Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

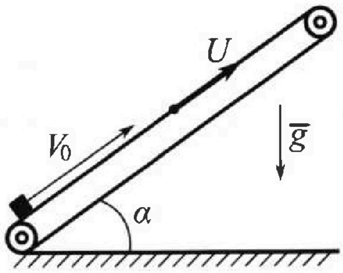
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за $T = 2$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.
2) Теннисист посылает мяч с начальной скоростью V_0 под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии $S = 20$ м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?

Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивлени е воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin\alpha = 0{,}8$ (см. рис.).



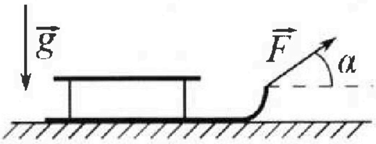
В первом опыте небольшую коробку ставят на *покоящуюся* ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 4$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = \frac{1}{3}$. Движение коробки прямолинейное.

1) За какое время T после старта коробка пройдет *в первом опыте* путь $S = 1$ м?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, *движущуюся* со скоростью $U = 2$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 4$ м/с.

2) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 2$ м/с?
3) На какой высоте H, отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости V_0 за одинаковое время.



В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости V_0 действие внешней силы прекращается.

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.
2) Через какое время T после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения g.

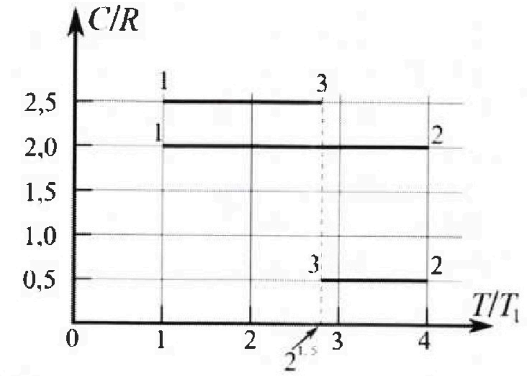
Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

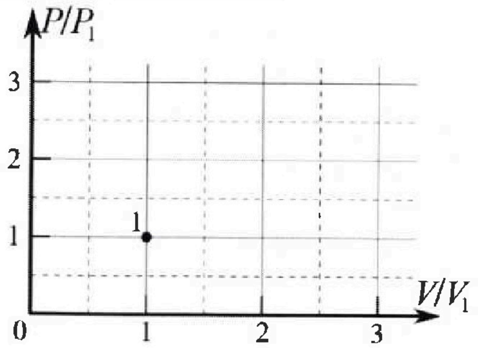
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной R) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 $T_1 = 400$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).



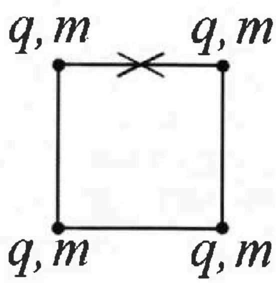
1) Найдите работу A_{12} газа в процессе 1-2.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной b (см. рис.). Масса каждого шарика m, заряд q.



1) Найдите силу T натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

2) Найдите скорость V любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

Коэффициент пр опорциональности в законе Кулона k. Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

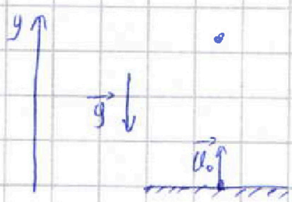
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:
$T = 2$ с
$S = 20$ м
Найти:
1) v_0
2) H_{max}

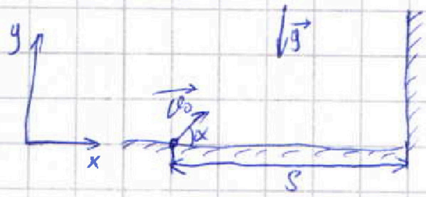
Решение

1) Т.к. скорость v_0 имеет проекцию только на ось y, то из формулы кинематики (формулы времени подъёма на максимальную высоту):

$$T = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0}{g} \Rightarrow v_0 = Tg = 2\cdot 10 = 20 \text{ м/с}.$$



2) Пусть α – угол, под которым запустили мяч. Также введём оси Ox и Oy.



Тогда из формул кинематики:
$v_{0x} = v_0\cos\alpha$ $\quad v_{0y} = v_0\sin\alpha$

$$S = v_{0x}T \Rightarrow T = \frac{S}{v_{0x}} = \frac{S}{v_0\cos\alpha}.$$

$$H = v_{0y}T - \frac{gT^2}{2} = \frac{v_0\sin\alpha\cdot S}{v_0\cos\alpha} - \frac{gS^2}{2v_0^2\cos^2\alpha} =$$

$= S\,tg\alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2}tg^2\alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2}$ (т.к. $tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$). Тогда имеем функцию $H(tg\alpha)$ - парабола, с ветвями ~~вверх~~ вниз}. Тогда H_{max} будет достигаться в её вершине при значении $tg\alpha$ равном:

$$tg\alpha = -\frac{b}{2a} = \frac{S v_0^2}{gS^2} = \frac{v_0^2}{gS}$$

Тогда $H_{max} = \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gS^2}{2v_0^2} = T^2g - \frac{T^2g}{2} - \frac{S^2}{2T^2g} = 4\cdot 10 - \frac{4\cdot 10}{2} - \frac{20^2}{2\cdot 4\cdot 10} = 40 - 20 - 5 = 15$ м.

Ответ: 1) $v_0 = 20$ м/с
2) $H_{max} = 15$ м.

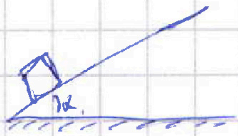
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

2) Рассмотрим систему отсчёта, связанную с лентой. Тогда будет тот же случай, что и в первом опыте.



Тогда по т. о кинет. энергии найдём путь, который пройдет тело до момента, когда его скорость не станет u:

$$\frac{m}{2}(v_0^2 - u^2) = mgH + F_{тр}S \Rightarrow \text{(из прошлого пункта)}$$

$$\Rightarrow S = \frac{v_0^2 - u^2}{2g(\sin\alpha + \cos\alpha \cdot \mu)} = \frac{16 - 4}{2 \cdot 10 \cdot 1} = 0{,}6\,м.$$

Найдём время, за которое тело этот путь (по формуле (1)):

$$T_1 = \frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 - 2aS}}{a} = \frac{4 - \sqrt{16 - 2 \cdot 10 \cdot 0{,}6}}{10} = 0{,}2\,с.$$

~~Теперь перейдём в~~ Также ~~знаем~~ знаем из I пункта, что до того, как скорость станет 0, ~~полной остановки~~ тело будет ~~тело пройдет~~ двигаться.

Время $T' = 0{,}4\,с.$

Теперь перейдём в систему отсчёта, связанную с землёй. Тогда скорость тела будет равна $v_{отн} = v_0 + u = 6\,м/с.$

Тогда найдём искомые L и H для 2 и 3-х пунктов, зная, что $T_1 = 0{,}2\,с$, $T' = 0{,}4\,с.$

$$L = v_{отн} \cdot T_1 = 6 \cdot 0{,}2 = 1{,}2\,м$$

$$H = S\sin\alpha = v_{отн} T' \cdot \sin\alpha = 6 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}8 = 1{,}92\,м.$$

Ответ: 1) $T = 0{,}6\,с$
2) $L = 1{,}2\,м$
3) $H = 1{,}92\,м.$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Дано:

$\sin\alpha = 0{,}8$

1) $\upsilon_0 = 4$ м/с

$\mu = \frac{1}{3}$

$S = 1$ м

2) $u = 2$ м/с

$\upsilon_0 = 4$ м/с

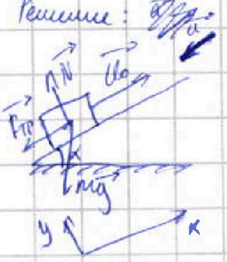
Найти:

1) T

2) L

3) H

Решение:



N – сила реакции опоры

$F_{тр}$ – сила трения

Т.к. $\sin\alpha = 0{,}8 \Rightarrow \cos\alpha = 0{,}6$.

Расставим силы и введём оси:

Тогда по II-му з. Ньютона:

$\vec{N} + \vec{F_{тр}} + m\vec{g} = m\vec{a}$

Oy: $N - mg\cos\alpha = 0$

$N = mg\cos\alpha$.

Ox: $-F_{тр} - mg\sin\alpha = -ma$

$ma = F_{тр} + mg\sin\alpha =$

$= N\mu + mg\sin\alpha = mg(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)$

Т.о. $a = g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha) =$

$= 10(\frac{1}{3}0{,}6 + 0{,}8) = 10$ м/с^2.

Найдём путь, который пройдёт груз до момента, когда начнёт двигаться вниз (а он будет, т.к. $F_{тр} < mg\sin\alpha$). Для этого воспользуемся

$\mu\cos\alpha < \sin\alpha$

$0{,}2 < 0{,}8$

Т. о кинетической энергии, зная, что $H = S\sin\alpha$, $A_N = 0$ (т.к. перпендик. движению).

$-\frac{m\upsilon_0^2}{2} = -mgH - A_{тр}$

$\frac{m\upsilon_0^2}{2} = mgH + \mu mg\cos\alpha S = mgS(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$

$S' = \frac{\upsilon_0^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = \frac{\cancel{16}^{8}}{\cancel{2}\cdot 10(0{,}8 + \frac{1}{3}0{,}6)} = 0{,}8$ м.

Т.о. он пройдёт 0,8 м до и 0,2 м после высшей точки. Тогда из формулы кинематики найдем $T = T' + T''$

$S' = \upsilon_0 T' - \frac{aT'^2}{2}$

Из этого кв. уравнения:

(1) $T' = \frac{\upsilon_0 - \sqrt{\upsilon_0^2 - 2aS'}}{a} = \frac{4 - \sqrt{16 - 2\cdot 0{,}8\cdot 10}}{10} = 0{,}4$ с.

$S'' = \frac{aT''^2}{2}$

$T'' = \sqrt{\frac{2S''}{a}} = \sqrt{\frac{2\cdot 0{,}2}{10}} = 0{,}2$ с.

Т.о. $T = 0{,}6$ с.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Тогда по т. об изменении импульса получаем (после введения проекций на ось Ox сразу просуммируем все приращения):

$$\overrightarrow{\Delta p_2} = (\vec{F}_{тр} + \vec{N} + m\vec{g})T$$

$$Ox: \underbrace{p_2}_{0} - \underbrace{p_1}_{mu_0} = -F_{тр}T$$

$$\cancel{m}u_0 = \mu \cancel{m} g T$$

$$T = \frac{u_0}{\mu g} = \frac{u_0 \sin\alpha}{(1-\cos\alpha)g}$$

Ответ: 1) $\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$. 2) $T = \frac{u_0 \sin\alpha}{(1-\cos\alpha)g}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

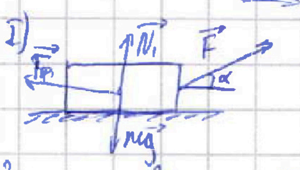
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

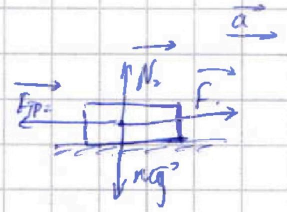
МФТИ

Дано:
v_0
$T_1 = T_2 = T'$
α
$F_1 = F_2 = F$
Найти:
1) μ
2) T

Решение:
1) Рассмотрим оба случая:

I)





~~Запишем~~ Запишем II з. Ньютона:

$\vec{F_{тр_1}} + \vec{N_1} + \vec{F} + m\vec{g} = m\vec{a_1}$ $\qquad$ $\vec{F_{тр_2}} + \vec{N_2} + \vec{F} + m\vec{g} = m\vec{a_2}$

$Oy: N_1 - mg + F\sin\alpha = 0$ $\qquad$ $Oy: N_2 - mg = 0$

$N_2 = mg$

$N_1 = mg - F\sin\alpha$

т.о. $F_{тр} = \mu N \Rightarrow F_{тр_1} = \mu N_1 = \mu mg - \mu F\sin\alpha$ $\qquad$ т.о. $F_{тр} = \mu N \Rightarrow F_{тр_2} = \mu N_2 = \mu mg$

Запишем т. об изменении импульсов:

$\vec{\Delta p} = (\vec{F_{тр_1}} + \vec{F} + m\vec{g} + \vec{N_2})\tau$ $\qquad$ $\vec{\Delta p} = (\vec{F_{тр_2}} + m\vec{g} + \vec{N_2} + \vec{F})\tau$

$Ox: \Delta p = (-F_{тр_1} + F\cos\alpha)\tau$ $\qquad$ $Ox: \Delta p = (-F_{тр_2} + F)\tau$

Просуммируем все приращения, тогда, где τ - время разгона):

$\overset{mv_0}{p_2} - \overset{0}{p_1} = (F\cos\alpha - F_{тр_1})T'$ $\qquad$ $\overset{mv_0}{p_2} - \overset{0}{p_1} = (F - F_{тр_2})T'$

$mv_0 = (F\cos\alpha - F_{тр_1})T'$ $\qquad$ $mv_0 = (F - F_{тр_2})T'$ (1)

т.о. $F\cos\alpha - F_{тр_1} = F - F_{тр_2}$

$F\cos\alpha - \cancel{\mu mg} + \mu F\sin\alpha = F - \cancel{\mu mg}$

$F\cos\alpha + \mu F\sin\alpha - F = 0 \quad | : F$

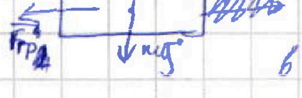
$\cos\alpha + \mu\sin\alpha - 1 = 0$

$\mu = \dfrac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha}$

~~Тогда по формуле (1) найдем T - время движения~~

Зарисуем санки после того, как их отпустили:

2)



Тогда видим, что сила трения в этом случае равна силе трения в случае II первого пункта, т.е. $F_{тр} = F_{тр_2} = mg\mu$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Аналогично действуем с точками 1 и 2: (где $x = \frac{V_2}{V_1}$, $y = \frac{p_2}{p_1}$)

$A_{12} = \frac{3}{2} p_1 V_1 (\ln(x))$ $\qquad$ $A_{12} = \frac{1}{2}(p_2 + p_1)(V_2 - V_1)$ $\quad | : p_1 V_1$

$\frac{3}{2} = \frac{1}{2}(y+1)(x-1)$

$y = \frac{3}{x-1} - 1.$ (6)

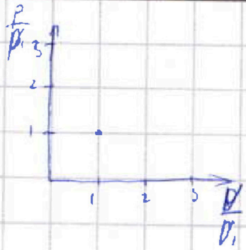
Тогда найдём пересечение графика (5) и (6):

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



3) Из ур-ия ид. газа следует, что

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{p_2V_2}{p_1V_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

Тогда $\frac{p_2V_2}{p_1V_1} = 4$, $\frac{p_3V_3}{p_1V_1} = 2\sqrt{2}$. Т.о. получаем, что точки 2 и 3 принадлежат параболам $\frac{p_2}{p_1} = \frac{4}{\frac{V_2}{V_1}}$ (4) и $\frac{p_3}{p_1} = \frac{2\sqrt{2}}{\frac{V_3}{V_1}}$ (3) соответственно. Причём точка 2 находится ~~левее~~ правее точки 1 (т.к. тело нагревается), 3 левее точки 2 и правее точки 1. Это говорит о том, что площадь под графиком во всех случаях будет находится по формуле $S = A = \frac{1}{2}(p_1+p_2)(V_2-V_1)$ (1)

Из первого закона термодинамики найдем работу A_{31}:

$$A_{31} = Q_{31} + \Delta U_{31} = -2{,}5\nu RT_1(2\sqrt{2}-1) - \frac{3}{2}\nu RT_1(2\sqrt{2}-1) = -4\nu RT_1(2\sqrt{2}-1) = -4p_1V_1(2\sqrt{2}-1)$$

~~Зная, что $A_{31} = \frac{1}{2}(p_1+p_3)$~~ Т.о. используя формулу (1), получаем:

$$\frac{1}{2}(p_3+p_1)(\cancel{V_1}-\cancel{V_3}) = -4p_1V_1(2\sqrt{2}-1) \mid :p_1V_1$$ и заменим $\frac{V_3}{V_1} = x$, $\frac{p_3}{p_1} = y$

$$\frac{1}{2}(y+1)(x-1) = 8\sqrt{2}-4$$

$$y = \frac{16\sqrt{2}-8}{x-1} - 1 \quad (2)$$

Найдём точку пересечения функций (2) и (3):

$$\frac{2\sqrt{2}}{x} = \frac{16\sqrt{2}-8}{x-1} - 1; \quad \cancel{4x-4 = 16\sqrt{2}x - 8x - x^2 + x}$$

$$2\sqrt{2}x - 2\sqrt{2} = 16\sqrt{2}x - 8x - x^2 + x$$

$$x^2 + x(7-14\sqrt{2}) - 2\sqrt{2} = 0$$

$a = 1$
$b = (7-14\sqrt{2}) \approx 12{,}6$
$c = -2\sqrt{2} \approx -2{,}8$

$D = 12{,}6^2 + 4 \cdot 2{,}8$

~~$x^2 - x(11-16\sqrt{2}) - 4 = 0$~~

~~$a = 1$, $b = -(11-16\sqrt{2}) \approx 11{,}4$, $c = -4$~~

~~$D = 121 - 352\sqrt{2} + 512 + 16 = 130 + 16 = 146$~~

~~$= 121 - 352\sqrt{2} + 528$~~

~~$\sqrt{D} = \sqrt{121 - 352\sqrt{2} + 528}$~~ $\approx \sqrt{D} \approx 12$

$x_1 = \frac{-11{,}4+12}{2} = 0{,}3$

$x_2 = \frac{-11{,}4-12}{2} = \frac{-23{,}4}{2} = -11{,}7$ не удв. условию

~~Т.о. точка 3 имеет координату~~ $\frac{V_3}{V_1} = 0{,}3 \Rightarrow \frac{p_3}{p_1} = \frac{4}{0{,}3} = 13{,}33$

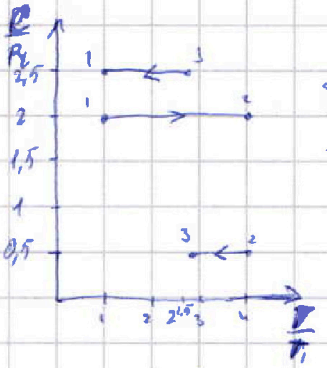
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:
$T_1 = 400$ K
$\nu = 1$ моль
Найти:
1) A_{12}
2) η
3) график.

Решение:



Т.к. происходят процессы 1-2, 2-3, 3-1, то расставим направления на графиках.
Тогда из него видно, что в процессах 3-1 и 2-3 — газ охлаждается, а в процессе 12 — нагревается.
Также видно, что $T_1 = T_1$, $T_2 = 4T_1$, $T_3 = 2^{1,5}T_1$.

~~Т.к. $A = Q_{нагр} - Q_{охл}$, то найдем~~

Зная, что $C = \frac{Q}{\nu \Delta T}$, из графика получаем $\left(\frac{C}{R} = \frac{Q}{\nu \Delta T R}\right)$:

$$\frac{C_{31}}{R} = \frac{Q_{31}}{\nu R(T_1 - T_3)} = 2,5 \Rightarrow Q_{31} = 2,5\,\nu R T_1 (2^{1,5} - 1)$$

$$\frac{C_{12}}{R} = \frac{Q_{12}}{\nu R(T_2 - T_1)} = 2 \Rightarrow Q_{12} = 2\,\nu R T_1 (4-1)$$

$$\frac{C_{23}}{R} = \frac{Q_{23}}{\nu R(T_3 - T_2)} = 0,5 \Rightarrow Q_{23} = -0,5\,\nu R T_1 (4 - 2^{1,5})$$

Т.о. т.к. $A = Q_{нагр} - Q_{охл}$, то:

$$A_{1231} = Q_{12} - |Q_{31}| - |Q_{23}| = 2\nu R T_1 (4-1) - 2,5\,\nu R T_1 (2^{1,5} - 1) - 0,5\,\nu R T_1 (4 - 2^{1,5}) =$$

$$= \nu R T_1 \left(\overset{6}{8 - 2} - \overset{3,5}{2,5 \cdot 2\sqrt{2} + 2,5} - \overset{0,5}{2 + 0,5 \cdot 2\sqrt{2}}\right) = \nu R T_1 (6,5 - 4\sqrt{2})$$

Т.о. найдём КПД цикла:

$$\eta = \frac{A_{1231}}{Q_{нагр}} = \frac{\nu R T_1 (6,5 - 4\sqrt{2})}{\nu R T_1 \cdot 6} = \frac{6,5 - 4\sqrt{2}}{6}$$

Из I-го з. Термодинамики:

(*)

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} \Rightarrow A_{12} = Q_{12} - \Delta U_{12} = 2\nu R T_1 (4-1) - \frac{3}{2}\nu R (T_2 - T_1) = \frac{1}{2}\nu R T_1 (4-1) = \ldots$$

$$= \frac{3}{2} \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot 400 = 4986 \text{ Дж}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

3)

Из т. Пифагора $d = \sqrt{2}\,6$.

Ответ: $\sqrt{2}\,6 = d$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

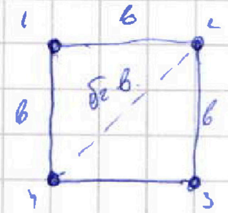
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

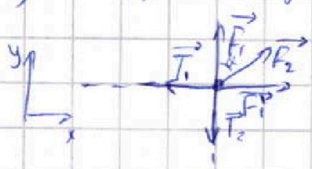
МФТИ

Дано:
b, m, q
Найти:
1) T
2) v
3) α

Решение:



1) Рассмотрим силы действующие на заряд 2:



F_1 и F_1' - силы действия зарядов 3 и 1, F_2 - сила действия заряда 4.

~~Из~~ Из з. Кулона (т.к. 1234 - квадрат, то $d_{42} = \sqrt{2}b$

$F_1' = F_1 = k\frac{q^2}{b^2}$ $\quad F_2 = \frac{kq^2}{2b^2}$.

Т.о. из ур. равновесия $(\vec{T_1} + \vec{T_2} + \vec{F_1} + \vec{F_1'} + \vec{F_2}) = 0$, $\alpha = 45°$):

$O_y: T_2 = F_1 + F_2\cos\alpha = \frac{kq^2}{b^2} + \frac{kq^2}{2b}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{kq^2}{b^2}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$

$Ox: T_1 = F_1 + F_2\sin\alpha = \frac{kq^2}{b^2}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$

Т.о. все силы натяжения равны и равны $T = k\frac{q^2}{b^2}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$.

2) Найдём потенциальную энергию системы: $\left(W_1 = W_2 = W_3 = W_4 = 2k\frac{q^2}{b} + k\frac{q^2}{\sqrt{2}b}\right)$

$W_{\text{сист}} = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 = 4\left(2k\frac{q^2}{b} + k\frac{q^2}{\sqrt{2}b}\right) = k\frac{q^2}{b}\left(8 + 2\sqrt{2}\right) \approx 10{,}8\,k\frac{q^2}{b}$

Найдём потенциальную энергию системы, когда ~~за~~ заряды будут на одной прямой:

$W_{\text{сист}}' = W_1' + W_2' + W_3' + W_4' = \left(k\frac{q^2}{b} + k\frac{q^2}{2b} + k\frac{q^2}{3b}\right)\cdot 2 + 2\left(2k\frac{q^2}{b} + k\frac{q^2}{2b}\right) = k\frac{q^2}{b}\left(2 + 1 + \frac{2}{3} + 4 + 1\right) \approx 8{,}7\,k\frac{q^2}{b}$.

Тогда из з. с. э.:

$\frac{4mv^2}{2} + W_{\text{сист}}' = W_{\text{сист}}$

$2mv^2 \approx 2{,}1\,k\frac{q^2}{b}$

$v = \sqrt{10{,}5\,\frac{kq^2}{mb}}$

Ответ: 1) $T = \frac{kq^2}{b^2}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$ 2) $v = \sqrt{10{,}5\,\frac{kq^2}{mb}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

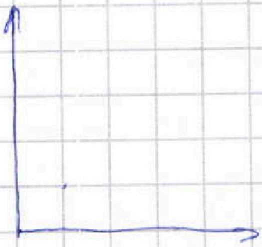
МФТИ

$$\frac{C}{R} = \frac{Q}{(p_2V_2 - p_1V_1)}$$

$$Q = \frac{3}{2}(p_2 \cdot V_2 - p_1V_1) + A$$

$$A_{31} = -2{,}5\nu RT_1(2\sqrt{2}-1) - \frac{3}{2}\nu RT_1(2\sqrt{2}-1)$$

$$-4\nu RT_1(2\sqrt{2}-1) = -4p_1V_1(2\sqrt{2}-1)$$



$$A = \frac{1}{2}(p_1+p_2)(V_1-V_2)$$

$$p_1V_1(2\sqrt{2}) = \frac{1}{2}(p_1+p_2)(V_1-V_2)$$

$$2\sqrt{2}-1 = \frac{1}{2}\left(1+\frac{p_2}{p_1}\right)\left(1-\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$W_1 = k\frac{q^2}{b}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\sqrt{2}-2}{1-\frac{V_2}{V_1}} - 1$$

$$\frac{4\sqrt{2}-2}{1-\frac{V_2}{V_1}} - 1 = \frac{4}{\frac{V_2}{V_1}}$$

$$4\sqrt{2}\frac{V_2}{V_1} - \frac{V_2}{V_1} - \frac{V_2}{V_1} + \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 = 4 - 4\frac{V_2}{V_1}$$

$$\frac{V_2}{V_1}(4\sqrt{2}+3) + \frac{V_2}{V_1}^2 - 4 = 0$$

$a = 1$ | $D = 32 + 24\sqrt{2} + 9 + 16$

$b = 4\sqrt{2}+3$ | $\sqrt{48+24\sqrt{2}}$

$c = -4$

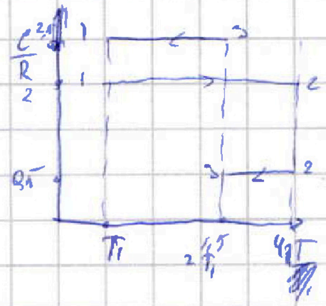
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\frac{C}{R} = \frac{Q}{\nu \Delta T R}$ 12,6 × 12,6



$2{,}5 = \frac{Q_{31}}{\nu R T_1} (1 - 2^{1,5})$ $140 \mid 3$ $13\frac{1}{3}$

$-5\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

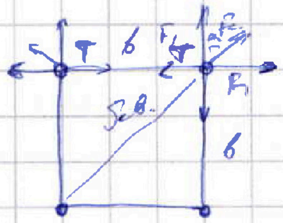
$2 = \frac{Q_{12}}{\nu R T_1 (4-1)}$

$A_{12} = Q_{12} - Q_{31} - Q_{23} = \frac{1}{\nu R T_1}\left(2(4-1) - 2{,}5(2^{1,5}-1) - 0{,}5(4-2^{1,5})\right)$

$6{,}5 - 4\sqrt{2}$

$0{,}5 = \frac{Q_{23}}{\nu R T_1 (2^{1,5} - 4)}$

11,4 × 11,4 = 1296; 16·1 × 1,4 = 22,4; 16 × 1,4; 196; 12,6; 1,4

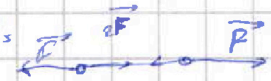


16 × 16 = 96 + 160 = 1696

$\frac{C}{R} = \frac{Q}{\nu R (T_2 - T_1)} \Rightarrow Q = \frac{C}{R} \nu R (T_2 - T_1)$

$Q_{12} = \Delta U + A_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + A_{12}$

$Q =$

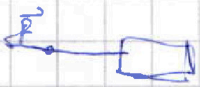


96 + 160 = 256

$\frac{3}{2} \cdot 8{,}31 \cdot 400$ (200)

831 × 6 = 4986

$\frac{C}{R} = \frac{Q}{p_2V_2 - p_1V_1}$

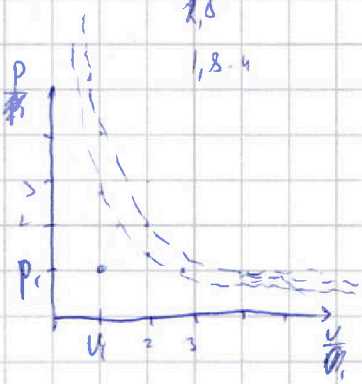


$2 \cdot 1{,}4 = 2{,}8$

$Q_{12} =$

$\frac{1}{2}\, 14{,}33 \cdot 9{,}7$ 2,8 1,8·4

7,16 × 7 = 50,12



$p_1V_1 = \nu R T_1$

$p_2V_2 = \nu R T_2$

$p_3V_3 = \nu R T_3$

$\frac{p_1V_1}{p_2V_2} = \frac{T_1}{4T_1} = \frac{1}{4}$

$p_2V_2 = 4p_1V_1$

$\frac{p_2V_2}{p_1V_1} = 4$ $\frac{p_2}{p_1} = \frac{4}{V_2/V_1}$

$Q = \frac{C}{R}(p_2V_2 - p_1V_1) = \Delta U + A$

$T = F_1 + F_2\cos\alpha = \frac{kq^2}{b^2}\left(1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$F_1 = \frac{kq^2}{b^2}$ $F_2 = \frac{kq^2}{2b^2}$

$\frac{p_3V_3}{p_1V_1} = \frac{2\sqrt{2}}{V_3/V_1}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$a = 10\ м/с^2$

$Q = \nu C_m T$

$\frac{C}{R} = \frac{Q}{\nu \Delta T R}$

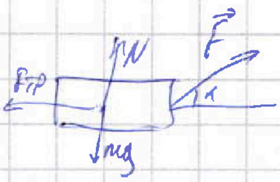
$\frac{m v_0^2}{2} = m$

$\frac{m}{2}(-u^2 + v_0^2) = -mgS$

$\cancel{v_0^2 = u^2}$ $S = \frac{v_0^2 - u^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = \frac{16-4}{2\cdot 10} = 0{,}6\ м.$

$\tau = \frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 - 2aS}}{a} = \frac{4 - \sqrt{16 - 2\cdot 0{,}6\cdot 10}}{10} = 0{,}2\ с$

Дано:
v_0
α



$N = mg - F\sin\alpha$ $N = mg$

$F_{тр} = \mu(mg - F\sin\alpha)$ $F_{тр} = \mu mg$

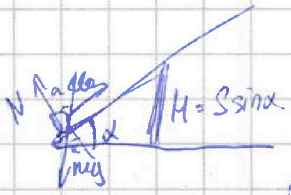
$m v_0 = (F\cos\alpha + F_{тр})\tau$ $m v_0 = (F + F_{тр})$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$N = mg\cos\alpha$

$F_{тр} = N\mu = mg\mu\cos\alpha$

$\upsilon_0 = 4$ м/с.

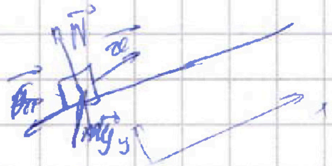
$\mu = \frac{1}{3}$

$S = 1$м

$\sin\alpha = 0{,}8$.

$mg\sin\alpha > \mu mg\cos\alpha$

$0{,}8 \quad \frac{1}{3}0{,}6 = 0{,}2$.



$0{,}8 + 0{,}2 = 1$.

$\frac{m\upsilon_0^2}{2} = -mgH + A_{тр} = -mgH - F_{тр}S =$

$= -mg\,S\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha\, S$

$\frac{m\upsilon^2}{2} = mgH + \frac{m\upsilon_1^2}{2} + A_{тр}$

$\frac{m\upsilon_0^2}{2} = -mg(S\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$

$S = \frac{\upsilon_0^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = \frac{16}{20\cdot(0{,}4)} = \frac{16}{2\cdot 4} = 2$

$ma = N + F_{тр} + mg$

Ox: $ma_y = -F_{тр} - mg\sin\alpha = -mg\mu\cos\alpha - mg\sin\alpha =$

Oy: $N - mg\cos\alpha =$

$S = \frac{16}{2\cdot 10\cdot} = 0{,}4$.

$a_y = -g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha) = 10(\frac{1}{3}\cdot 0{,}6 + 0{,}8)$

$S = \upsilon_0 T - \frac{a_y T^2}{2}$.

$S =$

$a = -a_y$
$b = \upsilon_0$
$c = -2S$

$D = \upsilon_0^2 - 4a_yS$
$\sqrt{D} = \sqrt{\upsilon_0^2 - 4a_yS} =$

$\frac{1}{3}\cdot 6 + 8 = 10$

$1 = 4T - \frac{10}{2}T^2$

$T = \frac{\upsilon_0 - \sqrt{\upsilon_0^2 - 4a_yS}}{2a_y} =$

$= \frac{4 - \sqrt{16 - 4\cdot 10\cdot 0{,}4}}{9} = 0{,}4$.

$5T^2 - 4T + 1 = 0$

$a = 5$
$b = -2$
$c = 1$

$D = 4 - 5 = -1$.

$aT^2 - 2\upsilon_0 T + 2S$

$a = a$
$b = -\upsilon_0$
$c = 2S$

$D = \upsilon_0^2 - 2aS$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

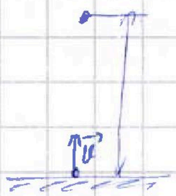
1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

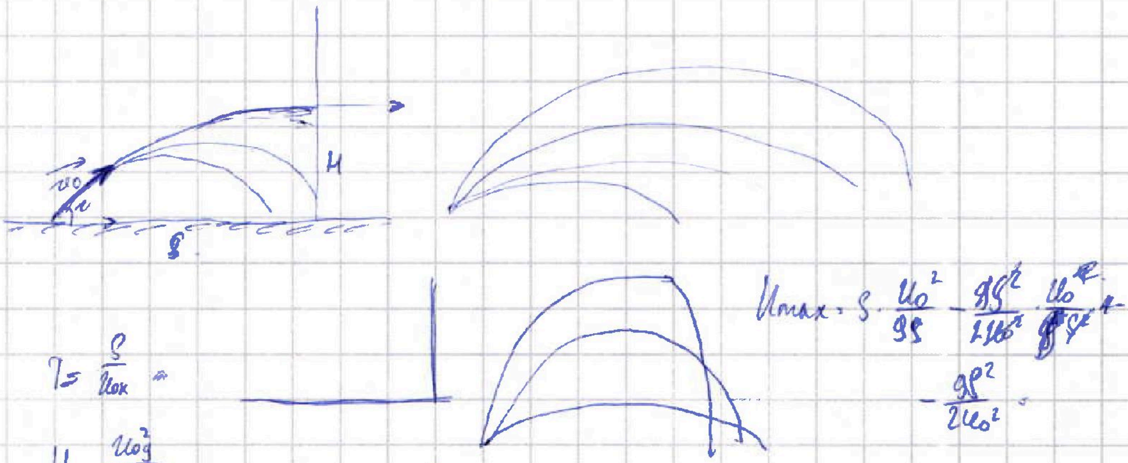
Черновик.

$T=2c.$



$T=\frac{v}{g} \Rightarrow v=Tg=20$ м/с.

$v_x=v_y=20\cdot\frac{\sqrt2}{2}=10\sqrt2.$



$v_{max}=S\cdot\frac{v_0^2}{gS}-\frac{gS^2}{2v_0^2}\cdot\frac{v_0^4}{g^2S^2}=$

$-\frac{gS^2}{2v_0^2}=$

$T=\frac{S}{v_{0x}}$

$H=\frac{v_{0y}^2}{2g}$

$T=\frac{S}{v_0\cos^2\alpha}.$

$H=v_{0y}T-\frac{gT^2}{2}=v_{0y}\frac{S}{v_{0x}}-\frac{gS^2}{2v_{0x}^2}.$

$\frac{v_0^2}{2}=\frac{v_0^2\cos^2\alpha}{2}+gH$

$v_0\sin\alpha\cdot\frac{S}{v_0\cos\alpha}$

$H=\frac{v_0^2-v_0^2\cos^2\alpha}{2g}=\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}$

$S=v_xt.$

$v_0^2=v_0^2\cos^2\alpha+2gH$

$H=v_{0y}\sin\alpha\, T-\frac{gT^2}{2}=$

$v_0^2=\frac{S^2}{t^2}+2gH \qquad \frac{20^2}{10\cdot20}=2.$

$\frac{\sin\alpha}{\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)}$

$=S\,tg\alpha-\frac{gS^2}{2v_0^2\cos^2\alpha}.$

$H=\frac{v_0^2-\frac{S^2}{t^2}}{2g}$

$H=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}S-\frac{gS^2}{2v_0^2}\cdot\frac{1}{\cos^2\alpha}=$

$\frac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}=\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}+1$

$=tg\alpha\, S-\frac{gS^2}{2v_0^2}tg^2\alpha-\frac{gS^2}{2v_0^2}=$

$H=-\frac{gS^2}{2v_0^2}tg^2\alpha+S\,tg\alpha-\frac{gS^2}{2v_0^2}$

$tg\alpha_b=-\frac{b}{2a}=\frac{S v_0^2}{gS^2}=\frac{v_0^2}{gS}=2.$

$H=2\cdot20-5\cdot2-5=25$ м. $=40-10-$