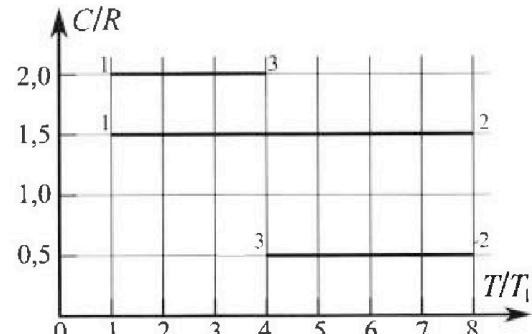


Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

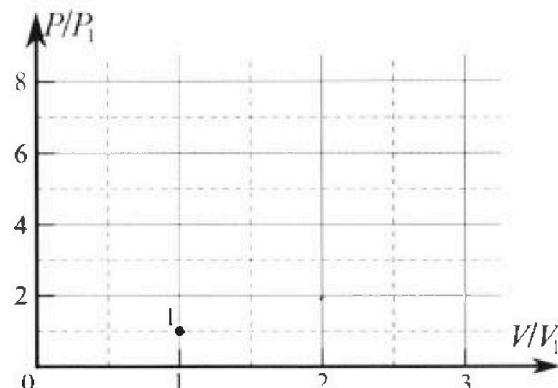
Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1(см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна $T_1 = 200$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

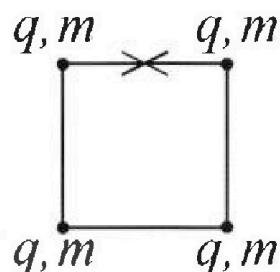


- 1) Найдите работу A_{31} внешних сил над газом в процессе 3-1.
- 2) Найдите КПД η цикла.
- 3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной a (см. рис.). Сила натяжения каждой нити T .

- 1) Найдите абсолютную величину $|q|$ заряда каждого шарика. Одну нить пережигают.
- 2) Найдите кинетическую энергию K любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.
- 3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)? Электрическая постоянная ϵ_0 . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.





Олимпиада «Физтех» по физике,

февраль 2023



Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол $\alpha = 45^\circ$ с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета $L = 20$ м.

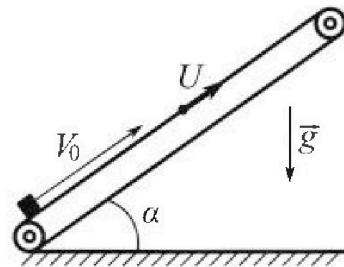
1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью V_0 к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна $H = 3,6$ м.

2) На каком расстоянии S от точки старта находится стенка?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,6$ (см. рис.). В первом опыте небольшую коробку ставят на покояющуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 6$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = 0,5$. Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь S пройдет коробка в первом опыте к моменту времени $T = 1$ с?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью $U = 1$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 6$ м/с (см. рис.).

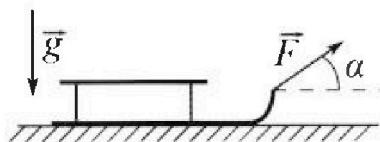
2) Через какое время T_1 после старта скорость коробки во втором опыте будет равна

$$U = 1 \text{ м/с}?$$

3) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки обратится в ноль во втором опыте? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии K на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).



Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии K действие внешней силы прекращается.

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение S санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения g .

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

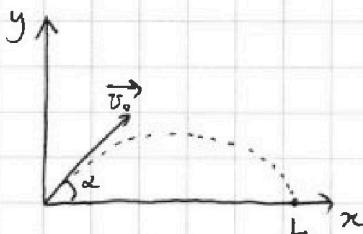
- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1)



Задача №1.

1) t - время полёта

$$y: t = 2 \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$x: L = v_0 \cos \alpha t$$

$$L = v_0 \cos \alpha t \cdot \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

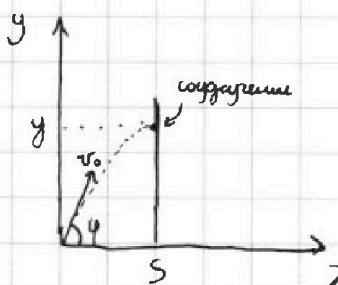
$$v_0 = \sqrt{\frac{Lg}{\sin 2\alpha}}. \quad \alpha = 45^\circ \Rightarrow \sin 2\alpha = \sin 90^\circ = 1.$$

Итогово:

$$v_0 = \sqrt{Lg} \quad v_0 = \sqrt{20 \cdot 10} = \sqrt{200} \text{ м/с}$$

$$\text{Ответ: } v_0 = \sqrt{\frac{Lg}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{200} \text{ м/с}$$

2)



1) y - темперацкий угол начального вектора
скорости к горизонту
2) t - время полёта до координаты

$$x: \Delta t = \frac{s}{v_0 \cos \varphi}$$

$$y: y = v_0 \sin \varphi t - \frac{g}{2} t^2$$

$$y = v_0 \sin \varphi \cdot \frac{s}{v_0 \cos \varphi} - \frac{g}{2} \cdot \frac{s^2}{v_0^2 \cos^2 \varphi}$$

$$y = s \operatorname{tg} \varphi - \frac{g s^2}{2 v_0^2} \cdot (\operatorname{tg}^2 \varphi + 1) \quad (*)$$

$$y = - \frac{g s^2}{2 v_0^2} \operatorname{tg}^2 \varphi + s \operatorname{tg} \varphi - \frac{g s^2}{2 v_0^2}$$

Для определения такого $\varphi = \varphi_0$, при котором при движении вдоль S значение $y'(y)$ - максимальное, т.е. $y'(\varphi_0) = 0$.

$$y' = \left(- \frac{g s^2}{2 v_0^2} \operatorname{tg}^2 \varphi \right)' - \left(\frac{g s^2}{2 v_0^2} \right)' + (s \operatorname{tg} \varphi)' = - \frac{g s^2}{2 v_0^2} \cdot 2 \operatorname{tg} \varphi \cdot \frac{1}{\cos^2 \varphi} + s \cdot \frac{1}{\cos^2 \varphi}$$

$$y' = \frac{s}{\cos^2 \varphi} \left(1 - \frac{g s}{v_0^2} \operatorname{tg} \varphi \right)$$

$$y'(\varphi_0) = 0$$

$$\frac{s}{\cos^2 \varphi_0} \left(1 - \frac{g s}{v_0^2} \operatorname{tg} \varphi_0 \right) = 0 \Rightarrow 1 - \frac{g s}{v_0^2} \operatorname{tg} \varphi_0 = 0 \Rightarrow \operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{v_0^2}{g s}.$$

$$\text{Итогово: } v_0 = \sqrt{Lg} : \operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{Lg}{gs} = \frac{L}{s}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Найдем уравнение движения маятника (*):
знаяния $\varphi = \varphi_0$ и $y = H$, получаем:

$$H = S \operatorname{tg} \varphi_0 - \frac{g S^2}{2 v_0^2} (\operatorname{tg}^2 \varphi + 1)$$

$$H = S \cdot \frac{L}{S} - \frac{g S^2}{2 v_0^2} \left(\frac{L^2}{S^2} + 1 \right)$$

$$H = L - \frac{g L^2}{2 v_0^2} - \frac{g S^2}{2 v_0^2} = L - \frac{g L}{2 v_0^2} (L^2 + S^2) \Rightarrow S = \sqrt{\frac{2 v_0^2}{g} (L-H) - L^2}.$$

Найдем $v_0 = \sqrt{Lg}$:

$$S = \sqrt{\frac{2 L g}{g} (L-H) - L^2} = \sqrt{2 L (L-H) - L^2} = \sqrt{L^2 - 2 L H} = \sqrt{L^2 \left(1 - 2 \frac{H}{L} \right)} = L \sqrt{1 - 2 \frac{H}{L}}.$$

$$S = 20 \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot \frac{5}{20}} = \sqrt{1 - 0,36} \cdot 20 = \sqrt{0,64} \cdot 20 = 0,8 \cdot 20 = 16 \text{ м}$$

Однако: $S = L \sqrt{1 - 2 \frac{H}{L}} = 16 \text{ м}$

Однако: $v_0 = \sqrt{200 \text{ м/с}}$; $S = 16 \text{ м/с}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

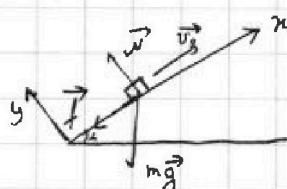
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача № 2

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - 0,6^2} = 0,8$$

1)



I m - масса коробки,
f - сила трения,
N - сила нормальной реакции опоры

Действующие силы:

Запишем уравнение движения:

$$\vec{w} + mg \vec{j} + \vec{f} = m \vec{a}$$

$$y: N = mg \cos \alpha$$

$$f = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$

$$x: m a_n = -mg \sin \alpha - f$$

$$m a_n = -mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$$

$$a_n = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

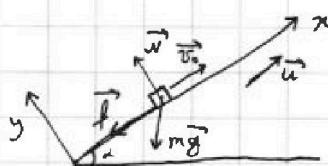
$$x: S_x = v_{0x} T + \frac{a_n T^2}{2} \Rightarrow S = v_0 T - \frac{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{2} T^2.$$

При

$$S = 6 \cdot 1 - \frac{10}{2} (0,6 + 0,5 \cdot 0,8) = 1 \text{ м}$$

Ответ: $S = 1 \text{ м}$

2) Запишем теорему об изменении кинетической энергии на оси X:



$$\Delta P_x = F_x \cdot T_1$$

$$m(u - v_0) = -(f + mg \sin \alpha) T_1$$

$$m(u - v_0) = -mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) T_1$$

$$m(v_0 - u) = mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) T_1$$

$$T_1 = \frac{v_0 - u}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$$

$$T_1 = \frac{6 - 1}{10(0,6 + 0,5 \cdot 0,8)} = 0,5 \text{ с}$$

Ответ: $T_1 = 0,5 \text{ с}$

3) Теперь найдём расстояние L_1 , которое преодолела коробка за время T_1 .

Запишем теорему об изменении кинетической энергии в проекции на ось X:

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Delta K_{x1} = A_{x1}$$

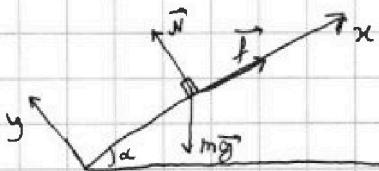
$$\frac{mu^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = -(f + mg \sin\alpha) L,$$

$$\frac{mv_0^2}{2} - \frac{mu^2}{2} = mg(\sin\alpha + \mu \cos\alpha) L_1,$$

$$\frac{m}{2}(v_0^2 - u^2) = mg(\sin\alpha + \mu \cos\alpha) L_1,$$

$$L_1 = \frac{v_0^2 - u^2}{2g(\sin\alpha + \mu \cos\alpha)}.$$

Изменяя скорость корабля становятся меньше, тем скорости меньше, и сила трения, действующая на корабль, меньше направление на противоположное. Найдём расстояние L_2 , которое проехала корабль после этого момента до остановки. В нашем случае $\mu < \tan\alpha$, поэтому линия кораблю не удовлетворяет, она останавливается и начинает скользить вниз.



Опять запишем первому об изменении кинетической энергии в проекции на ось x:

$$\Delta K_{x2} = A_{x2}$$

$$-\frac{mu^2}{2} = (f - mg \sin\alpha) L_2$$

$$\frac{mu^2}{2} = mg(\sin\alpha - \mu \cos\alpha) L_2$$

$$L_2 = \frac{u^2}{2g(\sin\alpha - \mu \cos\alpha)}.$$

$$L = L_1 + L_2$$

$$L = \frac{v_0^2 - u^2}{2g(\sin\alpha + \mu \cos\alpha)} + \frac{u^2}{2g(\sin\alpha - \mu \cos\alpha)}.$$

$$L = \frac{6^2 - 1^2}{2 \cdot 10(0,6 + 0,5 \cdot 0,8)} + \frac{1^2}{2 \cdot 10(0,6 - 0,5 \cdot 0,8)} = \frac{35}{20} + \frac{1}{20 \cdot 0,2} = \frac{7}{4} + \frac{1}{4} = \frac{8}{4} = 2 \text{ м}$$

$$\text{Ober: } L = 2 \text{ м}$$

$$\text{Ober: } S = 1 \text{ м}; T_1 = 0,5 \text{ с}; L = 2 \text{ м}.$$

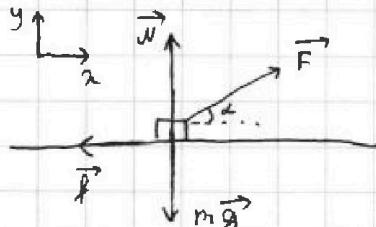


- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

1)



Задача № 3

Всё как обычно:

\vec{N} и \vec{N}' - силы нормальной реакции опоры в первом и во втором случаях соответственно.

\vec{f} и \vec{f}' - силы трения в первом и во втором случаях соответственно

\vec{F} и \vec{F}' - силы тяги в первом и во втором случаях соответственно

L - путь прохождения, одинаковый в обоих случаях

Запишем для первого случая Тэорему об изменении кинетической энергии в проекции на ось x :

$$\Delta K_x = A_x$$

$$K = (F_{\cos \alpha} - f)L \quad (1)$$

Найдём f .

Запишем уравнение движений:

$$m\vec{g} + \vec{F} + \vec{N} + \vec{f} = m\vec{a}$$

$$y: -mg + N + F_{\sin \alpha} = 0$$

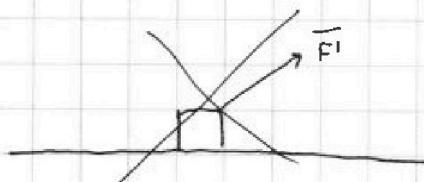
$$\therefore N = mg - F_{\sin \alpha}$$

$$f = \mu N = \mu(mg - F_{\sin \alpha})$$

Подставляем в (1):

$$K = (F_{\cos \alpha} - \mu(mg - F_{\sin \alpha}))L$$

$$K = (F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg)L \quad (*)$$



Повторяя записанное выражение об изменении кинетической энергии для второго случая:

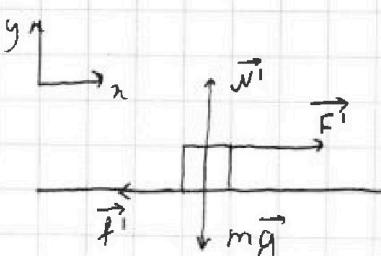
$$\Delta K'_x = A'_x$$

$$K = (F' - f')L \quad \text{Из-за н., но условие, } F' = F:$$

$$K = (F - f')L$$

Сила трения равна $f' = \mu N' = \mu mg$

$$K = (F - \mu mg)L \quad (**)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Демонстрируем (*) и (**) и разделим обе части на L:

$$F(\cos\alpha + \mu \sin\alpha) - \mu mg = F - \mu mg$$

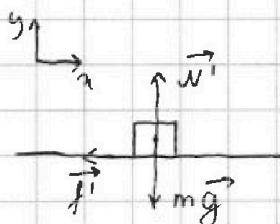
$$\cos\alpha + \mu \sin\alpha = 1$$

$$\mu \sin\alpha = 1 - \cos\alpha$$

$$\mu = \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha}.$$

2)

Запишем теорему об изменении кинетической энергии в проекции на ось x:



$$\Delta K_n'' = A''x$$

$$-K = -f'S$$

$$-K = -\mu mgS$$

$$K = \mu mg S$$

Достаточное условие для устойчивости (**):

$$(F - \mu mg)L$$

Достаточное условие устойчивости $\mu = \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha}$:

$$K = \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha} mgS$$

$$S = \frac{K}{mg} \cdot \frac{\sin\alpha}{1 - \cos\alpha}.$$

Однако: $\mu = \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha}; S = \frac{K}{mg} \cdot \frac{\sin\alpha}{1 - \cos\alpha}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 4

1)

$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$

$$A_{31} = \Delta U_{31} - Q_{31} \text{ (по 1 закону термодинамики)}$$

$$Q_{31} = C_{31} V \Delta T_{31}$$

$$\Delta U_{31} = \frac{1}{2} V R \Delta T_{31}$$

$$A_{31} = \frac{1}{2} V R \Delta T_{31} - C_{31} V \Delta T_{31} = V \Delta T_{31} \left(\frac{1}{2} R - C_{31} \right)$$

решение

$$A_{31} = V \cdot (T_1 - 4T_1) \left(\frac{1}{2} R - 2R \right)$$

$$A_{31} = -3 V R T_1 \left(\frac{1}{2} - 2 \right).$$

$$A_{31} = -3 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 200 \cdot \left(\frac{1}{2} - 2 \right) = 2493 \text{ Дж}$$

2)

~~$$Q_{31} = C_{31} V \Delta T_{31}$$~~

~~$$Q_{31} = 2 \cdot 1 \cdot (-3T_1) = -6 \cdot 200 = -1200 \text{ Дж}$$~~

~~$$Q_{12} = C_{12} V \Delta T_{12}$$~~

~~$$Q_{12} = 1,5 \cdot 1 \cdot 7T_1 = 10,5 \cdot 200 = 2100 \text{ Дж}$$~~

~~$$Q_{23} = C_{23} V \Delta T_{23}$$~~

$$Q_{31} = C_{31} V \Delta T_{31}$$

$$Q_{31} = 2R \cdot V \cdot (-3T_1) = -6 V R T_1$$

$$Q_{31} = -6 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 200 = -9972 \text{ Дж}$$

$$Q_{12} = C_{12} V \Delta T_{12}$$

$$Q_{12} = 1,5 R \cdot V \cdot 7T_1 = 10,5 V R T_1$$

$$Q_{12} = 10,5 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 200 = 17451 \text{ Дж}$$

$$Q_{23} = C_{23} V \Delta T_{23}$$

$$Q_{23} = 0,5 R \cdot V \cdot (-4T_1) = -2 V R T_1$$

$$Q_{23} = -2 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 200 = -3324 \text{ Дж}$$

КПД цепи можно вычислить по формуле:

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}, \text{ где } Q_1 - \text{ полезное тепло, а } Q_2 - \text{ отданное тепло.}$$

$$Q_1 = Q_{12} = 17451 \text{ Дж}$$

$$Q_2 = |Q_{12} + Q_{31}| = 3324 + 9972 = 13296 \text{ Дж}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\eta = 1 - \frac{13296}{17451} \approx 1 - 0,75 = 0,25 = 25\%$$

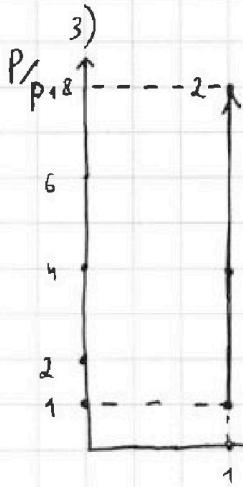


рис.

для к.длт прямого цикла

зап

для некоторого изобарного процесса:

$$\Delta U = \frac{1}{2} VR \Delta T$$

$$A = 0$$

$$Q = \Delta U + A$$

$$Q = \frac{1}{2} VR \Delta T$$

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{1}{2} R$$

для одностадийного газа: $i = 3$

$$C = 1,5 R$$

т.е., если в некотором процессе для идеального газа одностадийного газа $C = 1,5 R$, то этот процесс - изобарный.

Значит процесс $1 \rightarrow 2$ изобарный: $V_2 = V_1$

Для изобарного процесса: $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow P_2 = P_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 8 P_1$

$$\text{т.н. } T_3 = 4 T_1, \quad P_3 V_3 = 4 P_1 V_1 \text{ (упр-е 1)}$$

$$\text{т.н. } T_3 = 4 T_1 \text{ на изобарии } T_3 = \frac{P_3 V_3}{2R} = \frac{4 P_1 V_1}{2R} = \frac{P_1 V_1}{2R}$$

с другой

$$\text{т.н. } T_3 = \frac{P_3 V_3}{2R} = \frac{4 P_1 V_1}{2R}$$

$$\text{Одев: } A_{31} = 2493 \text{ Jm; } \eta \approx 30\% \text{--} 25\%$$

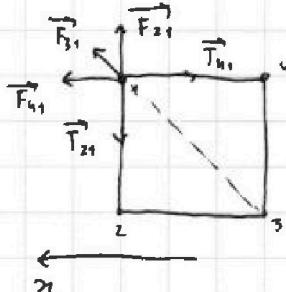
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №5.

1)



расставим силы, действующие на шарик 1.

$$F_{21} = F_{41} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2} \quad T_{41} = T_{21} = T$$

$$F_{31} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{(2\sqrt{2}a)^2} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2}$$

Запишем для него уравнение合力:

$$\vec{F}_{41} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{21} + \vec{T}_{21} + \vec{T}_{41} = \vec{0}$$

$$\chi: F_{41} + F_{31} \cos 45^\circ = T_{41}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2} + \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2} = T$$

$$\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) = T$$

$$q = \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 a^2 T}{1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}}} = 2a \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0 T}{1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}}} .$$

2)

Действующая Энергия взаимодействия шариков 1 и 4

меняется с Π_0 до Π'

$$\Pi_0 = F_{41} \cdot a = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2} \cdot a = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a}$$

$$\Pi' = F_{41}' \cdot 3a = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{(3a)^2} \cdot 3a = \frac{q^2}{12\pi\epsilon_0 a}$$

Запишем закон сохранения

д/р.к. внешние силы, действующие на систему, "шарик 1 - шарик 4",

изменяются + их величина пропорциональна расстоянию между шариками, поэтому закон сохранения энергии:

$$\Delta E = -\Delta \Pi$$

$$K_{\text{ин}} = \Pi_0 - \Pi_1 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} - \frac{q^2}{12\pi\epsilon_0 a} = \frac{q^2}{6\pi\epsilon_0 a} = \frac{\frac{4\pi\epsilon_0 a^2 T}{1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}}}{6\pi\epsilon_0 a} = \frac{a T}{6(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}})} = \frac{2aT}{3(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}})}$$

При этом кинетическая Энергия остается из этих шариков:

$$K = \frac{K_{\text{ин}}}{2} = \frac{a T}{3(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}})}$$

$$\text{О'Brien: } q = 2a \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0 T}{1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}}} ; K = \frac{a T}{3(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}})}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 53451 \\ \times 27 \\ \hline 139608 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17451 \\ \times 87354 \\ \hline 1308825 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 53451 \\ \times 17451 \\ \hline 1308825 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~P₁V₁~~

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$$

$$C = 2R$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} \nu R \Delta T$$

$$1) \cancel{P_3 V_3 = p_1 V_1} \Rightarrow \cancel{P_3 V_3} = \frac{p_1 V_1}{V_3}$$

$$P_3 = \frac{p_1 V_1}{V_3}$$

$$2) \cancel{Q_{31} = C_3 \nu \Delta T_3 + P_3 V_3 - P_1 V_1 = \Delta U_{31}}$$

$$p_1 V_1 - p_3 V_3 < \Delta U_{31}$$

$$p_1 V_1 - p_3 V_3 = \frac{1}{2} \nu R \Delta T_3,$$

$$\frac{Q}{\nu \Delta T} = 2R$$

$$Q = 2R \nu \Delta T$$

$$P_3 V_3 = \nu R T_3$$

$$1 \rightarrow 3 : \frac{P}{V} = \lambda = \text{const}$$

$$P V = \nu R T$$

$$\nu V^2 = \nu R T \Rightarrow V \propto \sqrt{T}$$

$$T \sim V^2$$

$$\frac{1}{2} \nu R \Delta T =$$

$$\cancel{P_1 V_1 - P_3 V_3 = \nu R T_3}$$

$$\cancel{P_1 V_1 = \nu}$$

$$Q = \Delta U = \nu R \Delta T$$

$$\Delta A = \lambda (\Delta V^2) = \lambda ($$

C

$$F_{21} = F_{31} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2}$$

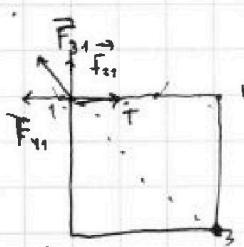
$$F_{31} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{(\sqrt{2}a)^2} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2}$$



$$T = F_{41} + F_{31} \cos 45^\circ$$

$$T = F_{41} + F_{31} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$T = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2} + \frac{1}{8\sqrt{2}\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \right)$$



~~F₃₁~~

$$\Delta P = F_{41} \cdot a$$

$$\Delta H = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2 \cdot 3a}{(3a)^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2 \cdot a}{a^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{a^2}{3a} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{a^2}{a}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

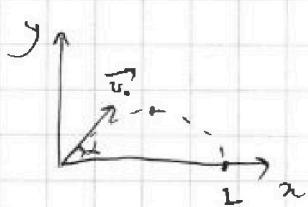


- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1)



$$y : t = -\frac{1}{2} \frac{v_0 \sin \alpha_0}{g} t^2$$

$$x : L = v_0 \cos \alpha_0 t =$$

$$L = v_0 \cos \alpha_0 \cdot 2 \frac{v_0 \sin \alpha_0}{g} = \frac{v_0^2}{g} \cdot 2 \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha_0}{g}$$

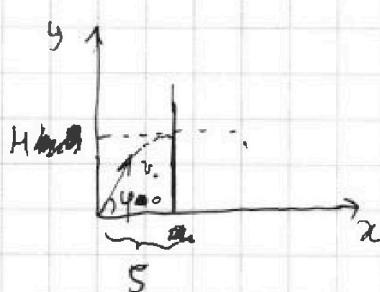
$$\sin^2 \alpha_0 + \cos^2 \alpha_0 = 1$$

$$tg^2 \alpha_0 + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha_0}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{Lg}{\sin 2\alpha_0}}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{20 \cdot 9.81}{1}} = \sqrt{200} \text{ м/с}$$

2)



$$y : y = v_0 \sin \alpha_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$x : x = v_0 \cos \alpha_0 t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha_0}$$

$$\Rightarrow y = v_0 \sin \alpha_0 \cdot \frac{x}{v_0 \cos \alpha_0} - \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = x \tan \alpha_0 - \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha_0}$$

на x смотреть

$$y = x \tan \alpha_0 - \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha_0} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{Lg}{\sin 2\alpha_0}}$$

$$y = x \tan \alpha_0 - \frac{g x^2}{2 \cdot \frac{Lg}{\sin 2\alpha_0} \cos^2 \alpha_0}, \sin 2\alpha_0 = 1$$

$$y = x \tan \alpha_0 - \frac{g x^2}{2 L \cos^2 \alpha_0}$$

$$y' = (x \tan \alpha_0) - \left(\frac{g x^2}{2 L \cos^2 \alpha_0} \right)' = x \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha_0} - \frac{x^2}{2 L} \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha_0} \right)' =$$

$$= \frac{x}{\cos^2 \alpha_0} - \frac{x^2}{2 L} \cdot \frac{(1) \cos^2 \alpha_0 - 2 \cos \alpha_0 \cdot (-2 \sin \alpha_0)}{\cos^4 \alpha_0} = \frac{x}{\cos^2 \alpha_0} \left(1 + \frac{x}{L} \tan \alpha_0 \right)$$

$$y' = 0 \rightarrow 1 + \frac{x}{L} \tan \alpha_0 = 0 \Rightarrow \frac{x}{L} \tan \alpha_0 = -1$$

$$\tan \alpha_0 = -1 \quad \tan \alpha_0 = -\frac{L}{x}$$

но

$$t = \frac{s}{v_0 \cos \alpha_0}$$

$$y = v_0 \sin \alpha_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = v_0 \sin \alpha_0 \frac{s}{v_0 \cos \alpha_0} - \frac{1}{2} \frac{s^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha_0}$$

$$y = s \tan \alpha_0 - \frac{g s^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha_0}$$

$$y = s \tan \alpha_0 - \frac{g s^2}{2 v_0^2} \cdot (\tan^2 \alpha_0 + 1)$$

$$y = \frac{g s^2}{2 v_0^2} \tan^2 \alpha_0$$

$$y = -\frac{g s^2}{2 v_0^2} \tan^2 \alpha_0 - \frac{g s^2}{2 v_0^2} + s \tan \alpha_0$$

$$y' = \left[-\frac{g s^2}{2 v_0^2} \cdot 2 \tan^2 \alpha_0 \right] - \left(\frac{g s^2}{2 v_0^2} \right)' + (s \tan \alpha_0)'$$

$$y' = -\frac{g s^2}{2 v_0^2} \cdot 2 \tan^2 \alpha_0 - 0 + s \tan \alpha_0$$

$$y' = -\frac{g s^2}{2 v_0^2} \cdot 2 \tan^2 \alpha_0 \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha_0} + s \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha_0}$$

$$y' = \frac{s}{\cos^2 \alpha_0} \left(1 - \frac{g s^2}{2 v_0^2} \tan^2 \alpha_0 \right)$$

$$y' = 0 \Rightarrow 1 - \frac{g s^2}{2 v_0^2} \tan^2 \alpha_0 = 0 \Rightarrow \tan^2 \alpha_0 = \frac{v_0^2}{gs} = \frac{Lg}{gs} = \frac{L}{S}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{L}{S}$$

$$R_3 V_3 = 4 p \rightarrow V_2$$

$$M = S \operatorname{tg} \varphi_0 - \frac{g S^2}{2 v_0^2} (\operatorname{tg}^2 \varphi + 1)$$

$$M = S \frac{L}{S} - \frac{g S^2}{2 v_0^2} \left(\frac{L^2}{S^2} + 1 \right) = L - \frac{g L^2}{2 v_0^2} = \frac{g S^2}{2 v_0^2} = L - \frac{g}{2 v_0^2} (L^2 + S^2)$$

$$\frac{g}{2 v_0^2} (L^2 + S^2) = L - M$$

$$L^2 + S^2 = \frac{2 v_0^2}{g} (L - M)$$

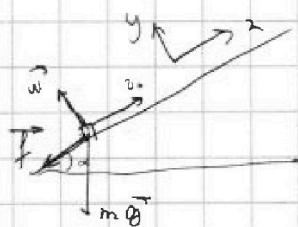
$$S^2 = \frac{2 v_0^2}{g} (L - M) - L^2$$

$$S = \sqrt{\frac{2 v_0^2}{g} (L - M) - L^2} = \sqrt{\frac{2 g L}{g} (L - M) - L^2} = \sqrt{2 L (L - M) - L^2} =$$

$$= \sqrt{2 L^2 - 2 L M - L^2} = \sqrt{L^2 - 2 L M} = \sqrt{L^2 \left(1 - 2 \frac{M}{L} \right)} = L \sqrt{1 - 2 \frac{M}{L}}.$$

$$S = 20 \sqrt{1 - 2 \cdot \frac{3,6}{20}} = 20 \sqrt{1 - \frac{3,6}{10}} = 20 \sqrt{1 - 0,36} = 20 \sqrt{0,64} = 20 \cdot 0,8 = 16 \text{ м.}$$

2. 1)



$$\vec{v} + m\vec{g} \rightarrow \vec{f} = m\vec{a}$$

$$y: m = mg \cos \alpha$$

$$f = \mu N = \mu m g \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - m \sin^2 \alpha} =$$

$$= \sqrt{1 - 0,36} = \sqrt{0,64} = 0,8$$

$$x: m a_x = -m g \sin \alpha - f$$

$$m a_x = -m g \sin \alpha - \mu m g \cos \alpha$$

$$a_x = -g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha$$

$$a_x = -g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

$$S_{x0} = 7,6$$

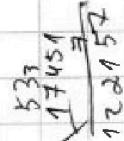
$$S_x = 7,6 t + \frac{a_x t^2}{2}$$

$$- (f + m g \sin \alpha) S = - m v_0 \quad S = 7,6 t - \frac{g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{2} t^2.$$

33960	17454	0	+
22151	0	7	-
10830			

$$S = 6 \cdot 1 - \frac{10}{2} (0,6 + 0,5 \cdot 0,8) \cdot 1^2 =$$

$$= 6 - 5 (0,6 + 0,4) = 1 \text{ м.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

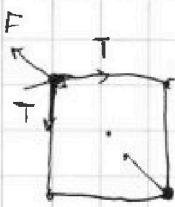
2) $\Delta p_x = R_x T_1$

~~$m(v_0 - u)$~~

избыточка:

$$Q = \frac{i\omega}{2} VR \Delta T$$

$$C = \frac{i\omega}{2} R = \frac{5}{2} R$$



$$T = F\sqrt{2}$$

$$T_1 = \frac{v_0 - u}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$$

$$T_1 = \frac{6 - 1}{10(0,6 + 0,5 \cdot 0,8)} = \frac{5}{10(0,6 + 0,4)} = 0,5 C$$

избыточка:

$$Q = \frac{i\omega}{2} VR \Delta T$$

$$Q = \frac{5}{2} R = \frac{3}{2} R$$

избыточка:

$$Q = \frac{i}{2} VR \Delta T$$

$$C = \frac{i}{2} R = \frac{3}{2} R$$

1 → 2 - избыточка

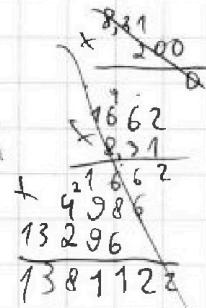
3)

$$-(f + mg \sin \alpha) L = -\frac{m v_0^2}{2}$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = mg (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) L$$

$$L = \frac{v_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$$

$$L = \frac{6^2}{2 \cdot 10(0,6 + 0,5 \cdot 0,8)} = \frac{36}{20 \cdot 1} = 1,8 m$$



$$C = \frac{Q}{2 \Delta T}$$

$$Q_{31} = C_{31} V \Delta T_{31}$$

$$\Delta U_{31} = \frac{1}{2} VR \Delta T_{31}$$

$$A_{31} = Q_{31} = \Delta U_{31} + \Delta H_{31} = \Delta U_{31} = Q_{31} - \Delta U_{31}$$

$$A_{31} = \Delta U_{31} = Q_{31}$$

$$A_{31} = \frac{1}{2} VR \Delta (T_{31} - (T_{31} - \Delta T_{31}))$$

$$A_{31} = \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot \frac{8,31}{2100} = \frac{8,31}{2100}$$

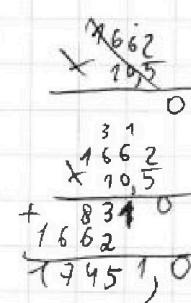
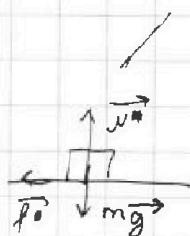
$$A_{31} = \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot \frac{8,31}{2100} = \frac{8,31}{2100}$$

3)

$$A_{31} = -3 \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 200 \cdot \left(\frac{1}{2} R - (C_{31})\right)$$

$$= -300 \cdot 8,31 \cdot 2 \left(\frac{1}{2} R - C_{31}\right)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_{x2}}{v_{y2}} = \frac{0,6}{0,8} = \frac{3}{4}$$



$$A_{31} = V \Delta T_{31} (T_{31} - (C_{31}))$$

$$A_{31} = \frac{1}{2} VR \Delta T_{31} (T_{31} - (C_{31}))$$

$$A_{31} = -3 \cdot 1 \cdot 200 \left(\frac{1}{2} R - C_{31}\right)$$

$$A_{31} = V (T_{31} - 4T_1) (T_{31} - 2R)$$

$$A_{31} = 0,31 \cdot 3 \cdot 200 T_{31} \left(\frac{1}{2} R - 2R\right)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

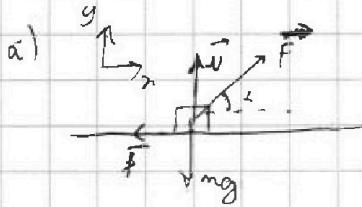


- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3.



$$y: N = mg - F_{\text{fric}}$$

$$f = \mu N = \mu(mg - F_{\text{fric}})$$

$$x: F_{\text{fric}} = \mu m a_x$$

$$m a_x = F_{\text{fric}} - f$$

$$m a_x = F_{\text{fric}} - \mu(mg - F_{\text{fric}})$$

$$m a_x = F(\cos\alpha - \mu \sin\alpha) - \mu mg$$

$$\Delta K_x = A_x L$$

$$K = (F \cos\alpha - f) L$$

$$K = (F \cos\alpha - \mu(mg - F \sin\alpha)) L$$

$$K = (F \cos\alpha + \mu m \sin\alpha - \mu m g) L (*)$$

$$831 \cdot 1200 = 831 \cdot 17$$

$$\begin{array}{r} 831 \\ \times 12 \\ \hline 1662 \\ + 831 \\ \hline 9972 \end{array}$$

f)



$$y: N' = mg$$

$$f' = \mu N' = \mu m g$$

$$x: \Delta K_x' = A_x'$$

$$(F' - f') L$$

$$K = (F' - f') L, \text{ т.к. } F' = F :$$

$$K = (F - \mu m g) L (\#*)$$

нагруж.



$$Q_{31} = C_{31} U_2 \bar{U}_{31} < 0$$

$$(2.23 + C_{31}) U_2 \bar{U}_{31} < 0$$

нагл. (*) н. (*)

$$F(\cos\alpha - \mu \sin\alpha) - \mu m g = F - \mu m g$$

$$F(\cos\alpha + \mu \sin\alpha) = F$$

$$\cos\alpha + \mu \sin\alpha = 1$$

$$\cos\alpha - \mu \sin\alpha \Rightarrow \mu = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\mu = \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\begin{array}{r} 9972 \\ + 3324 \\ \hline 13296 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 831 \\ \times 105 \\ \hline 4155 \\ 000 \\ \hline 831 \\ \times 7255 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 831 \\ \times 4 \\ \hline 3324 \end{array}$$

нагруж.



нагруж.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

 МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!