



Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за $T = 2$ с.

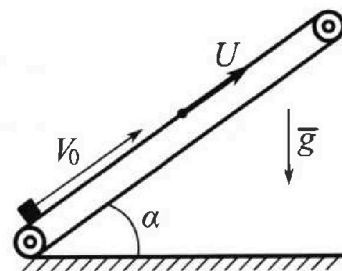
1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

2) Теннисист посылает мяч с начальной скоростью V_0 под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии $S = 20$ м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,8$ (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на *покоящуюся* ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 4$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = \frac{1}{3}$. Движение коробки прямолинейное.



1) За какое время T после старта коробка пройдет в первом опыте путь $S = 1$ м?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью $U = 2$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 4$ м/с.

2) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 2$ м/с?

3) На какой высоте H , отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости V_0 за одинаковое время.

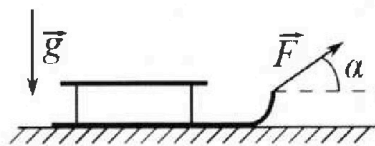
В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости V_0 действие внешней силы прекращается.

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Через какое время T после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения g .

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

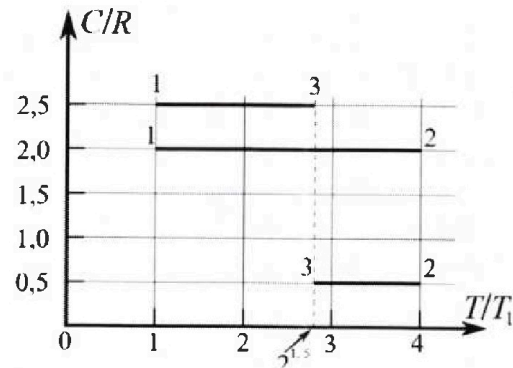


Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

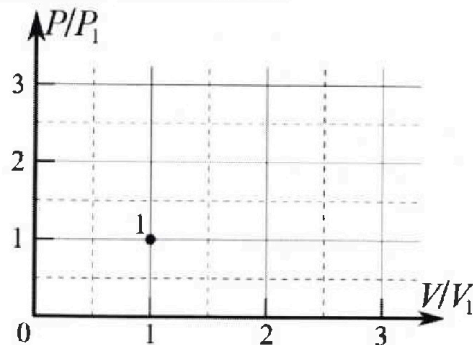
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной R) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 $T_1 = 400$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К).



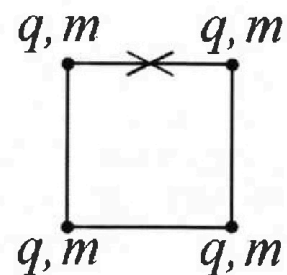
1) Найдите работу A_{12} газа в процессе 1-2.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной b (см. рис.). Масса каждого шарика m , заряд q .



1) Найдите силу T натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

2) Найдите скорость V любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?

Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

Решение

$T = 2\text{с}$

$S = 20\text{м}$

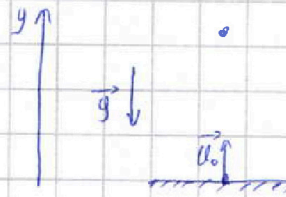
Найти:

1) v_0

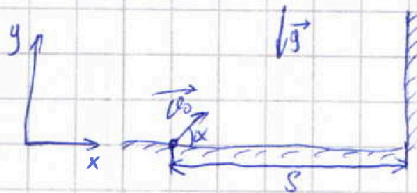
2) H_{max}

1) Т.к. скорость v_0 имеет проекцию только на ось y , то из формулы кинематики (формулы времени подъема на максимальную высоту):

$$T = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0}{g} \Rightarrow v_0 = Tg = 2 \cdot 10 = 20 \text{ м/с.}$$



2) Пусть α - угол, под которым запущен мяч. Также введем оси ox и oy .



Тогда из формулы кинематики:

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha \quad v_{0y} = v_0 \sin \alpha$$

$$S = v_{0x} T \Rightarrow T = \frac{S}{v_{0x}} = \frac{S}{v_0 \cos \alpha}$$

$$H = v_{0y} T - \frac{gT^2}{2} = \frac{v_0 \sin \alpha \cdot S}{v_0 \cos \alpha} - \frac{gS^2}{2 \cos^2 \alpha} =$$

$$= S \tan \alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2} \tan^2 \alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2} \quad (\text{т.к. } \tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}). \text{ Тогда имеем функцию } H(\tan \alpha) - \text{парабола,}$$

с вершиной вверх. Тогда H_{max} будет достигаться в ее вершине ~~тогда~~ при значении $\tan \alpha$ равном:

$$\tan \alpha = -\frac{b}{2a} = \frac{S v_0^2}{gS^2} = \frac{v_0^2}{gS}$$

$$\text{Тогда } H_{\text{max}} = \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gS^2}{2v_0^2} = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gS^2}{2v_0^2} = \frac{4 \cdot 10}{2} - \frac{10^2}{2 \cdot 40} = 20 - 12.5 = 7.5 \text{ м.}$$

Ответ: 1) $v_0 = 20 \text{ м/с}$

2) $H_{\text{max}} = 7.5 \text{ м.}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

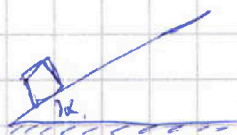
1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2) Рассмотрим систему отсчета, связанную с землей. Тогда будет тот же случай, что и в первом опыте.



Тогда по Т. О. кинет. энергии найдем путь, который пройдет тело до момента, когда его скорость не станет 0:

$$\frac{m}{2}(v_0^2 - v^2) = mgH + F_{тр}S \Rightarrow (\text{из прошлого пункта})$$

$$\Rightarrow S = \frac{v_0^2 - v^2}{2g(\sin\alpha + \cos\alpha \cdot \mu)} = \frac{16 - 4}{2 \cdot 10 \cdot 1} = 0,6 \text{ м.}$$

Найдем время, за которое тело сойдет путь (по формуле (1)):

$$T_1 = \frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 - 2aS}}{a} = \frac{4 - \sqrt{16 - 2 \cdot 10 \cdot 0,6}}{10} = 0,2 \text{ с.}$$

Теперь перейдем к системе отсчета, связанной с телом. Тогда скорость тела будет равна $v_{отн} = v_0 + u = 6 \text{ м/с}$.
 Также знаем, что до момента остановки тело пройдет расстояние S .
 Там же, где скорость станет 0, тело будет остановлено.

Время $T' = 0,4 \text{ с.}$

Теперь перейдем в систему отсчета, связанную с землей. Тогда скорость тела будет равна $v_{отн} = v_0 + u = 6 \text{ м/с}$.

Тогда найдем искомые L и H где 2 и 3-х пунктов, зная, что $T_1 = 0,2 \text{ с.}$, $T' = 0,4 \text{ с.}$

$$L = v_{отн} \cdot T_1 = 6 \cdot 0,2 = 1,2 \text{ м}$$

$$H = S \sin\alpha = v_{отн} T' \sin\alpha = 6 \cdot 0,4 \cdot 0,8 = 1,92 \text{ м.}$$

Ответ: 1) $T = 0,6 \text{ с}$

2) $L = 1,2 \text{ м}$

3) $H = 1,92 \text{ м.}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$\sin \alpha = 0,8$$

$$1) U_0 = 4 \text{ м/с}$$

$$\mu = \frac{1}{3}$$

$$S = 1 \text{ м}$$

$$2) U = 2 \text{ м/с}$$

$$U_0 = 4 \text{ м/с}$$

$$\frac{1}{3}$$

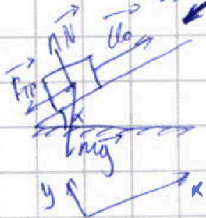
Найти:

$$1) T$$

$$2) L$$

$$3) H$$

Решение:



N — сила реакции опоры
 $F_{\text{тр}}$ — сила трения

$$\text{Т.к. } \sin \alpha = 0,8 \Rightarrow \cos \alpha = 0,6.$$

Расставим силы и введем оси:

Тогда по II закону Ньютона:

$$\vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$\text{Оу: } N - mg \cos \alpha = 0$$

$$N = mg \cos \alpha.$$

$$\text{Ох: } F_{\text{тр}} - mg \sin \alpha = -ma$$

$$ma = F_{\text{тр}} + mg \sin \alpha =$$

$$= \mu N + mg \sin \alpha = mg (\mu \cos \alpha + \sin \alpha)$$

$$\text{т.о. } a = g (\mu \cos \alpha + \sin \alpha) =$$

$$= 10 \left(\frac{1}{3} \cdot 0,6 + 0,8 \right) = 10 \text{ м/с}^2.$$

Найдем путь, который пройдет груз до момента, когда начнет ускоряться вниз (а он будет, т.к. $F_{\text{тр}} < mg \sin \alpha$). Для этого воспользуемся $\mu \cos \alpha < \sin \alpha$
 $0,2 < 0,8$

Т.о. кинематической теоремы к, зная, что $N = S \sin \alpha$, $A_n = 0$ т.к. перпендикулярны.

$$-\frac{mU_0^2}{2} = -mgH - A_{\text{тр}}$$

$$\frac{mU_0^2}{2} = mgH + \mu mg \cos \alpha S = mgS (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

$$S = \frac{U_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = \frac{16}{2 \cdot 10(0,8 + \frac{1}{3} \cdot 0,6)} = 0,8 \text{ м.}$$

Т.о. он пройдет 0,8 м до и 0,1 м после высшей точки. Тогда из формулы кинематики найдем $T = T' + T''$

$$S' = U_0 T' - \frac{a T'^2}{2}$$

Из этого кв. уравнения:

$$T' = \frac{U_0 - \sqrt{U_0^2 - 2aS'}}{a} = \frac{4 - \sqrt{16 - 2 \cdot 0,8 \cdot 10}}{10} = 0,4 \text{ с.}$$

$$S'' = \frac{a T''^2}{2}$$

$$T'' = \sqrt{\frac{2S''}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,2}{10}} = 0,2 \text{ с.}$$

$$\text{Т.о. } T = 0,6 \text{ с.}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Тогда по т. об изменении импульса пишем (после введения проекций на ось OX сразу просуммируем все приращения):

$$\Delta \vec{p}_2 = (\vec{F}_{TP} + \vec{N} + m\vec{g})T$$

$$OX: \quad p_2 - p_1 = -F_{TP}T$$

$$Mv_0 = MmgT$$

$$T = \frac{v_0}{mg} = \frac{v_0 \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha)g}$$

$$Ответ: 1) M = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \quad 2) T = \frac{v_0 \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha)g}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

U_0

$$T_1 = T_2 = T$$

x

$$F_1 = F_2 = F$$

Искать:

1) μ

2) T

Решение:

1) Рассмотрим оба случая:



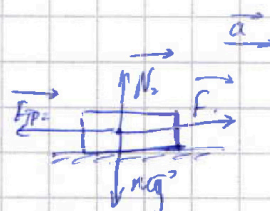
Запишем 2-й закон Ньютона

$$\vec{F}_{тр} + \vec{N}_1 + \vec{F} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$Oy: N_1 - mg + F \sin \alpha = 0$$

$$N_1 = mg - F \sin \alpha$$

$$T.O. F_{тр} = \mu N \Rightarrow F_{тр1} = \mu N_1 = \mu mg - \mu F \sin \alpha$$



$$\vec{F}_{тр2} + \vec{N}_2 + \vec{F} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$Oy: N_2 - mg = 0$$

$$N_2 = mg$$

$$T.O. F_{тр} = \mu N \Rightarrow F_{тр2} = \mu N_2 = \mu mg$$

Запишем 2-й закон Ньютона

$$\Delta \vec{p} = (\vec{F}_{тр1} + \vec{F} + m\vec{g} + \vec{N}_1) \tau$$

$$\Delta \vec{p} = (\vec{F}_{тр2} + m\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{F}) \tau$$

$$Ox: \Delta p = (-F_{тр1} + F \cos \alpha) \tau$$

$$Ox: \Delta p = (-F_{тр2} + F) \tau$$

Проецируем все приращение, тогда, из 2-го закона:

$$p_2 - p_1 = (F \cos \alpha - F_{тр1}) T$$

$$p_2 - p_1 = (F - F_{тр2}) T$$

$$m U_0 = (F \cos \alpha - F_{тр1}) T$$

$$m U_0 = (F - F_{тр2}) T$$

$$T.O. F \cos \alpha - F_{тр1} = F - F_{тр2}$$

$$F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha = F - \mu mg$$

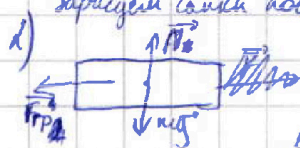
$$F \cos \alpha + \mu F \sin \alpha - F = 0 \quad | : F$$

$$\cos \alpha + \mu \sin \alpha - 1 = 0$$

$$\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

Тогда мы запишем μ и T в виде μ и T в виде μ и T

Запишем сейчас после того, как на отрезали:



Тогда видно, что сила трения в этом случае равна силе трения в случае II первого пункта, т.е. $F_{тр} = F_{тр2} = \mu mg$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Намочно действии с точками 1 и 2: где $x = \frac{V_2}{V_1}$, $y = \frac{P_2}{P_1}$

$$A_{12} = \frac{3}{2} P_1 V_1 / (u_2 \cdot \dots) (x) \quad A_{12} = \frac{1}{2} (P_2 + P_1) / \dots \quad | : P_1 V_1$$

$$\frac{3}{2} = \frac{1}{2} (y+1) (x-1)$$

$$y = \frac{3}{x-1} - 1. \quad (6)$$

Тогда найдём пересечение графиков $z(5)$ и (6) :

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

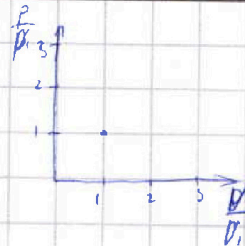
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) Из упр. и д. н. следует, что

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = \frac{T_2}{T_1}$$



Тогда $\frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = 4$, $\frac{p_3 V_3}{p_1 V_1} = 2\sqrt{2}$. Т.о. получаем, что точки 2 и 3 принадлежат

параболам $\frac{p_2}{p_1} = \frac{4}{V_2/V_1}$ и $\frac{p_3}{p_1} = \frac{2\sqrt{2}}{V_3/V_1}$ соответственно. Примем точку 2 левее ^{правее} точки 1 (т.к. тепло извлекается), 3 левее точки 2 и правее точки 1. Это говорит о том, что процесс под давлением во всех случаях будет находиться по формуле $p = A = \frac{1}{2}(p_1 + p_3)(V_2 - V_1)$ (1).
Из первого закона термодинамики найдем работу A_{31} :

$$A_{31} = Q_{31} + \Delta U_{31} = -2,5 JRT_1(2\sqrt{2} - 1) - \frac{3}{2} JRT_1(2\sqrt{2} - 1) - 4 JRT_1(2\sqrt{2} - 1) = -4 p_1 V_1 (2\sqrt{2} - 1)$$

Зная, что $A_{31} = \frac{1}{2}(p_3 + p_1)(V_3 - V_1)$ и используя формулу (1), получаем:

$$\frac{1}{2}(p_3 + p_1)(V_3 - V_1) = -4 p_1 V_1 (2\sqrt{2} - 1) \mid : p_1 V_1 \text{ и заменим } \frac{V_3}{V_1} = x, \frac{p_3}{p_1} = y$$

$$\frac{1}{2}(y + 1)(x - 1) = 4\sqrt{2} - 4$$

$$y = \frac{8\sqrt{2} - 8}{x - 1} \quad (2)$$

Найдем точку пересечения ^{прямых} (2) и (3):

$$\frac{2\sqrt{2}}{x} = \frac{16\sqrt{2} - 8}{x - 1} - 1 \mid : 4 \Rightarrow 2\sqrt{2}x - 8x - x^2 + x = 16\sqrt{2}x - 8x - x^2 + x$$

$$2\sqrt{2}x - 2\sqrt{2} = 16\sqrt{2}x - 8x - x^2 + x$$

$$x^2 - x(7 - 14\sqrt{2}) - 2\sqrt{2} = 0$$

$$a = 1$$

$$b = 7 - 14\sqrt{2} \approx 12,6$$

$$c = 2\sqrt{2} \approx 2,8$$

т.е. точка 3 имеет координату $\frac{V_3}{V_1} = 0,3 \Rightarrow \frac{p_3}{p_1} = \frac{4}{0,3} = 13,33$

$$\begin{aligned} D &= 1 - 382,52 + 512 + 16 = 146 + 16 = 162 \\ D &= 12,6^2 + 4 \cdot 2,8 = 162 \\ D &= 12,6^2 + 4 \cdot 2,8 = 162 \\ x_1 &= \frac{11,4 + 12}{2} = 11,7 \\ x_2 &= \frac{11,4 - 12}{2} = -0,3 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

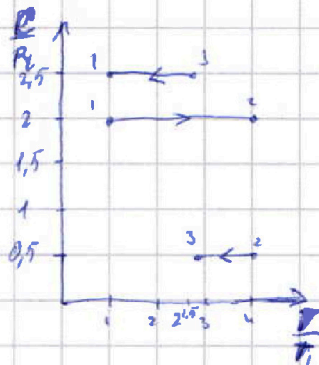
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

- $T_1 = 400\text{K}$
 $J = 1\text{мкВт}$
 Найти:
 1) A_{12}
 2) η
 3) график.

Решение:



Т.е. происходит процесс 1-2, 2-3, 3-1, то составим
 график на графике.
 Тогда из него видно, что процесс 3-1 и 2-3 -
 изохорные, а в процессе 1-2 нагревается.
 Также видно, что $T_1 = T_1$, $T_2 = 4T_1$, $T_3 = 2^{1.5}T_1$.

~~Т.е. $A = Q_{\text{нагр}} - Q_{\text{охл}}$, то найдем~~

Зная, что $C = \frac{Q}{J\Delta T}$, из графика найдем $\left(\frac{C}{R} = \frac{Q}{J\Delta T}\right)$:

$$\frac{C_{31}}{R} = \frac{Q_{31}}{JR(T_1 - T_3)} = 2.5 \Rightarrow Q_{31} = 2.5JR(T_1(2^{1.5} - 1))$$

$$\frac{C_{12}}{R} = \frac{Q_{12}}{JR(T_2 - T_1)} = 2 \Rightarrow Q_{12} = 2JR(T_1(4 - 1))$$

$$\frac{C_{23}}{R} = \frac{Q_{23}}{JR(T_3 - T_2)} = 0.5 \Rightarrow Q_{23} = 0.5JR(T_1(4 - 2^{1.5}))$$

Т.о. т.е. $A_{\text{нагр}} = Q_{\text{нагр}} - Q_{\text{охл}}$, то:

$$\begin{aligned}
 A_{1231} &= Q_{12} - |Q_{31}| - |Q_{23}| = 2JR(T_1(4 - 1)) - 2.5JR(T_1(2^{1.5} - 1)) - 0.5JR(T_1(4 - 2^{1.5})) \\
 &= JR(T_1(8 - 2 - 2.5 \cdot 2^{1.5} + 2.5 - 0.5 \cdot 2 + 0.5 \cdot 2^{1.5})) = JR(T_1(6.5 - 4\sqrt{2}))
 \end{aligned}$$

Т.о. Найдем КПД цикла:

$$\eta = \frac{A_{1231}}{Q_{\text{нагр}}} = \frac{JR(T_1(6.5 - 4\sqrt{2}))}{JR(T_1 \cdot 6)} = \frac{6.5 - 4\sqrt{2}}{6}$$

Из 2 и 3 Термодинамики:

$$\begin{aligned}
 Q_{12} &= \Delta U_{12} + A_{12} \Rightarrow A_{12} = Q_{12} - \Delta U_{12} = 2JR(T_1(4 - 1)) - \frac{3}{2}JR(T_2 - T_1) = \frac{1}{2}JR(T_1(4 - 1)) \\
 &= \frac{3}{2} \cdot 1.8 \cdot 1.400 = 4986 \text{ Дж}
 \end{aligned}$$

(*)



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

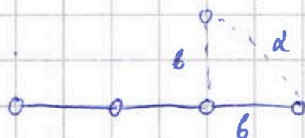
6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3)



Из т. Пифагора $d = \sqrt{2}b$.

Ответ: $\sqrt{2}b = d$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

b, m, q

Найти:

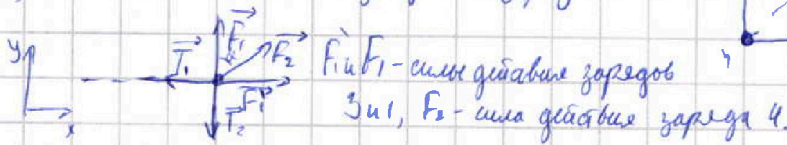
1) T

2) U

3) α

Решение:

1) Рассмотрим силы действующие на заряд 2:



Из геометрии (т.к. 1234 - квадрат, то $d_{12} = \sqrt{2}b$)

$$F_1 = F_3 = k \frac{q^2}{b^2} \quad F_2 = \frac{k q^2}{2b^2}$$

Т.о. из ур. равновесия $(\vec{T}_1 + \vec{T}_3 + \vec{F}_1 + \vec{F}_3 + \vec{F}_2) = 0$, $\alpha = 45^\circ$:

$$O_y: T_2 = F_1 + F_2 \cos \alpha = \frac{k q^2}{b^2} + \frac{k q^2}{2b^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{k q^2}{b^2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$$

$$O_x: T_1 = F_3 + F_2 \sin \alpha = \frac{k q^2}{b^2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$$

Т.о. все силы натяжения равны и равны $T = \frac{k q^2}{b^2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$.

2) Найдем потенциальную энергию системы: $(W_1 = W_2 = W_3 = W_4 = 2k \frac{q^2}{b} + k \frac{q^2}{\sqrt{2}b})$

$$W_{\text{сист}} = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 = 4 \left(2k \frac{q^2}{b} + k \frac{q^2}{\sqrt{2}b} \right) = \frac{k q^2}{b} \left(8 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \approx 10,3 k \frac{q^2}{b}$$

Найдем потенциальную энергию системы, когда заряды будут на одной прямой:



$$\begin{aligned} W_{\text{сист}}' &= W_1' + W_2' + W_3' + W_4' = \left(k \frac{q^2}{b} + k \frac{q^2}{2b} + k \frac{q^2}{3b} \right) \cdot 2 + \\ &+ 2 \left(k \frac{q^2}{b} + k \frac{q^2}{2b} \right) + k \frac{q^2}{b} = \frac{k q^2}{b} \left(2 + 1 + \frac{2}{3} + 2 + 1 + 1 \right) = 8,7 k \frac{q^2}{b} \end{aligned}$$

Тогда из 3. с. 21

$$\frac{4 m v^2}{2} + W_{\text{сист}}' = W_{\text{сист}}$$

$$2 m v^2 \approx 2,1 k \frac{q^2}{b}$$

$$v = \sqrt{10,5 k \frac{q^2}{m b}}$$

Ответ: 1) $T = \frac{k q^2}{b^2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$ 2) $U = \sqrt{10,5 k \frac{q^2}{m b}}$



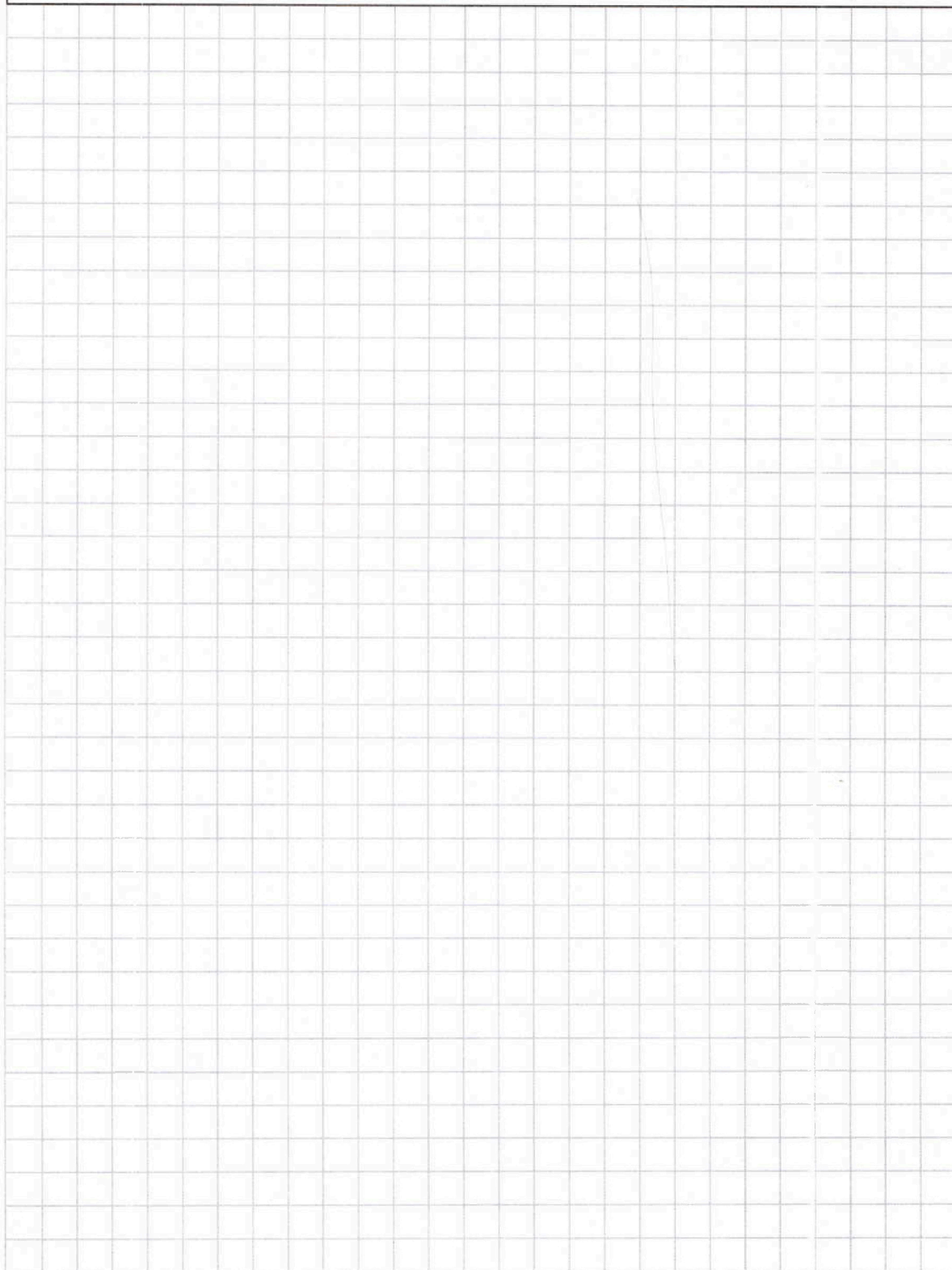
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





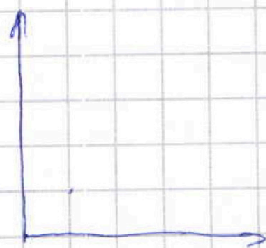
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{C}{R} = \frac{Q}{(p_2 V_2 - p_1 V_1)}$$

$$Q = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) + A$$

$$A_{51} = -2,5 J R T_1 (2\sqrt{2} - 1) - \frac{3}{2} J R T_1 (2\sqrt{2} - 1) - 4 J R T_1 (2\sqrt{2} - 1) = -4 p_1 V_1 (2\sqrt{2} - 1)$$

$$A = \frac{1}{2} (p_1 + p_2) (V_1 - V_2)$$

$$\pi p_1 V_1 (2\sqrt{2}) = \frac{1}{2} (p_1 + p_2) (V_1 - V_2)$$

$$2\sqrt{2} - 1 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{p_2}{p_1} \right) \left(1 - \frac{V_2}{V_1} \right)$$

$$W_{12} = k \frac{p_1 V_1}{6}$$

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = \frac{2\sqrt{2} - 2}{1 - \frac{V_2}{V_1}} - 1$$

$$\frac{4\sqrt{2} - 2}{1 - \frac{V_2}{V_1}} - 1 = \frac{4}{\frac{V_2}{V_1}}$$

$$4\sqrt{2} \frac{V_2}{V_1} - \frac{V_2}{V_1} - \frac{V_2}{V_1} + \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^2 = 4 - 4 \frac{V_2}{V_1}$$

$$\frac{V_2}{V_1} (4\sqrt{2} + 3) + \frac{V_2^2}{V_1^2} - 4 = 0$$

$$\begin{array}{l|l} a = 1 & D = 32 - 24\sqrt{2} + 9 = 16 \\ b = 4\sqrt{2} + 3 & \sqrt{32 + 24\sqrt{2}} \\ c = 4 & \end{array}$$



решение которой представлено на странице:



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2r = \frac{Q_{21}}{JRT \cdot 2^{15} (1 - 2^{15})} \quad 13 \frac{1}{8}$$

$$22, \frac{Q_{12}}{VRT_1(n-1)}$$

$$0,5 = \frac{Q_{23}}{JRT_1 (2^{1,5} - 1)}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 96 \\ + 160 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$\frac{\frac{C}{R} \cdot \frac{Q}{JR(T_2 - T_1)}}{\frac{C}{R} \cdot \frac{Q}{JR(T_2 - T_1)}} = Q = \frac{C}{R} \cdot JR(T_2 - T_1)$$

$$Q_{12} = \Delta U + A_{12} = \frac{3}{2} nR(T_2 - T_1) + A_{12}$$

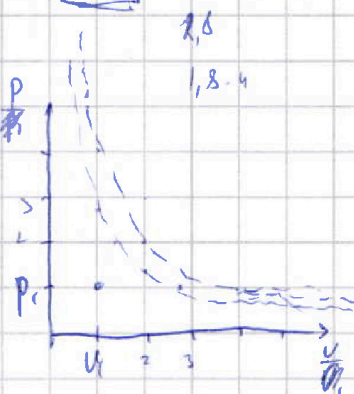
$$\begin{array}{r} 56 \\ + 112 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$\frac{3}{2} \cdot 8,51 \cdot 400 \quad \begin{matrix} 200 \\ 82,1 \end{matrix}$$

$$\begin{array}{r} 831 \\ \times 6 \\ \hline 4986 \end{array}$$

$$\frac{1}{2} 14,58 \cdot 97$$

7, 16
7
50, 12



$$F_{12} = \frac{k q^2}{r^2} \quad P_{12} = \frac{k q^2}{2r^2}$$

$$P_1 V_1 = n R T_1$$

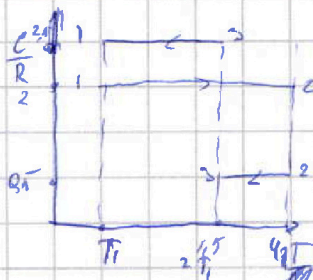
$$P_1 V_1 = n R T_1$$

$$p_3 v_3 = R T_3$$

$$Q_s = \frac{C}{R} (p_2 V_2 - p_1 V_1) - \Delta U + A$$

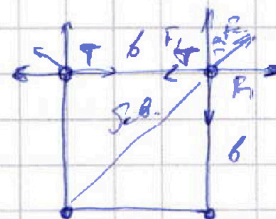
$$T_s F_1 + F_2 \cos \alpha = \frac{kx^2}{b^2} \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$\frac{P_3 V_3}{P_1 V_1} = \frac{2\sqrt{2}}{\frac{V_3}{V_1}}$$



$$-9\sqrt{2} + 13\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$A_{12} = Q_{12} - Q_{31} - Q_{23} = \frac{1}{JRT_1} (2(4-1) - 2.5(2^{1.5}-1) - 0.5(\cancel{4-2}^{1.5}))$$



A diagram showing a particle (represented by a small circle) moving along a horizontal line. To the left of the particle is a label Q_3 . Above the particle, there are two force vectors labeled $\vec{F}$ and $\vec{F}$, both pointing to the right. To the right of the particle, there is a label P .

$$\frac{C}{R} = \frac{Q}{P_2 V_2 - P_1 V_1}$$

$2.14 = 2.2$

$$\frac{p_1 V_1}{p_2 V_2} = \frac{T_1}{4T_1} = \frac{1}{4}$$

$$p_2 V_2 = 4 p_1 V_1$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{V_1}{V_2}$$

$$Q_s = \frac{C}{R} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \Delta U + A$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a = \omega_m / c^2$$

$$Q = J C_m T$$

$$\frac{C}{R} = \frac{Q}{J \Delta T R}$$

$$\frac{m v_0^2}{2} + m$$

$$\frac{m}{2} (v^2 + v_0^2) = m g S$$

$$v_0^2 = \cancel{2} S = \frac{v_0^2 - v^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = \frac{16 - 4}{2 \cdot 10} = 0,6 \text{ м.}$$

$$T = \frac{v_0^2 - \sqrt{v_0^2 - 2aS}}{a} = \frac{4 - \sqrt{16 - 2 \cdot 0,6 \cdot 10}}{10} = 0,2 \text{ с}$$

Дано:

v_0

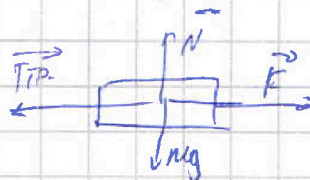
α



$$N = mg - F \sin \alpha$$

$$F_{\text{тр}} = \mu (mg - F \sin \alpha)$$

$$m v_0 = (F \cos \alpha + F_{\text{тр}}) T$$



$$N = mg$$

$$F_{\text{тр}} = \mu mg$$

$$m v_0 = (F + F_{\text{тр}}) T$$

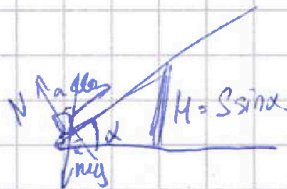
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$u_0 = 4 \text{ м/с.}$$

$$\mu = \frac{1}{3}$$

$$S = 1 \text{ м.}$$

$$\sin \alpha = 0.8.$$

$$0.8 + 0.2 = 1.$$

$$0.32$$

$$1.92$$

$$S = \frac{u_0^2}{2g(0.8 + 0.2 \cos \alpha)}$$

$$= \frac{16}{2 \cdot 10 \cdot 1} = 0.8$$

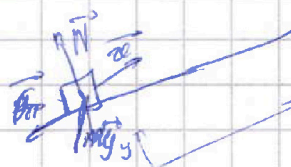
$$= \frac{20 \cdot 16^2}{2 \cdot 10} = 2$$

$$S = \frac{16^2}{2 \cdot 10 \cdot 2} = 0.4$$

$$0.8$$

$$N = mg \cos \alpha$$

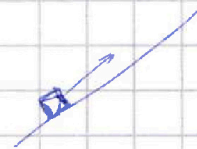
$$F_{\text{тр}} = N \mu = mg \mu \cos \alpha$$



$$\frac{mu^2}{2} = mgH + \frac{mu_0^2}{2} + A_{\text{тр}}$$

$$ma = N + F_{\text{тр}} + mg$$

$$\text{по } Oy: N - mg \cos \alpha =$$



$$mg \sin \alpha = \mu mg \cos \alpha$$

$$\frac{mu_0^2}{2} = -mgH + A_{\text{тр}}$$

$$= -mgH - F_{\text{тр}} S$$

$$= -mg S \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha S$$

$$\frac{mu_0^2}{2} = -mg S (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

$$\text{ок: } ma_y = -F_{\text{тр}} - mg \sin \alpha =$$

$$= -\mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha =$$

$$a_y = -g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) =$$

$$= 10(0.2 + 0.8) = 10$$

$$S = \frac{u_0^2}{2a_y T} = \frac{16^2}{2 \cdot 10 \cdot T}$$

$$T = \frac{16^2}{2 \cdot 10 \cdot S}$$

$$\begin{cases} a = -a_y \\ k = 1 \\ c = -2S \end{cases} \begin{cases} D = u_0^2 - 4ayS \\ D = u_0^2 - 4ayS \end{cases}$$

$$18 = 4T - 18T^2$$

$$T = \frac{u_0^2 - \sqrt{u_0^4 - 4ayS}}{2ay} = \frac{1}{3} \cdot 6 + 8 = 10$$

$$5T^2 - 4T + 1 = 0$$

$$\begin{cases} a = 5 \\ k = -4 \\ c = 1 \end{cases} \begin{cases} D = 16 - 4 \cdot 5 = -4 \end{cases}$$

$$aT^2 - 2u_0T + 2S = 0$$

$$\begin{cases} a = 10 \\ k = -16 \\ c = 2S \end{cases} \begin{cases} D = u_0^2 - 18S \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

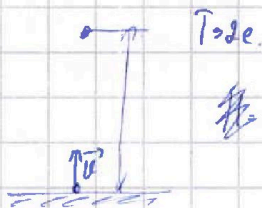
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

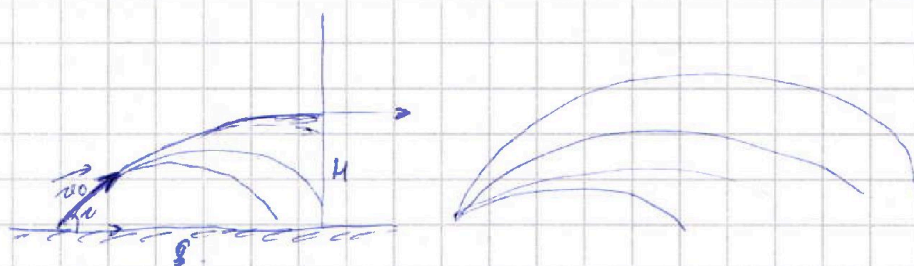


Черновик.



$$T = \frac{U}{g} \Rightarrow U = Tg = 20 \text{ м/с}^2$$

$$U_x = U_y = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}$$



$$T = \frac{S}{U_{0x}}$$

$$H = \frac{U_{0y}^2}{2g}$$

$$T = \frac{S}{U_0 \cos \alpha}$$

$$H = U_{0y} T = \frac{gT^2}{2} = U_{0y} \frac{S}{U_{0x}} = \frac{gS^2}{2U_{0x}^2}$$

$$\frac{U_{0y}^2}{g} = \frac{U_{0x}^2}{2} \tan^2 \alpha$$

$$H = \frac{U_0^2 - U_0^2 \cos^2 \alpha}{2g} = \frac{U_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$



$$S = U_x T$$

$$H = U_{0y} \sin \alpha T - \frac{gT^2}{2}$$

$$= U_0 \sin \alpha \cdot \frac{S}{U_0 \cos \alpha} - \frac{gS^2}{2U_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$H = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} S - \frac{gS^2}{2U_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$= \frac{\tan \alpha}{\cos \alpha} S - \frac{gS^2}{2U_0^2 \cos^2 \alpha} + \frac{gS^2}{2U_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$\tan \alpha = \frac{S}{2a} = \frac{S U_0^2}{g S^2} = \frac{U_0^2}{g S} = 2$$

$$U_0^2 = U_0^2 \cos^2 \alpha + 2gH$$

$$U_0^2 = \frac{S^2}{T^2} + 2gH \quad \frac{20^2}{T^2} = 2$$

$$H = \frac{U_0^2 - \frac{S^2}{T^2}}{2g}$$

$$\frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = 1$$

$$H = -\frac{gS^2}{2U_0^2} \tan^2 \alpha + S \tan \alpha - \frac{gS^2}{2g}$$

$$H = 2 \cdot 20 - 5 \cdot 2 - 5 = 25 \text{ м} = 40 - 10$$