Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол $\alpha = 45^0$ с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета $L = 20$ м.

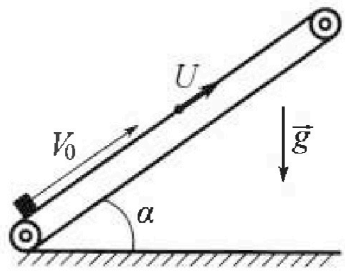
1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью V_0 к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна $H = 3{,}6$ м.

2) На каком расстоянии S от точки старта находится стенка?

Ускорение своб одного падения g =10 м/с^2. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0{,}6$ (см. рис.). *В первом опыте* небольшую коробку ставят на *покоящуюся* ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 6$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = 0{,}5$.
Движение коробки прямолинейное.



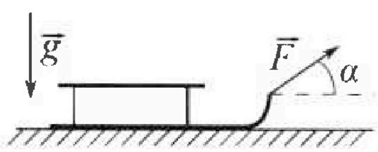
1) Какой путь S пройдет коробка в первом опыте к моменту времени $T = 1$ с?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, *движущуюся* со скоростью $U = 1$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 6$ м/с (см. рис.).

2) Через какое время T_1 после старта скорость коробки *во втором опыте* будет равна $U = 1$ м/с?

3) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки обратится в ноль *во втором опыте*? Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии K на одинаковых участках пути.



В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии K действие внешней силы прекращается.

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

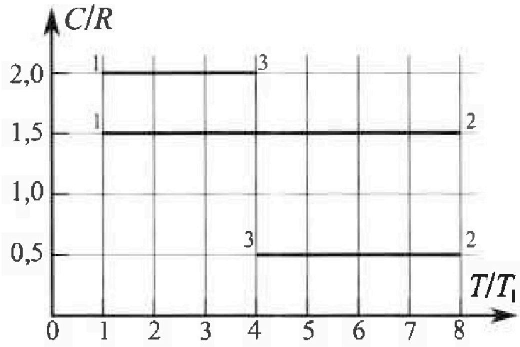
2) Найдите перемещение S санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения g. Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

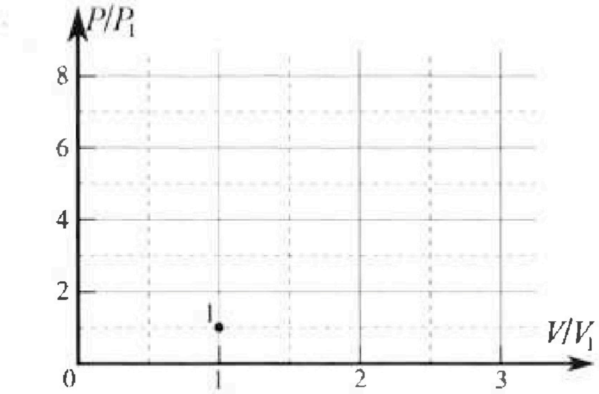
Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

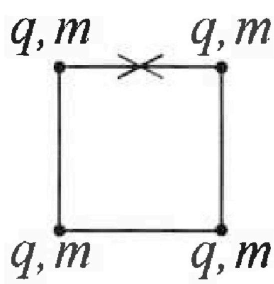
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1(см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна $T_1 = 200$ К,
универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).



1) Найдите работу A_{31} внешних сил над газом в процессе 3-1.
2) Найдите КПД η цикла.
3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной a (см. рис.). Сила натяжения каждой нити T.



1) Найдите абсолютную величину $|q|$ заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию K любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.
3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

Электрическа я постоянная ε_0. Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

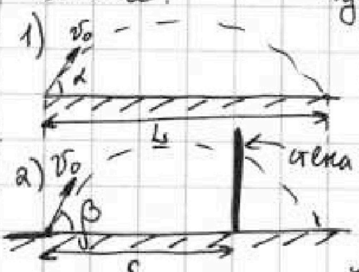
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1

Дано:
$\alpha = 45^{\circ}$
$g = 10 \, м/с^2$
$L = 20 м$
$H = 3{,}6 м$

1) $v_0 = ?$
2) $S = ?$

Решение:



Пусть τ - время полета, тогда получим систему:

$$\begin{cases} L = v_0 \cos\alpha \, \tau \\ 2 v_0 \sin\alpha = g\tau \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L = \frac{2v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \\ \tau = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{10 \frac{м}{с^2} \cdot 20 м}{\sin 90^{\circ}}} = 10\sqrt{2} \, \frac{м}{с}.$$

Пусть β - угол под которым пинает мяч футболист, а t - время полета мяча ~~до~~ до удара со стеной. Тогда получим систему уравнений:

$$\begin{cases} h = v_0 \sin\beta \, t - g\frac{t^2}{2} \\ S = v_0 \cos\beta \, t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = S \operatorname{tg}\beta - g\frac{S^2}{2v_0^2 \cos^2\beta} = S\operatorname{tg}\beta - \frac{gS^2}{2v_0^2} - g\frac{S^2}{2v_0^2}\operatorname{tg}^2\beta. \\ t = \frac{S}{v_0 \cos\beta} \end{cases}$$

, где h - высота удара мяча со стеной.

Т.к. по условию максимальная высота это $h_{max} = H$, и у нас есть функция $h(\operatorname{tg}\beta)$, то промаксимизируем её относительно $\operatorname{tg}\beta$, взяв производную $h'_{\operatorname{tg}\beta} = S - 0 - \frac{gS^2}{v_0^2}\operatorname{tg}\beta$ и $h'_{\operatorname{tg}\beta} = 0$, т.к. мы ищем максимум $\Rightarrow \operatorname{tg}\beta = \frac{v_0^2}{gS}$.

Тогда подставив данное значение $\operatorname{tg}\beta$, получим: $H = S \cdot \frac{v_0^2}{gS} - \frac{gS^2}{2v_0^2} - g\frac{S^2}{2v_0^2} \cdot \frac{v_0^4}{g^2S^2}$

$$H = \frac{v_0^2}{g} - \frac{gS^2}{2v_0^2} - \frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gS^2}{2v_0^2} = \frac{v_0^4 - g^2S^2}{2gv_0^2},$$ теперь выразим S:

$$2gv_0^2 H = v_0^4 - g^2S^2 \Rightarrow g^2S^2 = v_0^2(v_0^2 - 2gH) \Rightarrow S = \frac{v_0}{g}\sqrt{v_0^2 - 2gH};$$

$$S = \frac{10\sqrt{2} \frac{м}{с}}{10 \frac{м}{с^2}} \cdot \sqrt{200 \frac{м^2}{с^2} - 2 \cdot 10 \frac{м}{с^2} \cdot 3{,}6 м} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{128} \, м = 16 м.$$

Ответ: 1) $v_0 = 10\sqrt{2}$ м/с; 2) $S = 16 м$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

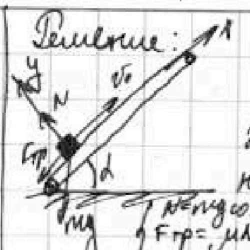
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:
$\sin\alpha = 0{,}6$
$v_0 = 6\,м/с$
$\mu = 0{,}5$
$T = 1\,с$
$u = 1\,м/с$
$g = 10\,\frac{м}{с^2}$

1) $S = ?$
2) $T_1 = ?$
3) $L = ?$

Решение:



Задача №2.

1) По основному тригонометрическому тождеству $\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = 0{,}8$.

2) Запишем систему уравнений в проекциях на оси X и y, и найдем ускорение коробки, когда она едет вверх:

$$\begin{cases} N = mg\cos\alpha \\ F_{тр} = \mu N \\ ma = -mg\sin\alpha - \mu N \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N = mg\cos\alpha \\ F_{тр} = \mu mg\cos\alpha \\ a = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) \end{cases} \quad a = -10\,м/с$$

3) Теперь аналогично найдем ускорение когда коробка движется вниз и получим ускорение A: $A = -g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$ $A = -1\,м/с$

4) Найдем время τ, за которое скорость коробки станет 0: $v_0 + a\tau = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow \tau = 0 - \frac{v_0}{a} = \frac{v_0}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$ $\tau = \frac{6\,м/с}{10\,м/с^2(0{,}6 + 0{,}8\cdot 0{,}5)} = 0{,}6\,с < T$

5) Т.к. $\tau < T$, то коробка вначале будет двигаться наверх с ускорением a, а потом вниз с ускорением A. Найдем координату X на оси x, где коробка остановится, с учетом того, что её начальная координата $x_0 = 0\,м$. $X = x_0 + v_0\tau + a\frac{\tau^2}{2}$
$X = -\frac{v_0^2}{2a}$. Теперь найдем координату коробки X' (на оси x) через время T:
$X' = X + A\frac{(T-\tau)^2}{2} = -\frac{v_0^2}{2a} - g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\cdot\frac{\left(T + \frac{v_0}{a}\right)^2}{2}$

Тогда путь пройденный коробкой это $S = |X - x_0| + |X' - X| = |X| + \left|A\cdot\frac{(T-\tau)^2}{2}\right|$
$S = \left|\frac{v_0^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}\right| + \left|-g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\cdot\frac{\left(T - \frac{v_0}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}\right)^2}{2}\right|$ $S = |1{,}8\,м| + |-0{,}08\,м| = 1{,}88\,м$

6) Теперь лента движется со скоростью u, тогда перейдем в СО связанную с лентой и в ней скорость коробки $v = v_0 - u$. Т.к. в ЛСО скорость коробки должна стать u, то в системе отсчета ленты она станет $v_к = 0$. Т.к. в СО ленты коробки будет двигаться только вверх, то ускорение коробки A, тогда $v + aT_1 = 0 \Leftarrow> T_1 = -\frac{v}{a} = +\frac{v_0 - u}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = 0{,}5\,с$.

7) До полной остановки в СО ленты, коробка будет вначале двигаться вверх, а потом вниз с ускорением A. Время, которое она будет двигаться вверх $T_2 = \frac{-v}{a} = T_1$, а время движения вниз $T_3 = \frac{-u}{A} = \frac{u}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}$, тогда смещение коробки в СО ленты будет равно $L_1 = vT_2 + a\frac{T_2^2}{2} + A\frac{T_3^2}{2} = -\frac{v^2}{2a} + \frac{u^2}{2A}$. А значит мы найдем L пересчитываясь из СО ленты в ЛСО и тогда $L = u(T_2 + T_3) + L_1$

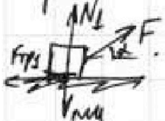
$L = \frac{u}{2}\left(-\frac{v}{a} - \frac{u}{A}\right) + \frac{u^2}{2A} - \frac{v^2}{2a} = \frac{1\,м/с}{2}\left(\frac{5\,м/с}{10\,м/с^2} + \frac{1\,м/с}{1\,м/с^2}\right) - \frac{(1\,м/с)^2}{2\cdot 1\,м/с^2} + \frac{(5\,м/с)^2}{2\cdot 10\,м/с^2}$
$L = 0{,}5\cdot 1{,}5\,м - 0{,}5\,м + 1{,}25\,м = 1\,м$.

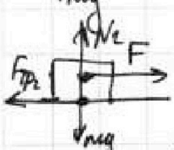
Ответ: 1) $S = 1{,}88\,м$; 2) $T_1 = 0{,}5\,с$; 3) $L = 1\,м$.

Задача №3.

Дано:
K, ~~m~~, α
1) $\mu = ?$
2) $S = ?$

Решение: 1) Пусть L – длина участка пути, на котором разгоняли сани, тогда, т.к. их разгоняли до одинаковой кин. энергии K, то в первом и втором случае достигалась одна и таже скорость, тогда $v_1 = a_1\tau_1 = v$, $v_2 = a_2\tau_2 = v$, $L_1 = a_1\frac{\tau_1^2}{2} = L$, $L_2 = a_2\frac{\tau_2^2}{2} = L$, где a_1, a_2 – ускорения в первом и втором случаях соответственно, а τ_1, τ_2 – времена движения. Тогда получим, что $\tau_1 = \tau_2$, а $a_1 = a_2$. Теперь запишем системы уравнений для первого и второго случаев разгона, с учетом того, что их ускорения одинаковые





$$\begin{cases} N_1 = mg - F\sin\alpha \\ ma = F\cos\alpha - \mu N_1 \end{cases} \quad \begin{cases} N_2 = mg \\ ma = F - \mu N_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_1 = mg - F\sin\alpha & (1) \\ ma = F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu mg & (2) \\ N_2 = mg & (3) \\ ma = F - \mu mg & (4) \end{cases}$$

Теперь, приравнивая уравнения (1) и (4) получим: $F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu mg = F - \mu mg$

$$\Rightarrow \cos\alpha + \mu\sin\alpha = 1 \Rightarrow \sin\alpha\,\mu = 1 - \cos\alpha \Rightarrow \mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}.$$

2) Т.к. их разогнали до кин. энергии K, а потом перестала действовать внешняя сила, то значит на сани до момента остановки действовали только сила трения и сила тяжести + сила реакции опоры, но их работы равны 0, т.к. угол между силой тяжести (а так же и силой реакции опоры) и перемещением равен $90°$. Тогда по т. об изменении кинетической энергии тела: $E_к - E_н = A_{вн}$, где $E_к$ – конечная кин. энергия ($E_к = 0$), $E_н$ – начальная кин. энергия ($E_н = K$), $A_{вн}$ – работа внешних сил ($A_{вн} = A_N + A_{mg} + A_{тр} = A_{тр}$, т.к. $A_N = A_{mg} = 0$)

$0 - K = A_{тр} \Rightarrow -K = -\mu mgS$, т.к. $A_{тр}$ – работа силы трения и $A_{тр} = -\mu mgS$

$K = \mu mgS \Rightarrow S = \frac{K}{\mu mg} = \frac{K\sin\alpha}{mg(1-\cos\alpha)}$, т.к. $\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$

Ответ: 1) $\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$; 2) $S = \frac{K\sin\alpha}{mg(1-\cos\alpha)}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №4.

Дано: $\nu = 1$ моль, $T_1 = 200K$, $R = 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot K}$

1) $A_{31} = ?$
2) $\eta = ?$
3) $p/p_1 (V/V_1) - ?$

Решение: 1) По первому закону термодинамики $\Delta Q = \Delta U - A_{вн}$,
$\Delta Q = C \nu \Delta T$, $\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$, т.к. газ идеальный и одноатомный.
$\Rightarrow A_{вн} = \nu \Delta T \left(-C + \frac{3}{2} R\right)$

2) Т.к. в процессе 1-3 $\frac{C_\mu}{R} = 2 \Rightarrow C = 2R$ и $\Delta T_{31} = T_1 - 4T_1 = -3T_1$

То $A_{вн} = 1 моль \cdot (-3 \cdot 200K)\left(-2R + \frac{3}{2} R\right) = +300K \cdot R = +2493$ Дж

3) Как видно из графика газ получал тепло только в процессе 1-2, а в процессах 2-3 и 3-1 тепло отдавал

Тогда $\eta = \frac{Q_п + Q_{от}}{Q_п}$; где $Q_п$ – полученное тепло, а $Q_{от}$ – отданное тепло.

4) $Q_п = Q_{12} = C_{1,2} \nu \Delta T_{12}$, где $C_{12} = 1{,}5R$, $\Delta T_{12} = 7T_1 \Rightarrow Q_п = 1{,}5 \cdot 7 \nu R T_1$

~~$Q_{от} = Q_{31} + Q_{23}$~~ $Q_{от} = Q_{31} + Q_{23} = C_{31} \Delta T_{31} \nu + C_{23} \Delta T_{23} \nu$, где $C_{31} = 2R$,
$C_{23} = 0{,}5R$, $\Delta T_{31} = -3T_1$, $\Delta T_{23} = -4T_1 \Rightarrow Q_{от} = -2 \cdot 3 \nu R T_1 - 0{,}5 \cdot 4 \nu R T_1 =$

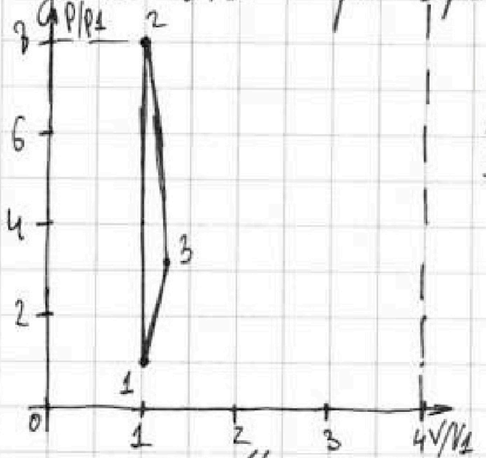
5) $\eta = (1{,}5 \cdot 7 \nu R T_1 - 2 \cdot 3 \nu R T_1 - 0{,}5 \cdot 4 \nu R T_1) / (1{,}5 \cdot 7 \nu R T_1)$

$\eta = \frac{10{,}5 - 6 - 2}{10{,}5} = \frac{2{,}5}{10{,}5} = \frac{5}{21}$

6) Найдем работу внешних сил в процессах 1-2 и 2-3: $A_{12} = 0$ Дж ~~$A_{23} = 200$ Дж~~
$A_{23} = -4 \cdot 200 \cdot \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right) \cdot 8{,}31 = -800 \cdot 8{,}31 = -8 \cdot 8{,}31 = -6648$ Дж.

7) Т.к. $A_{вн} = -p \Delta V$, то, т.к. $A_{12} = 0$, то $\Delta V_{12} = 0 \Rightarrow V_1 = V_2$

По закону Менделеева-Клапейрона для точек 1 и 2: $p_1 V_1 = \nu R T_1$, $p_2 V_1 = \nu R \cdot T_2$,
где $T_2 = 8T_1 \Rightarrow p_2 = 8p_1 \Rightarrow$ ~~$p_2 = 8p$~~ $p_2/p_1 = 8$.



Из данного графика (в условии) $T_3 = 4T_1$.

Т.к. $A_{вн} = -A_г$, то $A_{г_{31}} = -2493$ Дж, а
$A_{г_{23}} = +6648$ Дж. Пусть $\frac{p_3}{p_1} = x$, тогда
$\frac{V_3}{V_1} = \frac{4}{x}$, т.к. $p_1 V_1 = \nu R T_1$, $p_3 V_3 = 4 \nu R T_1 \Rightarrow \frac{p_3}{p_1} \cdot \frac{V_3}{V_1} = 4$.

Тогда $A_{г_{31}} = (V_1 - V_3)\left(\frac{p_1 + p_3}{2}\right)$

$A_{г_{23}} = (V_3 - V_2)\left(\frac{p_3 + p_2}{2}\right) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{A_{г_{31}}}{A_{г_{23}}} = \frac{\left(1 - \frac{V_3}{V_1}\right)\left(1 + p_3/p_1\right)}{\left(\frac{V_3}{V_1} - \frac{V_2}{V_1}\right)\left(\frac{p_3}{p_1} + \frac{p_2}{p_1}\right)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{8} = \frac{\left(1 + \frac{4}{x}\right)(1 + x)}{\left(\frac{4}{x} - 1\right)(x + 8)} \Leftrightarrow \frac{3}{8} = \frac{1 + x}{x + 8} \Rightarrow x = \frac{16}{5}$$

$\Rightarrow p_3/p_1 = \frac{16}{5}$, а $V_3/V_1 = \frac{4}{x} = \frac{5}{4}$

Ответ: 1) $A_{31} = 2493$ Дж; 2) $\eta = \frac{5}{21}$; 3) График выше.

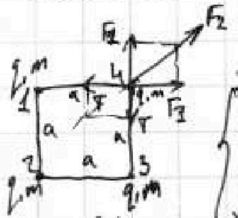
МФТИ

Задача №5.

Дано: T, a, ε_0

$K, |q|$

Решение



1) Пусть сила Кулона со стороны соседних по ребру ~~шаров~~ шариков друг на друга равна F_1, а со стороны противоположного F_2

2) По законам Ньютона и Кулона получаем:

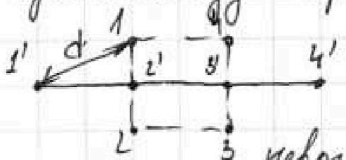
$$\begin{cases} F_1 = k\frac{q^2}{a^2} \\ F_2 = k\frac{q^2}{(\sqrt{2}a)^2} \\ \sqrt{2}T = \sqrt{2}F_1 + F_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = F_1 + \frac{F_2}{\sqrt{2}} \\ F_1 = k\frac{q^2}{a^2} \\ F_2 = k\frac{q^2}{2a^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = \frac{kq^2}{a^2}\left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \\ F_1 = k\frac{q^2}{a^2} \\ F_2 = k\frac{q^2}{2a^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow q^2 = \frac{a^2 T}{k\left(1+\frac{\sqrt{2}}{4}\right)} = \frac{4a^2T}{k(4+\sqrt{2})} = \frac{16\pi\varepsilon_0 a^2 T}{4+\sqrt{2}}, \text{ т.к. } k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow |q| = 4a\sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0 T}{4+\sqrt{2}}}$$

2) Когда шарики будут находится на одной прямой, то их суммарная кин. энергия будет равна 0, а т.к. ~~сист~~ система симметрична относительно середины нитки между нитями шарами, то значит суммарная энергия шариков 1 и 2, 3 и 4 так же равна 0, и $|K_1| = |K_4|$, $|K_2| = |K_3|$ (т.к. симметрие) и $|K_1| + |K_2| = 0$, $K_3 + K_4 = 0$ ~~$|K_1| = |K_2| = |K_3| = |K_4|$~~

3) Т.к. у нас нет здесь никаких внешних сил, а только силы Кулона между шариками и силы натяжения, то когда они встанут на одну прямую, то они займут точки $1', 2', 3'$ и $4'$, т.к. иначе центр масс изменит свое положение из центра квадрата в какое либо другое место, что невозможно, т.к. у нас нет внешних сил и значит положение центра масс не изменится.



4) Тогда расстояние d равно $d = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = a\sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

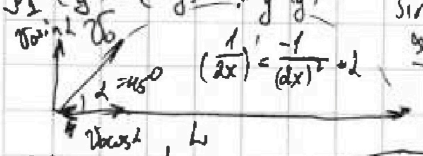
Ответ: 1) $|q| = 4a\sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0 T}{4+\sqrt{2}}}$; 3) $d = a\frac{\sqrt{5}}{2}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1 $\left(\frac{x}{y}\right)' = \left(x\cdot\frac{1}{y}\right)' = x'\frac{1}{y} + \left(\frac{1}{y}\right)'\cdot x$



$\left(\frac{1}{2x}\right)' = \frac{-1}{(2x)^2}\cdot 2$

$\sin 2\alpha = \sin 90 = 1$

$\frac{x'y - y'x}{y^2}$

$v_0\cos\alpha\,t = L$

$2v_0\sin\alpha = g t$

$\Rightarrow L = \frac{2v_0^2\cos\alpha\sin\alpha}{g}$

$L = \frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}$

$\sin'\alpha = \cos\alpha$
$\cos'\alpha = -\sin\alpha$

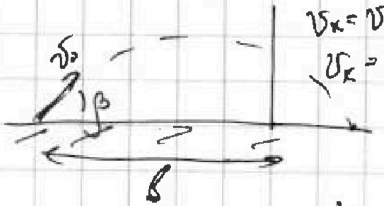
$v_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{10\cdot 20} = 10\sqrt{2}$

$\begin{cases} v_0\cos\alpha\,\tau' = L/2 \Rightarrow \tau' = \frac{L}{2v_0\cos\alpha} \\ v_0\sin\alpha\,t - g\frac{t^2}{2} = h \end{cases}$

$h = \frac{0-(v_0\sin\alpha)^2}{-2g} = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} = \frac{v_0^2}{4g} = \frac{200}{4\cdot 10} = 5\text{ м}.$

$v_0\frac{\sin\alpha\cdot L}{2v_0\cos\alpha} - g\frac{L^2}{8v_0^2\cos^2\alpha} = h \Leftrightarrow \frac{L}{2} - g\frac{L^2}{4v_0^2\cos^2\alpha} = h$

$h = \frac{2L v_0^2 - gL^2}{4v_0^2} = \frac{2\cdot 20\cdot 200 - 10\cdot 20\cdot 20}{4\cdot 200} = \frac{2\cdot 20\cdot 20}{4} = \frac{20}{4} = 5\text{ м}.$



$v_x = v_0\sin\alpha - g\tau$

$v_x = v_0\sin\alpha - \frac{Sg}{v_0\cos\alpha}$

$v_0\cos\alpha\,t = S \Rightarrow gt = \frac{Sg}{v_0\cos\alpha}$

$h = v_0\sin\alpha\,t - g\frac{t^2}{2}$

$h = S\,tg\,\alpha - g\frac{S^2}{2v_0^2\cos^2\alpha} = \frac{2S\sin\alpha\cos\alpha\,v_0^2 - gS^2}{2v_0^2\cos^2\alpha}$

$\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + tg^2\alpha$

$h = \frac{2S\sin\alpha\cos\alpha\,v_0^2 - gS^2}{2v_0^2\cos^2\alpha} = \frac{S}{2v_0^2}\cdot\frac{2\sin\alpha\cos\alpha\,v_0^2 - gS}{\cos^2\alpha}$

$tg\,\alpha_B = -\frac{b}{2a} = \frac{-1}{-\frac{gS}{2v_0^2}\cdot 2} = \frac{v_0^2}{gS}$

$h' = \frac{S}{2v_0^2}\cdot\frac{(-2\sin\alpha\cos\alpha\,v_0^2)\cdot\cos^2\alpha + 2\cos\alpha\sin\alpha(\ldots)}{\cos^4\alpha}$

$h = S\left(tg\,\alpha - \frac{gS}{2v_0^2}(1+tg^2\alpha)\right) = S\left(-tg^2\alpha\frac{gS}{2v_0^2} + tg\,\alpha - \frac{gS}{2v_0^2}\right)$

$h = S\left(\frac{v_0^2}{gS} - \frac{v_0^4}{g^2S^2}\cdot\frac{gS}{2v_0^2} - \frac{gS}{2v_0^2}\right) = S\left(\frac{v_0^2}{2gS} - \frac{gS}{2v_0^2}\right) = S\,\frac{v_0^4 - g^2S^2}{2gS\,v_0^2}$

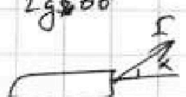
$h = \frac{v_0^4 - g^2S^2}{2g\,v_0^2}$

$\sqrt{2}$

$\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 96 \\ +16 \\ \hline 256 \end{array}$

$4\cdot 2^6 = 2\cdot 2\cdot 32 = 2\cdot2\cdot2\cdot16 = 2^4\cdot4 = 2^6$

№3.



$N = mg - F\sin\alpha$

$ma = F\cos\alpha - \mu N = F\cos\alpha - \mu mg + \mu F\sin\alpha$

$ma = F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu mg$

$ma = F - \mu mg \Rightarrow F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) = F$

$\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}}$

$\cos\alpha + \mu\sin\alpha = 1 \Leftrightarrow \sqrt{1+\mu^2}\,(\cos\alpha\sin\beta + \sin\alpha\cos\beta) = 1$

$\sqrt{1+\mu^2}\,\sin(\alpha+\beta) = 1 \Rightarrow \sin(\alpha+\beta) = \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}} \Rightarrow \alpha+\beta = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}}\right)$

$1+\mu^2 = \frac{1}{\sin^2(\alpha+\beta)}$

$\mu = \sqrt{\frac{1-\sin^2(\alpha+\beta)}{\sin^2(\alpha+\beta)}} = ctg(\alpha+\beta)$

$\frac{1}{\sin\alpha} = \sin\alpha - ctg\,\alpha\cos\alpha$

$\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{\sin\alpha} - ctg\,\alpha$

$L = \frac{v^2}{2a} \Rightarrow v^2 = 2aL \qquad K = m\frac{v^2}{2} = maL$

$K = maL = L(F - \mu mg) \qquad \frac{K}{L} = F - \mu mg \Rightarrow \mu mg = F - \frac{K}{L} = \frac{FL-K}{L}$

$L(F - \mu mg) = \mu mg S$

$0 - K = A_{тр} \Leftrightarrow -K = -\mu mg S \Rightarrow$

$S = \frac{L(F-\mu mg)}{\mu mg} = L\left(\frac{F}{\mu mg} - 1\right) \qquad S = L\left(\frac{FL - FL + K}{FL - K}\right) = \frac{KL}{FL-K}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

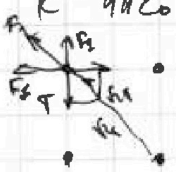
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$K = m\frac{v^2}{2}$ $\quad S = \frac{K}{\mu m g}$ $\quad K = \mu m g S$ $\quad K = ma h = h(F - \mu m g)$ $\quad 3x + 2y = 6 + 8x$

$a_1 t = a_2 T$ $\quad a h = \mu m g S$

$a_1 \frac{t^2}{2} = a_2 \frac{T^2}{2}$ $\quad a h = \mu g S \Rightarrow S = \frac{a h}{\mu g}$ $\quad 5x = 16$

$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ $\quad F_1 = k\frac{q^2}{a^2}$ $\quad F_2 = k\frac{q^2}{2a^2}$ $\Rightarrow q^2 = \sqrt{\frac{\sqrt{2} a T}{(\sqrt{2}+1)k}} = \sqrt{\frac{\sqrt{2} a T \cdot 4\pi\varepsilon_0}{(\sqrt{2}+1)}}$



$\sqrt{2}T = \sqrt{2}F_1 + F_2$

$T = k\frac{q^2}{a^2} + \frac{kq^2}{\sqrt{2}a} = \frac{kq^2}{\sqrt{2}a}(\sqrt{2}+1)$

$X = \frac{16}{5}$ $\quad 21$

$\frac{4}{x} = \frac{4 \cdot 5}{16} = \frac{5}{4}$

$K = maL$ $\quad K = \mu m g S$ $\quad L =$

$S = \frac{K}{mg\mu} = \frac{K \sin\alpha}{mg(1 - \cos\alpha)}$

$\cos\alpha = 0{,}8$

$\begin{cases} N = mg\cos\alpha \\ ma = -mg\sin\alpha - \mu N = -mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) \end{cases}$

$a = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = -g(0{,}6 + 0{,}5 \cdot 0{,}8) = -g$

$\frac{6 \cdot 6}{2 \cdot 10} = 1{,}8$ $\quad S = v_0 T + \frac{gT^2}{2}$

$X_{нач}$

$S = v_0 T(-$

$\frac{6 \cdot 6}{2 \cdot 10} = 1{,}8$

$T_2 = \frac{2v_0}{g}$

$L = (v_0 - u)T_2 - a\frac{T_2^2}{2} + uT_2$ $\quad 1{,}8 - 6 + 5 = 0{,}8$

$\cancel{0{,}4}$ $\quad \frac{(1-0{,}6)^2}{2} = \frac{0{,}16}{2} = 0{,}08$ $\quad 831 \cdot 3 \approx 2500$

2400 ед 3

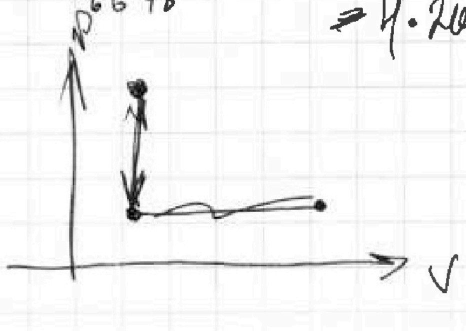
$\Delta Q = C\nu\,\Delta T = \Delta Q + A$ $\quad 7 + 3{,}5 = 10{,}5 - 6 - 2 = 2{,}5$

$\frac{3}{2}\nu R\Delta T$

$\frac{2{,}5}{10{,}5} = \frac{25}{105} = \frac{5}{21}$

$831 \times 8 = 6648$

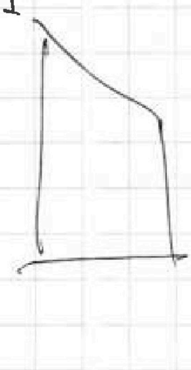
$= 4 \cdot 200\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\right) = +8000$



$p_1 V_1 = \nu R T_1$

$p_3 V_3 = 4\nu R T_1$

$\frac{p_3}{p_1} \cdot \frac{V_3}{V_1} = 4$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

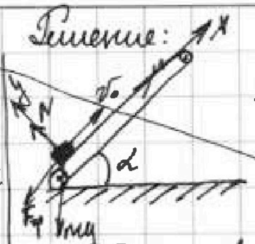
1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Решение: Задача №2

Дано:
$\sin\alpha = 0,6$
$v_0 = 6$ м/с
$\mu = 0,5$
$T = 1$ с
$u = 1$ м/с
$g = 10$ м/с²

1) $S = ?$
2) $T_1 = ?$
3) $v = ?$



1) Запишем систему уравнений и найдем ускорение коробки из неё: (пользуясь законами Ньютона на оси x,y):

$$\begin{cases} N = mg\cos\alpha \\ F_{тр} = \mu N \\ ma = -mg\sin\alpha - \mu N \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) \\ F_{тр} = \mu mg\cos\alpha \\ N = mg\cos\alpha \end{cases} \Rightarrow a = -g$$

По основному тригонометрическому тождеству $\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = 0,8$.

Теперь найдем время τ, за которое скорость коробки станет равна 0:

$$v_0 + a\tau = 0 \Rightarrow \tau = \frac{v_0}{-a} = \frac{v_0}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} \Rightarrow \tau = \frac{6\,м/с}{10\,м/с^2 \cdot 1} = 0,6\,с$$

Т.к. $\tau < T$, то коробка вначале поедет наверх, а потом вниз, т.к. скорость будет уменьшаться и изменит свое направление. Найдем координату на оси X, где коробка остановится, если ее начальная координата $x_0 = 0$. $x - x_0 = v_0\tau + a\frac{\tau^2}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow x = x_0 + v_0\tau + a\frac{\tau^2}{2} = x_0 - \frac{v_0^2}{a} + \frac{v_0^2}{2a} = x_0 - \frac{v_0^2}{2a} = x_0 + \frac{v_0^2}{2g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)} = \frac{v_0^2}{2g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}$$

Теперь найдем координаты коробки по оси X', через время $T = 1$с:

$$x' = x_0 + v_0T + a\frac{T^2}{2} = v_0T - g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)\frac{T^2}{2}$$

Тогда путь S пройденный коробкой за время T равен: $S = |x - x_0| + |x - x'| \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow S = \left|\frac{v_0^2}{2g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)} - 0\right| + \left|\frac{v_0^2}{2g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)} - v_0T + g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)\frac{T^2}{2}\right|$$

$$S = \left|\frac{(6\,м/с)^2}{2\cdot 10\,м/с^2\cdot(0,6+0,5\cdot 0,8)} - 0\right| + \left|\frac{(6\,м/с)^2}{2\cdot 10\,\frac{м}{с^2}(0,6+0,5\cdot 0,8)} - 6\,м/с\cdot 1с + 10\,м/с^2(0,6+0,5\cdot 0,8)\cdot\frac{(1с)^2}{2}\right|$$

$$S = 1,8\,м + 0,8\,м = 2,6\,м$$