Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

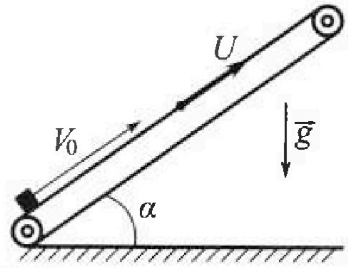
1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за $T = 2$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.
2) Теннисист посылает мяч с начальной скоростью V_0 под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии $S = 20$ м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?

Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивлени е воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin\alpha = 0{,}8$ (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на *покоящуюся* ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 4$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = \frac{1}{3}$. Движение коробки прямолинейное.



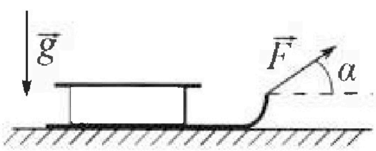
1) За какое время T после старта коробка пройдет *в первом опыте* путь $S = 1$ м?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, *движущуюся* со скоростью $U = 2$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 4$ м/с.

2) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 2$ м/с?
3) На какой высоте H, отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости V_0 за одинаковое время.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).



Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости V_0 действие внешней силы прекращается.

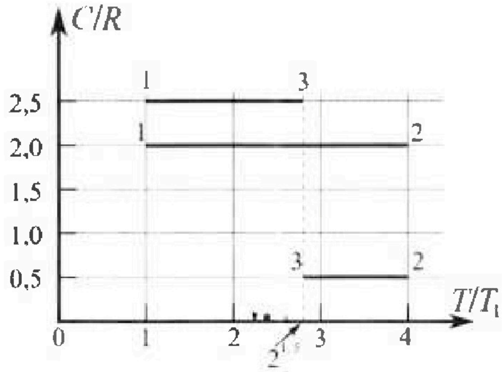
1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.
2) Через какое время T после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения g.

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

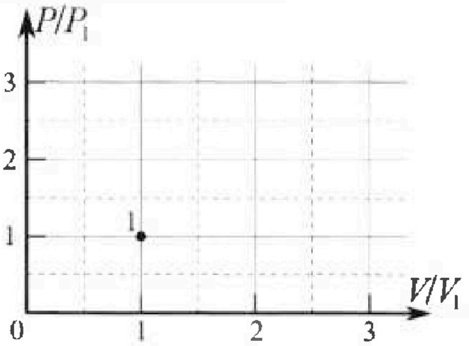


4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной R) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 $T_1 = 400$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

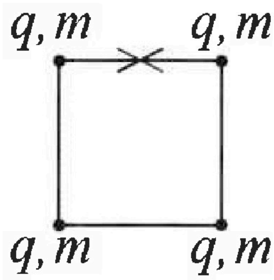
1) Найдите работу A_{12} газа в процессе 1-2.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной b (см. рис.). Масса каждого шарика m, заряд q.



1) Найдите силу T натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

2) Найдите скорость V любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

Коэффициент пр опорциональности в законе Кулона k. Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
✓						

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№1

1) Макс высота – когда остановится

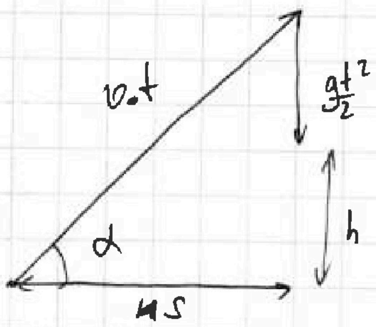
$\Downarrow$

$v_к$ – конечная $= 0$

v_0

$$v_к = g\tau = \boxed{20 м/с}$$

2)



Нарисуем вектора перемещений
Пусть h – выс
Выразим через угол α:

$$v_0 t\cos\alpha = S \quad (1)$$

$$v_0 t\sin\alpha - \frac{gt^2}{2} = h \quad (2)$$

$$t = \frac{S}{v_0\cos\alpha}$$

Подставим в (2)

$$\frac{\cancel{v_0}\cdot S}{\cancel{v_0}\cos\alpha}\cdot\sin\alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2\cos^2\alpha} = h \qquad \frac{1}{\cos^2\alpha} = \frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \operatorname{tg}^2\alpha + 1$$

$$S\operatorname{tg}\alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2\cos^2\alpha} = h$$

$$S\operatorname{tg}\alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2}\cdot\frac{1}{\cos^2\alpha} = S\operatorname{tg}\alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2}\cdot(1+\operatorname{tg}^2\alpha) = h$$

$h(\operatorname{tg}\alpha)$ – парабола ветвями вниз

Значит максимум в вершине.
Найдем её взяв производную и приравняв к 0. $h' = \frac{2gS^2\operatorname{tg}\alpha}{2v_0^2} - S = 0$

$$\frac{2gS^2}{2v_0^2}\operatorname{tg}\alpha = S \quad \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \frac{v_0^2}{gS}$$

Подставим:

$$h = S\left(\frac{v_0^2}{gS} - \frac{gS}{2v_0^2}\left(1 + \frac{v_0^4}{g^2S^2}\right)\right) = S\left(-\frac{gS}{2v_0^2} + \frac{v_0^2}{2gS}\right) =$$

$$= S\left(\frac{v_0^2}{2gS} - \frac{gS}{2v_0^2}\right) = 20\left(\frac{400}{2\cdot 200} - \frac{10\cdot 20}{2\cdot 400}\right)м = \frac{3}{4}\cdot 20 м = \boxed{15 м}$$

Ответ: 1) 20 м/с 2) 15 м

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

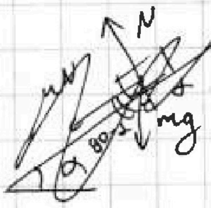
1 ☐ 2 ☑ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№2 продолжение №1

~~1) Если $\sin\alpha = 0,8$, то $\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = 0,6$~~



~~Выразим N - реакц опоры~~

2) Скорости u коробка достигнет когда остановится отн ленты. Значит

$\frac{v_0^2 - u^2}{2a} = L$, заметим, что до конца проскальзывания $a = g$ как в п. 1

$L = \frac{v_0^2 - u^2}{2g} = \frac{4^2 - 2^2}{20}\text{м} = \frac{12}{20}\text{м} = \boxed{0,6\text{м}}$

Существует еще одна точка в которой скорость равна u. Найдем ее после решения п. 3

3) После конца проскальзывания коробка будет подниматься, но сила трения будет направлена в др. сторону т.к. отн. ленты она будет скользить в др. сторону.

$F_{тр} = \mu mg\cos\alpha = 0,2mg$

Значит $F_н = ma = (0,8 - 0,2)mg = ma$

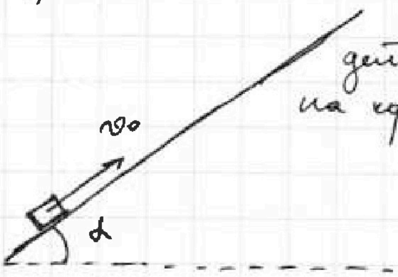
(ускорение) a после достижения скорости $u = 2$м/с будет равно $0,6g$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

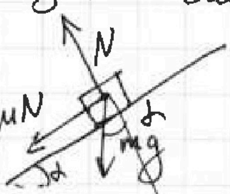
1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1)

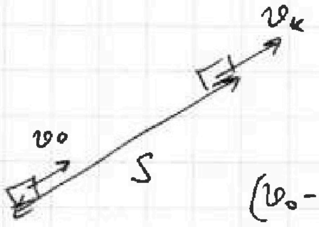


Кортисуем сила действ на коробку μN



Если $\sin\alpha = 0{,}8$, то $\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-0{,}64} = \sqrt{0{,}36} = 0{,}6$

Выразим: $mg\cos\alpha = N$ - реакц опоры $\boxed{\cos\alpha = 0{,}6}$



Общая сила действ вниз $F_н = \mu mg\cos\alpha + mg\sin\alpha$

$F_н = \left(\frac{1}{3}\cdot 0{,}6 + 0{,}8\right)\cdot mg = mg$

$(v_0 - v_к) = g\tau$

a вниз $= g \cdot = \frac{F_н}{m} = g$

~~$\frac{v_0^2 - v_к^2}{2g} = S$~~

Заметим что коробка не успеет подняться на 1м: $S = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$ $\to$ $1 = 4x - 5x^2$

~~$v_0^2 - v_к^2 = 2gS$~~ ~~$v_к^2 = v_0^2 - 2gS$~~

$5x^2 - 4x + 1 = 0$

~~$v_к = \sqrt{v_0^2 - 2gS}$~~

$D = 16 - 20 < 0$

$\tau = \frac{(v_0 - v_к)}{g} =$ ~~$\frac{(v_0 - \sqrt{v_0^2 - 2gS})}{g}$~~ ~~$\Rightarrow$ не существует~~

Тогда найдем высоту подъема:

$\frac{v^2}{2g} = S \leftarrow v_к = 0$ $\quad \frac{16 \text{ м}^2/\text{с}^2}{20 \text{ м/с}^2} = S = 0{,}8 \text{ м} \Rightarrow \tau_1 = \frac{v_0}{g} = 0{,}4 \text{ с}$ $\quad v_0 = g\tau_1$

первая часть времени

$S_0 = 0{,}2$ м - еще нужно проехать

~~$\tau_0 = \frac{v_0}{g} + \frac{\sqrt{\frac{1}{5}S\alpha}}{g} =$~~ $\quad S_0 \quad g \quad v = 0$

$S_0 = \frac{g\tau_2^2}{2}$ $\quad$ Вторая часть времени

~~$= 0{,}4\text{с} + \sqrt{\frac{1}{50}}\text{с} \approx 0{,}4 +$~~ $\quad \tau_2^2 = \frac{2S_0}{g}$ $\quad \tau_2 = \sqrt{\frac{2S_0}{g}} = 0{,}2$ с

~~$+ \frac{\sqrt{\frac{2}{5}S}}{g} = \sqrt{\frac{2}{50}}\text{с} = \sqrt{\frac{1}{25}}\text{с} = \frac{1}{5\text{с}} = 0{,}2\text{с}$~~

~~$0{,}2\text{с} \approx$~~

~~$\boxed{\approx 0{,}6\text{с}}$~~

τ общее $= 0{,}2\text{с} + 0{,}4\text{с} =$

$\boxed{= 0{,}6 \text{ с}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☑ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2 продолжение №2

Тогда S которое коробка еще пройдет по ленте

$$\frac{u^2-0^2}{2\cdot 0{,}6g} = \frac{4}{1{,}2\cdot g}\text{ м} = \frac{1}{3}\text{ м}$$

Тогда высота подъема:

$$H = (L+S)\sin\alpha = \left(\frac{3}{5}+\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{4}{5} =$$

$$= \left(\frac{9}{15}+\frac{5}{15}\right)\cdot\frac{4}{5} = \boxed{\frac{56}{75}\text{ м}}$$

Найдем теперь расстояние для п. 2:

(коробка) Она должна разогн до 2 м/с, ускорение все еще 0,6g.

$$\frac{u^2}{2\cdot 0{,}6g} = L_2 \Rightarrow L_2 = \frac{1}{3}\text{ м} = S \Rightarrow$$ скорость и опять достигнется в той же самой точке.

Ответ: 1) 0,6 с 2) 0,6 м 3) $\frac{56}{75}$ м.

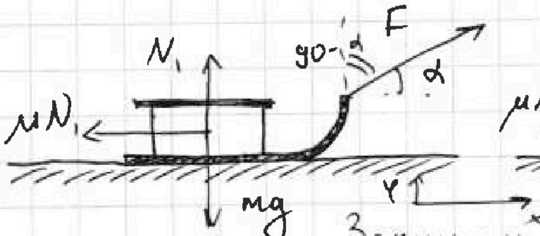
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

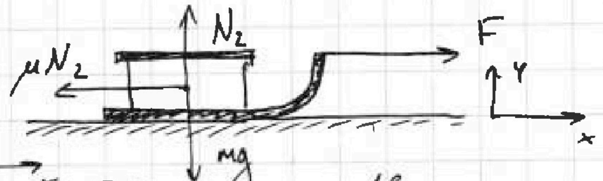
1 ☐ 2 ☐ 3 ☑ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3 На рисунке отметим все силы действующие на санки.





Запишем II-й закон Ньютона в проекции на Ox и Oy для двух ситуаций:

1) $\begin{cases} Ox: \\ ma_1 = F\cos\alpha - \mu N_1 \\ Oy: \quad mg = N_1 + F\sin\alpha \end{cases}$ 1) $\begin{cases} Ox: \\ ma_2 = F - \mu N_2 \\ Oy: \\ mg = N_2 \end{cases}$

$N_1 = mg - F\sin\alpha$

$ma_1 = F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha)$ $\quad ma_2 = F - \mu mg$

Поскольку в обоих случаях $a = const$, то $v_0 = at$, t, v_0 - одинак $\Rightarrow$ $\Rightarrow \boxed{a_1 = a_2}$

$ma_1 = ma_2$

$F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha) = F - \mu mg$

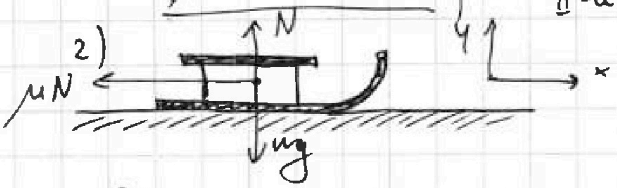
$F\cos\alpha - \cancel{\mu mg} + \mu F\sin\alpha = F - \cancel{\mu mg}$

$\cos\alpha + \mu\sin\alpha = 1$

$\boxed{\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}}$; $\alpha > 0°$; $\alpha < 90°$

при $\alpha \geq 90$ али санки поедут в др. сторону или при $\alpha = 90°$ вообще не поедут

2)



II-й зак Ньютона:

$\begin{cases} Ox: \ ma = \mu N \\ Oy: \ N = mg \end{cases}$

$ma = \mu mg$

~~$\frac{v_0^2}{2a} = S$~~

в конце скорость $= 0$.

$a = \mu g$

$v_0 = a\tau = \mu g \tau =$

$= \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} \cdot g\tau \Rightarrow \boxed{\tau = \frac{v_0}{g} \cdot \left(\frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}\right)}$

Ответ: 1) $\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$ 2) $\tau = \frac{v_0}{g}\left(\frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}\right)$

№4 продолжение №2

Распишем (1) ; (2) для участка 1-2 :

$PdV + VdP = \nu R dT$

$2\nu RdT = \frac{3}{2}\nu RdT + PdV \Rightarrow \frac{1}{2}(PdV + VdP) = PdV \Rightarrow VdP = PdV$

Можно записать в виде : $\frac{dV}{V} = \frac{dP}{P}$

$\int_{V_0}^{V_k}\frac{dV}{V} = \int_{V_0}^{V_k}\frac{dP}{P} \Rightarrow \ln\frac{V_k}{V_0} = \ln\frac{P_k}{P_0} \Rightarrow \frac{V_k}{V_0} = \frac{P_k}{P_0}$, где

V_k ; P_k – P, V в некоторой мом. времени

Значит функция $P_x(V) = \frac{P_0}{V_0}V_k$

Распишем то же самое, для второго участка (2-3)

$PdV + VdP = \nu RdT$ $\qquad$ $\frac{1}{2}\nu RdT = \frac{3}{2}\nu RdT + PdV$

$\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\right)(PdV + VdP) = PdV$ отсюда :

$2PdV = -VdP \Rightarrow \int_{2V_0}^{V_k} -2\frac{dV}{V} = \int_{2P_0}^{P_k}\frac{dP}{P}$

$e^{-2x} = (e^{-x})^2 = \left(\frac{1}{e^x}\right)^2$; $e^{-2\ln x} = (e^{-\ln x})^2 = \left(\frac{1}{e^{\ln x}}\right)^2 = \frac{1}{x^2}$

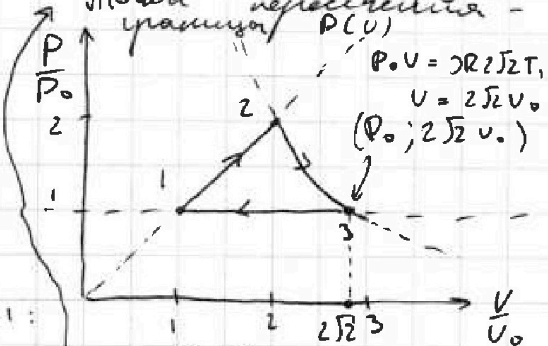
Проинтегрируем и получаем :

$\frac{(2V_0)^2}{V_k^2} = \frac{P_k}{2P_0}$

$\frac{4V_0^2 \cdot 2P_0}{V_k^2} = P_k$

$\frac{8V_0^2P_0}{V_k^2} = P_k$

Построим все функции
Точки пересечения – границы $P(V)$



Рассмотрим то же для 3-1 :

$PdV + VdP = \nu RdT$

$\frac{5}{2}\nu RdT = \frac{3}{2}\nu RdT + PdV$ $\qquad$ $dP = 0$

$\nu RdT = PdV \Rightarrow PdV + VdP = \cancel{PdV} \Rightarrow P = const = P_0$

Ответ : 1) 4986 Дж

2) $\frac{13 - 8\sqrt{2}}{12}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☑ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№ 4

1) Запишем 1 начало термодинамики для газа: Газ одноатомный $\Rightarrow$ $\Rightarrow i = 3$

$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$

Значит

$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$ $\frac{1}{2}\nu R \Delta T_{12}$

$8{,}31 \times 6 = 49{,}86$

$\nu C \Delta T_{12} = \frac{3}{2}\nu R \Delta T_{12} + A_{12}$

$2R\nu(4T_1 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(4T_1 - T_1) + A_{12}$

$\frac{1}{2}\nu R\, 3T_1 = A_{12}$

$A_{12} = \frac{3}{2}\nu R T_1 = \frac{3 \cdot 1 \cdot 8{,}31 \cdot 400}{2}$ Дж $= 600 \cdot 8{,}31$ Дж $=$

$= 4986$ Дж

2) Найдем работу газа A_{12}; A_{23}; A_{31}

$A_{12} = \frac{3}{2}\nu R T_1$ $\Rightarrow$ из п. 1

A_{23}:

$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23}$ – аналогично п. 1

$\frac{1}{2}\nu R \Delta T_{23} = \frac{3}{2}\nu R \Delta T_{23} + A_{23}$

$-\nu R \Delta T_{23} = A_{23}$

$-\nu R(-4T_1 + 2^{1,5}T_1) = -\nu R T_1(-4 + \sqrt{8}) =$

$= \nu R T_1(-\sqrt{8} + 4) = 2\nu R T_1(-\sqrt{2} + 2) = 2\nu R T_1(2 - \sqrt{2})$

A_{31}:

$Q_{31} = \Delta U_{31} + A_{31} \Rightarrow \frac{5}{2}\nu R \Delta T_{31} = \frac{3}{2}\nu R \Delta T_{31} + A_{31}$

$A_{31} = +\nu R T_{31} = \nu R(T_1 - 2\sqrt{2}T_1) = \nu R T_1(1 - 2\sqrt{2})$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☑ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4 продолжение №1

$$\eta = \frac{A_{12}+A_{23}+A_{31}}{Q_n}$$, где Q_n - полученная теплота

для этого цикла Q_n - теплота на участке 1-2 т.к. на остальных T уменьшается, а $C>0 \Rightarrow dQ<0$

$$\eta = \frac{\frac{3}{2}\nu RT_1 + 2\nu RT_1(2-\sqrt{2}) + \nu RT_1(1-2\sqrt{2})}{\frac{3}{2}\nu R\Delta T_{12} + A_{12}} =$$

$$= \frac{\frac{3}{2}\cancel{\nu RT_1} + 4\cancel{\nu RT_1} - 2\sqrt{2}\cancel{\nu RT_1} + \cancel{\nu RT_1} - 2\sqrt{2}\cancel{\nu RT_1}}{\frac{3}{2}\cancel{\nu R}\cdot 3\cancel{T_1} + \frac{3}{2}\cancel{\nu RT_1}} =$$

$$= \frac{\frac{3}{2}+4-4\sqrt{2}+1}{6} = \frac{\frac{13}{2}-4\sqrt{2}}{6} = \frac{13-8\sqrt{2}}{12}$$

3) Запишем малые приращения для идеального газа:
Пусть dP; dV; dT - малые изменения ~~ГЗУ~~ P, V, T.

Тогда: $PV = \nu RT$

$$(P+dP)(V+dV) = \nu R(T+dT)$$

$$\cancel{PV} + VdP + PdV + \underset{\text{очень малое}}{dVdP} = \cancel{\nu RT} + \nu RdT$$

Отсюда:

$$VdP + PdV = \nu RdT \quad (1)$$

Также заметим, что

$$C\nu dT = \frac{3}{2}\nu RdT + PdV \quad (2)$$ - I начало термодинамики в дифференциальной форме.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

[ ] [ ] [ ] [√] [ ] [ ] [ ]

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) $Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$

$\nu C \Delta T = \frac{3}{2}\nu R \Delta T + A_{12}$

$2^{1,5} = \sqrt{2^3} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \approx$

$\approx 2 \cdot 1,41 \approx \cancel{2,82}$

$\nu \Delta T (C - \frac{3}{2}R) = A_{12}$

$\nu(2R - \frac{3}{2}R)\cdot(4T_1 - T_1) = A_{12}$

$\nu(\frac{1}{2}R)(3T_1) = A_{12}$

$A_{12} = \frac{3}{2}\nu R T_1 = \frac{3}{2}\cdot 8,31 \cdot 1 \cdot 400 = 3 \cdot 8,31 \cdot 200 =$

$= 600 \cdot 8,31 = \boxed{4986 \text{ Дж}}$

$\times 8,31$
6
$49,86$

2) $\eta = \frac{A_{13} + A_{12} + A_{32}}{Q_п} = \frac{\frac{3}{2}\nu R T_1 + 2\nu R T_1(\sqrt{2} - 2) + 2\nu R T_1(\frac{1}{2} - \sqrt{2})}{2\nu R(4T_1 - T_1)} =$

$= \frac{\frac{3}{2} + 2\sqrt{2} - 4 + 1 - 2\sqrt{2}}{6} = \frac{-\frac{3}{2}}{6} = \boxed{-\frac{1}{4}}$

$\cancel{A_{13}}$: A_{23}:

$Q = \Delta U + A$

$+\nu\frac{1}{2}R(2\sqrt{2}T_1 - 4T_1) = +\frac{3}{2}\nu R(2\sqrt{2}T_1 - 4T_1) + A_{23}$

$(\frac{3}{2} - \frac{1}{2})\nu R T_1(2\sqrt{2} - 4) = A_{23} = 2\nu R T_1(\sqrt{2} - 2)$

A_{31}:

$Q = \Delta U + A$

$\frac{5}{2}\nu R \Delta T_3 = \frac{3}{2}\nu R \Delta T_3 + A_{31}$

$(\frac{5}{2} - \frac{3}{2})\nu R(-2\sqrt{2}T_1 + T_1) = A_{31} = 2\nu R(-\sqrt{2} - \frac{1}{2})T_1$

$A_{31} = 2\nu R T_1(\frac{1}{2} - \sqrt{2})$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

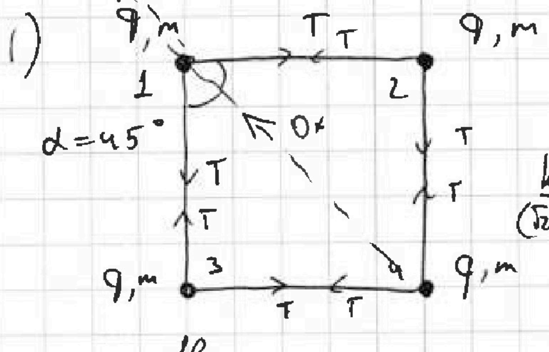
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☑ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

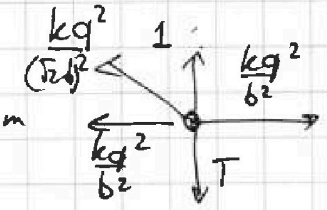
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5

1)



Рассмотрим 1 шарик:



На него действуют силы со стороны 3-х других шариков и 2 силы натяжения нити. Напишем силы на Ox (шарик ещё в равновесии)

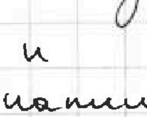
$$2T\cos 45 = \frac{2kq^2}{b^2}\cdot\cos 45 + \frac{kq^2}{(\sqrt{2}b)^2}$$

$$\frac{2T\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{kq^2}{b^2} + \frac{kq^2}{b^2}\cdot\frac{1}{2}$$

$$\sqrt{2}T = \left(\sqrt{2}+\frac{1}{2}\right)\frac{kq^2}{b^2} \Rightarrow T = \frac{kq^2}{b^2}\cdot\frac{\left(\sqrt{2}+\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{2}} =$$

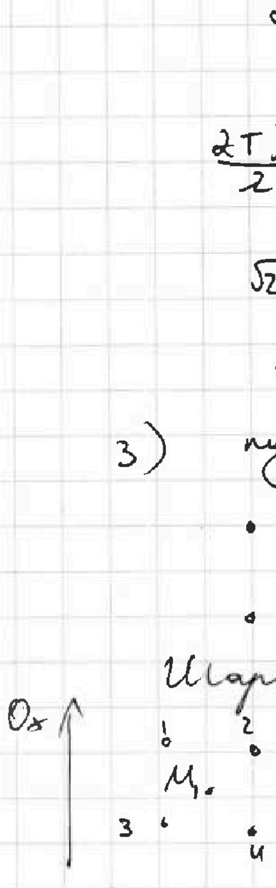
$$= \frac{kq^2}{b^2}\cdot\left(\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right)$$

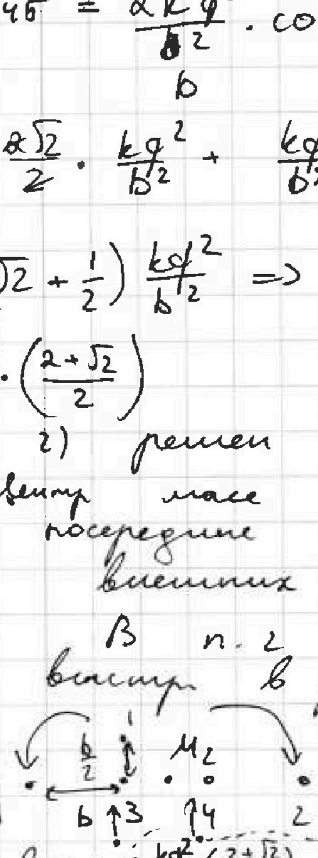
3) пункт 2) решен на другом бланке



Центр масс такого квадрата посередине и покоится (нет внешних сил)

В п. 2 я показал, что шарики выстр. в ряд, значит





$\times M_1 = \times M_2$ (ц.м. покоится)

Тогда $d = \sqrt{b^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}b$

Ответ: 1) $\frac{kq^2}{b^2}\left(\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right)$ 2) $\sqrt{\frac{q(2\sqrt{2}-\frac{1}{6})}{mb}}\,q$ 3) $\frac{\sqrt{5}}{2}b$

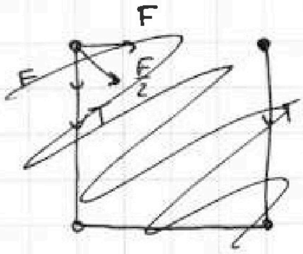
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☑ 6 ☐ 7 ☐

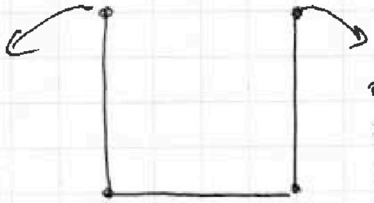
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

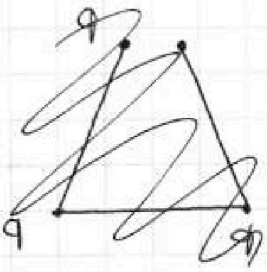
№5 продолжение

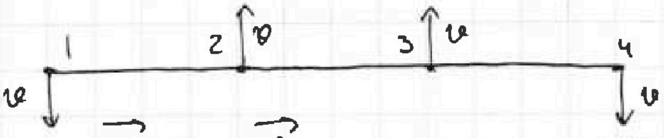


Заметим, что изначально шарики наверху будут ~~сближаться~~ удаляться



т.к. их отталкивают в разные стороны силы взаимодействия и нить никогда не провиснет (силы всегда отталкивают их в разн стороны)





$\vec{v}_1 = \vec{v}_4 = -\vec{v}_2 = -\vec{v}_3$ из-за того, что центр масс покоится

Тогда запишем энергию

$\Delta E_{кин} = \Delta E_{пот}$; где $E_n = \frac{kq^2}{b}$

$$\frac{4mv^2}{2} = \left(\frac{2kq^2}{b} + \frac{kq^2}{\sqrt{2}b}\right)4 - 2\left(\frac{kq^2}{b} + \frac{kq^2}{2b} + \frac{kq^2}{3b}\right) -$$

$$-2\left(2\frac{kq^2}{b} + \frac{kq^2}{2b}\right)$$

$$2mv^2 = \left((8+4\sqrt{2}) - 2 - 4 - 2 - 1 - \frac{2}{3}\right)\frac{kq^2}{b} =$$

$$= \left(8 - 7 + 4\sqrt{2} - \frac{2}{3}\right)\frac{kq^2}{b} = \left(4\sqrt{2} - \frac{1}{3}\right)\frac{kq^2}{b}$$

$$v^2 = \left(2\sqrt{2} - \frac{1}{6}\right)\frac{kq^2}{mb}$$

$$v = q\sqrt{\frac{k\left(2\sqrt{2} - \frac{1}{6}\right)}{mb}}$$

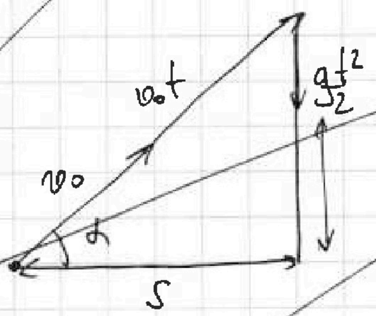
Ответ: 1) $\frac{kq^2}{b^2}\left(\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right)$, 2) $q\sqrt{\frac{k\left(2\sqrt{2}-\frac{1}{6}\right)}{mb}}$, 3) $\frac{\sqrt{5}}{2}b$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$v_0 = gt = \boxed{20 м/с}$



$h = v_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}$

$S = v_0 t\cos\alpha$

$t = \frac{S}{v_0\cos\alpha}$

$h = Stg\alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2}\cdot\frac{1}{\cos^2\alpha}$

$h = \cancel{v_0}\frac{S}{v_0\cos\alpha}\cdot\sin\alpha - \frac{g}{2}\cdot\frac{S^2}{v_0^2\cos^2\alpha}$

$h = S\left(\frac{v_0^2}{gS} - \frac{gS}{2v_0^2}\left(\frac{v_0^4}{g^2S^2}+1\right)\right) =$

$h = S\left(tg\alpha - \frac{gS}{2v_0^2}\cdot\frac{1}{\cos^2\alpha}\right)$

$= S\left(\frac{v_0^2}{gS} - \frac{v_0^2}{2gS} - \frac{gS}{2v_0^2}\right) =$

$\frac{1}{\cos^2\alpha} = tg^2\alpha + 1 = \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} + \frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$= \frac{S}{2}\left(\frac{v_0^2}{gS} - \frac{gS}{v_0^2}\right) =$

$h = S\left(tg\alpha - \frac{gS}{2v_0^2}\cdot\left(tg^2\alpha+1\right)\right)$

$= \frac{20}{2}\left(\frac{400}{10\cdot20} - \frac{10\cdot20}{2\cdot400}\right)м =$

$h' = 0$

$S - \frac{gS^2}{2v_0^2}\cdot 2tg\alpha = 0$

$= 10\left(2-\frac{1}{2}\right)м = \boxed{7,5м}$

$1 = \frac{gS}{v_0^2}\cdot tg\alpha$

$= 15 м$

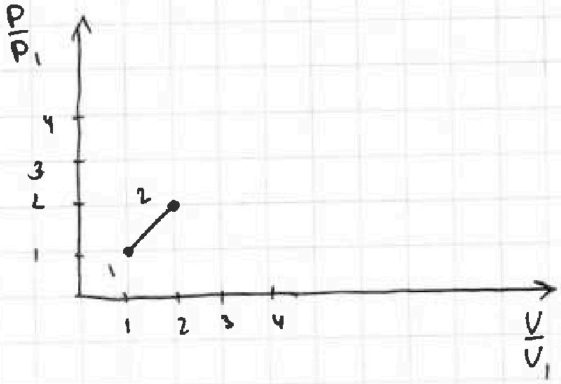
$tg\alpha = \frac{v_0^2}{gS}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

черновик



$P_0V_0 = \nu RT_0$

$P^2\frac{V_0}{P_0} = 4\nu RT_0 = 4P_0V_0$

$P^2 = 4\frac{P_0^2}{\cancel{P_0}}$

$P = 2P_0$

23: $PdV + VdP = \nu RdT$

$\frac{1}{2}\nu RdT = \frac{3}{2}\nu RdT + PdV$

$\frac{dP}{V} + \frac{dV}{V} = \frac{dT}{T}$ $\quad PdV = -\nu RdT$

$PdV = -PdV - VdP$

$2PdV = -VdP$

$\frac{2dV}{V} = \frac{dP}{P}$ $\quad \frac{dP}{dV} = -\frac{2P}{V}$

$\frac{3dV}{V} = \frac{dT}{T}$

$\cancel{\frac{dV}{V} = \frac{dP}{P}}$

$\cancel{\ln\frac{V_k}{V_0} = \ln}$

$\frac{dV}{V} = \frac{dP}{2P}$

12:

$\Delta Q = \Delta U + \Delta A$

~~$2R\nu(T-T_1) = \frac{3}{2}\nu R(T-T_1)+$~~

$PdV + VdP = \nu RdT$

$2\nu RdT = \frac{3}{2}\nu RdT + PdV$

$\frac{1}{2}\nu RdT = PdV$

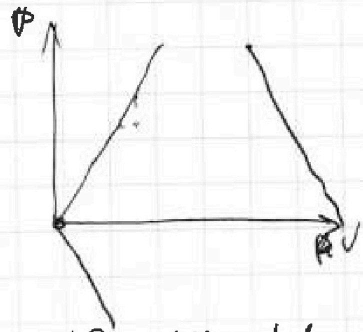
$\nu RdT = 2PdV$

$VdP = PdV$

$\frac{dP}{P} = \frac{dV}{V}$

$\frac{P}{P_0} = \frac{V}{V_0}$

$P \cdot \frac{V_0}{P_0} = V$



$dQ = dU + dA$

$PdV + VdP = \nu RdT$

$2R\nu dT = \frac{3}{2}\nu RdT + PdV$

$\frac{1}{2}\nu RdT = PdV$

$\frac{1}{2}PdV + \frac{1}{2}VdP = PdV$

$VdP = PdV$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{2\,dV}{V} = -\frac{dP}{P}$$

$$\int \frac{2\,dV}{V} = \int \frac{dP}{P}$$

$$2 \cdot \int \frac{dV}{V} = \int \frac{dP}{P}$$

$$2 \ln \frac{V_k}{V_0} = \ln \frac{P_k}{P_0}$$

$$\frac{V_k^2}{V_0^2} = \frac{P_k}{P_0}$$

$$\cancel{V^2 = \frac{V_0^2}{P_0} \cdot P}$$

$$\cancel{P = \frac{P_0 V^2}{V_0^2}}$$

$$\frac{V_0^2}{V_k^2} = \frac{P_k}{P_0}$$

$$2P_0 2V_0 = \nu R \cdot 4T_0$$

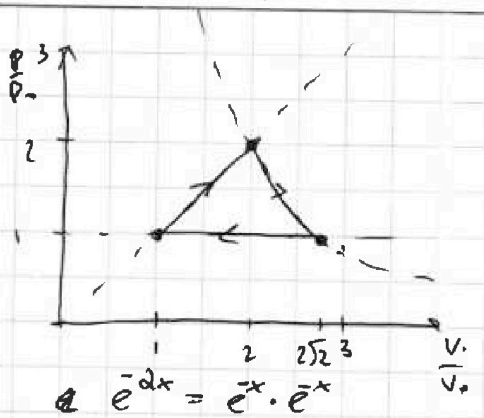
$$\frac{8P_0V_0^2}{V^2} \cdot V = \nu RT$$

$$\frac{8P_0V_0^2}{V} = \nu R \cdot 2\sqrt{2}\,T_0$$

$$\frac{8P_0V_0^2}{V} = 2\sqrt{2}\,\cancel{P_0}V_0$$

$$8V_0 = 2\sqrt{2}\,V$$

$$2\sqrt{2}\,V_0 = V$$



$$e^{-2x} = e^{-x} \cdot e^{-x}$$

$$\cancel{e^{2\ln x} = \left(e^{\ln x}\right)^2 = x^2}$$

$$\frac{1}{e^x \cdot e^x} = \frac{1}{(e^x)^2} = \frac{1}{y^2}$$

$$P = P_0' V_0'^2 \cdot \frac{1}{V^2}$$

$$P_0' = 2P_0 \qquad V_0' = 2V_0$$

$$P = \frac{8P_0V_0^2}{V^2}$$

$$P = \frac{8P_0V_0^2}{9V_0^2} = \frac{8}{9}P_0$$

$$P = \frac{8P_0V_0^2}{4 \cdot 2V_0^2} = P_0$$

$$2{,}5\nu R\,dT = 1{,}5\nu R\,dT + P\,dV$$

$$\nu R\,dT = P\,dV$$

$$\cancel{P\,dV} + V\,dP = \cancel{P\,dV}$$

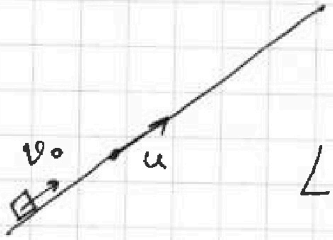
$$dP = 0\ ; \quad P = const$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

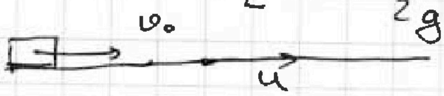
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$v_0 \to u$

$L = \frac{v_0^2 - u^2}{2g} = \frac{16 - 4}{20} = \frac{12}{20\text{м}} = \frac{3}{5\text{м}} = \boxed{0{,}6\text{ м}}$

$L = \frac{(v_0 - u)^2}{2g} + u\tau$

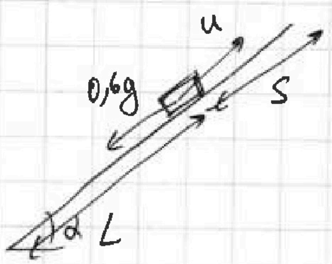


$\frac{(v_0 - u)}{g}$ $L = \frac{(v_0-u)^2}{2g} + \frac{u(v_0 - u)}{g} =$

$> \quad = \frac{(v_0 - u)(v_0 - u + 2u)}{2g} = \frac{v_0^2 - u^2}{2g}$

$mg\sin\alpha \wedge \mu mg\cos\alpha$

$0{,}8 > 0{,}2$



$\frac{u^2 - 0^2}{1{,}2g} = S$

$\frac{4 \cdot 10}{12 \cdot 10} = S = \frac{1}{3}\text{ м}$

$(L + S)\sin\alpha = H$

$(0{,}6 + \frac{1}{3})0{,}8$

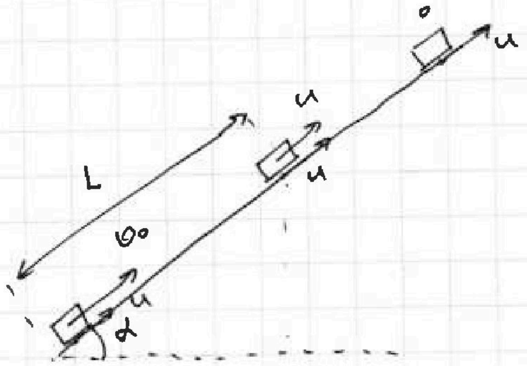
$\cancel{\frac{mv_0^2}{2} \pm F_{тр}(L - S) = mgH}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

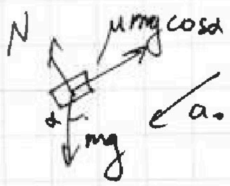


$$L = \frac{v_0^2 - u^2}{2a}$$

$$a = \frac{mg\sin\alpha + \frac{1}{3}mg\cos\alpha}{m} =$$

$$= g$$

$$L = \frac{16-4}{20}м = 0{,}6\ м$$



$$a_0 = 0{,}6g \quad \frac{u^2}{2\cdot 0{,}6g} = S = \frac{4}{12}м = \frac{1}{3}м$$

$$u = (L+S)\sin\alpha = \left(0{,}6 + \frac{1}{3}\right)0{,}8 =$$

$$= \left(\frac{9}{15} + \frac{5}{15}\right)0{,}8 = \frac{14}{15}\cdot\frac{4}{5} = \boxed{\frac{56}{75}м}$$

$$\frac{0{,}6gt^2}{2} = S_2$$

$$v_1 = gt = u$$

$$t = \frac{u}{g} \qquad S_2 = \frac{0{,}6u^2}{2g} = \frac{0{,}3\cdot 4}{10} = 0{,}12\ м$$

$$L_2 = \left(0{,}6 + 0{,}12 - \frac{1}{3}\right) = 0{,}48 + \frac{1}{3} =$$

$$\cancel{= \frac{5}{6} + \frac{2}{6} = \frac{7}{6}м}$$

$$= \frac{12}{25} + \frac{1}{3} = \frac{36}{75} + \frac{25}{75} = \cancel{\boxed{\frac{61}{75}м}}$$

$$G\frac{mm}{r^2} \qquad E = mgh$$

$$g = \frac{GM_з}{r^2}$$

$$\frac{kg}{b^2}\cdot g\cdot b = \frac{kg^2}{b}$$