Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

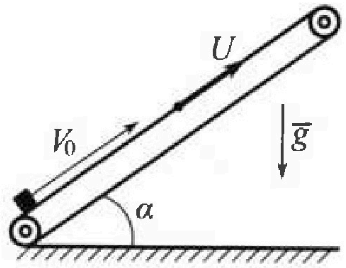
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за $T = 2$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.
2) Теннисист посылает мяч с начальной скоростью V_0 под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии $S = 20$ м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивлени е воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin\alpha = 0{,}8$ (см. рис.).



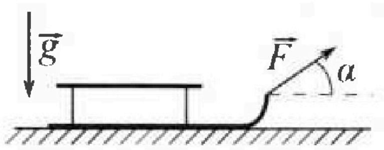
В первом опыте небольшую коробку ставят на *покоящуюся* ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 4$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = \frac{1}{3}$. Движение коробки прямолинейное.

1) За какое время T после старта коробка пройдет *в первом опыте* путь $S = 1$ м?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, *движущуюся* со скоростью $U = 2$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 4$ м/с.

2) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 2$ м/с?
3) На какой высоте H, отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости V_0 за одинаковое время.



В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости V_0 действие внешней силы прекращается.

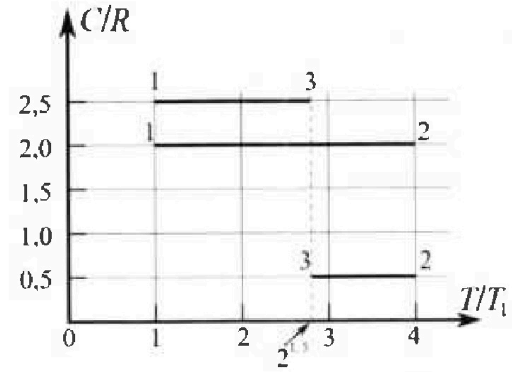
1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.
2) Через какое время T после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения g.

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

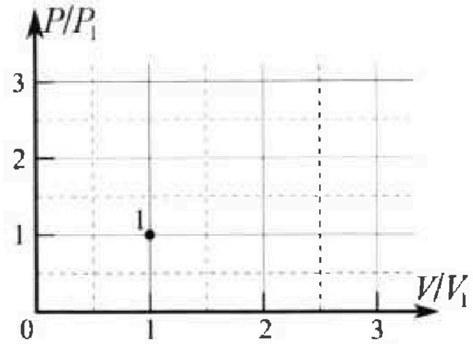


4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной R) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 $T_1 = 400$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

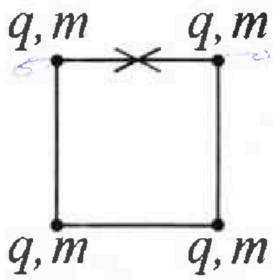
1) Найдите работу A_{12} газа в процессе 1-2.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной b (см. рис.). Масса каждого шарика m, заряд q.



1) Найдите силу T натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

2) Найдите скорость V любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

Коэффициент пр опорциональности в законе Кулона k. Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [x] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№1

Дано:

$g = 10 \frac{м}{с^2}$

$T = 2 с$

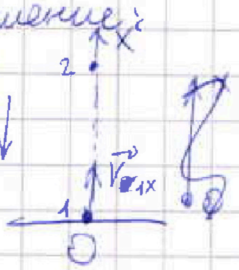
$S = 20 м$

1) $V_0 = ?$

2) $H_{max} = ?$

Решение:

1)



$|\vec{V_{1x}}| = V_0$

$|\vec{V_{2x}}| = 0$

$V_x(t) = V_0 - gt \to V_{2x}(T) = V_0 - gT = 0$

$V_0 = gT = 20 \frac{м}{с}$

Ответ: $V_0 = 20 \frac{м}{с^2}$.

2)

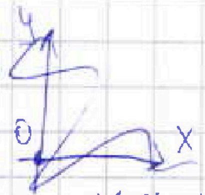
$|\vec{V_1}| = V_0$, $\forall \alpha$

$V_1 \sin\alpha = V_{1y}$

$V_1 \cos\alpha = V_{1x}$

$x(t) = V_{1x} t \to t = \frac{x(t)}{V_{1x}}$

$y(t) = V_{1y} t - \frac{gt^2}{2}$



$y(x) = V_{1y} \cdot \frac{x}{V_{1x}} - \frac{g x^2}{2 V_{1x}^2} =$

$= V_1 \sin\alpha \cdot \frac{x}{V_1 \cos\alpha} - \frac{g x^2}{2 (V_1 \cos\alpha)^2} = x\, tg\alpha - \frac{g x^2}{2 V_1^2 \cos^2\alpha} =$

$= x\, tg\alpha - \frac{g x^2}{2 V_1^2} \cdot \frac{1}{\cos^2\alpha} = x\, tg\alpha - \frac{g x^2}{2 V_0^2}(1 + tg^2\alpha) = -\frac{g x^2}{2 V_0^2} tg^2\alpha + x\, tg\alpha -$

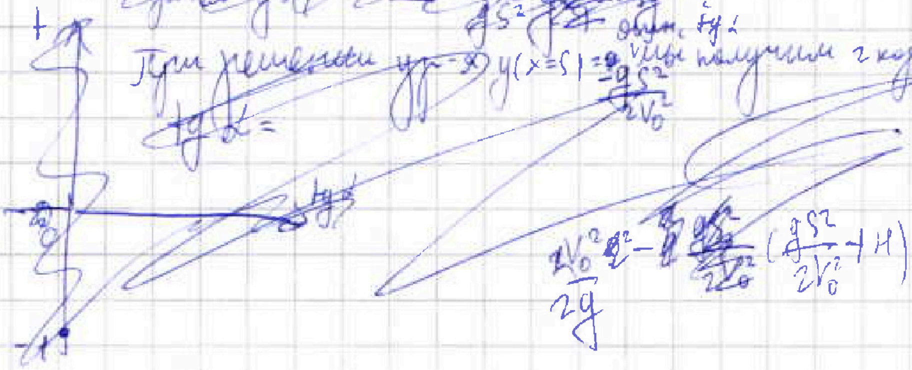
$- \frac{g x^2}{2 V_0^2}$ — y относительно $tg\alpha$ парабол. ур-ие, ветви вниз

$y(S) = y_2 = -\frac{g S^2}{2 V_0^2} tg^2\alpha + S\, tg\alpha - \frac{g S^2}{2 V_0^2} = \frac{g S^2}{2 V_0^2}(tg^2\alpha - \frac{2 V_0^2}{g S} tg\alpha + 1)$

~~Получаем задачу~~

При решении ур-я $y(x=S) = \frac{g S^2}{2 V_0^2}$ мы получим 2 корня:

$tg\alpha =$



$\frac{2 V_0^2}{2g} g^2 - \frac{g S^2}{2 V_0^2}\left(\frac{g S^2}{2 V_0^2} + H\right) = 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

При решении ур-я $y(x=S) = -\frac{gS^2}{2V_0^2} \equiv -\frac{gS^2}{2V_0^2} = -\frac{gS^2}{2V_0^2}\left(tg^2\alpha - \frac{2V_0^2}{gS} tg\alpha + 1\right) \equiv$
$\equiv tg^2\alpha - \frac{2V_0^2}{gS} tg\alpha + 1 = 1 \equiv tg\alpha\left(tg\alpha - \frac{2V_0^2}{gS}\right) = 0$ получим 2 корня:

$tg\alpha_1 = 0$ или $tg\alpha_2 = \frac{2V_0^2}{gS}$, а поскольку $y(tg\alpha)$ симметричная (парабола, ветви вниз), то её max будет ~~расположен~~ достигаться при $tg\alpha = \frac{tg\alpha_1 + tg\alpha_2}{2} = \frac{V_0^2}{gS}$

~~Итак~~ Получим: $y_{max} = H_{max} = -\frac{gS^2}{2V_0^2}\left(\left(\frac{V_0^2}{gS}\right)^2 - \frac{2V_0^2}{gS} \cdot \frac{V_0^2}{gS} + 1\right) =$
$= -\frac{V_0^2}{2g} + \frac{V_0^2}{g} - \frac{gS^2}{2V_0^2} = \frac{V_0^2}{2g} - \frac{gS^2}{2V_0^2}$

Ответ: $H_{max} = \frac{V_0^2}{2g} - \frac{gS^2}{2V_0^2}$.

МФТИ

№2

Дано:

$\sin\alpha = 0{,}8$

$\mu = \frac{1}{3}$

$S = 1\,м$

$u = 2\,м/с$

$g = 10\,м/с^2$

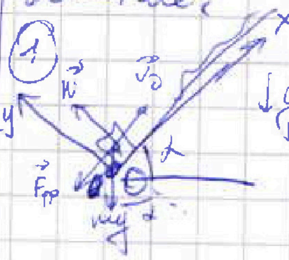
$V_0 = 4\,м/с$

1) $T = ?$

2) $L = ?$

3) $H = ?$

Решение:



2 зак. Ньют. по Ox и Oy:

$\downarrow \vec{g}$ $\begin{cases} ma_y = 0 = N - mg\cos\alpha \\ ma_x = -mg\sin\alpha - F_{тр} \\ F_{тр} = F_{тр\,скол} = \mu N \end{cases}$

$\sin\alpha = 0{,}8 \Rightarrow \cos\alpha = 0{,}6$

$a_x = -g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$

Груз достигнет макс. выс. за время τ:

$V_x(t) = V_0 + a_x t \to V_x(\tau) = 0 = V_0 - g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\tau \Rightarrow$

$\Rightarrow \tau = \frac{V_0}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = 0{,}4\,с$, а $x(\tau) = V_0\tau + \frac{a_x\tau^2}{2} = V_0\tau - \frac{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\tau^2}{2} = 0{,}8\,м < S = 1\,м$, т.е. $T = \tau + \tau'$, где τ'

опред. ур-ем: $S - x(\tau) = \frac{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)(\tau')^2}{2}$ (груз поедет, т.к. когда $V_x = 0$ трение не сможет удержать его на месте, $\mu < \operatorname{tg}\alpha$) $\Rightarrow \tau' = 0{,}2\,с \Rightarrow T = \tau + \tau' = 0{,}6\,с$

Ответ: $T = 6\,с$

В ② и ③ зад. перейдём в СО ленты, тогда к $\vec{V}$ груза в лаб. СО прибавится $-\vec{u}$.

② При переходе в СО ленты $|\vec{V}_{груза}| = |\vec{u}|$ будет означать ~~нулевую скорость~~ $|\vec{V}_{отн\,груза}| = 0$, а $|\vec{V}_{отн\,0}| = |\vec{V}_0 - \vec{u}| = 2\,м/с$, т.е. будет трение всё время

~~По ЗСЭ в лаб. СО:~~

~~$\frac{mV_0^2}{2} - \mu mg\cos\alpha \cdot L = \frac{mu^2}{2} + mgL\sin\alpha$~~

~~$\frac{mV_0^2}{2} = mg$~~

Тогда аналог. ① пункту:

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

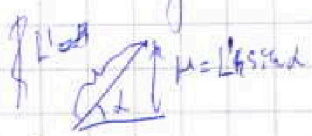
$$\begin{cases} 0 = (V_0 - u) - g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\tau^* \rightarrow \tau^* = \dfrac{V_0 - u}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = 0{,}2\,c \\ L - u\tau^* = (V_0 - u)\tau^* - \dfrac{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)(\tau^*)^2}{2} \Rightarrow L = V_0\tau^* - \dfrac{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)(\tau^*)^2}{2} \end{cases}$$

Учли, что при перем. обр. в лаб. СО ленты проедет расстояние $u\tau^* = 0{,}4$ м

Отсюда $L = 0{,}6$ м.

Ответ: $L = 0{,}6$ м.

(3) В СО ленты ситуация означает, что груз набрал $V_{отн} = u = 2$ м/с, направленную вниз по ленте, что также $= V_{отн_0}$, т.е. груз относит. ленты мог достичь такой скорости, только если бы основа оказался в начале, а это значит, что H опр-тся $L' = 2u\tau^*$ (τ^* из (3)) и $\sin\alpha$



$H = 0{,}64$ м

Ответ: $H = 0{,}64$ м.

На одной странице можно оформлять **только одну задачу**.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

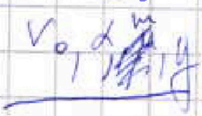
1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Порча QR-кода недопустима!**

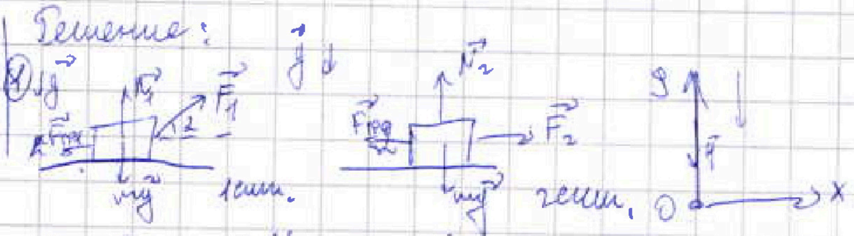
№3

Дано:
V_0, α, m, g



1) $\mu = ?$
2) $T = ?$

Решение:



$F_{тр_1} = F_{тр\,скольж_1} = \mu N_1$

$F_{тр_2} = F_{тр\,скольж_2} = \mu N_2$

$|\vec F_1| = |\vec F_2| = F$

Из 2 зак. Ньют. по OX и OY в ситуациях 1 и 2:

$$\begin{cases} ma_{1y} = 0 = N_1 + F\sin\alpha - mg \Rightarrow N_1 = mg - F\sin\alpha \\ ma_{2y} = 0 = N_2 - mg \Rightarrow N_2 = mg \\ ma_{1x} = F\cos\alpha - F_{тр_1} = F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha) = F\cos\alpha + \mu F\sin\alpha - \mu mg \\ ma_{2x} = F - F_{тр_2} = F - \mu mg \end{cases}$$

Видим, что $a_{1x} = const$ и $a_{2x} = const$, а поскольку разогнали сани до V_0 за $T_1 = T_2 \Rightarrow a_{1x} = a_{2x}$ ($ma_{1x} = ma_{2x}$)

$F\cos\alpha - \mu mg + \mu F\sin\alpha = F - \mu mg$

$F\cos\alpha + \mu F\sin\alpha = F \mid :F$

$\cos\alpha + \mu\sin\alpha = 1 \Rightarrow \mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$

Ответ: $\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$.

② Поскольку внешние силы $\vec F_1$ и $\vec F_2$ нет, то задача сводится ко 2 сит. из ① лишь без учёта $\vec F_2$. Запишем сист. заново:

$$\begin{cases} ma_{2x} = -F_{тр_2} = -\mu N_2 = -\mu mg \Rightarrow a_{2x} = -\mu g \\ ma_{2y} = 0 = N_2 - mg \Rightarrow N_2 = mg \end{cases}$$

$V_{нач\,x} = V_0$, ~~когда для T~~: $V_x(t) = V_{нач} + a_{2x}t = V_0 - \mu g t$

для T: $V_x(T) = 0 = V_0 - \mu g T \Rightarrow T = \frac{V_0}{\mu g} = \frac{V_0\sin\alpha}{g(1-\cos\alpha)}$

Ответ: $T = \frac{V_0\sin\alpha}{g(1-\cos\alpha)}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№4

Дано:

$T_1 = 400 K$

$R = 8{,}31 \frac{Дж}{моль\cdot K}$

$\mu = 1$ моль

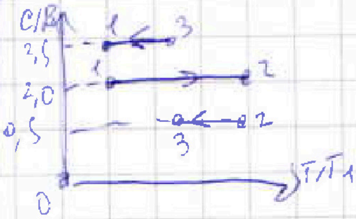
$i = 3$

1) $A_{12} = ?$

2) $\eta = ?$

3) $P/P_1 (V/V_1) = ?$

Решение:



Сначала нужно разобраться, что за процессы изображены.

По опр-ю $C = \frac{\Delta Q}{\mu \Delta T}$ (со знаком Δ все величины будут малыми), и

по 1 нач. терм.: $\Delta Q = \Delta U + \Delta A$, где $\Delta U = \frac{3}{2}\mu R \Delta T$, $\Delta A = P\Delta V \Rightarrow$

$\Rightarrow \mu c \Delta T = \frac{3}{2}\mu R \Delta T + P\Delta V$

$C_{13} = 2{,}5R = \frac{5}{2}R \Rightarrow$ это изобарный проц.

$C_{12} = 2R$: $2\mu R\Delta T = \frac{3}{2}\mu R \Delta T + P\Delta V \Rightarrow P\Delta V = \frac{\mu R \Delta T}{2}$

$$\left.\begin{aligned} &\Delta(PV) = P\Delta V + V\Delta P \\ &\Delta(PV) = \Delta(\mu R \Delta T) = \mu R \Delta T \end{aligned}\right\} \Rightarrow V\Delta P = \mu R\Delta T - P\Delta V = \frac{\mu R \Delta T}{2} = P\Delta V \Rightarrow$$

$\Rightarrow \frac{\Delta P}{\Delta V} = \frac{P}{V}$ ~~– угловой коэф. изменения P и V равны~~ $\Rightarrow$

$\Rightarrow P \propto V \Rightarrow P = \alpha V$, где $V = const$

$C_{23} = \frac{R}{2}$: $\mu \frac{R}{2}\Delta T = \frac{3}{2}\mu R \Delta T + P\Delta V \Rightarrow P\Delta V = -\mu R \Delta T$

По ур-ю Менд.-Клапейр.: $PV = \mu R T \Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta T}{T}$

$\frac{\Delta x}{x} = \Delta(\ln x) \Rightarrow \Delta(\ln V) = -\Delta(\ln T) = \Delta(\ln T^{-1})$

$\int_{V_1}^{V_2} d(\ln V) = \int_{T_1}^{T_2} d\left(\ln \frac{1}{T}\right) \Rightarrow \ln V_2 - \ln V_1 = \ln \frac{1}{T_2} - \ln \frac{1}{T_1} \Rightarrow \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow V_1 T_1 = V_2 T_2$, а поскольку V_1, V_2, T_1, T_2 – произв. $\Rightarrow$

$\Rightarrow VT = const^{\beta}$, однако и $\frac{PV}{T} = const^{\alpha}$, откуда $\frac{PV}{\beta/V} = \gamma \Rightarrow PV^2 = \gamma\beta = const$

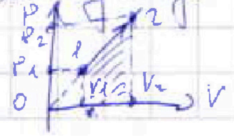
также: $P\Delta V = \mu R \Delta T - V\Delta P = -\mu R\Delta T \Rightarrow V\Delta P = 2\mu R\Delta T = -2P\Delta V \Rightarrow \frac{2}{3}\mu R \Delta T = \frac{2}{3}\Delta U =$

$= \Delta A = P\Delta V - 2P\Delta V = -P\Delta V \Rightarrow \Delta Q = \Delta U + P\Delta V = \frac{1}{3}\Delta U$, а $\Delta A = -\frac{2}{3}\Delta U$

(1) Ур-е Менд.-Клапейр.:

$$\begin{cases} P_1 V_1 = \mu R T_1 \\ P_2 V_2 = \mu R T_2 = 4\mu R T_1 = 4 P_1 V_1, \text{ но } P = \alpha V \Rightarrow P_2 = 2P_1, V_2 = 2V_1 \end{cases}$$

Работу найдем как площадь под графиком:



$A_{12} = \frac{P_1 + P_2}{2}\cdot(V_2 - V_1) = \frac{3P_1}{2}\cdot V_1 = \frac{3}{2}P_1 V_1 = \frac{3}{2}\mu R T_1 \approx 4986$ Дж

Ответ: $A_{12} = 4986$ Дж.

$831 \cdot 6 = 4986$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

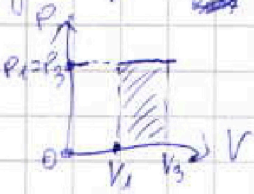
МФТИ

(2) В процессе 1-2 $U_{12} = U_2 - U_1 = \frac{3}{2}\mu R T_2 - \frac{3}{2}\mu R T_1 = \frac{9}{2}\mu R T_1$, а $A_{12} = \frac{3}{2}\mu R T_1$, тогда $Q_{12} > 0 = U_{12} + A_{12} = 6\mu R T_1$

В процессе 2-3 $U_{23} = U_3 - U_2 = \frac{3}{2}\mu R T_3 - \frac{3}{2}\mu R T_2 = \frac{3}{2}\mu R T_1(2^{1,5} - 4) = \frac{3}{2}\mu R T_1(2\sqrt{2} - 4) = 3\mu R T_1(2 - \sqrt{2})$, а поскольку $\Delta A_{23} = -\frac{2}{3}U_{23} \Rightarrow A_{23} = -\frac{2}{3}U_{23} = -\frac{2}{3}\cdot(-3\mu R T_1(2-\sqrt{2})) = 2\mu R T_1(2-\sqrt{2})$,

$\Delta Q_{23} = \frac{1}{3}\Delta U_{23} \Rightarrow Q_{23} = \frac{1}{3}U_{23} = -\mu R T_1(2-\sqrt{2}) < 0$

В процессе 3-1 $U_{31} = U_1 - U_3 = \frac{3}{2}\mu R T_1 - \frac{3}{2}\mu R T_3 = \frac{3}{2}\mu R T_1(1 - 2^{1,5}) = \frac{3}{2}\mu R T_1(1 - 2\sqrt{2}) = -\frac{3}{2}\mu R T_1(2\sqrt{2} - 1)$, а поскольку это изобарный процесс, то $A_{31} = P_1 V_1 - P_3 V_3 = \mu R T_1 - \mu R T_3 = -\mu R T_1(2\sqrt{2} - 1)$ как площадь под графиком



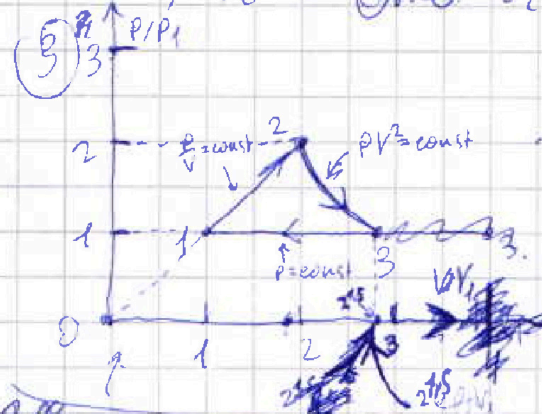
$Q_{31} = A_{31} + \Delta U_{31} < 0 = -\frac{5}{2}\mu R T_1(2\sqrt{2} - 1)$

по опр-ю $\eta = \frac{A_{полн}}{Q_+} = \frac{A_{12} + A_{23} + A_{31}}{Q_{12}} = \frac{\frac{3}{2}\mu R T_1 + 2\mu R T_1(2-\sqrt{2}) - \mu R T_1(2\sqrt{2}-1)}{6\mu R T_1} =$

$= \frac{\frac{3}{2} + 2(2-\sqrt{2}) - (2\sqrt{2}-1)}{6} = \frac{1,5 + 4 - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 1}{6} = \frac{6,5 - 4\sqrt{2}}{6} = \frac{13 - 8\sqrt{2}}{12} \approx 14,3\%$

Ответ: $\eta = \frac{13 - 8\sqrt{2}}{12} \approx 14,3\%$.

(3)



Искомый график

Как строим:

(1) Процесс 1-2 – прямая линия от точки (1;1) до точки (2;2)

(2) Процесс 2-3 – кривая линия, а конечное давление – P_1, поскольку 3-1 – изобарный. Он выражается ур-нем $PV^3 = const$, откуда $2P_1 \cdot (2V_1)^2 = P_1 \cdot (V_3)^2 \Rightarrow V_3^2 = 8V_1^2 \Rightarrow V_3 = 2\sqrt{2}V_1 = 2^{1,5}V_1$

Соединяем (2; 2) с $(2^{1,5}; 1)$ кривой, выпуклостью вниз

(3) Процесс 3-1 – изобарный, соединяем прямой $(2^{1,5}; 1)$ и (1; 1)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

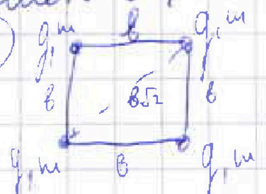
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5

Дано:
m, q, k, b

1) $T = ?$
2) $V = ?$
3) $d = ?$

Решение:

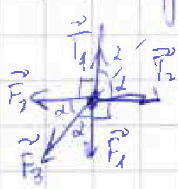
① 

~~По Ox и Oy~~ ~~На любой шарик будут действовать силы: натяжения нитей и электростатические, со гуммой противоположно направленные значит, для равновесия необходимо:~~ ~~$T = \frac{kq^2}{b^2}$. Ответ: $T = \frac{kq^2}{b^2}$~~

~~Разберемся что происходит при пережигании нити и значит поменяю дизайне~~

~~Система симметрична, поэтому $T = const$~~

Рассмотрим произвольный шарик:



$\alpha = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

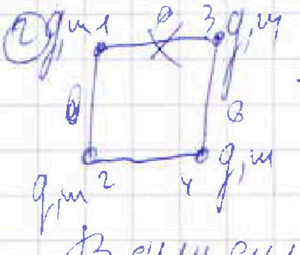
Он в покое, значит по ~~осям~~ Ox и Oy записываем:

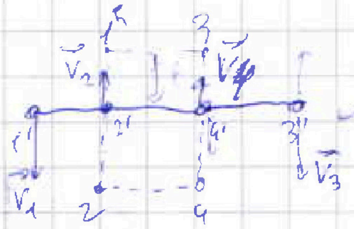
$T_1 = F_1 + F_3\cos\alpha = \frac{kq^2}{b^2} + \frac{kq^2}{(b\sqrt2)^2}\cdot\frac{1}{\sqrt2} = T_2 = T$

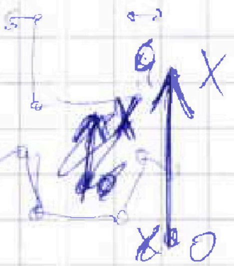
$T_2 = F_2 + F_3\cos\alpha = \frac{kq^2}{b^2} + \frac{kq^2}{(b\sqrt2)^2}\cdot\frac{1}{\sqrt2} = T_1 = T$

$T = \frac{kq^2}{b^2}\left(1 + \frac{1}{2\sqrt2}\right) = \frac{kq^2(2\sqrt2+1)}{2\sqrt2 b^2} = \frac{kq^2(4+\sqrt2)}{4b^2}$

Ответ: $T = \frac{kq^2(4+\sqrt2)}{4b^2}$.

② 





В силу симметрии системы на рисунке $|\vec V_1| = |\vec V_3| = V_1$,
$|\vec V_2| = |\vec V_4| = V_2$. Тогда по ЗСИ на Ox и ЗСЭ:

$0 = 2mV_2 - 2mV_1 \to V_1 = V_2 = V$

$\frac{kq^2}{b} = \frac{4mV^2}{2} + \frac{kq^2}{3b} \to \frac{4mV^2}{2} = \frac{2kq^2}{3b} \to V = \sqrt{\frac{kq^2}{3mb}} = q\sqrt{\frac{k}{3bm}}$

Ответ: $V = q\sqrt{\frac{k}{3bm}}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

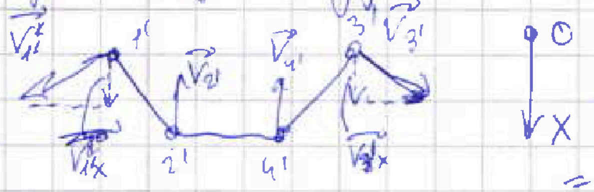
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

~~что, составляя те же уравнения, разве что меняя значения~~ V_1, V_4 ...

Рассмотрим произвольный промежуток времени во (2) случае. Картина будет следующей:



В силу симметрии системы $|\vec V_{2'}| = |\vec V_{4'}| = V_2$, $|\vec V_{1'}| = |\vec V_{3'}| = V_1$, а из этого следует, что и $V_{2'x} = V_{4'x} = V_{2x}$, $V_{1'x} = V_{3'x} = V_{1x}$. По ЗСИ по Ox:

~~$0 = 2mV_{1x} - 2mV_{2x} \Rightarrow V_{1x} = V_{2x}$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

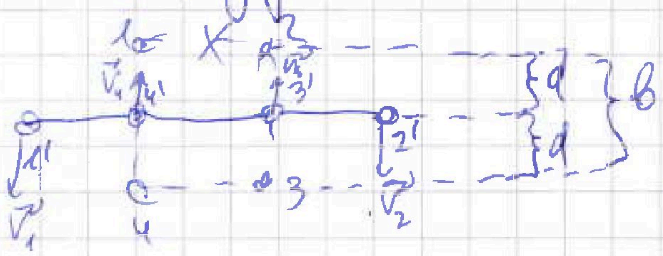
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

~~Картинка будет в конце~~

$0 = 2mV_{1x} - 2mV_{2x} \Rightarrow V_{1x} = V_{2x} \Rightarrow$ За малый промежуток времени шарики по OX приблизятся на одно и то же расстояние, но это будет справедливо в любой промежуток времени, поэтому за конечное время они тоже будут приблизятся по OX на равное расстояние.

Проиллюстрируем это:



$b = 2d \Rightarrow d = \frac{b}{2}$

Ответ: $d = \frac{b}{2}$.