



Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и
радикалы.



1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол $\alpha = 45^\circ$ с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета $L = 20$ м.

1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью V_0 к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна $H = 3,6$ м.

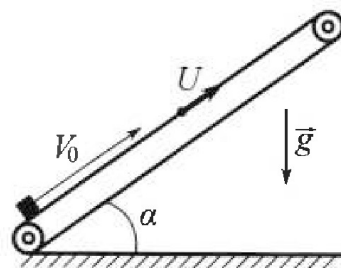
2) На каком расстоянии S от точки старта находится стенка?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,6$ (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 6$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = 0,5$.

Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь S пройдет коробка в первом опыте к моменту времени $T = 1$ с?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью $U = 1$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 6$ м/с (см. рис.).

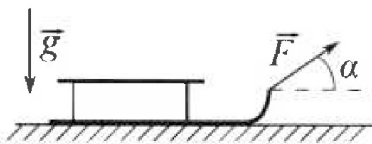
2) Через какое время T_1 после старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 1$ м/с?

3) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки обратится в ноль во втором опыте? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии K на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии K действие внешней силы прекращается.



1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение S санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения g . Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.



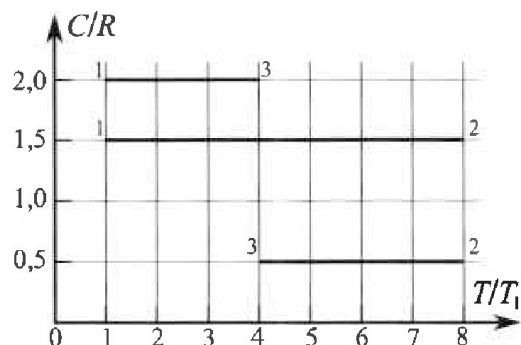
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



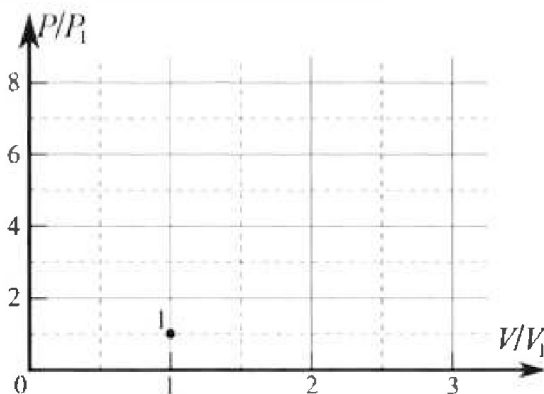
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна $T_1 = 200$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К).



1) Найдите работу A_{31} внешних сил над газом в процессе 3-1.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной a (см. рис.). Сила натяжения каждой нити T .

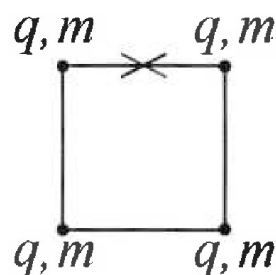
1) Найдите абсолютную величину $|q|$ заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию K любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?

Электрическая постоянная ϵ_0 . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.



1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

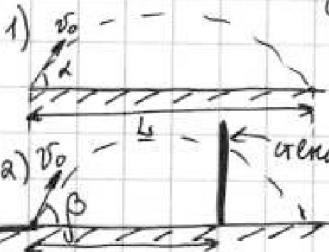
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача №1

Дано:
 $\alpha = 45^\circ$
 $g = 10 \text{ м/с}^2$
 $h = 20 \text{ м}$
 $H = 3.6 \text{ м}$

Решение:



Пусть t - время полета, тогда получим систему:

$$\begin{cases} h = v_0 \cos \alpha t \\ 2 v_0 \sin \alpha t = g t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \\ t = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{g h}{\sin 2\alpha}} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{10 \cdot 20}{\sin 90^\circ}} = 10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Пусть β - угол под которым падает мяч на стену, а t - время полета мяча до удара со стеной.

Тогда получим систему уравнений:

$$\begin{cases} h = v_0 \sin \beta t - g \frac{t^2}{2} \\ S = v_0 \cos \beta t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = S \tan \beta - g \frac{S^2}{2 v_0^2 \cos^2 \beta} \\ t = \frac{S}{v_0 \cos \beta} \end{cases}$$

П.к. по условию максимальная высота это $h_{\max} = H$, и угол есть

функция $h(\tan \beta)$, то промаксимизируем ее относительно $\tan \beta$, взяв производную

$$h'_{\tan \beta} = S - 0 - \frac{g S^2}{v_0^2 \cos^2 \beta} \tan \beta \text{ и } h'_{\tan \beta} = 0, \text{ т.к. мы ищем максимум } \Rightarrow \tan \beta = \frac{v_0^2}{g S}$$

Тогда подставив данное значение $\tan \beta$, получим: $H = S \cdot \frac{v_0^2}{g S} - \frac{g S^2}{2 v_0^2} = \frac{v_0^2}{g} - \frac{g S^2}{2 v_0^2}$

$$H = \frac{v_0^2}{g} - \frac{g S^2}{2 v_0^2} = \frac{v_0^4 - g^2 S^2}{2 g v_0^2}, \text{ теперь выразим } S:$$

$$2 g v_0^4 H = v_0^4 - g^2 S^2 \Rightarrow g^2 S^2 = v_0^4 (v_0^2 - 2 g H) \Rightarrow S = \frac{v_0}{g} \sqrt{v_0^2 - 2 g H};$$

$$S = \frac{10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} \cdot \sqrt{200 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} - 2 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 3.6 \text{ м}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{128} \text{ м} = 16 \text{ м}.$$

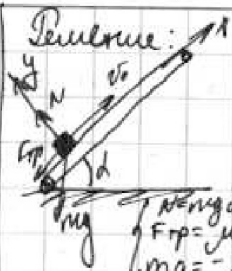
Ответ: 1) $v_0 = 10\sqrt{2} \text{ м/с}$; 2) $S = 16 \text{ м}$.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порта QR-кода недопустима!



Дано:
 $\sin d = 0,6$
 $v_0 = 6 \text{ м/с}$
 $\mu = 0,5$
 $T = 1 \text{ с}$
 $u = 1 \text{ м/с}$
 $g = 10 \text{ м/с}^2$



Задача №2.

- 1) По основной тригонометрической тождеству $\cos d = \sqrt{1 - \sin^2 d} = 0,8$.
- 2) Запишем систему уравнений $\vec{F} = m\vec{a}$ в проекциях на оси X и Y, и найдем ускорение коробки, когда она идет вверх:

$$\begin{cases} N = mg \cos d \\ F_{\text{тр}} = \mu N \cos d \\ ma = -mg \sin d - \mu N \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -g(\sin d + \mu \cos d) \\ a = -10 \text{ м/с}^2 \end{cases}$$

- 3) Теперь аналогично найдем ускорение когда коробка движется вниз и получим ускорение A. $A = -g(\sin d - \mu \cos d)$ $A = -1 \text{ м/с}^2$
- 4) Найдем время t , за которое скорость коробки станет 0: $v_0 + at = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow t = -\frac{v_0}{a} = \frac{v_0}{g(\sin d + \mu \cos d)} = \frac{6 \text{ м/с}}{10 \text{ м/с}^2 (0,6 + 0,5 \cdot 0,8)} = 0,6 \text{ с} < T$$

5) Ит.к. $t < T$, то коробка вначале будет двигаться вверх с ускорением a , а потом вниз с ускорением A. Найдем координату X на оси x, где коробка остановится, с учетом того, что ее начальная координата $x_0 = 0 \text{ м}$. $X = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$

$$X = -\frac{v_0^2}{2a}$$

6) Теперь найдем координату коробки X' (на оси x) через время T: $X' = X + A \frac{(T-t)^2}{2} = -\frac{v_0^2}{2a} - g(\sin d - \mu \cos d) \cdot \frac{(T + \frac{v_0}{a})^2}{2}$

Итого путь пройденный коробкой это $S = |X - x_0| + |X' - X| = |X| + |A \cdot \frac{(T-t)^2}{2}|$

$$S = \left| \frac{v_0^2}{2g(\sin d + \mu \cos d)} \right| + \left| -g(\sin d - \mu \cos d) \cdot \frac{(T + \frac{v_0}{a})^2}{2} \right| = 1,88 \text{ м}$$

6) Теперь лента движется со скоростью u , тогда перейдем в СО движущуюся с лентой и в ней скорость коробки $v = v_0 - u$. Ит.к. в ЛСО скорость коробки должна стать 0, то в системе отсчета ленты она станет $v_k = 0$.

Ит.к. в СО ленты коробка будет двигаться только вверх, то ускорение коробки A, тогда $v + aT_1 = 0 \Rightarrow T_1 = -\frac{v}{a} = +\frac{v_0 - u}{g(\sin d + \mu \cos d)} = 0,5 \text{ с}$.

7) До полной остановки в СО ленты, коробка будет вначале двигаться вверх, а потом вниз с ускорением A. Время, которое она будет двигаться вверх $T_2 = \frac{-v}{a} = T_1$, а время движения вниз $T_3 = \frac{-u}{A} = \frac{u}{g(\sin d - \mu \cos d)}$, тогда смещение коробки в СО ленты будет равно $h_1 = vT_2 + a\frac{T_2^2}{2} + A\frac{T_3^2}{2} = -\frac{v^2}{2a} + \frac{u^2}{2A}$. А значит мы найдем

$$h = \text{пересчитываясь из СО ленты в ЛСО} \quad h = u(T_2 + T_3) + h_1$$

$$h = \frac{u}{2} \left(-\frac{v}{a} - \frac{u}{A} \right) + \frac{u^2}{2A} - \frac{v^2}{2a} = \frac{1 \text{ м/с}}{2} \left(\frac{5 \text{ м/с}}{10 \text{ м/с}^2} + \frac{1 \text{ м/с}}{1 \text{ м/с}^2} \right) - \frac{(5 \text{ м/с})^2}{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2} + \frac{(1 \text{ м/с})^2}{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2}$$

$$h = 0,5 \cdot 1,5 \text{ м} - 0,5 \text{ м} + 1,25 \text{ м} = 1 \text{ м}$$

Ответ: 1) $S = 1,88 \text{ м}$; 2) $T_1 = 0,5 \text{ с}$; 3) $h = 1 \text{ м}$.



1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Поря QR-кода недопустима!

Задача №3.

пути

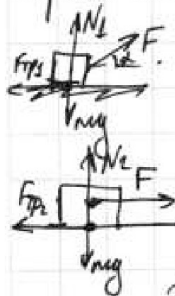
Дано:

K, μ, d

1) $\mu = ?$

2) $S = ?$

Решение: Пусть L — длина участка ~~пути~~, на котором разогнали сань, тогда, т.к. их разогнали до одинаковой кин. энергии K , то в первом и втором случаях достигалась одна и та же скорость, тогда $v_1 = a_1 t_1 = v$, $v_2 = a_2 t_2 = v$, $L_1 = a_1 \frac{t_1^2}{2} = L$, $L_2 = a_2 \frac{t_2^2}{2} = L$, где a_1, a_2 — ускорения в первом и втором случаях соответственно, а t_1, t_2 — времена движения. Тогда получим, что $t_1 = t_2$, а $a_1 = a_2$. Теперь запишем систему уравнений для первого и второго случаев разгона, учитывая то, что их ускорения одинаковые.



$$\begin{cases} N_1 = mg - F \sin \alpha \\ ma = F \cos \alpha - \mu N_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_1 = mg - F \sin \alpha & (1) \\ ma = F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} N_2 = mg \\ ma = F - \mu N_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_2 = mg & (3) \\ ma = F - \mu mg & (4) \end{cases}$$

(1) и (4) получим: $F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg = F - \mu mg$

$$\Rightarrow \cos \alpha + \mu \sin \alpha = 1 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1 - \cos \alpha}{\mu} \Rightarrow \mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

2) Т.к. их разогнали до кин. энергии K , а потом перестала действовать внешняя сила, то значит на сань до момента остановки действовали только сила трения и сила тяжести + сила реакции опоры, то их работы равны 0, т.к. угол между силой тяжести (а так же и силой реакции опоры) и перемещением равен 90° . Тогда по т. об изменении кинетической энергии тела:

$E_k - E_n = A_{\text{вн}}$, где E_k — конечная кин. энергия ($E_k = 0$), E_n — начальная кин. энергия ($E_n = K$), $A_{\text{вн}}$ — работа внешних сил ($A_{\text{вн}} = A_N + A_{mg} + A_{\text{тр}} = A_{\text{тр}}$, т.к. $A_N = A_{mg} = 0$)

$0 - K = A_{\text{тр}} \Rightarrow -K = -\mu mg S$, т.к. $A_{\text{тр}}$ — работа силы трения и $A_{\text{тр}} = -\mu mg S$

$K = \mu mg S \Rightarrow S = \frac{K}{\mu mg} = \frac{K \sin \alpha}{mg(1 - \cos \alpha)}$, т.к. $\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$

Ответ: 1) $\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$; 2) $S = \frac{K \sin \alpha}{mg(1 - \cos \alpha)}$.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порта QR-кода недопустима!



Задача №4.

Дано: $T_1 = 200\text{K}$
 $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$

Решение: 1) По первому закону термодинамики $\Delta Q = \Delta U - A_{\text{вн}}$,
 $\Delta Q = C_V \Delta T$, $\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$, т.к. газ идеальный и одноатомный.

$$\Rightarrow A_{\text{вн}} = \nu R \Delta T (C_V + \frac{3}{2})$$

1) $A_{31} = ?$

2) $\eta = ?$

3) p_3/p_1 (V_3/V_1)?

2) Т.к. в процессе 1-3 $\frac{C_V}{R} = 2 \Rightarrow C_V = 2R$ и $\Delta T_{12} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} = -3$

По $A_{\text{вн}} = 1 \text{ моль} \cdot (-3 \cdot 200\text{K}) \cdot (-2R + \frac{3}{2}R) = +300\text{K} \cdot R = +2493 \text{ Дж}$

3) Как видно из графика газ получил тепло только в процессе 1-2, а в процессах 2-3 и 3-1 тепло отдавал.

Поэтому $\eta = \frac{Q_{\text{п}} + Q_{\text{от}}}{Q_{\text{п}}}$, где $Q_{\text{п}}$ - полученное тепло, а $Q_{\text{от}}$ - отданное тепло.

$$4) Q_{\text{п}} = Q_{12} = C_{V,2} \nu \Delta T_{12}, \text{ где } C_{V,2} = 1,5R, \Delta T_{12} = 7T_1 \Rightarrow Q_{\text{п}} = 1,5 \cdot 7 \nu R T_1$$

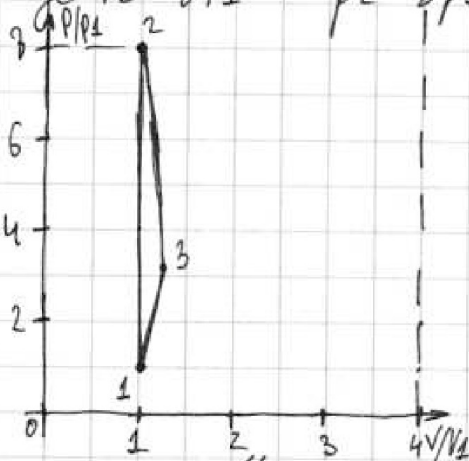
$$Q_{\text{от}} = Q_{31} + Q_{23} = C_{V,1} \nu \Delta T_{31} + C_{V,2} \nu \Delta T_{23}, \text{ где } C_{V,1} = 2R, C_{V,2} = 0,5R, \Delta T_{31} = -3T_1, \Delta T_{23} = -4T_1 \Rightarrow Q_{\text{от}} = -2 \cdot 3 \nu R T_1 - 0,5 \cdot 4 \nu R T_1 = -10 \nu R T_1$$

$$5) \eta = \frac{(1,5 \cdot 7 \nu R T_1 - 10 \nu R T_1)}{(1,5 \cdot 7 \nu R T_1)} = \frac{10,5 - 10}{10,5} = \frac{0,5}{10,5} = \frac{1}{21}$$

$$6) \text{ Найдем работу внешних сил в процессах 1-2 и 2-3: } A_{12} = 0 \text{ Дж, } A_{23} = -4 \cdot 200 \cdot (\frac{1}{2} + \frac{3}{2}) \cdot 8,31 = -800 \cdot 8,31 = -6648 \text{ Дж.}$$

$$7) \text{ Т.к. } A_{\text{вн}} = -p \Delta V, \text{ то, т.к. } A_{12} = 0, \text{ то } \Delta V_{12} = 0 \Rightarrow V_2 = V_1$$

По закону Менделеева-Клапейрона для торца Δu_2 : $p_1 V_1 = \nu R T_1, p_2 V_2 = \nu R T_2$,
где $T_2 = 8T_1 \Rightarrow p_2 = 8p_1 \Rightarrow p_2/p_1 = 8$.



Из данного графика (вдоль оси) $T_3 = 4T_1$.
Т.к. $A_{\text{вн}} = -A_{\text{г}}$, то $A_{31} = -2493 \text{ Дж}$, а в $A_{23} = +6648 \text{ Дж}$. Пусть $\frac{p_3}{p_1} = x$, тогда $\frac{V_3}{V_1} = \frac{4}{x}$, т.к. $p_1 V_1 = \nu R T_1, p_3 V_3 = \nu R T_3 \Rightarrow \frac{p_3}{p_1} \cdot \frac{V_3}{V_1} = 4$

$$\text{Тогда } A_{31} = -\frac{(V_3 - V_1)(p_1 + p_3)}{2}$$

$$A_{23} = \frac{(V_3 - V_2)(p_3 + p_2)}{2} \Rightarrow \frac{A_{31}}{A_{23}} = \frac{(1 - \frac{V_3}{V_1})(p_1 + p_3)}{(\frac{V_3}{V_1} - \frac{V_2}{V_1})(p_2 + p_3)}$$

$$\Rightarrow \frac{-3}{8} = \frac{(1 - \frac{4}{x})(1 + x)}{(\frac{4}{x} - 1)(8 + x)} \Rightarrow \frac{3}{8} = \frac{1+x}{x+8} \Rightarrow x = \frac{16}{5}$$

$$\Rightarrow p_3/p_1 = \frac{16}{5}, \text{ а } V_3/V_1 = \frac{4}{x} = \frac{5}{4}$$

Ответ: 1) $A_{31} = 2493 \text{ Дж}$; 2) $\eta = \frac{1}{21}$; 3) График выше.



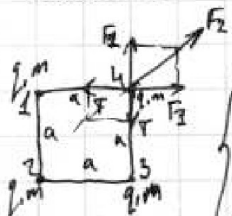
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Поря QR-кода недопустима!

Задача №5.

Дано:
 T, a, ϵ_0
 $K, |q|$

Решение



1) Пусть сила Кулона со стороны соседних по ребру шариков F_1 и F_2 , а со стороны противоположного F_3 . Это даст нам Кеттона и Кулона получаем:

$$\begin{cases} F_1 = K \frac{q^2}{a^2} \\ F_2 = K \frac{q^2}{2a^2} \\ \sqrt{2}T = \sqrt{2}F_1 + F_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = F_1 + \frac{F_2}{\sqrt{2}} \\ F_1 = K \frac{q^2}{a^2} \\ F_2 = K \frac{q^2}{2a^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = K \frac{q^2}{a^2} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \\ F_1 = K \frac{q^2}{a^2} \\ F_2 = K \frac{q^2}{2a^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow q^2 = \frac{a^2 T}{K \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)} = \frac{4a^2 T}{K(4 + \sqrt{2})} = \frac{16\pi\epsilon_0 a^2 T}{4 + \sqrt{2}}, \text{ т.к. } K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \Rightarrow |q| = 4a \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0 T}{4 + \sqrt{2}}}$$

2) Когда шарик будет выходить на одной прямой, то их суммарная кин. энергия будет равна 0, а т.к. система симметрична относительно середины линии между нижними шарами, то значит суммарная энергия шариков 1 и 2, 3 и 4 так же равна 0, и $K_1 = K_4$, $K_2 = K_3$ (т.к. симметрия) и $K_1 + K_2 = 0$, $K_3 + K_4 = 0$

3) Т.к. у нас нет здесь никаких внешних сил, а только силы Кулона между шариками и силы натяжения, то когда они выйдут на одну прямую, то они займут точки 1', 2', 3' и 4'. Т.к. иначе центр масс изменит свое положение из центра квадрата какое либо другое место, что невозможно, т.к. у нас нет внешних сил и значит положение центра масс не изменится.

4) Тогда расстояние d равно $d = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = a\sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

Ответ: 1) $|q| = 4a \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0 T}{4 + \sqrt{2}}}$; 3) $d = a\frac{\sqrt{5}}{2}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

 **МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2} = \left(x + \frac{y}{x}\right)' = x' + \frac{y'}{x} - \frac{y}{x^2} \cdot x'$
 $\sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha$
 $\cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$
 $v_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin^2 \alpha}} = \sqrt{10 \cdot 20} = 10\sqrt{2}$
 $\sin 2\alpha = \sin 90^\circ = 1$
 $v_0 \cos \alpha = \frac{L}{2}$
 $2v_0 \sin \alpha = g t$
 $\Rightarrow L = \frac{2v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g}$
 $L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$
 $v_0 \cos \alpha = \frac{L}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{L}{2v_0 \cos \alpha}$
 $v_0 \sin \alpha = \frac{L}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{L}{2v_0 \sin \alpha}$
 $\Rightarrow \frac{L}{2} = g \frac{L^2}{8v_0^2 \cos^2 \alpha} = h$
 $h = \frac{2L}{4v_0^2} \cdot \frac{2v_0^2 - gL^2}{4} = \frac{2 \cdot 20 \cdot 200 - 10 \cdot 20 \cdot 20}{4 \cdot 200} = \frac{2 \cdot 20 \cdot 20}{4} = \frac{20}{4} = 5 \text{ м}$
 $v_x = v_0 \sin \alpha = g t$
 $v_y = v_0 \cos \alpha = \frac{L}{2}$
 $h = v_0 \sin \alpha t - g \frac{t^2}{2} = \frac{L}{2}$
 $h = \frac{L}{2} = g \frac{L^2}{8v_0^2 \cos^2 \alpha} = h$
 $h = \frac{2L \sin \alpha \cos \alpha v_0^2 - g t^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} = \frac{L}{2}$
 $h' = \frac{S}{2v_0^2} \cdot \frac{(-2 \sin \alpha \cos \alpha v_0^2) \cdot \cos^2 \alpha + 2 \cos \alpha \sin \alpha (2 \sin^2 \alpha)}{\cos^4 \alpha}$
 $h = S \left(\frac{v_0^2}{gS} - \frac{gS}{2v_0^2} \right) = S \left(\frac{v_0^2}{2gS} - \frac{gS}{2v_0^2} \right) = \frac{v_0^4 - 2g^2 S^2}{2gS v_0^2}$
 $h = \frac{v_0^4 - 2g^2 S^2}{2gS v_0^2}$
 $N = mg - F \sin \alpha$
 $ma = F \cos \alpha - \mu N = F \cos \alpha - \mu mg + F \sin \alpha$
 $ma = F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg$
 $\Rightarrow F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) = \mu mg = F \mu \sin \alpha$
 $\cos \alpha + \mu \sin \alpha = 1 \Rightarrow \sqrt{1 + \mu^2} (\cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta) = 1$
 $\sqrt{1 + \mu^2} \sin(\alpha + \beta) = 1 \Rightarrow \sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}} \Rightarrow \alpha + \beta = \arcsin \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}}$
 $\frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}} = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
 $\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha} - \cot \alpha$
 $L = \frac{v^2}{2a} \Rightarrow v^2 = 2aL$
 $K = m \frac{v^2}{2} = m a L$
 $K = m a L = L(F - \mu mg)$
 $\frac{K}{L} = F - \mu mg \Rightarrow \mu mg = F - \frac{K}{L} = \frac{FL - K}{L}$
 $0 - K = A \cdot p \Rightarrow -K = -\mu mg S \Rightarrow S = \frac{L(F - \mu mg)}{\mu mg}$
 $S = \frac{L(F - \mu mg)}{\mu mg} = L \left(\frac{F}{\mu mg} - 1 \right)$
 $S = L \left(\frac{FL - K}{FL - K} \right) = \frac{KL}{FL - K}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода недопустима!



$$K = m \frac{v^2}{2}$$

$$S = \frac{K}{\mu g}$$



$$K = \mu m g S$$

$$q_1 t = q_2 t$$

$$q_1 \frac{t^2}{2} = q_2 \frac{t^2}{2}$$

$$F_1 = k \frac{q^2}{a^2} \quad F_2 = k \frac{q^2}{2a^2} \Rightarrow$$

$$\sqrt{2} T = \sqrt{2} F_1 + F_2$$

$$T = k \frac{q^2}{a^2} + \frac{k q^2}{2a^2} = \frac{k q^2}{2a^2} (\sqrt{2} + 1)$$

$$K = m a h = h (F - \mu m g)$$

$$m a h = \mu m g S \Rightarrow S = \frac{a h}{\mu g}$$

$$3x + 24 = 8 + 8x$$

$$5x = 16$$

$$v = \sqrt{\frac{5 a T}{(2+1)k}} = \sqrt{\frac{5 a T \cdot 4 \pi \epsilon_0}{(2+1)}}$$

$$x = \frac{16}{5}$$

$$\frac{4}{x} = \frac{4 \cdot 5}{16} = \frac{5}{4}$$

$$K = m a L \quad K = \mu m g S \quad L =$$

$$S = \frac{K}{m g \mu} - \frac{K \sin \alpha}{\mu m g (1 - \cos \alpha)}$$



$$N = m g \cos \alpha$$

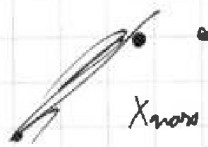
$$m a = m g \sin \alpha - \mu N = -m g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

$$a = -g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = -g (0,8 + 0,5 \cdot 0,8) = -g$$

$$\cos \alpha = 0,8$$

$$\frac{6 \cdot 10^3}{2 \cdot 10} = 1,8 \quad S = 80 T + \frac{1}{2} T^2$$

$$S = 80 T - \frac{6 \cdot 10^3}{2 \cdot 10} = 1,8$$



$$T_2 = \frac{250}{g}$$

$$h = (v_0 - u) T_2 - a \frac{T_2^2}{2} + u T_2$$

$$1,8 - 6 + 5 = 0,8$$

$$\frac{(1-0,6)^2}{2} = \frac{0,16}{2} = 0,08$$

$$831 \cdot 3 \approx 2500$$

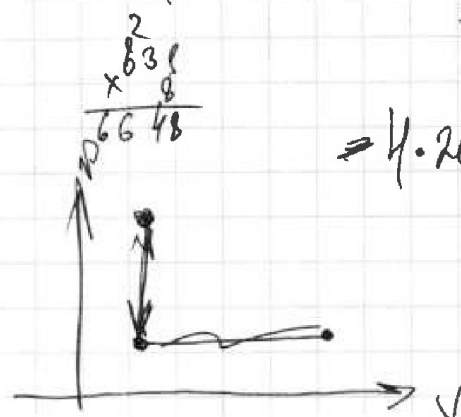
$$2400 \approx 93$$

$$\Delta Q = C_V \Delta T = \Delta Q + A$$

$$7 + 3,5 = 10,5 - 6 - 2 = 2,5$$

$$\frac{2,5}{195} = \frac{2,5}{195} = \frac{5}{21}$$

$$= 4 \cdot 2000 \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \right) = +80000$$



$$p_1 V_1 = 2 R T_1$$

$$p_3 V_3 = 4 R T_1$$

$$\frac{p_3}{p_1} \cdot \frac{V_3}{V_1} = 4$$





1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода недопустима!

Решение:

Задача №2

Дано:
 $\sin \alpha = 0,6$
 $v_0 = 6 \text{ м/с}$
 $\mu = 0,5$
 $T = 1 \text{ с}$
 $u = 1 \text{ м/с}$
 $g = 10 \text{ м/с}^2$

1) $S = ?$
 2) $t = ?$
 3) $U = ?$

Решение:
 1) Запишем систему уравнений и найдем ускорение коробки из нее: (пользуясь законами Ньютона и законами Ньютона):

$$\begin{cases} N = mg \cos \alpha \\ F_{тр} = \mu N \\ ma = -\mu mg \sin \alpha - \mu N \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \\ F_{тр} = \mu mg \cos \alpha \\ N = mg \cos \alpha \end{cases}$$

По основному тригонометрическому тождеству $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 0,8$.

Теперь найдем время T , за которое скорость коробки станет равна 0:
 $v_0 + aT = 0 \Rightarrow T = \frac{v_0}{-a} = \frac{v_0}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = \frac{6 \text{ м/с}}{10 \text{ м/с}^2 \cdot 1} = 0,6 \text{ с}$

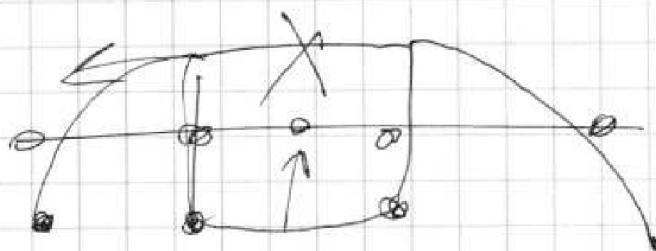
П.к. $T < T$, то коробка сначала поедет вверх, а потом вниз, т.к. скорость будет уменьшаться и изменит свое направление. Найдем координату на оси X , где коробка остановится, или ее параллельную координату $X_0 = 0$.
 $X - X_0 = v_0 T + a \frac{T^2}{2} \Rightarrow$
 $\Rightarrow X = X_0 + v_0 T + a \frac{T^2}{2} = X_0 + \frac{v_0^2}{a} + \frac{v_0^2}{2a} = X_0 - \frac{v_0^2}{2a} = X_0 + \frac{v_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$

Теперь найдем координату коробки на оси X' , как через время $T = 1 \text{ с}$:
 $X' = X_0 + v_0 T + a \frac{T^2}{2} = v_0 T - g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \frac{T^2}{2}$

Тогда путь S пройденной коробкой за время T равен: $S = |X - X_0| + |X - X'| \Leftrightarrow$
 $\Rightarrow S = \left| \frac{v_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} - 0 \right| + \left| \frac{v_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} - v_0 T + g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \frac{T^2}{2} \right|$

$S = \left| \frac{(6 \text{ м/с})^2}{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot (0,6 + 0,5 \cdot 0,8)} - 0 \right| + \left| \frac{(6 \text{ м/с})^2}{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot (0,6 + 0,5 \cdot 0,8)} - 6 \text{ м/с} \cdot 1 \text{ с} + 10 \text{ м/с}^2 \cdot (0,6 + 0,5 \cdot 0,8) \cdot \frac{(1 \text{ с})^2}{2} \right|$

$S = 1,8 \text{ м} + 0,8 \text{ м} = 2,6 \text{ м}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

