МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC. Окружность, касающаяся прямой AC в точке A, пересекает высоту CD, проведённую к гипотенузе, в точке E, а катет BC – в точке F. Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1{,}4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF.

3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ \left(x^2 + y^2 - 25\right)\left(x^2 + y^2 + 18y + 77\right) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6\log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4 (0{,}5y) + \log_{0{,}5y} 11 = \log_{0{,}125y^3}\left(11^{-13}\right) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K, лежащей на отрезке AM. Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1.

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N, $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1. $ab \vdots 2^6\cdot 3^{13}\cdot 5^{11}$, $bc \vdots 2^{14}\cdot 3^{21}\cdot 5^{13}$; $ac \vdots 2^{16}\cdot 3^{25}\cdot 5^{28}$.

Чтобы произведение всех 3 чисел было наименьшим они должны ~~равняться~~ быть равными произведению нужных чисел в степенях из условия.

$a^2\cdot b^2\cdot c^2 \vdots 2^{36}\cdot 3^{59}\cdot 5^{52} \Rightarrow abc \vdots 2^{18}\cdot 3^{30}\cdot 5^{26}$

$2^{18} \Rightarrow$ a содержит 2^4, $b - 2^2$, $c - 2^{12} \Rightarrow ab - 2^6$, $bc - 2^{14}$, $ac - 2^{16}$

$3^{30} \Rightarrow a - 3^8$, $b - 3^5$, $c - 3^{17}$, $ab - 3^{13}$, $bc - 3^{22}$, $ac - 3^{25}$

$5^{28} \Rightarrow 5^{11}\cdot 5^{13} = 2^{24} < 5^{28}$, но в любом случае где будет степень больше чем минимум в условии

$b - 5^0$, $a - 5^{14}$, $c - 5^{14} \Rightarrow ab - 5^{14} \vdots 5^{11}$, $bc - 5^{14} \vdots 5^{13}$, $ac - 5^{28} \vdots 5^{28} \Rightarrow$

$a = 2^4\cdot 3^8\cdot 5^{14}$, $b = 2^2\cdot 3^5\cdot 5^0$; $c = 2^{12}\cdot 3^{17}\cdot 5^{14} \Rightarrow a\cdot b\cdot c = 2^{28}\cdot 3^{30}\cdot 5^{28}$ – наим.

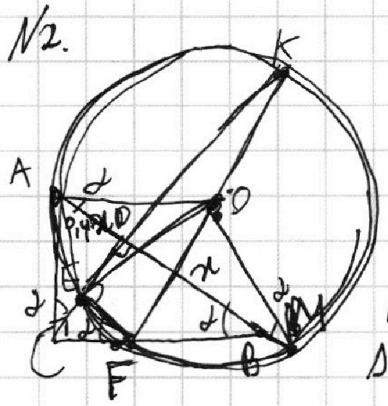
Ответ: $2^{28}\cdot 3^{30}\cdot 5^{28}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2.



т.к. $\frac{AB}{BD}=1,4$ $AB=1,4BD$, пусть $BD=x$, тогда $AB=1,4x \Rightarrow AD=0,4x$

$AB \parallel EF \Rightarrow \angle FED=\angle EDF=90$, т.к. $\angle DEF=90^\circ \Rightarrow FK$ — диаметр

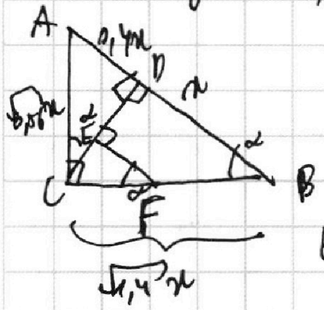
т.к. AC — касат. $\Rightarrow \angle DAC=90^\circ \Rightarrow \angle CBA=\angle BAO$, т.к. BC и AO — параллельны

т.к. CD — высота $\Rightarrow CD=\sqrt{AD\cdot DB}=\sqrt{0,4x^2}=\sqrt{0,4}x$

$\Delta ACD \sim \Delta CEF$, т.к. $\angle CDA=\angle FEC=90^\circ$, $\angle EFC=\angle ACD=\angle\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow$ их площади относятся как квадраты коэф. подобия.

т.к. AC ~~секущ~~ касат., CK пересекает окр. в 2 точках $\Rightarrow AC^2=CE\cdot CK$



$AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=\sqrt{(0,4x)^2+(\sqrt{0,4}x)^2}=\sqrt{0,16x^2+0,4x^2}=\sqrt{0,56}x$

$CB=\sqrt{CD^2+DB^2}=\sqrt{(\sqrt{0,4}x)^2+x^2}=\sqrt{1,4x^2}=\sqrt{1,4}x$

$EK=\sqrt{FK^2-EF^2}=\sqrt{FK^2-4R^2}$

Пусть коэф. подобия ΔACD и ΔCEF равен k, тогда $CF=AC\cdot k=\sqrt{0,56}\cdot x\cdot k$

$CE=AD\cdot k=0,4x\cdot k$; $EF=CD\cdot k=\sqrt{0,4}x$

№3. $10\arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$ ОДЗ: $0 \le \arccos \alpha \le \pi \Rightarrow 0 \le \frac{9\pi - 2x}{10} \le \pi$

$\arccos(\sin x) = \frac{9\pi - 2x}{10}$

$\begin{cases} 9\pi - 2x \le 10\pi \\ 9\pi - 2x \ge 0 \end{cases}$

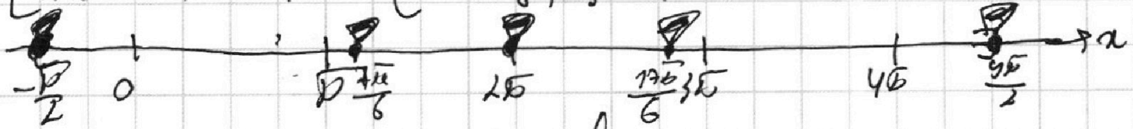
$\sin x = \cos\left(\frac{9\pi - 2x}{10}\right)$

$\begin{cases} x \ge -\frac{\pi}{2} \\ x \le \frac{9\pi}{2} \end{cases}$

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{9\pi - 2x}{10}\right)$

$\left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{2} - x = \frac{9\pi - 2x}{10} + 2\pi k, k \in Z \quad |\cdot 10 \\ x - \frac{\pi}{2} = \frac{9\pi - 2x}{10} + 2\pi n, n \in Z \quad |\cdot 10 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 5\pi - 10x = 9\pi - 2x + 20\pi k, k \in Z \\ 10x - 5\pi = 9\pi - 2x + 20\pi n, n \in Z \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} 8x = -4\pi + 20\pi k, k \in Z \\ 12x = 14\pi + 20\pi n, n \in Z \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{2} + \frac{5}{2}\pi k, k \in Z \\ x = \frac{7\pi}{6} + \frac{5}{3}\pi n, n \in Z \end{array}\right.$



С учетом ОДЗ имеем 5 корней, проверим их

$10\arccos\left(\sin -\frac{\pi}{2}\right) = 9\pi + 2\cdot\frac{\pi}{2} \Rightarrow 10\arccos(-1) = 10\pi \Rightarrow 10\pi = 10\pi$ ✓ $x = -\frac{\pi}{2}$

$10\arccos\left(\sin \frac{7\pi}{6}\right) = 9\pi - \frac{2\cdot 7\pi}{6_3} \Rightarrow 10\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{20\pi}{3} \Rightarrow \frac{10\cdot 2\pi}{3} = \frac{20\pi}{3} \Rightarrow \frac{20\pi}{3} = \frac{20\pi}{3}$ ✓ $x = \frac{7\pi}{6}$

$10\arccos(\sin 2\pi) = 9\pi - 2\cdot 2\pi \Rightarrow 10\arccos(0) = 9\pi - 4\pi \Rightarrow 10\cdot\frac{\pi}{2} = 5\pi \Rightarrow 5\pi = 5\pi$ ✓ $x = 2\pi$

$10\arccos\left(\sin \frac{17\pi}{6}\right) = 9\pi - \frac{2\cdot 17\pi}{6_3} \Rightarrow 10\arccos\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{10\pi}{3} \Rightarrow 10\cdot\frac{\pi}{3} = \frac{10\pi}{3}$ ✓ $x = \frac{17\pi}{6}$

$10\arccos\left(\sin \frac{9\pi}{2}\right) = 9\pi - \frac{2\cdot 9\pi}{2} \Rightarrow 10\cdot\arccos(1) = 0 \Rightarrow 10\cdot 0 = 0 \Rightarrow 0 = 0$ ✓ $x = \frac{9\pi}{2}$

Ответ: $x = -\frac{\pi}{2}$; $x = \frac{7\pi}{6}$; $x = 2\pi$; $x = \frac{17\pi}{6}$; $x = \frac{9\pi}{2}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

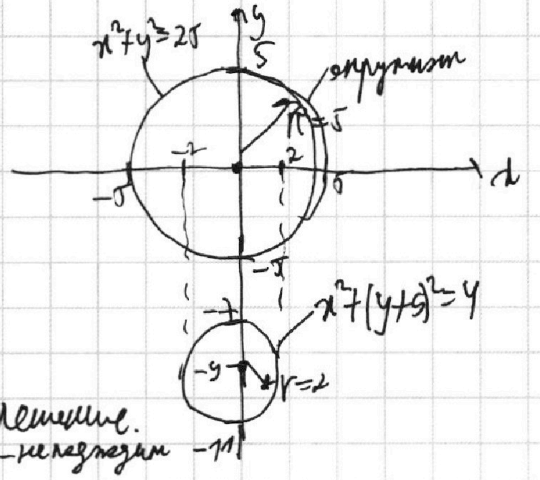
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№5. $5x+6ay-b=0$

$(x^2+y^2-25)(x^2+y^2+18y+77)=0$

$\left[\begin{array}{l} x^2+y^2=25 \\ x^2+(y+9)^2=4 \end{array}\right.$



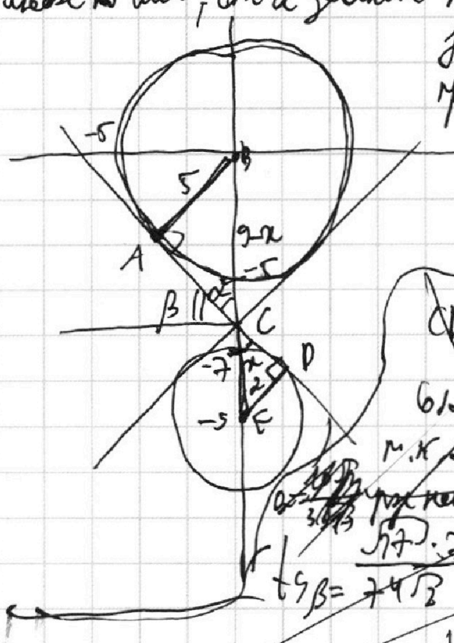
$6ay=b-5x$

$y=\frac{b}{6a}-\frac{5x}{6a}$

при $a=0 \Rightarrow 5x+6\cdot0\cdot y-b=0 \Rightarrow 5x=b$

$x=\frac{b}{5}$ — 1 решение.
$a=0$ — не подходит

b — любое $\Rightarrow y=\frac{b}{6a}-\frac{5x}{6a}$ — прямая, которая может подниматься/опускаться на любое число, от a зависит наклон прямой.



Найдем крайние значения a, в которых прямая касается окружностей.

$\angle BAC=\angle CDE=90° \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle CDE \Rightarrow \frac{AB}{DE}=\frac{BC}{CE}$

пусть $CE=x$, $BC=9-x$

$\frac{5}{2}=\frac{9-x}{x} \Rightarrow 18-2x=5x \Rightarrow x=\frac{18}{7}$

$CD=\sqrt{CE^2-ED^2}=\sqrt{\left(\frac{18}{7}\right)^2-2^2}=\sqrt{\frac{324}{49}-4}=\frac{\sqrt{128}}{7}$

$\cos\alpha=\frac{CD}{CE}=\frac{\sqrt{128}}{7\cdot2}=\frac{\sqrt{128}}{14}=\sqrt{\frac{128}{196}}=\sqrt{\frac{32}{49}}=\frac{4\sqrt2}{7}$

т.к. $\alpha+\beta=90 \Rightarrow \sin\beta=\cos\alpha=\frac{4\sqrt2}{7}$ ~~$\Rightarrow \beta=\arcsin\frac{4\sqrt2}{7}$~~

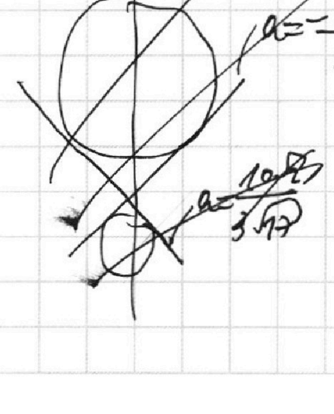
~~$a=\frac{10\sqrt2}{3\sqrt{17}}$ угл. наклона равен $-\beta$~~

$\sin\beta=\sqrt{1-\frac{32}{49}}=\frac{\sqrt{17}}{7}$

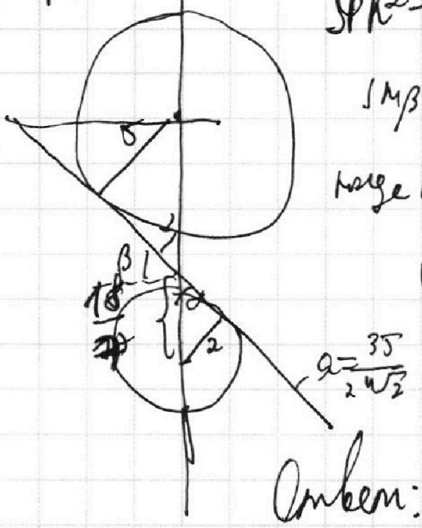
$\operatorname{tg}\beta=\frac{\sqrt{17}\cdot7}{7\cdot4\sqrt2}=\frac{\sqrt{17}}{4\sqrt2}$ $\quad -\frac{5}{6a}=-\operatorname{tg}\beta \Rightarrow \frac{5}{6a}=\frac{\sqrt{17}}{4\sqrt2} \Rightarrow a=\frac{20\sqrt2}{6\sqrt{17}}=\boxed{\frac{10\sqrt2}{3\sqrt{17}}}$

аналогично из-за ~~симметрии~~ соображений симметрии $\Rightarrow$ наклон симметричной прямой относительно оу равен $-\frac{5}{6a}=\frac{\sqrt{17}}{4\sqrt2} \Rightarrow a=\frac{-10\sqrt2}{3\sqrt{17}}$

$a=-\frac{10\sqrt2}{3\sqrt{17}} \Rightarrow a\in\left(\frac{-10\sqrt2}{3\sqrt{17}};0\right)\cup\left(0;\frac{10\sqrt2}{3\sqrt{17}}\right)$.



№4. Продолжение.



$\sin\angle = \frac{27}{18} = \frac{7}{9}$, т.к. $\beta + \angle = 90° \Rightarrow \cos\beta = \sin\angle = \frac{7}{9}$

$\sin\beta = \sqrt{1 - \frac{49}{81}} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$, $\operatorname{tg}\beta = \frac{4\sqrt{2}}{7}$

тогда коэф. наклона $-\frac{5}{6a} = \frac{4\sqrt{2}}{7} \to \boxed{a = \frac{35}{24\sqrt{2}}}$

Из-за соображений симметрии коэф. наклона прямой с положит. наклоном равен $-\frac{5}{6a} = \frac{4\sqrt{2}}{7}$

$a = -\frac{35}{24\sqrt{2}}$, тогда $a \in \left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}; 0\right) \cup \left(0; \frac{35}{24\sqrt{2}}\right)$.

Ответ: $a \in \left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}; 0\right) \cup \left(0; \frac{35}{24\sqrt{2}}\right)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5. $\log^4_{11} x - 6\log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5$ ОДЗ: $x>0$, $x\neq 1$

$\log^4_{11} x - \frac{6}{\log_{11} x} = -\frac{2}{3}\log_x 11 - 5 \Rightarrow \log^4_{11} x - \frac{6}{\log_{11} x} = -\frac{2}{3\cdot\log_{11} x} - 5$

пусть $\log_{11} x = t \Rightarrow t^4 - \frac{6}{t} = -\frac{2}{3t} - 5 \Rightarrow t^4 = \frac{16}{3t} - 5 \quad |\cdot 3$

$\frac{3t^5 + 15t - 16}{t} = 0$, $3t^5+15t-16=0$, $t\neq0 \Rightarrow \log_{11}x\neq 0 \Rightarrow x\neq 1$.

$\log^4_{11}(0{,}5y) + \log_{0{,}5y} 11 = \log_{0{,}125y^3}(11^{-13}) - 5$ ОДЗ: $y>0$; $0{,}5y\neq 1 \Rightarrow y\neq 2$

$\log^4_{11}(0{,}5y) + \frac{1}{\log_{11}(0{,}5y)} = -\frac{13}{3\cdot\log_{11}(0{,}5y)} - 5$, пусть $\log_{11}(0{,}5y) = m$

$m^4 + \frac{1}{m} = -\frac{13}{3m} - 5 \quad |\cdot 3$ $\frac{3m^5+15m+16}{m}=0$, $3m^5+15m+16=0$, $m\neq0$

$\log_{11}(0{,}5y)\neq 0$ $0{,}5y\neq 1$ $y\neq2$

$+\begin{cases}3t^5+15t-16=0\\3m^5+15m+16=0\end{cases}$ $(t^5+m^5)+5(t+m)=0 \Rightarrow (t+m)(t^4-t^3m+t^2m^2-tm^3+m^4)+5(t+m)=0$

$3(t^5+m^5)+15(t+m)=0 \quad |:3$ $(t+m)(t^4-t^3m+t^2m^2-tm^3+m^4+5)=0$

$t+m=0 \Rightarrow \log_{11}x+\log_{11}0{,}5y=0 \Rightarrow \log_{11}(0{,}5xy)=0$ $0{,}5xy=1 \Rightarrow \boxed{xy=2}$

$t^4-t^3m+t^2m^2-tm^3+m^4+5=0$ $(t^2+m^2)^2 - t^2m^2 - tm(t^2+m^2)+5=0$

пусть $t^2+m^2=a$, $tm=b$ $a^2-b^2-ab+5=0$

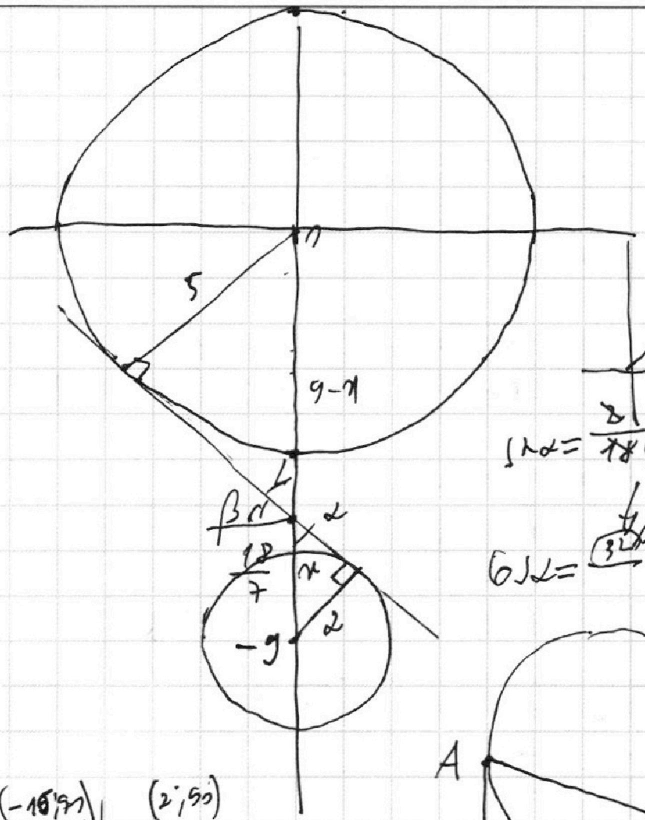
$a^2-ab-b^2+5=0$ $D=b^2+4b^2-20=5b^2-20=5(b^2-4)$

$a=\frac{b\pm\sqrt{D}}{2}=\frac{b\pm\sqrt{5(b^2-4)}}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\frac{9-x}{x}=\frac{5}{2}$ $18-2x=5x$

$x=\frac{18}{7}$

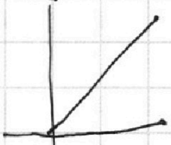
$324-196=128$

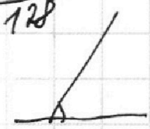
$49 \cdot 16 = 294$, 784

$\frac{128}{196}=\frac{32}{49}$

$17+32=49$

$81-49=32$



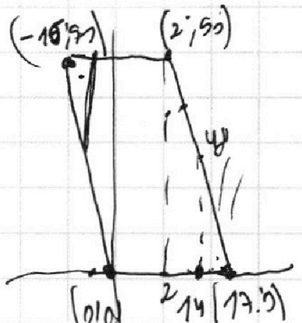


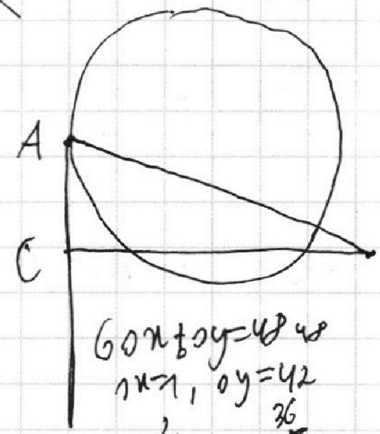
$\sin\alpha=\frac{8\cdot 7}{18\cdot 9}=\frac{7}{9}$ $\cos\beta=\frac{7}{9}$ $\sin\beta=\frac{\sqrt{32}}{9}$

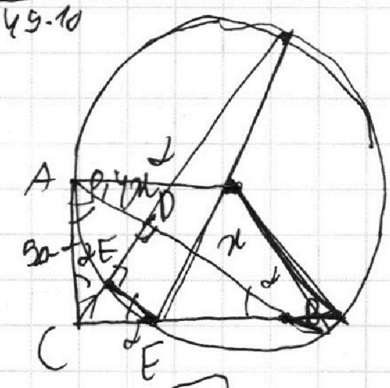
$\operatorname{tg}\beta=\frac{\sqrt{32}}{7}$ $\frac{324}{49}-4=\frac{324-196}{49}=\frac{128}{49}=$

$\cos\alpha=\frac{\sqrt{32}}{}$

$=\cos\alpha=\frac{\sqrt{128}\cdot 7}{49\cdot 10}$







$CD=\sqrt{0{,}4}\,x$

$6x+y=48$

$x=1$	$y=42$
2	36
3	30
4	24
5	18
6	12
7	6
8	0

$a^2+b^2-ab+5=0$

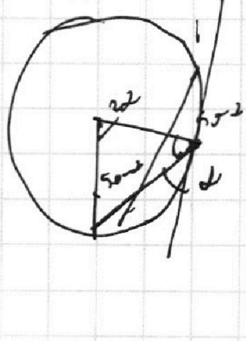
$(a-b)^2+ab+2b^2+5=0$

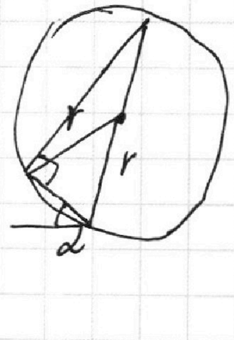
$t^2+m^2=(t+m)^2-2tm$

$(t^2+m^2)(t^2+m^2-tm)-t^2m^2+5=0$

$((t+m)^2-2tm)((t+m)^2-3tm)-t^2m^2+5=0$

$3t^5+15t-16=0$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

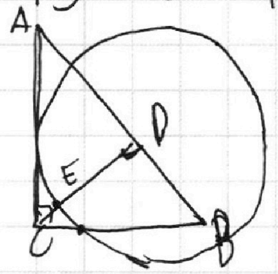
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

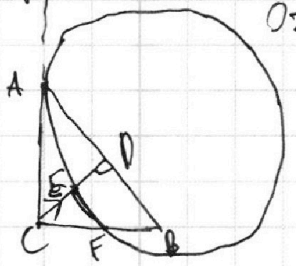
№3 $10\arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$ $\quad \arccos(\sin x) = \frac{9\pi-2x}{10}$ $\quad 0 \le \frac{9\pi-2x}{10} \le \pi$

$\arccos(\sin x) = y$ $\quad \arccos\left(\sin\frac{\pi}{6}\right) = \arccos\frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$ $\quad \sin\frac{17\pi}{6} = 1$ $\quad 9\pi - 2x \le 10\pi$

$\cos y$ $\quad 0 =$ $\quad 2x \ge -\pi$ $\quad x \ge -\frac{\pi}{2}$

$12 \cdot 144 = 26$ $\quad 9\pi - 2x \ge ?$





$x \le \frac{9\pi}{2} = 4{,}5\pi$

$\sin\frac{17\pi}{6} = \sin\frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}$

$\arccos\frac{1}{2} = \frac{\pi}{3} = \frac{10\pi}{3}$

$9\pi - \frac{17\pi}{3} = \frac{10\pi}{3}$

$\cos\left(\frac{9\pi-2x}{10}\right) = \sin x$ $\quad \cos\left(\frac{9\pi-2x}{10}\right) - \sin x = 0$ $\quad \cos\left(\frac{9\pi-2x}{10}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$

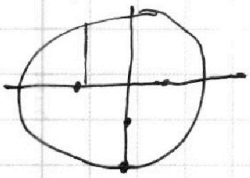
$\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

$-2\sin\dfrac{\frac{9\pi-2x}{10} + \frac{\pi}{2} - x}{2} \cdot \sin\dfrac{\frac{9\pi-2x}{10} - \frac{\pi}{2} + x}{2} = 0$

$\sin\frac{9\pi - 2x + 5\pi - 10x}{2} \cdot \sin\frac{9\pi - 2x - 5\pi + 10x}{2} = 0$ $\quad \sin\frac{14\pi - 12x}{2} \cdot \sin\frac{4\pi + 8x}{2} = 0$

$\sin(7\pi - 6x) \cdot \sin(2\pi + 4x) = 0$ $\quad \sin(\pi - 6x) \cdot \sin 4x = 0$ $\quad -\sin 6x \cdot \sin 4x = 0$

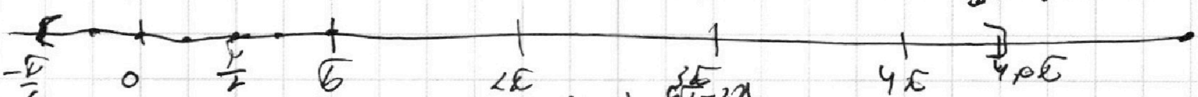
$\left[\begin{array}{l} 6x = \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 4x = \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$ $\quad \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi k}{6}, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi k}{4}, k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$



$\sin\frac{7\pi}{6} = -\frac{1}{2}$

$\arccos -\frac{1}{2} = \frac{2\pi}{3} \cdot 10 = \frac{20\pi}{3}$

$9\pi - \frac{7}{3}x = \frac{20}{3}x$



$10\arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$ $\quad \arccos(\sin x) = \frac{9\pi-2x}{10}$

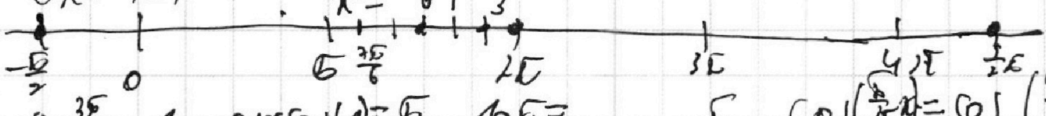
$\sin x = \cos\left(\frac{9\pi-2x}{10}\right)$ $\quad \sin x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{9\pi-2x}{10}\right) = \sin\left(\frac{5\pi - 9\pi + 2x}{10}\right) = \sin\left(\frac{2x - 4\pi}{10}\right) =$

$x = \frac{x-2\pi}{5} + 2\pi k$, $\quad x = \pi - \frac{x-2\pi}{5} + 2\pi k$ $\quad \sin 2\pi = 0$ $\quad \arccos 0$ $\quad = \sin\left(\frac{x-2\pi}{5}\right)$

$5x = x - 2\pi + 10\pi k$ $\quad 4x = -2\pi + 10\pi k$ $\quad \frac{3\pi}{6} + \frac{10}{6}$ $\quad \frac{17\pi}{6}$

$5x = 5\pi - x + 2\pi + 10\pi k$ $\quad x = -\frac{\pi}{2} + \frac{5}{2}\pi k$

$6x = 7\pi + 10\pi k$ $\quad x = \frac{7\pi}{6} + \frac{5\pi k}{3}$



$\sin\frac{3\pi}{2} = -1$ $\quad \arccos(-1) = \pi$ $\quad 10\pi =$ $\quad x \ge -\frac{\pi}{2}$ $\quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{9\pi-2x}{10}\right)$

$\frac{9\pi-2x}{10} < \pi$ $\quad 9\pi - 2x < 10\pi$ $\quad \frac{\pi}{2} - x = \frac{9\pi-2x}{10} + 2\pi k \mid \cdot 10$

$9\pi - 2x > 0$ $\quad x < \frac{9\pi}{2}$ $\quad x - \frac{\pi}{2} = \frac{9\pi-2x}{10} + 2\pi n \mid \cdot 10$

$\arccos(\sin x) = \frac{9\pi-2x}{10}$ $\quad \sin x = \cos\frac{9\pi-2x}{10}$ $\quad 5\pi - 10x = 9\pi - 2x + 20\pi k$

$8x = -4\pi + 20\pi k, k \in \mathbb{Z}$ $\quad x = -\frac{\pi}{2} + \frac{5}{2}\pi k$ $\quad \frac{17\pi}{6}$ $\quad 10x - 5\pi = 9\pi - 2x + 20\pi n$

$12x = 14\pi + 20\pi n$, $\quad x = \frac{7\pi}{6} + \frac{5}{3}\pi n$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1. $\cancel{\log^4_{11} x}-$ $ab: 2^6 3^{13} 5^{11}$, $bc: 2^{14} 3^{21} 5^{13}$, $ac: 2^{16} 3^{25} 5^{28}$ $13+21+25=59$

$a^2b^2c^2 = 2^{36}\cdot 3^{59}\cdot 5^{52}$ $abc: 2^{18} 3^{29} 5^{26}$

$3t^5+15t-16=0$

$3m^5+15m+16=0$

2^6 2^{14} 2^{16} ab bc ac 85 516 24 ab bc ac 3^{24} 21 25 ab bc ac 3^{21} 3^{25} 24 24

$(t^5+m^5)+\frac{5}{3}(t+m)=0$

$a^4 c^{12}$ a^4c^{12} 11 13 ab bc ac 28 24 47 22 3^{13} 3^{22} 3^{25} $(t+m)(t^4-$

ab bc ac $y=\frac{b}{6a}-\frac{5}{6a}x$

4 2 12 2^{48} 101 712 28 76 616 815 5 17 25

$6ay=b-5x$

№3. $5x+6ay-b=0$

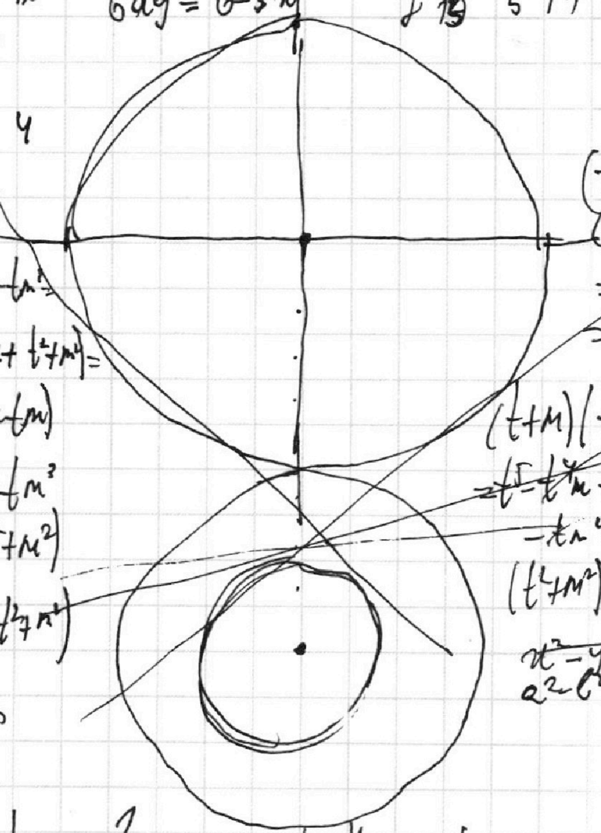
$x^2+y^2=25$

$x^2+(y+9)^2=4$

$\log_{11}x+\log_{11}0{,}5y=0$

$0{,}5xy=1$

$xy=2$



$(t^4-m^4)=(t^2-$

$(c^4-b^4)=(c^2-b^2)(c^2+b^2)=$

$=(a-b)(a+b)(a^2+b^2)=$

$=(a-b)(a^3+ab^2+ba^2+b^3)$

$(t^2+m^2)^2-t^2m^2-t^3m-tm^3=$

$=(t^2+m^2)^2-tm(tm+t^2+m^2)=$

$=(t^2+m^2)^2-tm((t+m)^2-tm)$

$(t^2+m^2)^2-t^2m^2-t^3m-tm^3$

$t^3m+tm^3=tm(t^2+m^2)$

$(t^2+m^2)^2-t^2m^2-tm(t^2+m^2)$

$(t^2+m^2$

$(a-b)^2+ab-2b^2+15=0$

$(t+m)(t^4-t^3m+t^2m^2-tm^3+m^4)=$

$\cancel{=t^5-t^4m+t^3m^2-t^2m^3+tm^4+mt^4-t^3m^2+t^2m^3}$

$-tm^4+m^5$

$(t^2+m^2)^2-t^2m^2-tm(t^2+m^2)+15=0$

$\cancel{x^2-y^2-xy+15=0}$

$a^2-b^2-ab+15=0$

ОДЗ: $x>0$, $x\neq 1$

$\log^4_{11}x-6\log_x 11=\log_{x^3}\frac{2}{121}-5$ $\log^4_{11}x-6\log_x 11=\frac{1\cdot 2}{3}\log_x\cdot\frac{1}{11}-5$

$t^4-\frac{6}{t}=-\frac{2}{3}t+5$ $\frac{t^5+\frac{2}{3}t^2-5t-6}{t}=0$

$\log^4_{11}x-\frac{6}{\log_{11}2}=\log_{x^3}\cdot(11)^{-2}-5$ $t^4-\frac{6}{t}=-\frac{2}{3t}-5$ $t\neq 0$ $\log_{11}x\neq 0$

$x\neq 1$

$t^4=\frac{16}{3t}-5$ $|\cdot 3$ $3t^4=\frac{16}{t}-15$ $\frac{3t^5+15t-16}{t}=0$

$y>0$

$y\neq 2$

$3t^5+15t-16=0$ $\log^4_{11}(0{,}5y)+\log_{0{,}5y}11=\frac{-13}{3}\log_{0{,}5y}\cdot 11-5$

$m^4+\frac{1}{m}=-\frac{13}{3m}-5$ $m^4+\frac{16}{3m}+5=0$ $\frac{3m^5+15m+16}{m}=0$ $m\neq 0$