



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 14

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x.$$

$$\begin{array}{r} 6x - 4x + 1 \\ - 3x - 5x + 6 \\ \hline -6x + 5 \end{array}$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

$$\begin{array}{r} 1+10=11 \\ 10+1=11 \\ \hline 11 \end{array}$$

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$5x - y = 3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}.$$

$$\begin{array}{r} 28-28=0 \\ 28-28=0 \\ \hline 0 \end{array}$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклистику на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .

мотоциклист.

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = \sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

$a, b, c \in \mathbb{N}$

$$\begin{array}{l} a \cdot b : 3^{14} \cdot 7^{13} \\ b \cdot c : 3^{13} \cdot 7^{17} \\ a \cdot c : 3^{15} \cdot 7^{42} \end{array} \quad \left| \Rightarrow \begin{array}{l} a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 : 3^{14+15+23} \cdot 7^{13+17+42} \\ a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 : 3^{56} \cdot 7^{72} \\ \Rightarrow abc : 3^{28} \cdot 7^{36} \end{array} \right.$$

$$abc = k \cdot 3^{28} \cdot 7^{36}, k \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow \min(abc) = \cancel{3^{28}} \cdot 7^{36}$$

(поскольку $k=1$)

$$\text{Ответ: } \min(a \cdot b \cdot c) = 3^{28} \cdot 7^{36}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b \in \mathbb{N}$$

$\frac{a}{b}$ несократима $\Rightarrow a$ и b не имеют общ. делителей

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 11ab}$$

Если $\frac{a}{b}$ несократимое дробь, то a и b — нодопримые, при условии если ~~делители есть~~ нет делителей

ок

$$(a+b)$$

$$\frac{1}{a+b} + \frac{11ab}{a+b}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\boxed{N3} \quad \sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x$$

Заменим: $\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = a, a \geq 0$

$$\sqrt{3x^2 + x + 1} = b, \text{ тогда } 5 - 6x = a^2 - b^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - b = a^2 - b^2 \Leftrightarrow \\ \begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \end{cases} \end{cases} \begin{cases} (a-b)(a+b) - (a-b) = 0 \Leftrightarrow \\ \begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \end{cases} \end{cases} \begin{cases} (a-b)(a+b-1) = 0 \\ \begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = b \\ a = 1 - b \\ a \geq 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{T.O.} \quad \begin{cases} \sqrt{3x^2 - 5x + 6} = \sqrt{3x^2 + x + 1} & \text{(1)} \\ \sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} = 1 & \text{(2)} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{3x^2 - 5x + 6} = \sqrt{3x^2 + x + 1} \Leftrightarrow 3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + x + 1 \Leftrightarrow x = \frac{5}{6}$$

$$\textcircled{2} \quad \sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} = 1$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{3x^2 - 5x + 6} \geq 0 \quad \rightarrow x \geq 0 \\ & \sqrt{3x^2 + x + 1} \geq 0 \quad \rightarrow x \in [-\frac{1}{3}, \infty) \\ & \sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} \leq 1 \\ & \sqrt{3(x - \frac{5}{6})^2 + \frac{47}{12}} + \sqrt{3(x + \frac{1}{6})^2 + \frac{11}{12}} \leq 1 \\ & \min \left(\sqrt{3(x - \frac{5}{6})^2 + \frac{47}{12}} \right) = \sqrt{\frac{47}{12}}, \\ & \min \left(\sqrt{3(x + \frac{1}{6})^2 + \frac{11}{12}} \right) = \sqrt{\frac{11}{12}} \end{aligned}$$

оценки
значение
варианта

$$\frac{\sqrt{47} + \sqrt{11}}{\sqrt{12}}$$

$$\begin{aligned} & 6 \cdot \sqrt{47} < 7 \\ & 3 < \sqrt{11} < 4 \\ & 3 < \sqrt{12} < 4 \end{aligned} \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{\sqrt{47} + \sqrt{11}}{\sqrt{12}}} < 3 \frac{3}{4}$$

Ответ: $x = \frac{5}{6}$

$$\Rightarrow \sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} = 1 \quad (\text{не имеет решения})$$

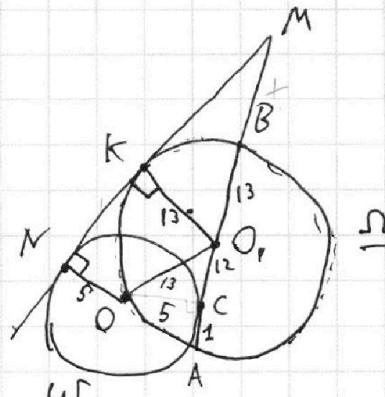
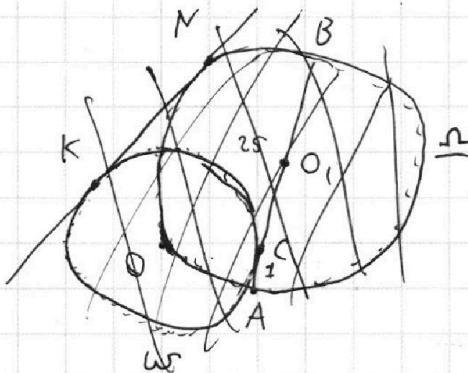
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$BC = 25$$

$$AC =$$

$$\text{---} \quad O \in \Omega$$

$$AB \cap \omega = C$$

$$NK - ?$$

$$1). AB = AC + BC = 26 \\ BO_1 = O_1A = \frac{1}{2}AB \quad (\text{как радиусы})$$

$$\Rightarrow O_1C = O_1A - AC = 12$$

2). Проведём $O_1K \perp NM$ (так как радиус, проведённый в точку кас.)

3). Проведём $OC \perp MA$ (так радиус, проведённый в точку кас.)

$\triangle OCO_1$: — прямой ($OC \perp MA$)
 $O_1O = 13$ (как радиус Ω)

$$O_1C = 12$$

$$\Rightarrow OC = \sqrt{169 - 144} = 5$$

4). $ON \perp MN$ (радиус, проведённый в точку кас.)

$O_1K \perp MN$ ($\Rightarrow 2$)

$\Rightarrow ON \parallel O_1K$ (две прямые, перпендикулярные 3-му прямому ||)

\Rightarrow 4 угл $ONKO_1$, — прямые.

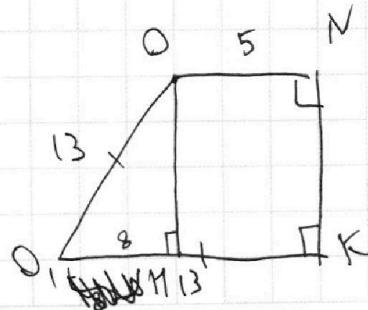
Проведём $OH = NK$

$$O_1H = O_1K - ON = 8$$

\Rightarrow по т. Пифагора:

$$OH = NK = \sqrt{O_1O^2 - O_1H^2} = \sqrt{105}$$

$$\text{сумм} : NK = \sqrt{105}$$



На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДИНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\boxed{N5} \quad 5x - y = 3 \geq 0 \quad (1) \quad X, Y, Z \geq 0$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{Z} \quad (2)$$

$$\min \left(\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} \right) - ? \quad (3)$$

Умножим (1) на (2):

$$40 + \frac{5x}{y} - \frac{8y}{x} - 1 = 45$$

$$\Rightarrow 5 \cdot \frac{x}{y} - 8 \cdot \frac{y}{x} = 6 \quad \text{Замена: } t = \frac{x}{y}$$

$$\Rightarrow 5t - \frac{8}{t} = 6$$

$$\Rightarrow 5t^2 - 6t - 8 = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{3 \pm \sqrt{41}}{5} \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

Поставим в (1):

$$\begin{cases} z = 3y \\ z = -\frac{5y}{3} \end{cases}$$

$$\text{T.O.}, \begin{cases} x = 2y \\ x = -\frac{4y}{5} \end{cases}$$

↙

$$\begin{cases} z = 3y \\ x = 2y \end{cases} \quad \text{Поставим в (3):}$$

$$(1) \text{случай: } \begin{cases} x = 2y \\ z = 3y \end{cases}$$

$$\frac{25 \cdot 4y^2 - y^2 - 9y^2}{y^2 + 3 \cdot 9y^2} = \frac{100y^2 - y^2 - 9y^2}{28y^2} = \frac{90y^2}{28y^2} = \frac{45}{14}$$

$$\begin{cases} z = -\frac{5}{3}y \\ x = -\frac{4}{3}y \end{cases} \quad (2) \text{случай}$$

$$(2) \text{случай: } \begin{cases} x = -\frac{4y}{3} \\ z = -\frac{5y}{3} \end{cases}$$

$$\frac{25 - \left(-\frac{4y}{3}\right)^2 - y^2 - \left(-\frac{5y}{3}\right)^2}{y^2 + 3 \cdot \left(-\frac{5y}{3}\right)^2} = \frac{25 - \frac{16y^2}{9} - y^2 - \frac{25y^2}{9}}{y^2 + \frac{25y^2}{3}} = \frac{3 \frac{2}{9}}{\frac{28}{3}} = \frac{3}{14}$$

$$= \frac{16y^2 - y^2 - \frac{25y^2}{9}}{y^2 + \frac{25y^2}{3}} =$$

$$= \left(\frac{16 \cdot 9 - 9 - 25}{9} \right) : \left(\frac{28}{3} \right)$$

$$\boxed{\text{Ответ: } \min \left(\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} \right) = \frac{55}{42} = \frac{13}{42}}$$

$$= \frac{55}{42} = \frac{13}{42}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5x - y = 3z \quad (1)$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z} \quad (2)$$

$$\frac{8y+x}{xy} = \frac{15}{z} \Rightarrow z = \frac{15xy}{8y+x}$$

$$\min \left(\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} \right) - ?$$

~~$$25x^2 + y^2 -$$~~

~~$$5x = 3z + y \Rightarrow 25x^2 = (3z+y)^2$$~~

~~$$\frac{(3z+y)^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{8z^2 + 6zy}{y^2 + 3z^2} \quad (3)$$~~

Х выразил из (1) и подставил в (2):

~~$$\frac{40}{3z+y} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z} \Rightarrow \frac{41y+3z}{(3z+y)y} = \frac{15}{z} \Rightarrow$$~~

~~$$\frac{41yz + 3z^2 - 15zy - 15y^2}{(3z+y)y} = 0$$~~

~~$$(3z+y) \neq 0$$~~

~~$$3z^2 - 4zy - 15y^2 = 0$$~~

~~$$(3z+y)(-zy) = 0$$~~

~~$$\frac{8z^2 + 6zy}{16y^2 + 4zy} = \frac{4z^2 + 3zy}{8y^2 + 2zy}$$~~

~~$$\text{сложим (1) + (2): } 5x + \frac{8}{x} - y + \frac{1}{y} = 3z + \frac{15}{z}$$~~

~~$$5x - y -$$~~

~~$$\text{умножим (1) на (2): } 40 + \frac{5x}{y} - \frac{8y}{x} - 1 = 45 \Rightarrow \frac{5x}{y} - \frac{8y}{x} = 6$$~~

~~$$\Rightarrow \frac{x}{y} = 2, \frac{y}{x} = -\frac{4}{5}$$~~

$$\frac{45xy}{x+8y} - \frac{5x-y}{1} = 0$$

~~$$\frac{45xy - 5x^2 - 40xy + xy + 8y^2}{x+8y} = 0$$~~

~~$$8y^2 - 5x^2 + 6xy = 0$$~~

~~$$(3x+y)^2 - 14x + 7y^2 = 0$$~~

~~$$(-11x+y)(17x+y)$$~~

~~$$(3x+y - \sqrt{14}x)(3x+y + \sqrt{14}x) = -7y^2$$~~

~~$$(x(3-\sqrt{14})+y)(x(3+\sqrt{14})+y) = -7y^2$$~~

~~$$-7y^2 \leq 0 \text{ всегда}$$~~

~~$$x(3-\sqrt{14})+y < 0$$~~

~~$$x(3+\sqrt{14})+y > 0$$~~

~~$$x(3-\sqrt{14})+y > 0$$~~

~~$$x(3+\sqrt{14})+y < 0$$~~

подстав-
ление
(3)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & S = z \\
 & u_B = x \\
 & u_A = y \\
 & x + 7 = K \\
 & y + 7 = p \\
 & z \cdot \frac{p-k}{pk} = \frac{3}{5} \\
 & z = \frac{3pk}{5(p-k)} \\
 & z = \frac{3(x+7)(y+7)}{5(y-x)} \\
 & z = \frac{3(56-x)}{x+7} - \frac{3(56-x)}{56-x} = \frac{3}{5} \\
 & \left\{ \begin{array}{l} \frac{z}{x} - \frac{z}{y} = 1 \\ z \cdot \frac{x}{y} - z \cdot \frac{y}{x} = 49 \end{array} \right. \\
 & \Rightarrow z = \frac{xy}{y-x} \\
 & z = \frac{49}{\frac{y}{x} - \frac{x}{y}} \Rightarrow \frac{49 \cdot xy}{y^2 - x^2} \\
 & \frac{xy}{y-x} = \frac{49xy}{y^2 - x^2} \Rightarrow 49 = y+x \\
 & y+x = 49 \\
 & x+y=49 \\
 & 280z - 52x - 5z - 35z - 168x + 3x^2 - (176+21x) = 0 \\
 & 145z - (0z - 147x + 3x^2 - 1176) = 0 \\
 & z = \frac{(49-x)x}{49-2x} \\
 & 3xy + 21x + 21y + 147 = \frac{49xy}{y-x} \quad 49z - 2xz = 49x - x^2 / -3 \\
 & \frac{3xy + 21x + 21y + 147}{5(y-x)} = \frac{49xy}{(y-x)(51x)} \quad -3x^2 + 147x = 147z - 6xz \\
 & \frac{49 \cdot 5 - 5xy}{57378} = \frac{49 - xy}{5} = \frac{y+x}{5} = 49 \quad 3x^2 - 147x = 1176 + 102x - 145z \\
 & 49 \cdot 5 - 5xy = 49 \cdot (3xy + 21x + 21y + 147) \quad 0 = 2z + 4xz + 1176 \\
 & 245 - 5xy = 147xy + 1029x + 1028y + 6958 = z + 2xz + 588 = 0 \\
 & 152xy + 1029x + 1028y + 6958 = 0 \quad \Rightarrow x = \frac{-z - 588}{2z} \\
 & x = \frac{-6958 - 1028y}{152y + 1028} \quad 49z - (-z - 588) = \frac{-49(z + 588)}{2z} - \frac{(z + 588)^2}{4z^2} \\
 & \frac{-6958 - 1028y}{152y + 1028} = 49 - y \\
 & -6958 - 1028y = -(152y - 1028y) + 152y \cdot 49 + 49 \cdot 1028 \\
 & 152y^2 - 57378 = -7448y \\
 & 152y^2 - 57378 = 0
 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДНУ** задачу.

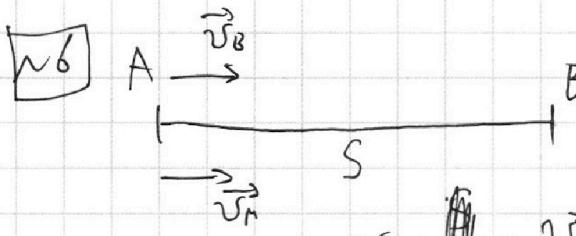
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$v_B = \text{const}$$

$$v_M = \text{const}$$

$$v_B \cdot t_B = v_M(t_M + t_B) - v_B \cdot t_B$$

$$\frac{S}{v_B} = t_B$$

$$\frac{S}{v_M} = t_M$$

$$\frac{S}{v_B} < t_B \quad \frac{S}{v_B} - 1 = \frac{S}{v_M} \quad (1)$$

~~$$\frac{S}{v_M} < t_M \quad v_B \cdot t_B = v_M \cdot t_M - 49 \quad (2)$$~~

$$\frac{S}{v_B+7} = \frac{S}{v_M+7} + 0,6 \quad (3)$$

$$\Rightarrow \left\{ \frac{S}{v_B} - \frac{S}{v_M} = 1 \quad (1) \right.$$

$$S \cdot \frac{v_B}{v_M} = S \cdot \frac{v_M}{v_B} - 49 \quad (2)$$

$$\left. \frac{S}{v_B+7} = \frac{S}{v_M+7} + 0,6 \quad (3) \right.$$

$$(1) \quad S \left(\frac{v_M - v_B}{v_B \cdot v_M} \right) = 1 \Rightarrow S = \frac{v_B \cdot v_M}{v_B - v_M}$$

Подставим во (2):

$$\frac{v_B^2}{v_B - v_M} = \frac{v_M^2}{v_M - v_B} - 49 \Leftrightarrow v_B^2 = v_M^2 - 49v_M + 4Sv_B$$

$$\Leftrightarrow v_M^2 - 98v_M + 49v_B - 49^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow v_M = 49 \pm 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

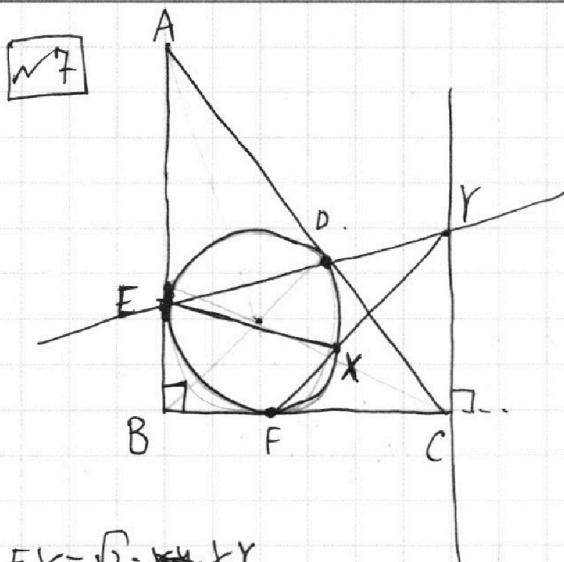
5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$EX = \sqrt{2} - \cancel{XY}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Diagram N1 shows a right-angled triangle ABC with vertices A(0,0), B(0,3), and C(3,0). Point D is at (1,0) and point E is at (0,1). Line DE intersects BC at F(1,2) and AC at G(2,1).

$$\begin{aligned}
 & \text{Berechnung: } (a-b)^2 = 7ab \quad MK^2 = MB \cdot AB \\
 & \text{d} \quad a-b = a^2 - b^2 \quad MK + MK = MB + AB \\
 & \text{f} \quad (a-b)(a+b) - (a-b) = 0 \quad MK \sqrt{26x+18} \\
 & \quad 6 \cdot b^2(a+b-1) = 0 \quad MK \quad M \cdot P \\
 & \quad y = \frac{5}{6} + x + \frac{1}{6} \quad yMK = \sqrt{18x+26} \\
 & \quad 3\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 - \frac{25}{12} + 6 \quad 3\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 - \frac{25}{12} + 6 \\
 & \quad 3\left(x + \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{1}{12} + 1 \quad 3\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 - \frac{25}{12} + 6
 \end{aligned}$$

$$x(3x+1) \leq 0$$

$$\boxed{x \in \left[-\frac{1}{3}, 0\right]}$$

$$\sqrt{3\left(t-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{12}} - \sqrt{3\left(t+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{11}{12}} = 3 - 6t$$

$$3\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{47}{12} + 3\left(t + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{11}{12} - 2\sqrt{3\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{47}{12}} \cdot 3\left(t + \frac{1}{2}\right) + \frac{11}{12} =$$

$$8xy + y^2 - 15x^2y = 0$$

$$-y^2 = -5x^2y$$

$$25x^2 - 25x^2 + 30x^2 + 9z^2 = -z^2$$

$$8z^2 + 30x^2 = -z^2$$

$$6t^2 + \frac{3}{2} + \frac{58}{12} - 2\sqrt{9(t-\frac{1}{2})(t+\frac{1}{2})}$$

$$= (3-t)^2$$

$$25x^2 - (z^2 + y^2) \quad \text{and} \quad a^2 - a + b - b^2 + 2ab\sqrt{b} - 2b^2a = 0$$

$$(a-b)^2 + 2ab\sqrt{b} / (\sqrt{a} - \sqrt{b}) = 0$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial L}{\partial u} = -\frac{1}{2} \left((\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - 2u(\sqrt{a} + \sqrt{b}) + 2u\sqrt{ab} \right) = 0 \\ & (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) - 2u(\sqrt{a} + \sqrt{b}) + 2u\sqrt{ab} = 0 \\ & (\sqrt{a} + \sqrt{b}) \left((\sqrt{a} + \sqrt{b}) - 2u + 2u\sqrt{ab}/(\sqrt{a} + \sqrt{b}) \right) = 0 \end{aligned}$$