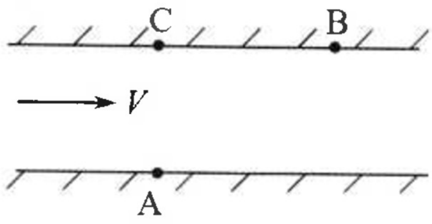
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 09-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Пловец трижды переплывает реку. Движение пловца прямолинейное. Скорость пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой, во всех заплывах одинакова по модулю.



В двух первых заплывах А – точка старта, В – точка финиша (см. рис., V - неизвестная скорость течения реки). Ширина реки $AC = d = 50$ м, снос, т.е. расстояние, на которое пловец смещается вдоль реки к моменту достижения противоположного берега, $CB = L = 120$ м.

Продолжительность первого заплыва $T_1 = 100$ с, продолжительность второго заплыва $T_2 = 240$ с.

1) Найдите скорости V_1 и V_2 пловца в лабораторной системе отсчета в первом и втором заплывах.
2) Найдите скорость V течения реки.

В третьем заплыве пловец стартует из точки А и движется так, что снос наименьший.

3) На каком расстоянии S от точки В выше по течению финиширует пловец в третьем заплыве?

2. Футболист на тренировке наносит удары по мячу, лежащему на горизонтальной площадке и направляет мяч к вертикальной стенке. После абсолютно упругого соударения со стенкой на высоте $h = 5{,}4$ м мяч падает на площадку. Расстояние от точки старта до стенки в 3 раза больше расстояния от стенки до точки падения мяча на площадку.

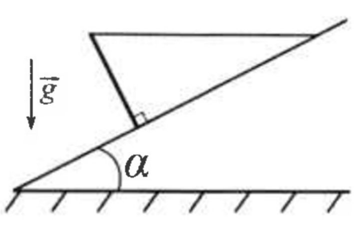
1) Найдите наибольшую высоту H, на которой мяч находится в полете.
2) Через какое время t_1 после соударения со стенкой мяч упадет на поле?

Допустим, что в момент соударения мяча со стенкой на высоте h, стенка движется навстречу мячу. Расстояние между точками падения мяча на поле в случаях: стенка покоится, стенка движется, $d = 1{,}8$ м.

3) Найдите скорость U стенки в момент соударения.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Соударения мяча со стенкой абсолютно упругие. Траектории мяча лежат в вертикальной плоскости перпендикулярной стенке.

3. Однородный стержень удерживается на шероховатой наклонной плоскости горизонтальной нитью, прикрепленной к стержню в его наивысшей точке. Сила натяжения нити $T = 17{,}3$ Н. Угол между стержнем и плоскостью прямой. Наклонная плоскость образует с горизонтальной плоскостью угол $\alpha = 30^0$.



1) Найдите массу m стержня.
2) Найдите силу F_{TP} трения, действующую на стержень.
3) При каких значениях коэффициента μ трения скольжения стержень будет находиться в покое? Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

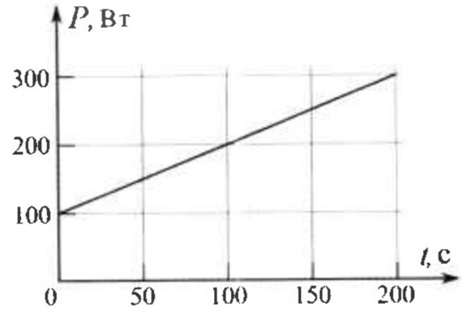
Вариант 09-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Воду объемом $V = 1$л нагревают на электроплитке. Начальная температура воды $\tilde{t}_0 = 16\,^0$С. Сопротивление спирали электроплитки $R = 25$ Ом, напряжение источника $U = 100$ В. Зависимость мощности P тепловых потерь от времени t представлена на графике (см. рис.).

1) Найдите мощность P_H нагревателя.
2) Найдите температуру $\tilde{t}_1$ воды через $T = 180$ с после начала нагревания.

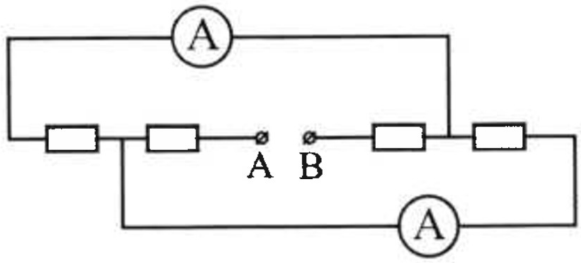
Плотность воды $\rho = 1000$кг/м^3, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг$\cdot^0$С).



5. В электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, четыре резистора, у двух из которых сопротивление по 30 Ом, у двух других сопротивление по 60 Ом. Сопротивление амперметров пренебрежимо мало.

После подключения к клеммам A и B источника постоянного напряжения показания амперметров оказались различными. Большее показание $I_1 = 2$А.

1) Найдите показание I_2 второго амперметра.
2) Какую мощность P развивают силы в источнике?



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1 1) Пусть U - скорость пловца относительно воды (или в стоячей воде), то скорости V_1 и V_2 - это векторные суммы $\vec{U}$ и $\vec{V}$, а направлены V_1 и V_2 вдоль параллельно AB. Найдём L - расстояние от A до B.

По теореме Пифагора $L^2 = d^2 + L^2$ $L = 130$ м

$V_1 = \frac{L}{T_1}$ $V_1 = 1{,}3$ м/с $V_2 = \frac{L}{T_2}$ $V_2 = 0{,}542$ м/с

2) Пусть α - угол между берегом с B и C и траекторией движения первых двух заплывов A

$\cos\alpha = \frac{L}{L}$ $\cos\alpha = \frac{12}{13}$. Т.к. V направлено по течению => вдоль берегов угол между $\vec{V}$ и $\vec{V_1}$, а также $\vec{V}$ и $\vec{V_2}$ равен α т.к. $\vec{V} + \vec{U} = \vec{V_1}$ и $\vec{U} + \vec{V} = \vec{V_2}$, то по теореме косинусов

$$\begin{cases} U^2 = V^2 + V_1^2 - 2VV_1\cos\alpha \\ U^2 = V^2 + V_2^2 - 2VV_2\cos\alpha \end{cases}$$

$V_1^2 - 2VV_1\cos\alpha = V_2^2 - 2VV_2\cos\alpha$ $2V\cos\alpha = \frac{V_1^2 - V_2^2}{V_1 - V_2}$ $V = \frac{V_1 + V_2}{2\cos\alpha}$

$V = 1$ м/с

3) Пусть D - точка на берегу с B и C куда приплыл спортсмен, то V_3 - скорость пловца в лаб. системе отсчёта параллельна AD, угол между берегом и AD - β. Т.к. d не меняется, то чем меньше AD, тем меньше снос => чем больше β тем меньше снос. => Найдём U по теореме косинусов из пункта 2. $U = \sqrt{V^2 + V_1^2 - 2VV_1\cos\alpha}$

$U = 0{,}3$ м/с. По теореме ~~синусов~~ косинусов

$U^2 = V^2 + V_3^2 - 2VV_3\cos\beta$

$0{,}09 = 1 + V_3^2 - 2V_3\cos\beta$

$\cos\beta = 0{,}5V_3 + \frac{0{,}405}{V_3}$

Ответ: $V_1 = 1{,}3$ м/с, $V_2 = 0{,}542$ м/с $V = 1$ м/с.

~~Ответ: $V_2 = 1{,}3$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2 1) Т.к. удар упругий, то модуль скорости мяча после удара не меняется относительно стенки => если мы в первом случае отзеркалим траекторию, с которой летел мяч после удара относительно стенки, то увидим мы идеальную параболу.

Пусть расстояние от стены до точки падения мяча l.

Ширина нашей параболы $4l$ =>

вершина точка в $\frac{4}{2}=2$ l от места броска =>

падая мяч ~~прошел~~ за первую половину расстояния (т.к. сопротив. воздуха мало, горизонтальная составляющая нач. скорости не менялась) и следовательно и времени мяч опустился на $H-h$, а за вторую на h =>

Пусть t – общее время полёта мяча, то $\frac{gt^2}{2}=H-h$, а $gt^2+\frac{gt^2}{2}=h$ =>

$$gt^2+2g\frac{t^2}{2}=H-h+h$$

$$1{,}5gt^2=h$$

$$2gt^2=H$$

$$gt^2=\frac{5{,}4}{1{,}5}$$

$$H=\frac{10{,}8}{1{,}5}$$

$$H=7{,}2\text{ м}$$

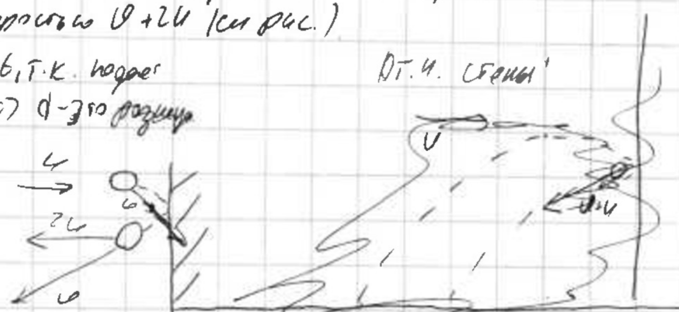
2) Численно $t=t_1$ => $gt^2=\frac{5{,}4}{1{,}5}$ $gt^2=3{,}6$ м, то

$$t^2=0{,}36\,c^2 \quad t=0{,}6\,c \quad t_1=0{,}6\,c$$

3) Т.к. стенка имеет скорость мяч летит к ней (в системе отсчёта стенки) со скоростью $v+u$, где v – скорость мяча при соударении со стенкой. То т.к. скорость после соударения мяч отлетает от стенки со скоростью $v+u$, но в системе отсчёта земли со скоростью $v+2u$ (см рис.)

Летел шар после удара столько же – t_1, т.к. падает всё ещё с g, а v – горизонтальна. => d – это разница

разница: $d=(v+2u)t_1-vt_1$



$$d=2ut_1$$

$$u=\frac{2t_1}{d}$$

$$u=\frac{2}{3}\text{ м/с}$$

Ответ: $H=7{,}2$ м, $t_1=0{,}6$ с, $u=\frac{2}{3}$ м/с.

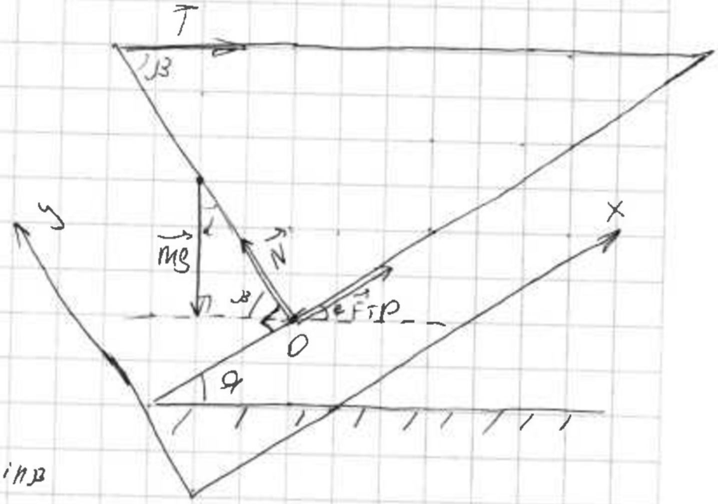
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3 На стержень действуют всего 4 силы: T, mg - сила тяжести, $F_{тр}$ и N - сила нормальной реакции опоры.

1) Изобразим на рисунке. Пустим оси X и y, x паралельно поверхности. $M=0$ по правилу моментов относительно точки O (см. рис) ~~относительно точки~~ для стержня. ($\beta = 180 - \alpha - 30 = 60°$) Углы на рисунке обозначены исходя из геометрии. (L - длина стержня)



$mg\sin\alpha \frac{L}{2} = L T\sin\beta$ $mg\sin\alpha = 2T\sin\beta$

$m = \frac{2T\sin\beta}{g\sin\alpha}$

~~m=3,46...~~ $m=6$ кг.

2) Т.к. тело покоится проекции на оси x и y ~~действующих~~ всех 4-х сил должны быть равны 0. Запишем:

Ось X: $F_{тр} + T\sin\beta - mg\sin\alpha = 0$ $F_{тр} = mg\sin\alpha - T\sin\beta$

подставим сюда уравнение из пункта 1

Ось y: $N - mg\cos\alpha - T\cos\beta = 0$

$F_{тр} = 2T\sin\beta - T\sin\beta$ $F_{тр} = T\sin\beta$ $F_{тр} = 15$ Н

3) Мы знаем, что $F_{тр} = \mu N$ => найдём N из прошлого пункта $N = mg\cos\alpha + T\cos\beta$

$F_{трм}$ - макс. сил. трения

~~N=60-55 Н~~ $N = 35\sqrt{3}$ Н => $F_{трм} = \mu N$ $\mu = \frac{F_{трм}}{N}$ => минимальный μ тогда, когда $F_{трм} = 15$ Н, т.к. если он меньше, ~~стержень~~ стержень упадёт. => $\mu \geq \frac{5}{7}\sqrt{3}$

Ответ: $m = 6$ кг. $F_{тр} = 15$ Н $\mu \geq \frac{5}{7}\sqrt{3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4

1) По формуле мощности теплового элемента

$P_н = \frac{U^2}{R}$ $P_н = 400$ Вт

2) График, изображённый на рисунке – прямая. => пусть a – коэф. при t, b – свободный член: $P = at + b$ из графика $b = 100$ Вт.

Тогда пусть ΔP – разница между точками $(200; 300)$ и $(0; 100)$ на графике по y, Δt – по x, то $a = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ $a = 1$ => $P = t + 100$. => для $\tau = 180$ с

$P_т$ – мощ. тепл. потерь при T.

$P_т = 280$ Вт, Найдём энергию, сообщенную сосуду за $\tau = 180$ с.

Т.к. зависимость $P(t)$ линейная, возьмем $P_{ср}$, как мощность тепловых потерь $P_{ср} = \frac{P_T + b}{2}$ ~~$P_{ср} = 190$ Вт~~ => формула теплового баланса ~~(t_0 – температура окружающей среды)~~, через время τ...

$$(P_н - P_{ср})\tau = mc(t_1 - t_0)$$ где m – масса воды $m = V\rho = 1$ кг

$$t_1 = \frac{(P_н - P_{ср})\tau}{mc} + t_0$$

$$P_{ср} = \frac{P_T + b}{2}$$

$$t_1 = \frac{210 \cdot 180}{4200} + 16$$

$$P_{ср} = 190 \text{ Вт}$$

$$t_1 = 25 °C$$

Ответ: $P_н = 400$ Вт $t_1 = 25 °C$

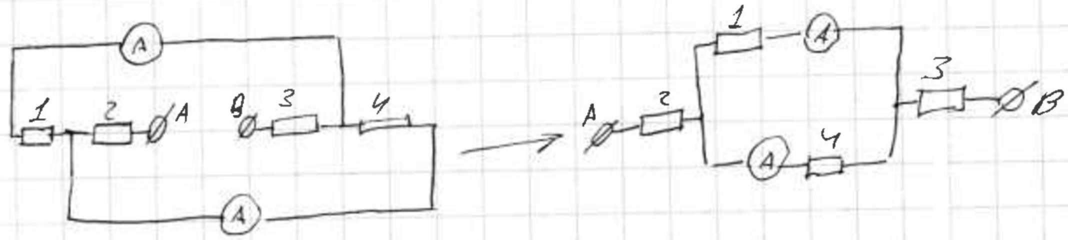
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5 Перерисуем схему без изменений, но так чтобы вся цепь лежала между A и B, а также пронумеруем резисторы



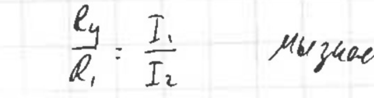
Видно, что резисторы 1 и 4 соединены параллельно => Пусть R_1 - сопр. резистора 1, R_4 - резистора 4, $R_A = 30$ Ом $R_B = 60$ Ом. то Пусть I_1 течёт по резистору 1 => по резистору 4 течёт ток I_2 (Амперметры последовательны этим двум резисторам) => $I_1 R_1 = I_2 R_4$.

$\frac{R_4}{R_1} = \frac{I_1}{I_2}$ мы знаем, что $I_1 > I_2$ => $\frac{I_1}{I_2} > 1$ => $\frac{R_4}{R_1} > 1$ => $R_4 > R_1$ =>

$R_1 = R_A$ $R_4 = R_B$ => $I_1 R_A = I_2 R_B$ $I_2 = \frac{I_1 R_A}{R_B}$ ~~$I_2 = 2A$~~ $I_2 = 1A$.

Напряжение на батарейке равно общему напряжению в цепи, а ток в ней общему току в цепи I, то $P = UI$ где $U = RI$ где R - общее сопротивление цепи => $P = RI^2$, $I = I_1 + I_2 = 3A$. Найдём R, мы знаем, что 1 и 4 параллельно, а 2 и 3 последовательно, и через них течёт I пусть R_{14} - резистор, но резистор которым можно заменить R_1 и R_4. R_{14}=

$R_{14} = \frac{R_1 R_4}{R_1 + R_4}$ $R_{14} = 20$ Ом => $R = R_2 + R_3 + R_{14}$ (R_2 и R_3 - сопротивления резисторов 2 и 3 соотв.) (Амперметры не имеют сопротивления). мы не знаем R_2 и R_3, но знаем их сумму, в цепи 2 R_A и 2 R_B, один R_A и один R_B - это R_1 и R_4 => один из оставшихся это R_A, второй R_B => $R_2 + R_3 = R_A + R_B$ $R = R_A + R_B + R_{14}$ $R = 110$ Ом, тогда по формуле



$P = RI^2$ $P = 990$ Вт Ответ: $I_2 = 1$ Ом; $P = 990$ Вт.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$\frac{210\cdot180}{4200}$

$\frac{16}{20}$

9

2

24

$\times 40$

1000

1000 | 25
100 | 40
0

V

t

Vg

4200

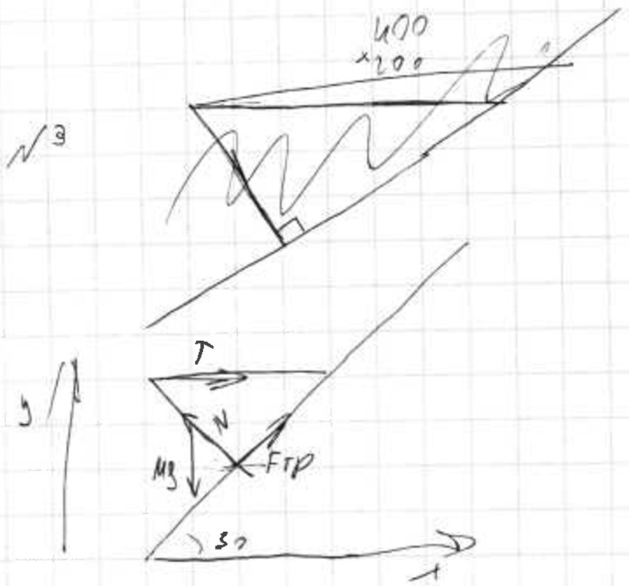
1

210 · 180

4200

420000

№3



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№1 1) Пусть U-скорость пловца относительно воды (или в стоячей воде), это скорости V_1 и V_2 – это векторные суммы U и V, а направлены V_1 и V_2 параллельно AB. Найдём ~~L-длину~~ L-длину участка AB.

По теореме Пифагора $L^2 = d^2 + L^2$

$L = 130$ м. $\Rightarrow V_1 = \frac{L}{T_1}$

$V_1 = 1{,}3$ м/с $\quad V_2 = \frac{L}{T_2}$ $\quad V_2 = 0{,}542$ м/с.

2) Пусть α - угол между берегом и траекторией движения первых двух заплывов $\cos\alpha = \frac{L}{L}$ $\quad \cos\alpha = \frac{12}{13}$. Т.к. V направлена по течению $\Rightarrow$ угол между $\vec{V}$ и $\vec{V_1}$ а также $\vec{V}$ и $\vec{V_2}$ равен α (в обоих случаях) т.к.

$\vec{U} + \vec{V} = \vec{V_1}$ и $\vec{U} + \vec{V} = \vec{V_2}$ то по теореме косинусов

$$\begin{cases} U^2 = V^2 + V_1^2 - 2VV_1\cos\alpha \\ U^2 = V^2 + V_2^2 - 2VV_2\cos\alpha \end{cases}$$

$V_1^2 - 2VV_1\cos\alpha = V_2^2 - 2VV_2\cos\alpha$

$2V\cos\alpha = \frac{V_1^2 - V_2^2}{V_1 - V_2}$ $\quad 2V\cos\alpha = \frac{(V_1 - V_2)(V_1 + V_2)}{V_1 - V_2}$

$V = \frac{V_1 + V_2}{2\cos\alpha}$ $\quad V = 1$ м/с

3) Найдём U

$U = \sqrt{V^2 + V_1^2 - 2VV_1\cos\alpha}$ $\quad U = 0{,}3$ м/с $\quad U < V \Rightarrow$

его обязательно снесёт. ~~Чем меньше α тем больше $\cos\alpha$ $\Rightarrow$ тем больше снос~~

Пусть β угол между берегом с B и C и траекторией пути пловца в ~~пространстве~~. Чем меньше β тем больше $\cos\beta$ и тем больше снос. Пусть V_3 - скорость третьего заплыва в лаб. системе отсчёта то по теореме косинусов $U^2 = V^2 + V_3^2 - 2VV_3\cos\beta$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

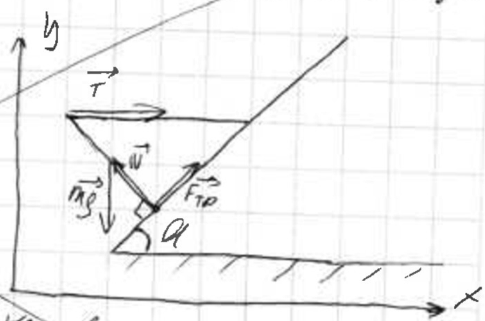
1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

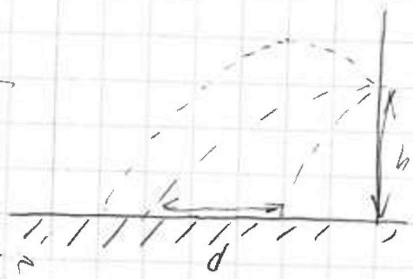
№3 На стержень действует всего 4 силы: T-натяжение нити

1) mg-сила тяжести, Fтр-сила трения и N-сила нормальной ~~реак~~ реакции опоры. Изобразим на рисунке. Пусть ~~опоры~~ оси x и y (x параллельно горизонту). Если стержень в покое то проэкция на x и y всех 4-х сил равны 0. Fтр параллельна наклонной плоскости => она направлена под a к горизонту, а N направлена под $\beta = 180 - a - 90 = 60°$ к горизонту. то



проэкция на x: $\cos a\, F_{тр} + T = \cos\beta\, N$

на y: $\sin a\, F_{тр} + \sin\beta\, N = mg$.



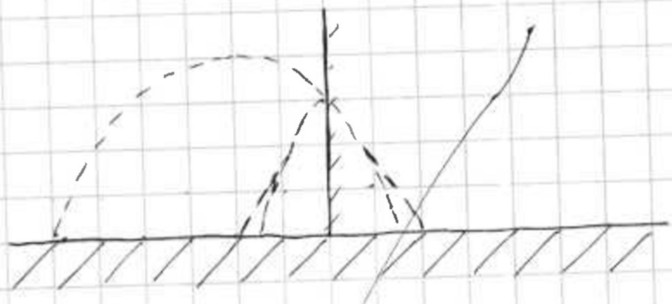
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№2 1) Т.к. удорения абсолютно упругие. Модуль скорости после удара о неподвижную стенку не меняется ⇒ если мы отзеркалим траекторию, с которой летел мяч после удара о стенку, относительно стенки, то увидим идеальную параболу.



$10,8 : 3 = 3,6$

$1,3 \times 1,3 = 1,69$

$0,921 \times 13 = 11,973$

$1,8$

$1,842 : 2 = 0,921$

$0,921$

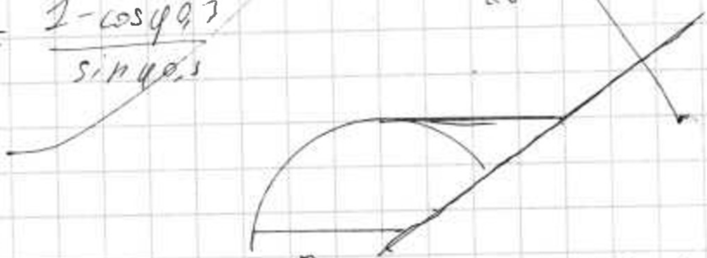
$1,842$ м/с

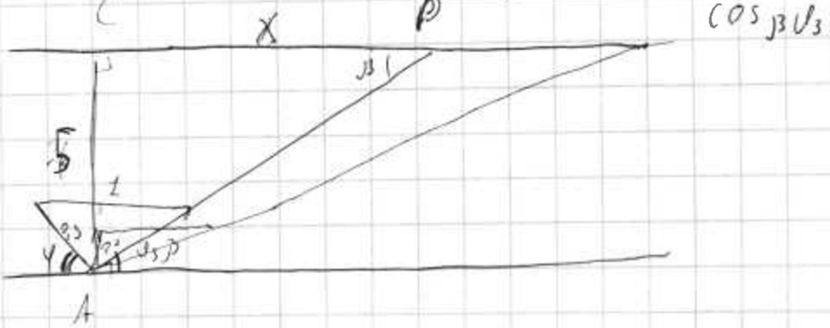
$12 \times 12 = 144$

$16 \times 16 = 256$

$11,973 : 12 = 0,997$

$$\frac{x}{S} = \frac{1-\cos 99,3}{\sin 99,3}$$

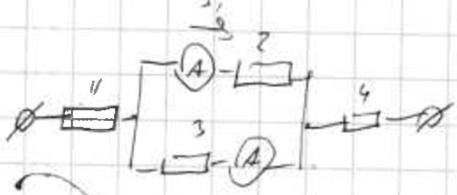




На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$R_1 = 30$ Ом

$R_2 = 60$ Ом

$I_1 R_1 = I_2 R_2$

$I_2 = \frac{I_1 R_1}{R_2}$

$I_2 = 10$ А

$\frac{60 \cdot 30}{80}$

20

$\frac{2 \cdot 17{,}3 \cdot \sqrt{3}}{10{,}1}$

17,333

173

$10\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{2 \cdot \sqrt{3} \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{10 \frac{\sqrt{3}}{2}}$

$60 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}$

$30\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$

$35\sqrt{3}$

60,55

$\frac{42}{21} = 2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Черновик

1) Формула мощности теплового элемента по формуле равна

$P_н = \frac{U^2}{R}$

$P_н = 400$ Вт

2) Мощность тепловых потерь пропорциональна разности температуры воды и окружающей среды (температура окружающей среды $\tilde{t}_0$ это начальная температура воды, до эксперимента, никто её не нагревал) α – коэф пропорциональности, t – температура воды

$P = \alpha(\tilde{t} - \tilde{t}_0)$. Часть графика, которую нам представили на рисунке – прямая => β коэф пропорциональности P и t, то $\beta = \frac{\Delta P}{\Delta t}$, где

$\Delta P = 300 - 100 = 200$ Вт

~~$\Delta P = 300-100$~~ (разница между двумя точками графика по y),

$\Delta t = 200 - 0 = 200$ с (разница по x). ~~$\beta = 0{,}25$~~ $\beta = 1$ =>

Пусть функция на графике $P = \beta t + c$, то $c = 100$ Вт => при $t = 180$ с

$P_1 = 280$ Вт => (P_1 – мощность теп. потерь при $t = 180$ с) то

$P_1 = \alpha($

$25 + 144 = 169 =$

13 × 13 = 39 13