, которое проехала коробка после этого момента до остановки. В нашем случае $\mu < tg\alpha$, поэтому лента коробку не удержит, она остановится и начнёт скатываться вниз.



Опять запишем теорему об изменении кинетической энергии в проекции на ось x.

$\Delta K_{x2} = A_{x2}$

$-\frac{mu^2}{2} = (f - mg\sin\alpha)L_2$

$\frac{mu^2}{2} = mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)L_2$

$$L_2 = \frac{u^2}{2g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}.$$

$L = L_1 + L_2$

$$L = \frac{v_0^2 - u^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} + \frac{u^2}{2g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}.$$

$$L = \frac{6^2 - 1^2}{2\cdot10(0,6 + 0,5\cdot0,8)} + \frac{1^2}{2\cdot10(0,6 - 0,5\cdot0,8)} = \frac{35}{20} + \frac{1}{20\cdot0,2} = \frac{7}{4} + \frac{1}{4} = \frac{8}{4} = 2\,м$$

~~Ответ: L = 2м~~

Ответ: $S = 1\,м$; $T_1 = 0,5\,с$; $L = 2\,м$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

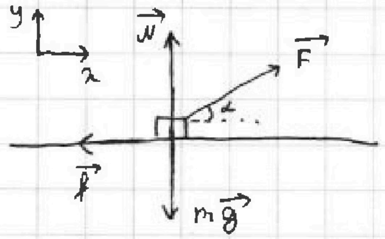
1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача №3

1)



Всё как обычно:
$\vec{N}$ и $\vec{N'}$ – силы нормальной реакции опоры в первом и во втором случаях соответственно.
$\vec{f}$ и $\vec{f'}$ – силы трения в первом и во втором случаях соответственно
$\vec{F}$ и $\vec{F'}$ – силы тяги в первом и во втором случаях соответственно
L – путь разгона, одинаковый в обоих случаях
m – масса санок

Запишем для первого случая теорему об изменении кинетической энергии в проекции на ось x:

$\Delta K_x = A_x$

$K = (F\cos\alpha - f)L \quad (1)$

Найдём f.

Запишем уравнение движения:

$m\vec{g} + \vec{F} + \vec{N} + \vec{f} = m\vec{a}$

$y: \ -mg + N + F\sin\alpha = 0$

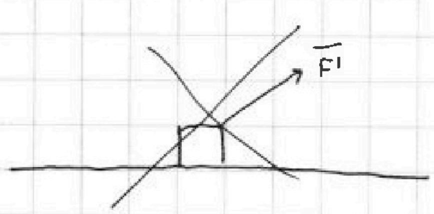
$N = mg - F\sin\alpha$

$f = \mu N = \mu(mg - F\sin\alpha)$

Подставляем в (1):

$K = (F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha))L$

$K = (F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu mg)L \ (*)$



Теперь запишем теорему об изменении кинетической энергии для второго случая:

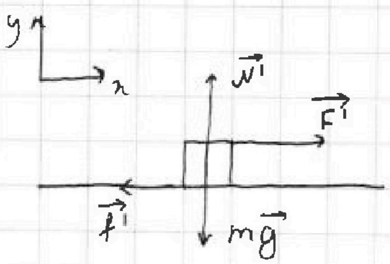
$\Delta K'_x = A'_x$

$K = (F' - f')L$. Т.к., по условию, $F' = F$:

$K = (F - f')L$

Сила трения равна $f' = \mu N' = \mu mg$

$K = (F - \mu mg)L \ (**)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Приравняем (*) и (**) и разделим обе части на L:

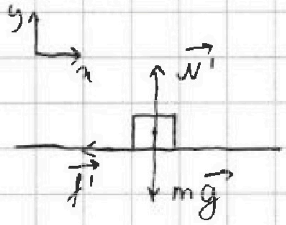
$$F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu mg = F - \mu mg$$

$$\cos\alpha + \mu\sin\alpha = 1$$

$$\mu\sin\alpha = 1 - \cos\alpha$$

$$\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}.$$

2) Запишем теорему об изменении кинетической энергии в проекции на ось x:



$$\Delta K''_x = A''_x$$

$$-K = -f'S$$

$$-k = -\mu mgS$$

$$k = \mu mgS$$

~~Подставим сюда~~ K ~~из уравнения (**)~~:

~~$(F-\mu mg)L$~~

Подставим сюда значение $\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$:

$$k = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} mgS$$

$$S = \frac{k}{mg}\cdot\frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}.$$

Ответ: $\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$; $S = \frac{k}{mg}\cdot\frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача №4

1)

$C = \frac{Q}{\nu \Delta T}$ $\quad A_{31} = \Delta U_{31} - Q_{31}$ (по 1 закону термодинамики)

$Q_{31} = C_{31} \nu \Delta T_{31}$

$\Delta U_{31} = \frac{i}{2} \nu R \Delta T_{31}$

$A_{31} = \frac{i}{2} \nu R \Delta T_{31} - C_{31} \nu \Delta T_{31} = \nu \Delta T_{31} (\frac{i}{2} R - C_{31})$

~~Аmmm~~

$A_{31} = \nu \cdot (T_1 - 4T_1)(\frac{i}{2} R - 2R)$

$A_{31} = -3 \nu R T_1 (\frac{i}{2} - 2)$

$A_{31} = -3 \cdot 1 \cdot 8{,}31 \cdot 200 \cdot (\frac{3}{2} - 2) = 2493$ Дж

2)

$\cancel{Q_{31} = C_{31} \nu \Delta T_{31}}$

$\cancel{Q_{31} = 2 \cdot 1 \cdot (-3T_1) = -6 \cdot 200 = -1200 \text{ Дж}}$

$\cancel{Q_{12} = C_{12} \nu \Delta T_{12}}$

$\cancel{Q_{12} = 1{,}5 \cdot 1 \cdot 7T_1 = 10{,}5 \cdot 200 = 2100 \text{ Дж}}$

$\cancel{Q_{23} = C_{23} \nu \Delta T_{23}}$

$Q_{31} = C_{31} \cdot \nu \Delta T_{31}$

$Q_{31} = 2R \cdot \nu \cdot (-3T_1) = -6 \nu R T_1$

$Q_{31} = -6 \cdot 1 \cdot 8{,}31 \cdot 200 = -9972$ Дж

$Q_{12} = C_{12} \nu \Delta T_{12}$

$Q_{12} = 1{,}5 R \cdot \nu \cdot 7T_1 = 10{,}5 \nu R T_1$

$Q_{12} = 10{,}5 \cdot 1 \cdot 8{,}31 \cdot 200 = \cancel{8725{,}5 \text{ Дж}}\ 17451$ Дж

$Q_{23} = C_{23} \nu \Delta T_{23}$

$Q_{23} = 0{,}5 R \cdot \nu \cdot (-4T_1) = -2 \nu R T_1$

$Q_{23} = -2 \cdot 1 \cdot 8{,}31 \cdot 200 = -3324$ Дж

КПД цикла можно вычислить по формуле:

$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$, где Q_1 – полученное тепло, а Q_2 – отданное тепло.

$Q_1 = Q_{12} = 17451$ Дж

$Q_2 = |Q_{23} + Q_{31}| = 3324 + 9972 = 13296$ Дж

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\eta = 1 - \frac{13296}{17451} \approx 1 - 0{,}75 = \cancel{0{,}3 = 30\%} = 0{,}25 = 25\%$$

3)

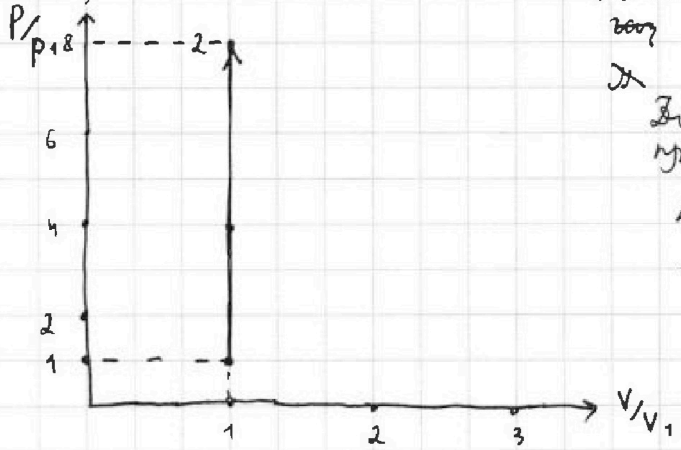


рис.

~~Т.к. для идеального газа~~

Для некоторого изохорного процесса:

$\Delta U = \frac{i}{2}\nu R \Delta T$

$A = 0$

$Q = \Delta U + A$

$Q = \frac{i}{2}\nu R \Delta T$

$C = \frac{Q}{\nu \Delta T} = \frac{i}{2} R$

Для одноатомного газа: $i = 3$ и

$C = 1{,}5R$.

Т.е., если в некотором процессе для идеального одноатомного газа $C = 1{,}5R$, то этот процесс – изохорный.

Значит процесс $1 \to 2$ изохорный: $V_2 = V_1$

Для изохорного процесса: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = 8p_1$.

Т.к. $T_3 = 4T_1$, $p_3V_3 = 4p_1V_1$ (ур-е 1)

~~Т.е. точка 3 находится где-то на изотерме~~ $\cancel{T_3 = \frac{p_3V_3}{\nu R T_3} = \frac{4p_1V_1}{\nu R \cdot 4T_1} = \frac{p_1V_1}{\nu R}}$

~~С другой~~

Т.е. точка 3 находится где-то на изотерме $T_3 = \frac{p_3V_3}{\nu R} = \frac{4p_1V_1}{\nu R}$

Ответ: $A_{31} = 2493$ Дж; $\eta \approx \cancel{30\%}\ 25\%$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

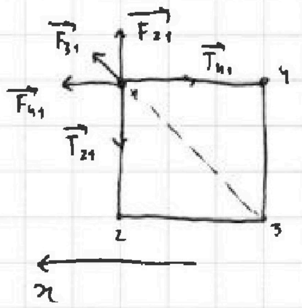
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача №5.

1)



Расставим силы, действующие на шарик 1.

$$F_{21}=F_{41}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{a^2} \qquad T_{41}=T_{21}=T$$

$$F_{31}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{(\sqrt{2}a)^2}=\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{a^2}$$

Запишем для него уравнение покоя:

$$\vec{F_{41}}+\vec{F_{31}}+\vec{F_{21}}+\vec{T_{21}}+\vec{T_{41}}=\vec{0}$$

$$x:\ F_{41}+F_{31}\cos 45^\circ=T_{41}$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{a^2}+\frac{1}{8\sqrt{2}\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{a^2}=T$$

$$\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\left(1+\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)=T$$

$$q=\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 a^2 T}{1+\frac{1}{2\sqrt{2}}}}=2a\sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0 T}{1+\frac{1}{2\sqrt{2}}}}.$$

2)

~~Т.~~ Потенциальная энергия взаимодействия шариков 1 и 4 уменьшится с $П_0$ до $П'$

$$П_0=F_{41}\cdot a=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{a^2}\cdot a=\frac{q^2}{4\pi a\varepsilon_0}$$

$$П'=F_{41}'\cdot 3a=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{(3a)^2}\cdot 3a=\frac{q^2}{12\pi a\varepsilon_0}$$

~~Запишем закон сохранения~~

Т.к. внешние силы, действующие на систему „шарик 1 – шарик 4", направлены $\perp$ их вектору движения в любой момент времени, запишем закон сохранения энергии:

$$\Delta E=-\Delta П$$

$$K_{сист.}=П_0-П_1=\frac{q^2}{4\pi a\varepsilon_0}-\frac{q^2}{12\pi a\varepsilon_0}=\frac{q^2}{6\pi a\varepsilon_0}=\frac{\frac{4\pi\varepsilon_0 a^2 T}{1+\frac{1}{2\sqrt{2}}}}{6\pi a\varepsilon_0}=\frac{4aT}{6\left(1+\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)}=\frac{2aT}{3\left(1+\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)}$$

Тогда кинетическая энергия каждого из этих шариков:

$$K=\frac{K_{сист}}{2}=\frac{aT}{3\left(1+\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)}$$

Ответ: $q=2a\sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0 T}{1+\frac{1}{2\sqrt{2}}}}$; $K=\frac{aT}{3\left(1+\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} \times\ 17451 \\ 0{,}8 \\ \hline 13960{,}8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times\ 17451 \\ 0{,}75 \\ \hline 87255 \\ +\ 122157 \\ \hline 130882{,}5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times\ 17451 \\ 0{,}7 \\ \hline 12215{,}7 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$

$C = 2R$

$A = \frac{1}{2}\nu R\Delta T$

1) $p_3V_3 = 4p_1V_1 \Rightarrow p_3 = \frac{4p_1V_1}{V_3}$

2) $\cancel{Q_{31} = C_{31}\nu\Delta T_{31} - p_3V_3 - p_1V_1 = \Delta U_{31}}$

$p_1V_1 - p_3V_3 = \Delta U_{31}$

$p_1V_1 - p_3V_3 = \frac{1}{2}\nu R\Delta T_{31}$

$\frac{Q}{\nu\Delta T} = 2R$

$\cancel{p_1V_1 - p_3V_3}$

$-3p_1V_1$

$1 \to 3: \quad \frac{p}{V} = \alpha = const$

$pV = \nu RT$

$\alpha V^2 = \nu RT$

$T \sim V^2$

$Q = 2R\nu\Delta T$

$p_3V_3 = \nu RT_3$

$Q = \Delta U = \frac{1}{2}\nu R\Delta T$

$A = \alpha(\Delta V^2) = \alpha($

$\frac{1}{2}\nu R\Delta T =$

$\frac{4p_1V_1}{V_3} \cdot V_3 = \nu RT_3$

$p_1V_1 = \nu$

C

$p_3V_3 = 4p_1V_1$

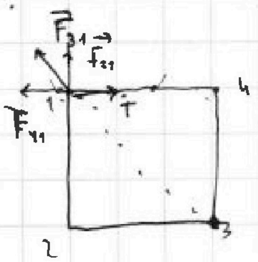
$(p_3 - p_1)(V_3 - V_1) = A_{31}$

$p_3V_3 - p_1V_1 - p_3V_1 + p_1V_3$

$\Delta U = \Delta(pV) = \alpha\Delta V^2$

νRT

5.



$F_{21} = F_{41} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2}$

$F_{31} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{(\sqrt{2}a)^2} = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2}$

$T = F_{41} + F_{31}\cos 45^\circ$

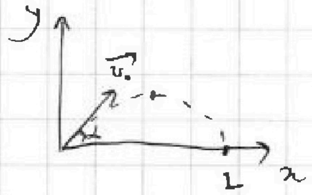
$T = F_{41} + F_{31} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$

$T = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{a^2} + \frac{1}{8\sqrt{2}\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{a^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{a^2}\left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$

$\Delta\Pi = F_{41} \cdot a$

$\Delta\Pi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2 \cdot 3a}{(3a)^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2 \cdot a}{a^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{a^2}{3a} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{a^2}{a}$

1)



$y: t = 2\frac{v_0 \sin\alpha}{g}$

$x: L = v_0 \cos\alpha t =$

$L = v_0 \cos\alpha \cdot 2\frac{v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} \cdot 2\sin\alpha\cos\alpha = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$v_0 = \sqrt{\frac{Lg}{\sin 2\alpha}}$

$v_0 = \sqrt{\frac{20 \cdot 10}{1}} = \sqrt{200}$ м/с

2)

$y: y = v_0 \sin\varphi t - \frac{gt^2}{2}$

$x: x = v_0 \cos\varphi t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos\varphi}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow y = v_0 \sin\varphi \frac{x}{v_0 \cos\varphi} - \frac{g}{2} \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\varphi} \Rightarrow$

$\Rightarrow y = x\,tg\varphi - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\varphi}$

$t = \frac{S}{v_0 \cos\varphi}$

$y = v_0 \sin\varphi t - \frac{g}{2}t^2$

$y = v_0 \sin\varphi \frac{S}{v_0\cos\varphi} - \frac{g}{2}\frac{S^2}{v_0^2\cos^2\varphi}$

$y = S\,tg\varphi - \frac{gS^2}{2v_0^2\cos^2\varphi}$

$y = S\,tg\varphi - \frac{gS^2}{2v_0^2} \cdot (tg^2\varphi + 1)$

$y = -\frac{gS^2}{2v_0^2} tg^2\varphi - \frac{gS^2}{2v_0^2} + S\,tg\varphi$

$y' = \left(-\frac{gS^2}{2v_0^2}tg^2\varphi\right)' - \left(\frac{gS^2}{2v_0^2}\right)' + (S\,tg\varphi)'$

$y' = -\frac{gS^2}{2v_0^2}(tg^2\varphi)' - 0 + S(tg\varphi)'$

$y' = -\frac{gS^2}{2v_0^2} \cdot 2tg\varphi \frac{1}{\cos^2\varphi} + S \cdot \frac{1}{\cos^2\varphi}$

$y' = \frac{S}{\cos^2\varphi}\left(1 - \frac{gS}{v_0^2} tg\varphi\right)$

$y = x\,tg\varphi - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\varphi}$, $v_0 = \sqrt{\frac{Lg}{\sin 2\alpha}}$

$y = x\,tg\varphi - \frac{gx^2}{2 \cdot \frac{Lg}{\sin 2\alpha}\cos^2\varphi}$, $\sin 2\alpha = 1$

$y = x\,tg\varphi - \frac{x^2}{2L\cos^2\varphi}$

$y' = (x\,tg\varphi)' - \left(\frac{x^2}{2L\cos^2\varphi}\right)' = x \cdot \frac{1}{\cos^2\varphi} - \frac{x^2}{2L}\left(\frac{1}{\cos^2\varphi}\right)' =$

$= \frac{x}{\cos^2\varphi} - \frac{x^2}{2L} \cdot \frac{(1)'\cos^2\varphi - 1\cdot(\cos^2\varphi)'}{\cos^4\varphi} =$

$= \frac{x}{\cos^2\varphi} - \frac{x^2}{2L} \cdot \frac{2\cos\varphi \cdot (-\sin\varphi)}{\cos^4\varphi} = \frac{x}{\cos^2\varphi}\left(1 + \frac{x}{L}tg\varphi\right)$

$y' = 0 \Rightarrow 1 + \frac{x}{L}tg\varphi = 0 \Rightarrow \frac{x}{L}tg\varphi = -1$

$tg\varphi = -\frac{L}{x}$

$y' = 0 \Rightarrow 1 - \frac{gS}{v_0^2}tg\varphi_0 = 0 \Rightarrow tg\varphi_0 = \frac{v_0^2}{gS} = \frac{Lg}{gS} = \frac{L}{S}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$tg\varphi_0 = \frac{L}{S}$ $\qquad \rho_3 V_3 = 4\rho_1 V_1$

$H = S tg\varphi_0 - \frac{gS^2}{2v_0^2}(tg^2\varphi + 1)$

$H = S\cdot\frac{L}{S} - \frac{gS^2}{2v_0^2}\left(\frac{L^2}{S^2}+1\right) = L - \frac{gL^2}{2v_0^2} - \frac{gS^2}{2v_0^2} = L - \frac{g}{2v_0^2}(L^2+S^2)$

$\frac{g}{2v_0^2}(L^2+S^2) = L - H$

$L^2+S^2 = \frac{2v_0^2}{g}(L-H)$

$S^2 = \frac{2v_0^2}{g}(L-H) - L^2$

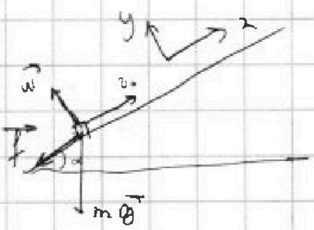
$S = \sqrt{\frac{2v_0^2}{g}(L-H)-L^2} = \sqrt{\frac{2gL}{g}(L-H)-L^2} = \sqrt{2L(L-H)-L^2} =$

$= \sqrt{2L^2-2LH-L^2} = \sqrt{L^2-2LH} = \sqrt{L^2\left(1-2\frac{H}{L}\right)} = L\sqrt{1-2\frac{H}{L}}.$

$S = 20\sqrt{1-2\cdot\frac{3,6}{20}} = 20\sqrt{1-\frac{3,6}{10}} = 20\sqrt{1-0,36} = 20\sqrt{0,64} = 20\cdot 0,8 =$

$= 16$ м.

2. 1)



$\vec{N} + m\vec{g} + \vec{f} = m\vec{a}$

$y: N = mg\cos\alpha$

$f = \mu N = \mu mg\cos\alpha$

$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} =$

$= \sqrt{1-0,36} = \sqrt{0,64} = 0,8$

$x: ma_x = -mg\sin\alpha - f$

$ma_x = -mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha$

$a_x = -g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha$

$a_x = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$

~~$S_x = Tv_0$~~

~~$-(f+mg\sin\alpha)S = -mv_0$~~

$S_x = v_{0x}T + \frac{a_x T^2}{2}$

$S_x = v_0 T - \frac{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{2}T^2.$

$S = 6\cdot 1 - \frac{10}{2}(0,6 + 0,5\cdot 0,8)\cdot 1^2 =$

$= 6 - 5(0,6+0,4) = 1$ м.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

2) $\Delta p_x = R_x T_1$

изобара:

$Q = \frac{i+2}{2}\nu R \Delta T$

$C = \frac{i+2}{2} R = \frac{5}{2} R$

~~$m(v_0 - u) =$~~

$m(u - v_0) = -(f + mg\sin\alpha) T_1$

$m(u - v_0) = -(\mu mg\cos\alpha + mg\sin\alpha) T_1$

$m(v_0 - u) = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) T_1$

изотерма:

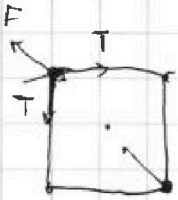
~~$Q =$~~

~~$Q = \nu RT$~~

изохора:

$Q = \frac{i}{2}\nu R\Delta T$

$\boxed{C = \frac{i}{2} R = \frac{3}{2} R}$



$T_1 = \frac{v_0 - u}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$

$T = F\sqrt{2}$

$T_1 = \frac{6 - 1}{10(0{,}6 + 0{,}5 \cdot 0{,}8)} = \frac{5}{10(0{,}6 + 0{,}4)} = 0{,}5\ c$

$1 \to 2$ – изохора

~~3)~~

~~$-(f + mg\sin\alpha) L = -\frac{m v_0^2}{2}$~~

F=

~~$\frac{m v_0^2}{2} = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) L$~~

~~$L = \frac{v_0^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$~~

~~$L = \frac{6^2}{2 \cdot 10(0{,}6 + 0{,}5 \cdot 0{,}8)} = \frac{36}{20 \cdot 1} = 1{,}8$ м~~

$8{,}31 \times 200 = 1662$

$1662 \times 8{,}31 = 13811{,}22$

$C = \frac{Q}{\nu\Delta T}$

$Q_{31} = C_{31}\nu\Delta T_{31}$

$\Delta U_{31} = \frac{i}{2}\nu R\Delta T_{31}$

$Q_{31} = \Delta U_{31} + A'_{31} \Rightarrow A'_{31} = Q_{31} - \Delta U_{31}$

~~$A_{13} = \Delta U_{13} - Q_{13}$~~

$A_{31} = \Delta U_{31} - Q_{31}$

$A_{31} = \frac{i}{2}\nu R\Delta T_{31} - C_{31}\nu\Delta T_{31}$

$8{,}31 \times 300 = 2493$

$i = 3$

~~$C = \frac{Q}{\nu}$~~

$C =$

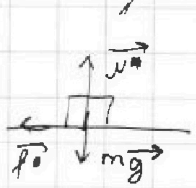
10

2100

$8{,}31 \times 2100 = 17451{,}00$

3)

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{0{,}6}{0{,}8} = \frac{3}{4}$



$A_{31} = -3 \cdot 1 \cdot 8{,}31 \cdot 200 \cdot (\frac{3}{2} - 2)$

$A_{31} = 3 \cdot 1 \cdot 8{,}31 \cdot 200 \cdot \frac{1}{2} = 300 \cdot 8{,}31 = 2493$

$1662 \times 10{,}5 = 17451{,}0$

$A_{31} = \nu\Delta T_{31}(\frac{i}{2}R - C_{31})$

$A_{31} = \nu(T_1 - 4T_1)(\frac{i}{2}R - C_{31})$

$A_{31} = -3\nu T_1(\frac{i}{2}R - C_{31})$

$A_{31} = -3 \cdot 1 \cdot 200(\frac{3}{2} \cdot 8{,}31 - \ldots)$

$A_{31} = \nu(T_1 - 4T_1)(\frac{i}{2}R - 2R)$

$A_{31} = -3\nu RT_1(\frac{i}{2} - 2)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

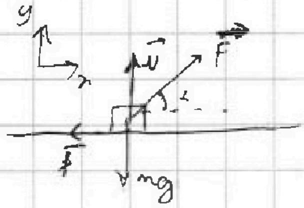
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

3.

а)



$y: N = mg - F\sin\alpha$

$f = \mu N = \mu(mg - F\sin\alpha)$

$x:$

$ma_x = F\cos\alpha - f$

$ma_x = F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha)$

$ma_x = F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu mg$

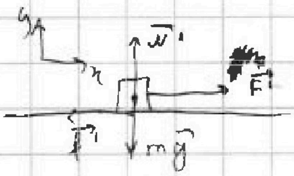
$x: \Delta K_x = A_x$

$K = (F\cos\alpha - f)L$

$K = (F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha))L$

$K = (F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu mg)L \ (*)$

б)



$y: N' = mg$

$f' = \mu N' = \mu mg$

$x: \quad \Delta K_x' = A_x'$

~~$(F' - f')$~~

$K = (F' - f')L$, т.к. $F' = F$:

$K = (F - \mu mg)L \ (**)$

Из $(*)$ и $(**)$

$F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu mg = F - \mu mg$

$F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) = F$

$\cos\alpha + \mu\sin\alpha = 1$

~~$\cos\alpha = -\mu\sin\alpha \Rightarrow \mu = -\operatorname{ctg}\alpha$~~

$\mu\sin\alpha = 1 - \cos\alpha$

$$\boxed{\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}}$$

$831 \cdot 1200 = 831 \cdot 12$

$Q_{31} = C_{31}\nu\Delta T_{31} < 0$

$Q_{23} = C_{23}\nu\Delta T_{23} < 0$

найдем:

известно

m

$831 \times 10{,}5 = 8725{,}5$

$831 \times 4 = 3324$

$9972 + 3324 = 13296$