Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

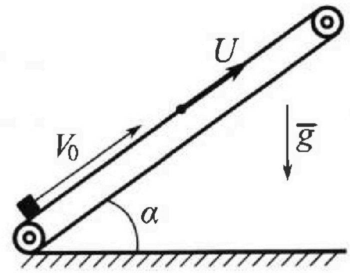
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за $T = 2$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.
2) Теннисист посылает мяч с начальной скоростью V_0 под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии $S = 20$ м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?

Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивлени е воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin\alpha = 0{,}8$ (см. рис.).



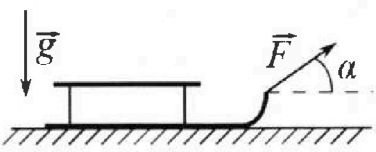
В первом опыте небольшую коробку ставят на *покоящуюся* ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 4$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = \frac{1}{3}$. Движение коробки прямолинейное.

1) За какое время T после старта коробка пройдет *в первом опыте* путь $S = 1$ м?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, *движущуюся* со скоростью $U = 2$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 4$ м/с.

2) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 2$ м/с?
3) На какой высоте H, отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости V_0 за одинаковое время.



В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости V_0 действие внешней силы прекращается.

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.
2) Через какое время T после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения g.

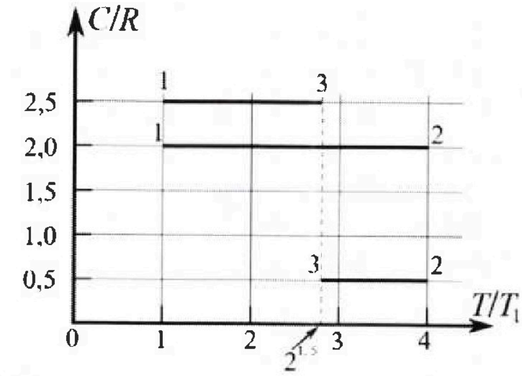
Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

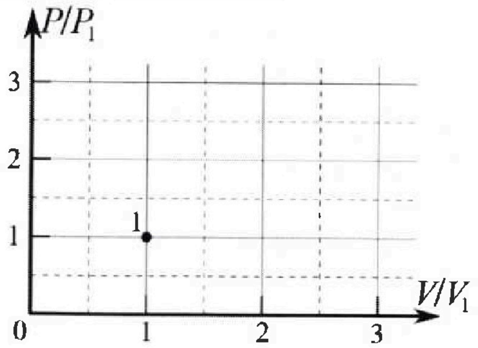
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной R) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 $T_1 = 400$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).



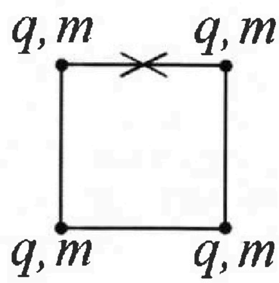
1) Найдите работу A_{12} газа в процессе 1-2.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной b (см. рис.). Масса каждого шарика m, заряд q.



1) Найдите силу T натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

2) Найдите скорость V любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

Коэффициент пр опорциональности в законе Кулона k. Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

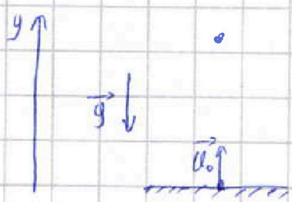
Дано:
$T = 2$с
$S = 20$м

Найти:
1) v_0
2) H_{max}

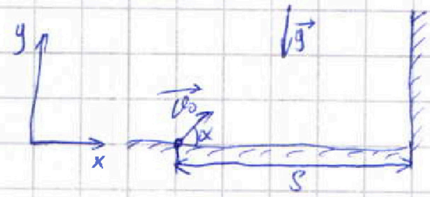
Решение

1) Т.к. скорость v_0 имеет проекцию только на ось y, то из формул кинематики (формулы времени подъёма на максимальную высоту):

$$T = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0}{g} \Rightarrow v_0 = Tg = 2\cdot 10 = 20 \text{ м/с}.$$



2) Пусть α - угол, под которым запустили мяч. Также введём оси Ox и Oy.



Тогда из формул кинематики:
$v_{0x} = v_0\cos\alpha$ $\quad v_{0y} = v_0\sin\alpha$

$$S = v_{0x}T \Rightarrow T = \frac{S}{v_{0x}} = \frac{S}{v_0\cos\alpha}.$$

$$H = v_{0y}T - \frac{gT^2}{2} = \frac{v_0\sin\alpha\cdot S}{v_0\cos\alpha} - \frac{gS^2}{2v_0^2\cos^2\alpha} =$$

$$= S\,tg\alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2}tg^2\alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2}$$ (т.к. $tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$). Тогда имеем функцию $H(tg\alpha)$ - парабола, с ветвями ~~вверх~~ вниз). Тогда H_{max} будет достигатся в её вершине при значении $tg\alpha$ равном:

$$tg\alpha = -\frac{b}{2a} = \frac{S v_0^2}{gS^2} = \frac{v_0^2}{gS}$$

Тогда $$H_{max} = \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gS^2}{2v_0^2} = T^2g - \frac{T^2g}{2} - \frac{S^2}{2T^2g} = 4\cdot 10 - \frac{4\cdot 10}{2} - \frac{20^2}{2\cdot 4\cdot 10} = 40 - 20 - 5 = 15 \text{ м}.$$

Ответ: 1) $v_0 = 20$ м/с
2) $H_{max} = 15$ м.

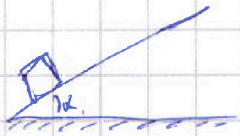
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2) Рассмотрим систему отсчёта, связанную с лентой. Тогда будет тот же случай, что и в первом опыте.



Тогда по Т. о кинет. энергии найдём путь, который пройдет тело до момента, когда его скорость не станет u:

$$\frac{m}{2}(v_0^2 - u^2) = mgH + F_{тр}S \Rightarrow \text{(из прошлого пункта)}$$

$$\Rightarrow S = \frac{v_0^2 - u^2}{2g(\sin\alpha + \cos\alpha \cdot \mu)} = \frac{16-4}{2\cdot 10\cdot 1} = 0{,}6 \text{ м.}$$

Найдём время, за которое тело этот путь (по формуле (1)):

$$T_1 = \frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 - 2aS}}{a} = \frac{4 - \sqrt{16 - 2\cdot 10\cdot 0{,}6}}{10} = 0{,}2 \text{ с.}$$

~~Теперь перейдём в~~ Также знаем из I пункта, что до того, как скорость станет 0, ~~полной остановки~~ тело ~~пройдет~~ будет двигаться.

Время $T' = 0{,}4$с.

Теперь перейдём в систему отсчёта, связанную с землёй. Тогда скорость тела будет равна $v_{отн} = v_0 + u = 6$ м/с.

Тогда найдём искомые L и H для 2 и 3-х пунктов, зная, что $T_1 = 0{,}2$с, $T' = 0{,}4$с.

$$L = v_{отн} \cdot T_1 = 6 \cdot 0{,}2 = 1{,}2 \text{ м}$$

$$H = S\sin\alpha = v_{отн} T' \sin\alpha = 6 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}8 = 1{,}92 \text{ м.}$$

Ответ: 1) $T = 0{,}6$ с
2) $L = 1{,}2$ м
3) $H = 1{,}92$ м.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Дано:

$\sin\alpha = 0,8$

1) $v_0 = 4$ м/с

$\mu = \frac{1}{3}$

$S = 1$ м

2) $v = 2$ м/с

$v_0 = 4$ м/с

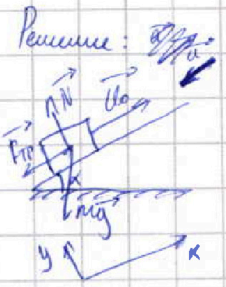
Найти:

1) T

2) L

3) H

Решение:



Т.к. $\sin\alpha = 0,8 \Rightarrow \cos\alpha = 0,6$.

Расставим силы и введём оси:

Тогда по II-му з. Ньютона:

$$\vec{N} + \vec{F_{тр}} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

N – сила реакции опоры

$F_{тр}$ – сила трения

Oy: $N - mg\cos\alpha = 0$

$N = mg\cos\alpha$.

Ox: $-F_{тр} - mg\sin\alpha = -ma$

$ma = F_{тр} + mg\sin\alpha = N\mu + mg\sin\alpha = mg(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)$

Т.о. $a = g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha) = 10(\frac{1}{3}0,6 + 0,8) = 10$ м/с^2.

Найдём путь, который пройдёт груз до момента, когда начнёт двигаться вниз (а он будет, т.к. $F_{тр} < mg\sin\alpha$). Для этого воспользуемся
$\mu\cos\alpha < \sin\alpha$
$0,2 < 0,8$

Т. о кинетической энергии E_k, зная, что $H = S\sin\alpha$, $A_N = 0$ (т.к. перпендик. движению).

$$-\frac{mv_0^2}{2} = -mgH - A_{тр}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH + \mu mg\cos\alpha S = mgS(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$$

$$S' = \frac{v_0^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = \frac{16}{2\cdot 10(0,8 + \frac{1}{3}0,6)} = 0,8 \text{ м}.$$

Т.о. он пройдет 0,8 м до и 0,2 м после высшей точки. Тогда из формул кинематики найдем $T = T' + T''$

$$S' = v_0 T' - \frac{aT'^2}{2}$$

Из этого кв. уравнения:

(1) $$T' = \frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 - 2aS'}}{a} = \frac{4 - \sqrt{16 - 2\cdot 0,8\cdot 10}}{10} = 0,4 \text{ с}.$$

$$S'' = \frac{aT''^2}{2}$$

$$T'' = \sqrt{\frac{2S''}{a}} = \sqrt{\frac{2\cdot 0,2}{10}} = 0,2 \text{ с}.$$

Т.о. $T = 0,6$ с.

Тогда по т. об изменении импульса получаем (после введения проекций на ось Ox сразу просуммируем все приращения):

$$\Delta\vec{p}_2 = (\vec{F}_{тр} + \vec{N} + m\vec{g})\tau$$

$$Ox: \overset{0}{p_2} - \overset{mu_0}{p_1} = -F_{тр}T$$

$$\cancel{m}u_0 = \mu \cancel{m}gT$$

$$T = \frac{u_0}{\mu g} = \frac{u_0 \sin\alpha}{(1-\cos\alpha)g}$$

Ответ: 1) $\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$ 2) $T = \frac{u_0\sin\alpha}{(1-\cos\alpha)g}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

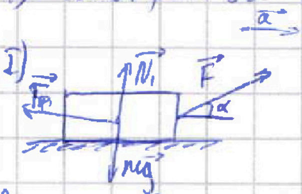
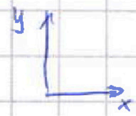
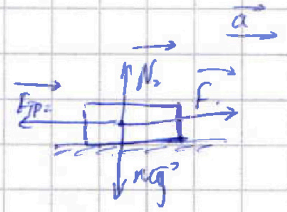
1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Дано:
u_0
$T_1 = T_2 = T'$
α
$F_1 = F_2 = F$
Найти:
1) μ
2) T

Решение:
1) Рассмотрим оба случая:

I)




~~Запишем~~ Запишем II з. Ньютона:

$\vec{F_{Tp_1}} + \vec{N_1} + \vec{F} + m\vec{g} = m\vec{a_1}$ $\qquad$ $\vec{F_{Tp_2}} + \vec{N_2} + \vec{F} + m\vec{g} = m\vec{a_2}$

$Oy:\ N_1 - mg + F\sin\alpha = 0$ $\qquad$ $Oy:\ N_2 - mg = 0$

$N_2 = mg$

$N_1 = mg - F\sin\alpha$

Т.о. $F_{Tp} = \mu N \Rightarrow F_{Tp_1} = \mu N_1 = \mu mg - \mu F\sin\alpha$ $\qquad$ Т.о. $F_{Tp} = \mu N \Rightarrow F_{Tp_2} = \mu N_2 = \mu mg$

Запишем т. об изменении импульсов:

$\vec{\Delta p} = (\vec{F_{Tp_1}} + \vec{F} + m\vec{g} + \vec{N_2})\tau$ $\qquad$ $\vec{\Delta p} = (\vec{F_{Tp_2}} + m\vec{g} + \vec{N_2} + \vec{F})\tau$

$Ox:\ \Delta p = (-F_{Tp_1} + F\cos\alpha)\tau$ $\qquad$ $Ox:\ \Delta p = (-F_{Tp_2} + F)\tau$

Просуммируем все приращения (тогда, где τ - время разгона):

$\overset{mu_0}{p_2} - \overset{0}{p_1} = (F\cos\alpha - F_{Tp_1})T'$ $\qquad$ $\overset{mu_0}{p_2} - \overset{0}{p_1} = (F - F_{Tp_2})T'$

$mu_0 = (F\cos\alpha - F_{Tp_1})T'$ $\qquad$ $mu_0 = (F - F_{Tp_2})T'$ (1)

Т.о. $F\cos\alpha - F_{Tp_1} = F - F_{Tp_2}$

$F\cos\alpha \cancel{- \mu mg} + \mu F\sin\alpha = F \cancel{- \mu mg}$

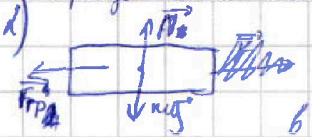
$F\cos\alpha + \mu F\sin\alpha - F = 0 \quad | : F$

$\cos\alpha + \mu\sin\alpha - 1 = 0$

$\mu = \dfrac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha}$

~~Тогда из формулы (1) найдём T — время движения~~

Запишем санки после того, как их отпустили:

2)


Тогда видим, что сила трения в этом случае равна силе трения в случае II первого пункта, т.е. $F_{Tp} = F_{Tp_2} = mg\mu$.

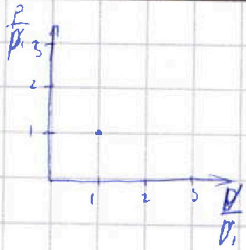
Аналогично действуем с точками 1 и 2: (где $x = \frac{V_2}{V_1}$, $y = \frac{p_2}{p_1}$)

$A_{T2} = \frac{3}{2} p_1 V_1 (\ln (x))$ $\quad$ $A_{12} = \frac{1}{2}(p_2 + p_1)(V_2 - V_1) \quad | : p_1 V_1$

$\frac{3}{2} = \frac{1}{2}(y+1)(x-1)$

$y = \frac{3}{x-1} - 1. \quad (6)$

Тогда найдём пересечение графика (5) и (6):



3) Из ур-ия ид. газа следует, что

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{p_2V_2}{p_1V_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

Тогда $\frac{p_2V_2}{p_1V_1} = 4$, $\frac{p_3V_3}{p_1V_1} = 2\sqrt2$. Т.о. получаем, что точки 2 и 3 принадлежат параболам $\frac{p_2}{p_1} = \frac{4}{\frac{V_2}{V_1}}$ (4) и $\frac{p_3}{p_1} = \frac{2\sqrt2}{\frac{V_3}{V_1}}$ (3) соответственно. Причём точка 2 находится ~~левее~~ правее точки 1 (т.к. тело нагревается), 3 левее точки 2 и правее точки 1. Это говорит о том, что площадь под графиком во всех случаях будет находится по формуле $S = A = \frac12(p_1+p_2)(V_2-V_1)$ (1)

Из первого закона термодинамики найдем работу A_{31}:

$$A_{31} = Q_{31} + \Delta U_{31} = -2,5\nu RT_1(2\sqrt2-1) - \frac32\nu RT_1(2\sqrt2-1) = -4\nu RT_1(2\sqrt2-1) = -4p_1V_1(2\sqrt2-1)$$

~~Зная, что $A_{31} = \frac12(p_1+p_3)$~~ Т.о. используя формулу (1), получаем:

$\frac12(p_3+p_1)(V_1-V_3) = -4p_1V_1(2\sqrt2-1)$ | : p_1V_1 и заменим $\frac{V_3}{V_1} = x$, $\frac{p_3}{p_1} = y$

$$\frac12(y+1)(x-1) = 8\sqrt2-4$$

$$y = \frac{16\sqrt2-8}{x-1} - 1 \quad (2)$$

Найдём точку пересечения ~~графиков~~ функций (2) и (3):

$\frac{2\sqrt2}{x} = \frac{16\sqrt2-8}{x-1} - 1$; ~~$4x - 4 = 16\sqrt2 x - 8x - x^2 + x$~~

$2\sqrt2 x - 2\sqrt2 = 16\sqrt2 x - 8x - x^2 + x$

$x^2 - x(7-14\sqrt2) - 2\sqrt2 = 0$

$a = 1$
$b = -(7-14\sqrt2) \approx 12,6$
$c = -2\sqrt2 \approx -2,8$

$D = 12,6^2 + 4 \cdot 2,8$

~~$x^2 - x(11-16\sqrt2) - 4 = 0$~~
~~$a = 1$, $b = -(11-16\sqrt2) \approx 11,4$, $c = -4$~~
~~$D = 121 - 352\sqrt2 + 512 + 16 = 130 + 16 = 146$~~
~~$\sqrt D = \sqrt{121 - 352\sqrt2 + 528} \approx 12$~~

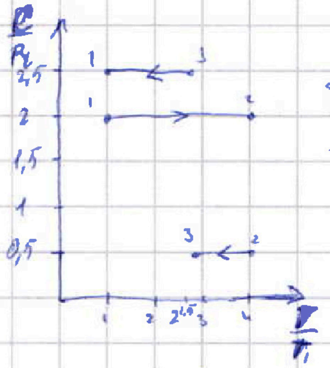
$x_1 = \frac{-11,4+12}{2} = 0,3$

$x_2 = \frac{-11,4-12}{2} = \frac{-23,4}{2} = -11,7$ не удв. условию

Т.о. точка 3 имеет координату $\frac{V_3}{V_1} = 0,3 \Rightarrow \frac{p_3}{p_1} = \frac{4}{0,3} \approx 13,33$

Дано:
$T_1 = 400K$
$\nu = 1$ моль
Найти:
1) A_{12}
2) η
3) график.

Решение:



Т.к. происходят процессы 1-2, 2-3, 31, то расставим направления на графиках.
Тогда из него видно, что в процессах 3-1 и 2-3 – газ охлаждается, а в процессе 12 – нагревается.
Также видно, что $T_1 = T_1$, $T_2 = 4T_1$, $T_3 = 2^{1,5}T_1$.

~~Т.к. $A = Q_{нагр} - Q_{охл}$, то найдем~~

Зная, что $C = \frac{Q}{\nu\Delta T}$, из графика получаем $\left(\frac{C}{R} = \frac{Q}{\nu\Delta T R}\right)$:

$$\frac{C_{31}}{R} = \frac{Q_{31}}{\nu R(T_1 - T_3)} = 2,5 \Rightarrow Q_{31} = 2,5\,\nu RT_1(2^{1,5}-1)$$

$$\frac{C_{12}}{R} = \frac{Q_{12}}{\nu R(T_2 - T_1)} = 2 \Rightarrow Q_{12} = 2\nu RT_1(4-1)$$

$$\frac{C_{23}}{R} = \frac{Q_{23}}{\nu R(T_3 - T_2)} = 0,5 \Rightarrow Q_{23} = -0,5\,\nu RT_1(4-2^{1,5})$$

Т.о. т.к. $A_{1231} = Q_{нагр} - Q_{охл}$, то:

$$A_{1231} = Q_{12} - |Q_{31}| - |Q_{23}| = 2\nu RT_1(4-1) - 2,5\,\nu RT_1(2^{1,5}-1) - 0,5\,\nu RT_1(4-2^{1,5}) =$$

$$= \nu RT_1(\overset{6}{8-2} - \overset{2,5}{2,5\cdot 2\sqrt{2} + 2,5} - \overset{0,5}{2 + 0,5\cdot 2\sqrt{2}}) = \nu RT_1(6,5 - 4\sqrt{2})$$

Т.о. найдем КПД цикла:

$$\eta = \frac{A_{1231}}{Q_{нар}} = \frac{\nu RT_1(6,5-4\sqrt{2})}{\nu RT_1 \cdot 6} = \frac{6,5-4\sqrt{2}}{6}$$

Из I-го з. Термодинамики:

(*)

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} \Rightarrow A_{12} = Q_{12} - \Delta U_{12} = 2\nu RT_1(4-1) - \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{1}{2}\nu RT_1(4-1) = \ldots$$

$$= \frac{3}{2}\cdot 1\cdot 8,31\cdot 400 = 4986 \text{ Дж}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более **одной задачи или не отмечено ни** одной задачи,
страница считается черновиком **и не проверяется. Порча QR**-кода недопустима!

МФТИ

3)

Из т. Пифагора $d = \sqrt{2}b$.

Ответ: $\sqrt{2}b = d$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

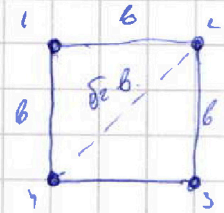
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

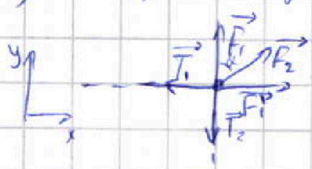
МФТИ

Дано:
b, m, q
Найти:
1) T
2) v
3) α

Решение:



1) Рассмотрим силы действующие на заряд 2:



F_1 и F_1' — силы действия зарядов 3 и 1, F_2 — сила действия заряда 4.

Из з. Кулона (т.к. 1234 - квадрат, то $d_{42} = \sqrt{2}b$

$F_1' = F_1 = k\frac{q^2}{b^2}$ $\quad F_2 = \frac{kq^2}{2b^2}$

Т.о. из ур. равновесия ($\vec{T_1} + \vec{T_2} + \vec{F_1} + \vec{F_1'} + \vec{F_2} = 0$, $\alpha = 45°$):

$Oy: T_2 = F_1 + F_2\cos\alpha = \frac{kq^2}{b^2} + \frac{kq^2}{2b}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{kq^2}{b^2}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$

$Ox: T_1 = F_1 + F_2\sin\alpha = \frac{kq^2}{b^2}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$

Т.о. все силы натяжения равны и равны $T = k\frac{q^2}{b^2}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$.

2) Найдём потенциальную энергию системы: ($W_1 = W_2 = W_3 = W_4 = 2k\frac{q^2}{b} + k\frac{q^2}{\sqrt{2}b}$)

$W_{\text{сис}} = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 = 4\left(2k\frac{q^2}{b} + k\frac{q^2}{\sqrt{2}b}\right) = k\frac{q^2}{b}\left(8 + 2\sqrt{2}\right) \approx 10{,}8\,k\frac{q^2}{b}$

Найдём потенциальную энергию системы, когда заряды будут на одной прямой:

$W_{\text{сис}}' = W_1' + W_2' + W_3' + W_4' = \left(k\frac{q^2}{b} + k\frac{q^2}{2b} + k\frac{q^2}{3b}\right)\cdot 2 + 2\left(2k\frac{q^2}{b} + k\frac{q^2}{2b}\right) = k\frac{q^2}{b}\left(2 + 1 + \frac{2}{3} + 4 + 1\right) \approx 8{,}7\,k\frac{q^2}{b}$

Тогда из з. с. э.:

$\frac{4mv^2}{2} + W_{\text{сис}}' = W_{\text{сис}}$

$2mv^2 \approx 2{,}1\,k\frac{q^2}{b}$

$v = \sqrt{1{,}05\frac{kq^2}{mb}}$

Ответ: 1) $T = \frac{kq^2}{b^2}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$ 2) $v = \sqrt{1{,}05\frac{kq^2}{mb}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

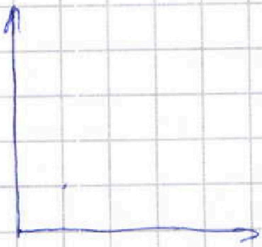
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{C}{R} = \frac{Q}{(p_2 V_2 - p_1 V_1)}$$

$$Q = \frac{3}{2}(p_2 \cdot V_2 - p_1 V_1) + A$$



$$A_{31} = -2{,}5\nu R T_1 (2\sqrt{2} - 1) - \frac{3}{2}\nu R T_1 (2\sqrt{2} - 1)$$

$$-4\nu R T_1 (2\sqrt{2} - 1) = -4 p_1 V_1 (2\sqrt{2} - 1)$$

$$A = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_1 - V_2)$$

$$p_1 V_1 (2\sqrt{2}) = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_1 - V_2)$$

$$2\sqrt{2} - 1 = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{p_2}{p_1}\right)\left(1 - \frac{V_2}{V_1}\right)$$

$W_1 = k \frac{q^2}{b}$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2(2\sqrt{2} - 2)}{1 - \frac{V_2}{V_1}} - 1$$

$$\frac{4\sqrt{2} - 2}{1 - \frac{V_2}{V_1}} - 1 = \frac{4}{\frac{V_2}{V_1}}$$

$$4\sqrt{2}\frac{V_2}{V_1} - \frac{V_2}{V_1} - \frac{V_2}{V_1} + \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 = 4 - 4\frac{V_2}{V_1}$$

$$\frac{V_2}{V_1}(4\sqrt{2} + 3) + \frac{V_2}{V_1}^2 - 4 = 0$$

$a = 1$ | $D = 32 + 24\sqrt{2} + 9 + 16$
$b = 4\sqrt{2} + 3$ | $\sqrt{48 + 24\sqrt{2}}$
$c = -4$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\frac{C}{R} = \frac{Q}{\nu \Delta T R}$

12,6 × 12,6

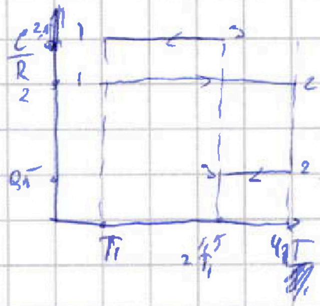
140 | 3

$13\frac{1}{3}$

$2{,}5 = \frac{Q_{31}}{\nu R T_1 (1 - 2^{1,5})}$

$2 = \frac{Q_{12}}{\nu R T_1 (4-1)}$

$0{,}5 = \frac{Q_{23}}{\nu R T_1 (2^{1,5} - 4)}$



$-5\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

$A_{12} = Q_{12} - Q_{31} - Q_{23} = \frac{1}{\nu R T_1} \left(2(4-1) - 2{,}5(2^{1,5}-1) - 0{,}5(4 - 2^{1,5}) \right)$

$6{,}5 - 4\sqrt{2}$

11

16,1 × 1,4 = 64 + 16 = 22,4

11,4 × 11,4 = 456 + 114 + 114 = 129,96

1,4

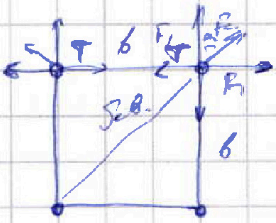
161 × 1,4

196 × 1

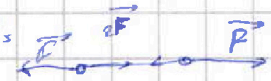
12,6

16 × 16 = 96 + 160 = 1696

$\frac{C}{R} = \frac{Q}{\nu R (T_2 - T_1)} = Q = \frac{C}{R} \nu R (T_2 - T_1)$



$Q_{12} = \Delta U + A_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + A_{12}$



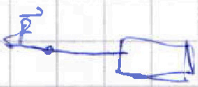
96 + 160 = 256

$\frac{3}{2} \cdot 8{,}31 \cdot 400$ 200

831 × 6 = 4986

$\frac{C}{R} = \frac{Q}{p_2 V_2 - p_1 V_1}$

$2 \cdot 1{,}4 = 2{,}8$



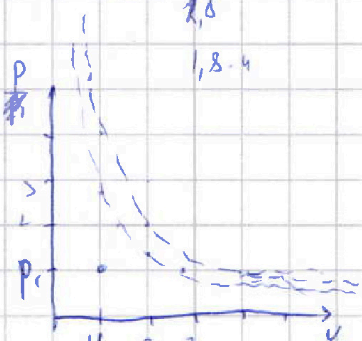
$Q_{12} =$

2,8

1,8 · 4

$\frac{1}{2}$ 14,33 · 9,7

7,16 × 7 = 50,12



$p_1 V_1 = \nu R T_1$

$p_2 V_2 = \nu R T_2$

$p_3 V_3 = \nu R T_3$

$\frac{p_1 V_1}{p_2 V_2} = \frac{T_1}{4 T_1} = \frac{1}{4}$

$p_2 V_2 = 4 p_1 V_1$

$\frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = 4 \quad \frac{p_2}{p_1} = \frac{4}{\frac{V_2}{V_1}}$

$Q = \frac{C}{R} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \Delta U + A$

$F_1 = \frac{k q^2}{b^2} \quad F_2 = \frac{k q^2}{2 b^2}$

$T = F_1 + F_2 \cos\alpha = \frac{k q^2}{b^2} \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$\frac{p_3 V_3}{p_1 V_1} = \frac{2\sqrt{2}}{\frac{V_3}{V_1}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$a = 10\,м/с^2$

$Q = \nu C_m T$

$\frac{C}{R} = \frac{Q}{\nu \Delta T R}$

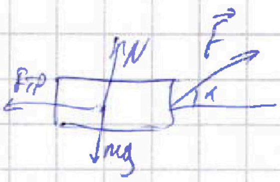
$\frac{m v_0^2}{2} = m$

$\frac{m}{2}(-u^2 + v_0^2) = mgS$

$\cancel{v_0^2 = u^2} \quad S = \frac{v_0^2 - u^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = \frac{16-4}{2 \cdot 10} = 0{,}6\,м.$

$T' = \frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 - 2aS}}{a} = \frac{4 - \sqrt{16 - 2 \cdot 0{,}6 \cdot 10}}{10} = 0{,}2\,с$

Дано:
v_0
α



$N = mg - F\sin\alpha$

$F_{тр} = \mu(mg - F\sin\alpha)$

$m v_0 = (F\cos\alpha + F_{тр})T$

$N = mg$

$F_{тр} = \mu mg$

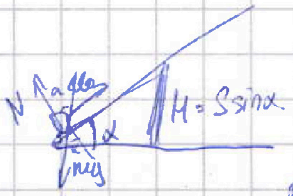
$m v_0 = (F + F_{тр})$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$N = mg\cos\alpha$

$u_0 = 4$ м/с

$\mu = \frac{1}{3}$

$S = 1$ м

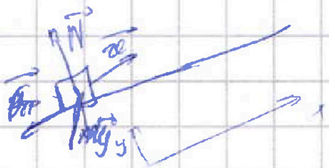
$\sin\alpha = 0{,}8$

$F_{тр} = N\mu = mg\mu\cos\alpha$

$mg\sin\alpha > \mu mg\cos\alpha$

$0{,}8 \qquad \frac{1}{3}0{,}6 = 0{,}2$

a_y



$0{,}8 + 0{,}2 = 1$

$\frac{mu_0^2}{2} = -mgH + A_{тр} =$

$= -mgH - F_{тр}S =$

$= -mg\,S\sin\alpha - \mu g\cos\alpha\,S$

$\frac{mu_0^2}{2} = -mg(S\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$

$3{,}2 \quad 1{,}6 \quad 2$

$S = \frac{u_0^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} =$

$= \frac{16}{20 \cdot (\ldots)} =$

$= \frac{16}{2 \cdot 4} = 2$

$\frac{mu^2}{2} = mgH + \frac{mu_1^2}{2} + A_{тр}$

$ma = N + F_{тр} + mg$

$Oy:\ N - mg\cos\alpha =$

$ox:\ ma_y = -F_{тр} - mg\sin\alpha =$

$= -mg\mu\cos\alpha - mg\sin\alpha =$

$S = \frac{16}{2 \cdot 10 \cdot 2} = 0{,}4$

$a_y = -g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha) =$

$= 10(\frac{1}{3} \cdot 0{,}6 + 0{,}8)$

$S = u_0 T - \frac{a_y T^2}{2}$

$S =$

$a = -a_y \quad D = u_0^2 - 4a_yS$

$b = u_0 \quad \sqrt{D} = \sqrt{u_0^2 - 4a_yS} =$

$c = -2S$

~~$T = u_0 - \sqrt{u_0^2 - 2g}$~~

$\frac{1}{3} \cdot 6 + 8 = 10$

$1 = 4T - 5T^2$

$T = \frac{u_0 - \sqrt{u_0^2 - 4a_yS}}{a_y} =$

$= \frac{4 - \sqrt{16 - 4 \cdot 10 \cdot 0{,}4}}{9} = 0{,}4$

$5T^2 - 4T + 1 = 0$

$a = 5 \quad D = 4 - 5 = -1$

$b = -2$

$c = 1$

$aT^2 - 2u_0T + 2S$

$a = a \quad D = u_0^2 - 2aS$

$b = -u_0$

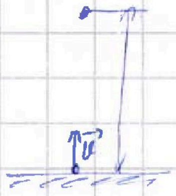
$c = 2S$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

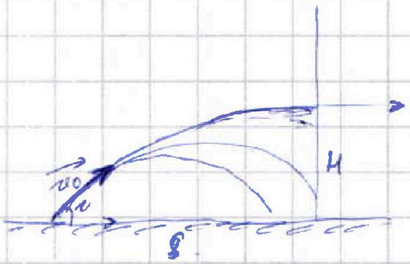
Черновик.

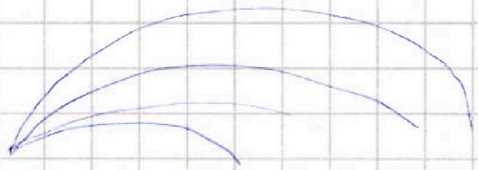


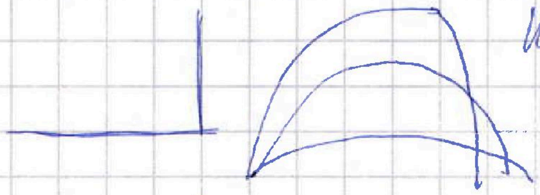
$T = 2c.$

$T = \frac{v}{g} \Rightarrow v = Tg = 20 м/с.$

$v_x = v_y = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}.$







$H_{max} = S \cdot \frac{v_0^2}{gS} - \frac{gS^2}{2v_0^2} \cdot \frac{v_0^4}{g^2S^2}$

$- \frac{gS^2}{2v_0^2} =$

$T = \frac{S}{v_{0x}}$

$H = \frac{v_{0y}^2}{2g}$

$T = \frac{S}{v_0 \cos^2\alpha}.$

$H = v_{0y}T - \frac{gT^2}{2} = v_{0y}\frac{S}{v_{0x}} - \frac{gS^2}{2v_{0x}^2}.$

$\frac{v_0^2}{g} = \frac{v_0^2\cos^2\alpha}{2} + 2gH$

$v_0 \sin\alpha \cdot \frac{S}{v_0 \cos\alpha}$

$H = \frac{v_0^2 - v_0^2\cos^2\alpha}{2g} = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}$

$S = v_x t.$

$v_0^2 = v_0^2\cos^2\alpha + 2gH$

$H = v_{0y}\sin\alpha\, T - \frac{gT^2}{2} =$

$v_0^2 = \frac{S^2}{t^2} + 2gH \qquad \frac{20^2}{10 \cdot 20} = 2.$

$\frac{\sin\alpha}{\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha)}$

$= S\,\mathrm{tg}\alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2\cos^2\alpha}.$

$H = \frac{v_0^2 - \frac{S^2}{t^2}}{2g}$

$H = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} S - \frac{gS^2}{2v_0^2} \cdot \frac{1}{\cos^2\alpha} =$

$\frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} + 1$

$= \mathrm{tg}\alpha\, S - \frac{gS^2}{2v_0^2} \cdot \mathrm{tg}^2\alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2} =$

$\boxed{H = -\frac{gS^2}{2v_0^2} \cdot \mathrm{tg}^2\alpha + S\,\mathrm{tg}\alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2}}$

$\mathrm{tg}\alpha_b = -\frac{b}{2a} = \frac{S v_0^2}{g S^2} = \frac{v_0^2}{gS} = 2.$

$H = 2 \cdot 20 - 5 \cdot 2 - 5 = 25 м. \quad = 40 - 10 -$