

# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

## Вариант 10-01



*Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.*

1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за  $T = 2$  с.

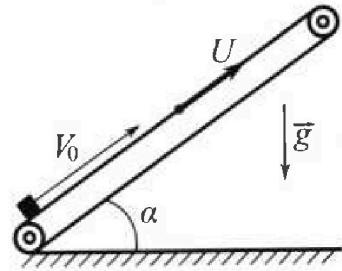
1) Найдите начальную скорость  $V_0$  мяча.

2) Теннисист посыпает мяч с начальной скоростью  $V_0$  под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии  $S = 20$  м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?

Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол  $\alpha$  такой, что  $\sin \alpha = 0,8$  (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость  $V_0 = 4 \text{ м/с}$ . Коэффициент трения скольжения коробки по ленте  $\mu = \frac{1}{3}$ . Движение коробки прямолинейное.



1) За какое время  $T$  после старта коробка пройдет в первом опыте путь  $S = 1 \text{ м}$ ?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью  $U = 2 \text{ м/с}$ , и сообщают коробке скорость  $V_0 = 4 \text{ м/с}$ .

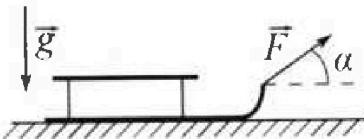
2) На каком расстоянии  $L$  от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна  $U = 2 \text{ м/с}$ ?

3) На какой высоте  $H$ , отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости  $V_0$  за одинаковое время.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом  $\alpha$  к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости  $V_0$  действие внешней силы прекращается.



1) Найдите коэффициент  $\mu$  трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Через какое время  $T$  после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения  $g$ .

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

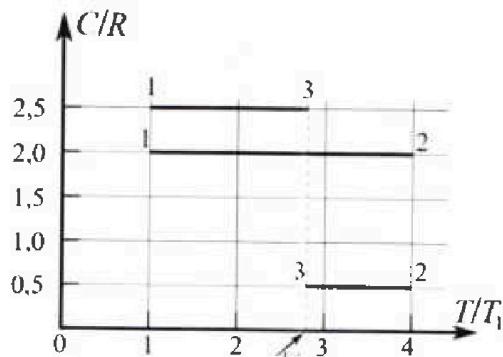
**Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2023**

**Вариант 10-01**

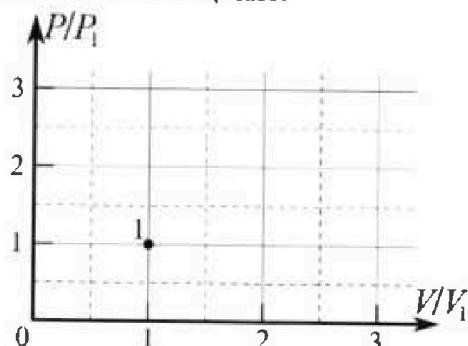


*Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.*

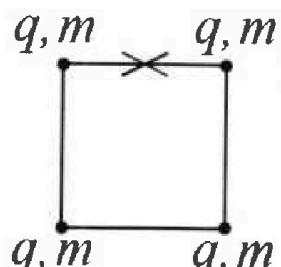
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости  $C$  газа (в единицах универсальной газовой постоянной  $R$ ) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1  $T_1 = 400$  К, универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).



- 1) Найдите работу  $A_{12}$  газа в процессе 1-2.
- 2) Найдите КПД  $\eta$  цикла.
- 3) Постройте график цикла в координатах  $(P/P_1, V/V_1)$ , где  $P_1$  и  $V_1$  давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной  $b$  (см. рис.). Масса каждого шарика  $m$ , заряд  $q$ .



- 1) Найдите силу  $T$  натяжения нитей.  
Одну нить пережигают.
- 2) Найдите скорость  $V$  любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.
- 3) На каком расстоянии  $d$  от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k$ . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$1) T = 2s \\ V_0 = ?$$

$$2) V_0, S = 20m \\ h_m = ?$$

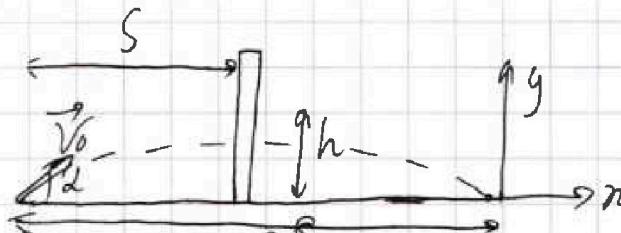
Решение:

1) И.к. высота максимальна  $\Rightarrow$  скорость

тела в этой точке равна нулю.

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{g}t \quad \begin{array}{c} \downarrow \\ \vec{V}_0 = \vec{V}_0 + \vec{g}t \end{array} \quad \begin{array}{c} \downarrow \\ \vec{V}_0 = \vec{V}_0 + \vec{g}t \end{array}$$
$$y: V_0 = gt = 20 \text{ м/с}$$

2)



Рассмотрим высоту удара о стенку:  
Угол  $\alpha$  - продолжительный.

$$2gh = V_{0y}^2 - V_{1y}^2 \quad \begin{array}{l} V_1 - \text{скорость тела} \\ \text{в момент удара} \\ \text{o стенку}. \end{array}$$

$$y: 2gh = V_{0y}^2 - V_{1y}^2$$

Очевидно, что при угле  $\alpha$  максимальная высота достигается, если  $V_{1y} = 0$ .

$$2gh = V_{0y}^2 \sin^2 \alpha$$

Для того, чтобы это доказать, до стены, где броска  
должен быть не изменяется, если:

$$2S = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{g} \rightarrow S = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$\sin^2 \alpha \geq \frac{2S}{V_0^2} = 1 \Rightarrow \alpha \geq 45^\circ$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

П.к. на высоте  $h$  мяч имеет начальную скорость, следовательно эта траектория является синусоидой кривой, на которой мяч проходит две стены в отсутствии стенки. Тогда:

$$2S = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

$$S = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{2g}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2S}{v_0^2} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ.$$

$$h_m = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{400 \cdot \frac{1}{2}}{20} = 10 \text{ м}$$

Ответ: 1)  $v_0 = 20 \text{ м/с}$

2)  $h_m = 10 \text{ м}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$\sin L = 0,8$$

$$1) V_0 = 4 \text{ м/с}$$

$$\mu = \frac{1}{3}$$

$$S = 1 \text{ м}$$

T - ?

$$2) V_0 = 4 \text{ м/с}$$

$$\mu = \frac{1}{3}$$

$$V = 2 \text{ м/с}$$

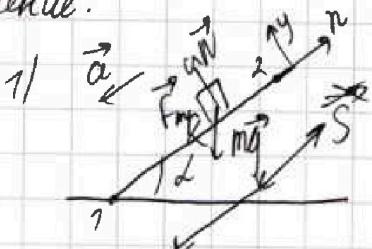
L - ?

$$3) V_0 = 4 \text{ м/с}$$

$$V = 2 \text{ м/с}$$

H - ?

Решение:



$$m\vec{a} = \vec{mg} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{fr}}$$

$$x: ma = F_{\text{fr}} + mg \cdot \sin L$$

$$y: N = mg \cdot \cos L$$

$$ma = \mu mg \cdot \cos L + mg \cdot \sin L$$

$$\cos L = 0,6$$

$$a = g \cdot (\mu \cos L + \sin L) = 10 \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{10} + \frac{8}{10} \right)$$
$$= 10 \text{ м/с}^2$$

Пусть скорость мяча в конце пути  $S$  равна  $V_1$ .

$$2\vec{a}\vec{S} = \vec{V}_1^2 - \vec{V}_0^2$$

$$x: 2aS = V_0^2 - V_1^2$$

$$V_1^2 = V_0^2 - 2aS = 16 - 20 \Rightarrow$$

Нам доведет до какой-то высоты  $h$ , на

которой оно остановится, и падет вниз.

Пусть  $S_1$  - путь проходимый мячом вверх, а  $S_2$  - вниз.

$$2aS_1 = V_0^2 - V_1^2 \quad \text{или} \quad S_1 = \frac{V_0^2 - V_1^2}{2a}$$

$$S_1 = \frac{\pi}{20} = \frac{4}{5} \Rightarrow S_2 = \frac{2}{5}$$

$$S = S_1 + S_2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

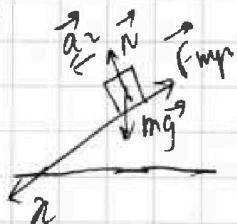


- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$S_2$ :



$$m\vec{a}_2 = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{f}_{mp}$$

$$n: ma_2 = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$$

$$a_2 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 10 \left( \frac{8}{10} - \frac{6}{10} \right)$$

$$a_2 = 6 \text{ m/s}^2$$

$$\vec{S}_2 = \vec{V}_0 \cdot t_2 + \frac{\vec{a}_2 t_2^2}{2}$$

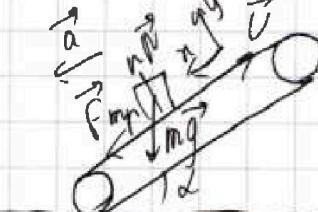
$$n: S_2 = \frac{a_2 t_2^2}{2}$$

$$t_2^2 = \frac{2S_2}{a_2} = \frac{\frac{2}{5}}{6} = \frac{10}{18} = \frac{1}{10} \frac{1}{15}$$

$$t_2 = \frac{10}{10} \frac{\sqrt{15}}{15}$$

$$t = t_1 + t_2 = 0,4 + \frac{4 \times \sqrt{15}}{10 \times 15} \approx 0,74 \approx 0,66 \text{ s}$$

2)



$$m\vec{a} = \vec{mg} + \vec{f}_{mp} + \vec{N}$$

$$a = 10 \text{ m/s}^2 \text{ (т.к. лента движется)}$$

(постоянной скоростью  $\Rightarrow$  она дополнительной силы не создаёт смысла).

Рисунок

Пусть  $\vec{V}$  - скорость коробки в произвольный момент времени (относительно земли).

$$\vec{V}_{\text{отн}} = \vec{V} - \vec{U} \quad \text{при } V = U \quad V_{\text{отн}} = 0.$$

Перейдём в систему отсчёта ленты (она будет инерциальной т.к. у неё нет ускорения).

Страница 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$m\vec{a} = \vec{F}_{\text{тр}} + m\vec{g} + \vec{N}$$

$$\Rightarrow ma = 10 \text{ м/с}^2$$

$$V_{\text{отн}} = V_0 - U = 2 \text{ м/с}$$

$$V_{\text{отн}} = 0 \text{ (т.к. } U = V = 2 \text{ м/с)}$$

$$2aL = V_{\text{отн}}^2$$

$$L = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} \text{ м}$$

$$3) \vec{V} = \vec{V}_{\text{отн}} + \vec{U}$$

$$V = 0 \Rightarrow V_{\text{отн}} = -U$$

Чтобы определить исходную высоту  $H$  нужно сначала  
найти высоту  $H_1$ , на которой тело остановится, а потом  
придется, на какую высоту будем теш со скоростью  $-U$  все  
вместе в (0 лежит.)

$$y: 2gH_1 = V_{\text{отн}}^2 \cdot \sin^2 \alpha$$
$$H_1 = \frac{U^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{256}{2000} = 9.128 \text{ м}$$

$$2a_1 \cdot \sin \alpha \cdot H_1 = V_{\text{отн}}^2 \cdot \sin^2 \alpha$$

$$m\vec{a}_1 = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}}$$

$$x: ma_1 = mg \sin \alpha - N \cos \alpha$$

$$a_1 = g \sin \alpha = 6 \text{ м/с}^2$$

$$2a_1 \sin \alpha \cdot H_1 = V^2 \cdot \sin^2 \alpha$$

$$V^2 = V_{\text{отн}}^2 \Rightarrow \frac{H_1}{H_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

$$H_2 = \frac{H_1}{a_2/a_1} = 0.32 \frac{64}{300}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$H_1 < H_2 \Rightarrow$  тело будет иметь начальную скорость, ~~но~~ после  
того, как съедет с цепи.  $\Rightarrow H = 0$

Ответ: 1)  $T = 0,66$  с

2)  $L = \frac{1}{5}$  м

3)  $H = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

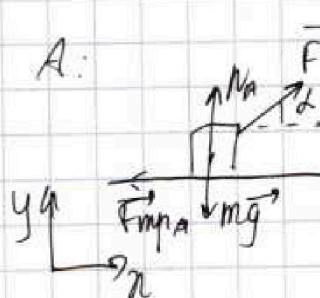
Решение:

$$\angle, v_0, F$$

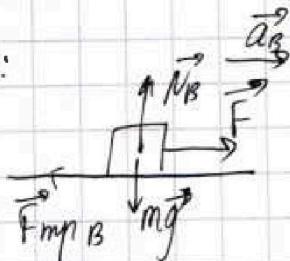
$$1) \mu - ?$$

$$2) t - ?$$

1) A:



B:



$$A: m\vec{a}_A = \vec{mg} + \vec{F_{mpr_A}} + \vec{F} + \vec{N_A}$$

$$x: ma_A = F \cdot \cos \angle - F_{mpr_A}$$

$$y: N_A = mg - F \cdot \sin \angle$$

$$ma_A = F \cdot \cos \angle - \mu N_A$$

$$ma_A = F \cdot \cos \angle - \mu mg + \mu \cdot F \cdot \sin \angle$$

$$B: m\vec{a}_B = \vec{mg} + \vec{F_{mpr_B}} + \vec{F} + \vec{N_B}$$

$$x: ma_B = F - \mu \cdot N_B$$

$$y: N_B = mg$$

$$ma_B = F - \mu mg$$

$$A: v_0 = a_A \cdot t_A$$

$$t_A = t_B \text{ (no acc.)} \Rightarrow$$

$$B: v_0 = a_B \cdot t_B$$

$$a_B = \cancel{a_A} a_A$$

$$F \cdot \cos \angle - \mu mg + \mu F \cdot \sin \angle = F - \mu mg$$

$$\mu F \cdot \sin \angle = F(1 - \cos \angle)$$

$$\mu = \frac{1 - \cos \angle}{\sin \angle}, \mu \geq 1, \sin \angle + \cos \angle \geq 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

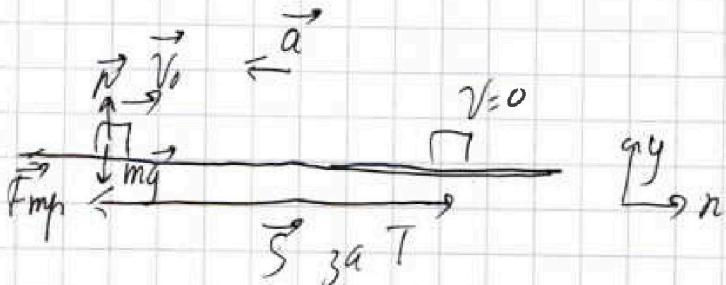
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2)



$$ma = mg + N + F_{\text{fri}}$$

$$\text{y: } N = mg$$

$$\text{x: } ma = F_{\text{fri}}$$

$$ma = \mu mg$$

$$a = \mu g$$

$$\text{X: } \vec{V}^0 = V_0 + \vec{a}T$$

$$\text{z: } V_0 = aT$$

$$T = \frac{V_0}{a} = \frac{V_0}{\mu g} = \frac{V_0 \cdot \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha)g}$$

Ограничение: 1)  $\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$ , при  $\sin \alpha + \cos \alpha \leq 1$

$$2) T = \frac{V_0 \cdot \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha)g}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2T_1 - V_2 T_1 + 5V_2 T_1 = 25T_1$$

$$\eta = 1 - \frac{6T_1}{25T_1} = 1 - \frac{6}{25} = 0,76$$

$$\eta = 1 - \frac{4V_2 - 1}{6} = 1 - \frac{4 \cdot 1,4 - 0,5}{6} = 1 - \frac{5,6 - 0,5}{6} = \frac{0,9}{6} = 0,15$$

$$\frac{0,9}{6} = 0,15$$

$$\eta = 15\%$$

$$3) p_1 = p$$

$$V_1 = p$$

$$Q_{31} = 0U_{31} + A_{31}$$

$$-\frac{5}{2}R_0 T_{31} = -\frac{3}{2}R_0 T_{31} + A_{31}$$

$$p_1 V_1 = VR_0 T_1$$

$$A_{31} = -VR_0 T_{31} \quad 0T_{31} = T_3 - T_1$$

$$p_3 V_3 = VR_0 T_3$$

$$Q_{23} = 0U_{23} + A_{23} \quad 0T_{23} = T_2 - T_3$$

$$-\frac{3}{2}VR_0 T_{23} = -\frac{3}{2}VR_0 T_{23} + A_{23}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{4}$$

$$A_{23} = VR_0 T_{13}$$

$$\frac{T_1}{T_3} = \frac{1}{2^{1/5}} = \frac{1}{2\sqrt[5]{2}} \quad \frac{T_2}{T_3} = \frac{4}{2^{1/5}} = \frac{2}{\sqrt[5]{2}} = \sqrt[5]{2}$$

$$\frac{p_1 V_1}{p_3 V_3} = \frac{1}{2\sqrt[5]{2}}$$

$$\frac{p_3}{p_1} = 2\sqrt[5]{2} \frac{V_1}{V_3}$$

$$\frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{p_1}{p_2} = 4 \frac{V_1}{V_2}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\sqrt[5]{2}}{2} \cdot \frac{V_2}{V_1}$$

Заметим, что  $A_{23} = -A_{31}$ . Это значит, что если

мы изобразим график цикла на плоскости  $p, V$ , то  
точки 1 и 2 будут симметричны относительно прямой



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

яра, опущенного из п. 3 к краю л.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача:

$$V = 1 \text{ моль}$$

$$T_1 = 400 \text{ K}$$

$$C_V = \frac{3}{2} R$$

$$1) A_{12} - ?$$

$$2) \eta - ?$$

$$3) (f_p, V) - ?$$

Решение:

$$1) Q_{12} = A_{12} + \eta U_{12}$$

$$\text{сшарнира } V \cdot \sigma T = A_{12} + C_V V \cdot \sigma T$$

$$C_{\text{шарнира}} = 2R$$

$$2R V \cdot \sigma T = A_{12} + \frac{3}{2} R V \cdot \sigma T$$

$$A_{12} = \frac{1}{2} R V \cdot \sigma T$$

$$\frac{T_0^+}{T_1} = 1 \quad \frac{T_0^-}{T_1} = 4$$

$$\sigma T = 3T_1$$

$$A_{12} = \frac{1}{2} R \cdot 3 \cdot 400 = 600 \cdot 8,31 = 4986 \text{ Дж}$$

$$2) \eta = 1 - \frac{Q_{\text{ном}}}{Q_{\text{нач}}}$$

$$Q_{13} = Q_{\text{ном}} \Rightarrow Q_{31} = Q_{\text{ном}}$$

$$Q_{12} = Q_{\text{ном}}$$

$$Q_{23} = Q_{\text{ном}} / (Q_{23} + Q_{31})$$

$$\eta = 1 - \frac{Q_{12}}{Q_{12}}$$

$$Q_{23} = -Q_{32} = -\left(\frac{1}{2} k V (T_2 - T_3)\right) =$$

$$-\frac{1}{2} k (4T_1 - 2^{1.5} T_1)$$

$$Q_{31} = -Q_{13} = -\left(\frac{5}{2} k V (T_3 - T_1)\right) =$$

$$-\frac{5}{2} k (2^{1.5} T_1 - T_1)$$

$$\eta = 1 - \frac{\frac{1}{2} k (4T_1 - 2^{1.5} T_1) + \frac{5}{2} k (2^{1.5} T_1 - \frac{5}{2} T_1)}{6T_1}$$



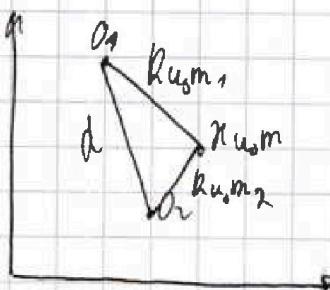
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Найдём прямую, соединяющую центры шариков,  $AB$ .

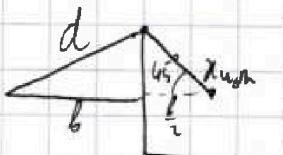
$$O_1 \perp AB$$

$$O_2 \not\in AB \quad \Rightarrow \quad O_2$$

$$R_{u,m_1} = \sqrt{R_{u,m01}^2 + Y_{u,m0}^2}$$

Очевидно, что центр масс квадрата находится в его центре.

$$R_{u,m_1} = \frac{\sqrt{2}}{2} b$$



$$R_{u,m_2} = \frac{3}{2} b$$

$$d^2 = \left(\frac{3}{2}b\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}b\right)^2 - 2 \cdot \cos 45^\circ \cdot \frac{3}{2}b \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}b$$

$$d^2 = \frac{9}{4}b^2 + \frac{1}{2}b^2 - 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2}b^2$$

$$d^2 = \frac{9}{4}b^2 + \frac{1}{2}b^2 - \frac{3}{2}b^2$$

$$d^2 = \frac{9-6+2}{4}b^2 = \frac{5}{4}b^2$$

$$d = \frac{\sqrt{5}}{2}b$$

Ответ: 1)  $T = \frac{(4+\sqrt{2})kg^2}{4b^2}$

2)  $V = g \cdot \sqrt{\frac{k}{bm} \left( \sqrt{2} + \frac{1}{3} \right)}$

3)  $d = \frac{\sqrt{5}}{2}b$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\varphi_1' = \frac{kq}{6} \cdot \left( \frac{1^3}{2} + \frac{1^2}{3} + \frac{1^6}{1} \right) = \frac{kq}{6} \cdot \left( \frac{11}{6} \right) \quad \varphi_1 = \frac{kq}{6} \cdot \left( 2 + \sqrt{2} \right)$$

$$0\bar{w}_K + 0\bar{w}_{in32} = 0$$

$$\frac{mV^2}{2} - 0 + (\varphi_1' - \varphi_1)q = 0$$

$$\frac{mV^2}{2} = (\varphi_1 - \varphi_1')q$$

$$\frac{mV^2}{2} = \frac{kq^2}{6} \cdot \left( \frac{1^6}{2} + \frac{\sqrt{2} \cdot 1^3}{2} - \frac{11}{6} \right) = \frac{kq^2}{6} \cdot \left( \frac{n+3\sqrt{2}-11}{6} \right)$$

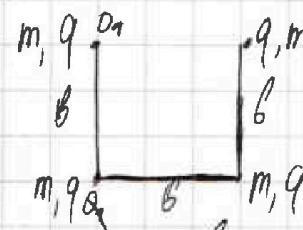
$$\cancel{\frac{mV^2}{2}} = \frac{kq^2}{6} \cdot \frac{3\sqrt{2}+1}{6^3}$$

$$V^2 = \frac{kq^2}{6m} \cdot \left( \sqrt{2} + \frac{1}{3} \right)$$

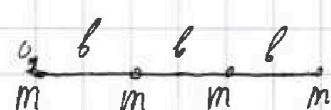
3)

На систему из четырех зарядов  
не действуют внешние силы  $\Rightarrow$   
наложение центра масс системы

Не меняется начальная скорость всем  
зарядам равна нулю  $\Rightarrow$  скорость центра  
масс равна нулю. Тогда центр масс  
не движется, т.к. нет внешних сил



$$R_{u, m101} = \frac{2mb + m\sqrt{2}b}{4m} = b \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} \right)$$



$$R_{u, m102} = \frac{bm + \cancel{2b} + \cancel{3b}\cancel{b}}{4m} = \frac{3}{2}b$$

$O_1$  и  $O_2$  - координаты позиций шарика в начале и конце.

Страница 10.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

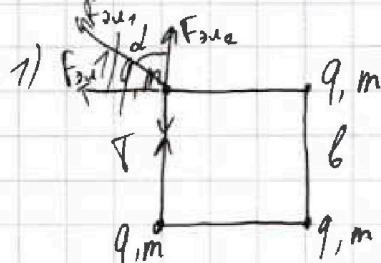
9 м, 8

1)  $T$ ?

2)  $V$ ?

3)  $d$ ?

Решение:



Сила напряжения всех  
китей одинакова.

$$T = F_{3u} \cdot \cos \angle + F_{3d}$$

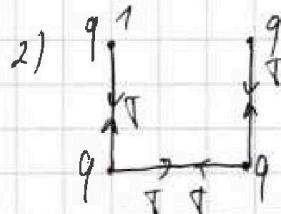
$$F_{3u} = \frac{kq^2}{2b^2}$$

$$F_{3u} = \frac{kq^2}{6^2}$$

$$\cos \angle = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$T = \frac{kq^2}{2b^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{kq^2}{b^2} = \frac{\sqrt{2}kq^2}{4b^2} + \frac{kq^2}{b^2} =$$

$$\frac{(4 + \sqrt{2})kq^2}{4b^2}$$



М.в. суть сила напряжения  
зависит только от электро-  
стеских сил  $\Rightarrow$  она не меняется.

Рассмотрим заряд с индексом 1. Пусть си

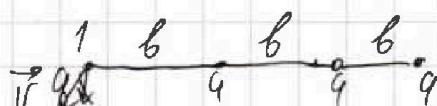
$$\partial W_K = A F_{3u}$$

начальный потенциал  
 $-\varphi_1$ .

$$\partial W_{3u} + \partial W_K = 0$$

$$\varphi_1 = \sum \varphi_i = 2 \cdot \frac{kq}{b} + \frac{kq}{\sqrt{2}b}$$

Конечный потенциал равен  $\varphi_1'$ .



$$\varphi_1' = \sum \varphi_i = \frac{kq}{6} + \frac{kq}{12} + \frac{kq}{36}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

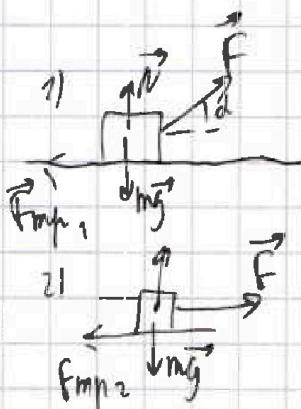
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{t} = 20$$

$$V_0 = ?$$

✓ 3.



$$\text{1) } F \cdot \cos \alpha = F_{mp1}$$

$$ma = F \cdot \cos \alpha - F_{mp1}$$

$$ma = F - F_{mp2}$$

$$F \cdot \cos \alpha = \mu F_{mp1} = \mu \cdot m \cdot a$$

$$F_{mp2} = \mu \cdot m \cdot a$$

$$N_1 = mg - F \cdot \sin \alpha$$

$$N_2 = mg$$

$$F \cdot \cos \alpha - \mu \cdot mg + F \cdot \sin \alpha \cdot \mu = F - \mu mg$$

$$F \cdot (\cos \alpha - \mu) = \mu mg - F \sin \alpha \mu$$

$$\frac{F \cdot (1 - \cos \alpha)}{F \cdot \sin \alpha} = \mu$$

$$\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$ma_1 = F_{mp1}$$

$$V_0 = a_1 t$$

$$t = \frac{V_0}{\mu g}$$

$$m \frac{V_0}{t} = \mu mg$$

$$V_0 = \mu g t$$

Черновик

✓ 1

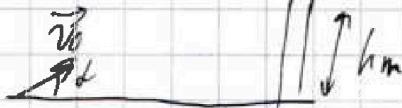
$$1) \quad V = ?$$

$$V_0$$

$$V = V_0 \cdot k - gt$$

$$V_0 \cdot k = gt = 20 \text{ м/с}$$

✓ 2)



$$S = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$2gh_m = V_0^2 \sin^2 \alpha - V_1^2 \sin^2 \alpha$$

$$\sin 2\alpha = \frac{g S}{V_0^2} = \frac{200}{400} = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\alpha > \frac{\pi}{12}$$

$$h_m = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{g}$$

$$2gh_m = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{g}$$

$$h_m = \frac{400 \cdot \frac{1}{2}}{20} = 10 \text{ м}$$

$$S = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{2g}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2g S}{V_0^2} \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$\frac{m V_0^2}{2} = A F_{mp}$$

$$F \cdot (\cos \alpha - \mu) = \mu mg - F \sin \alpha \mu$$

$$\frac{F \cdot (1 - \cos \alpha)}{F \cdot \sin \alpha} = \mu$$

$$\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$6 \frac{V_2}{2} + 6 \frac{V_2}{2} = \frac{3}{2} V_2 \quad \text{Черновик.}$$

$$3 = \frac{V_2}{2}$$

$$2a S_1 = V_{\text{объем}}$$

$$\begin{array}{r} 132 \\ 378 \\ \hline 369 \\ 943 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4015 \\ 30626 \\ \hline 106 \end{array}$$

$$2a S_2 =$$

$$mV - \frac{9m}{2} = -A_{\text{фор}} - \text{отрывок}$$

$$\frac{4\pi}{2} - 0 = -Mmg \cdot h_1 + Mgh_1$$

$$\text{отрывок} = 2m - Mmg \cdot \cos \angle \cdot l$$

$$2 = -\frac{1}{3}h_1 + 10h_1$$

$$Mg \cdot h = 2m - Mmg \cdot h$$

$$2 = \frac{29}{3}h_1$$

$$h_1 = \frac{6}{29}$$

$$g \cdot h \cdot (1 + M) = 2$$

$$h = \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{20}$$

$$2 \cdot a \cdot \sin \angle h_1 = V_0^2 \cdot \sin^2 \angle$$

$$2a_1 \sin \angle h_1 = V_0^2 \sin^2 \angle$$

$$\bar{F}_3 - \bar{F}_2 = 12V_0 - 11\bar{F}_2$$

$$\frac{a_1 h_1}{a_2 h_2} = 1$$

$$\bar{F}_2 - \bar{F}_3 = 3\bar{F}_2$$

$$\begin{array}{r} 831 \\ + 6 \\ \hline 4986 \end{array}$$

$$\bar{F}_2 - \bar{F}_3 = (4 - 2\sqrt{2})\bar{F}_2$$

$$\bar{F}_2 - \bar{F}_3 = 3\bar{F}_2 - (2\sqrt{2} - 1)\bar{F}_2$$

$$\varphi_1 - \varphi_1' = \sum E_i \cdot d_i \quad \bar{F}_2 - \bar{F}_3 = \bar{F}_1 - \bar{F}_2$$

$$\varphi_1 - \varphi_1' = d \cdot \sum E_i$$

$$E_i = \frac{kq^2}{r_i}$$

$$\varphi_1 - \varphi_1' = \frac{kq^2 d}{l} \cdot \sum \frac{1}{r_i}$$

