



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

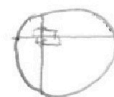
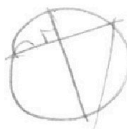
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$y = \frac{8}{8}x$
 $y = 0$

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.



4. [5 баллов] Решите уравнение

$\frac{7x}{1} = \frac{CC_1}{x}$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



✓ 1.

Заметим, что $a \cdot b \div 2^{14}$ $b \cdot c \div 2^{17}$ $c \cdot a \div 2^{20}$

Тогда $(ab) \cdot (bc) \cdot (ca) \div 2^{51}$.

$$(abc)^2 \div 2^{51}$$

Так, как $(abc)^2$ — квадрат, значит степень

вхождения простого множителя в него

~~равно~~ кратна 2. $(abc)^2 \div 2^{51} \Rightarrow (abc)^2 \div 2^{52}$

$$\Rightarrow abc \div 2^{26}$$

~~Аналогично заметим, что $a \cdot b \div 7^{10}$ $b \cdot c \div 7^{17}$~~

~~$a \cdot c \div 7^{37}$ Значит $(abc)^2 \div 7^{64} \Rightarrow abc \div 7^{32}$~~

~~Так как 2 и 7 взаимно просты, можно сказать~~

~~что $abc \div (2^{26} \cdot 7^{32})$, значит наименьшее~~

~~значение $abc = abc$ равно $2^{26} \cdot 7^{32}$~~

~~Пример a~~

Заметим, что $a \cdot c \div 7^{37}$, значит $a \cdot b \cdot c \div 7^{37}$,

значит минимальное значение abc равно

$2^{26} \cdot 7^{37}$ (так как $abc \div 2^{26} \cdot 7^{37}$ (2 и 7 взаимно

просты)). Пример для $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Продолжите задание 8:

Пример: $a = 2^8 \cdot 7^{20}$ $b = 2^6$ $c = 2^{12} \cdot 7^{17}$

Легко проверить, что $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$, и что

все условия выполняются.

Ответ: $2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2}$.

a и b не имеют общих делителей отличных от 1.

$$\frac{a+b}{a^2-bab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$

Пусть сократилось на

какое-то m , т.е. $a+b \div m \Rightarrow (a+b)^2 \div m$

$$\Rightarrow 8ab \div m$$

~~Предполагаем, что m содержит какие-то простые множители, отличные от 2^3 , т.е.~~

~~$a+b \div p$, p — простое~~

Предполагаем, что m содержит какие-то простые множители, отличные от 2^3 ,
(возможно, может делиться на $2^4, 2^5, 3^2, \dots$), т.е. $a+b \div p^k$, ~~значит~~ заметим

что, ~~если~~ если $a+b \div p^k$, то либо $a \div p^k$ либо $b \div p^k$, потому что иначе a и b можно

сократить на p , что противоречит условию.

Значит, если $a+b \div p^k$ без ограничения общности считая $a \div p^k \Rightarrow b/p$, но $a+b \div m$, $m \div p^k$

значит $a+b \div p^k$, $a \div p^k \Rightarrow b \div p^k$ — противоречие



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача ~ 2 Продолжение.

Укажите предположительную кверту и
m не содержит множителей кроме
 2^3 , укажите m максимальное $= 2^3$.
 $m = 2^3$

Пример.

$$\frac{3+5}{(3+5)^2 - 8(3+5)} = \frac{8}{8 \cdot 8 - 8 \cdot 15}$$

Очевидно, что
на 8 сокр.

Ответ: $m = 8$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№3.

Дано:

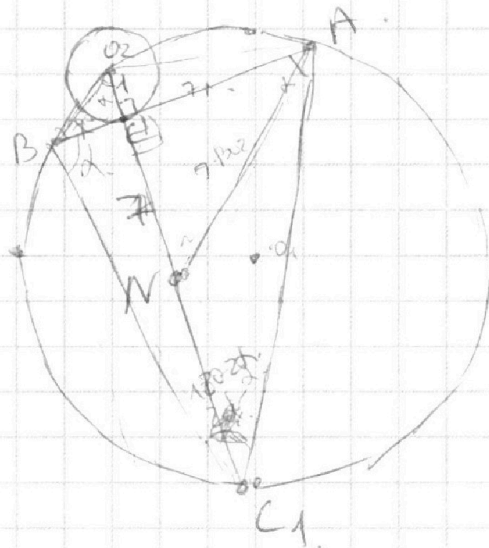
$O_2 \in \Omega$

AB - касат. к Ω

$$\frac{AC}{CB} = 7.$$

$O_2 C = 1$, $OA \perp AB = 5$

Решение:



1) Проведем $O_2 C$ за точку до пересек с окр. C_1 .

2) Пусть $CA = 7x$, $BC = x$.

3) Тогда $BC \cdot AC = O_2 C \cdot CC_1$ (короткая окр.).

$$7 \cdot x^2 = CC_1.$$

4) Проведем $AN \parallel O_2 B$, тогда $\triangle BO_2 C \sim \triangle ANC$.

$$AN = 7 \cdot BO_2, \quad BN = 7, \quad BO_2 = \sqrt{1+x^2}.$$

$$AN = 7 \cdot \sqrt{1+x^2}$$

$$\begin{aligned} 5) \quad CA^2 - CB^2 &= 7^2 x^2, \quad CA^2 - CB^2 = (7x)^2 - x^2 = 48x^2 \\ &= AN^2 - BN^2. \quad AC = AN \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3 Продолжим

$$\angle B = \angle A \Rightarrow \triangle BAC_1 \text{ — } p/2$$

$$BC_1 = AC_1 \Rightarrow \text{высота} = 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{10}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

р.ч.

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} + (7x-2) = \sqrt{2x^2+2x+1}$$

1) $D_{\sqrt{2x^2+2x+1}}: D < 0 \Rightarrow 2x^2+2x+1 > 0$.

2) $2x^2-5x+3 = (x-1)(2x-3) \Rightarrow x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$

$$2x^2-5x+3 + (7x-2)^2 + 2 \cdot (7x-2) \cdot \sqrt{2x^2-5x+3} = 2x^2+2x+1$$

$$(7x-2)^2 + (7x-2) \cdot (2 \cdot \sqrt{2x^2-5x+3}) = (7x-2)$$

$$(7x-2) \cdot ((7x-2) + 2\sqrt{2x^2-5x+3} - 1) = 0$$

$$\begin{cases} 2x^2-5x+3 + (7x-2)^2 + 2 \cdot (7x-2) \cdot \sqrt{2x^2-5x+3} = 2x^2+2x+1 \\ x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (7x-2)^2 + 2 \cdot (7x-2) \cdot \sqrt{2x^2-5x+3} = 7x-2 \\ x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (7x-2) \cdot (7x + 2\sqrt{2x^2-5x+3} - 3) = 0 \\ x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty) \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение Задачи 4 (1 продолж.).

$$\left\{ \begin{array}{l} 7x - 2 = 0 \\ 7x + 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 3 \\ x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{2}{7} \\ (2\sqrt{2x^2 - 5x + 3})^2 = (3 - 7x)^2 \\ 3 - 7x \geq 0 \\ x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{2}{7} \\ 8x^2 - 20x + 12 = 49x^2 - 42x + 9 \\ x \leq \frac{3}{7} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{2}{7} \\ 41x^2 - 22x - 3 = 0 \\ x \leq \frac{3}{7} \end{array} \right.$$

$$3) 41x^2 - 22x - 3 = 0.$$

$$x_{1,2} = \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{82}$$

$$x_{1,2} = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41}$$

$$x_{1,2} \leq \frac{3}{7} = \frac{18}{42}$$

$$\frac{11 + 2\sqrt{61}}{41} > \frac{11 + 2 \cdot 7}{41} > \frac{25}{41} > \frac{18}{42}$$

$$\frac{11 - 2\sqrt{61}}{41} < \frac{11 - 14}{41} < 0$$

$$x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$$

$$x = \frac{2}{7}$$

$$x = \frac{11 - 2\sqrt{61}}{41}$$

$$(\frac{11 - 2\sqrt{61}}{41} < 0 < 1)$$

$$x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$$

Ответ: $x = \frac{2}{7}, x = \frac{11 - 2\sqrt{61}}{41}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

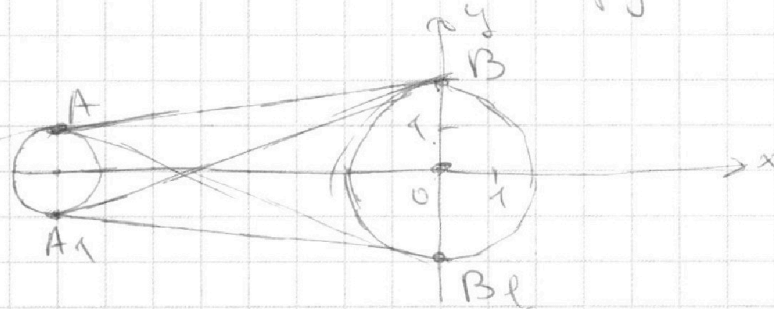
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6 Продолжение.

Рассмотрим все касательные (внутр и внешние) к этим окружностям.



Пусть

$$A(-8; 1); A_1(-8; -1).$$

$$B(0; 2); B_1(0; -2).$$

Тогда легко видеть, что AB, AB_1, A_1B, A_1B_1 — касательные. Рассмотрим их ~~коэффициенты~~:

~~они равны~~ коэффициенты прямых содержащих

эти касательные. $k_{AB} = \frac{1}{8}, k_{AB_1} = -\frac{1}{8},$

$k_{A_1B} = \frac{3}{8}, k_{A_1B_1} = -\frac{3}{8}$. Если а не совпадает

ни с одним k , тогда ур-е $y = ax + b$

не может быть касательной. (противоречие).

$$\text{Тогда } a = \frac{1}{8}; -\frac{1}{8}; \frac{3}{8}; -\frac{3}{8}.$$

$$\text{Ответ: } a = \frac{1}{8}; -\frac{1}{8}; \frac{3}{8}; -\frac{3}{8}.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

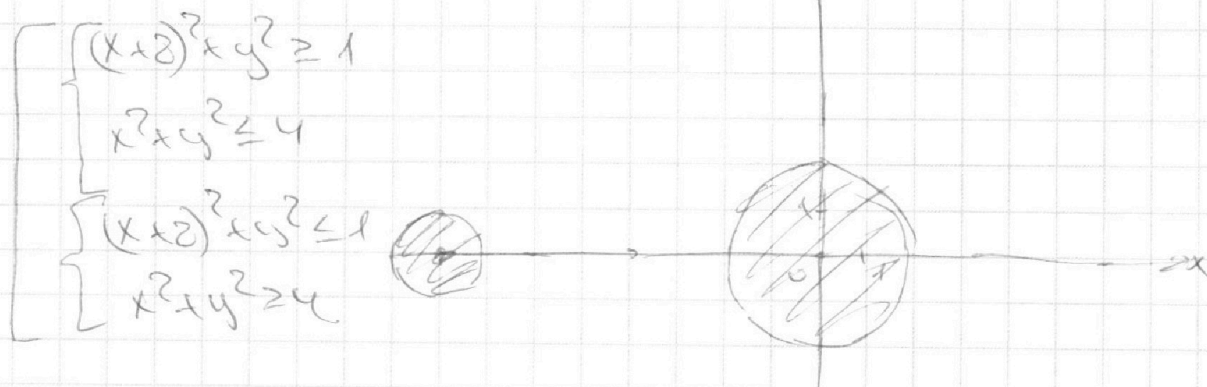
✓6 Продолжение.

2 задача когда прямая пересекает два
круга в некоторых точках,

✓6.

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0. & 1 \text{ ур-е} \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0. & 2 \text{ ур-е} \end{cases}$$

Попрошам график 2 ур-я,



Легко видеть что $ax - y + 10b = 0$ - график
прямой (т.к. $y = ax + 10b$). Значит
имеет ровно 2 решения когда $ax + 10b$
- касательная к обоим окружностям.



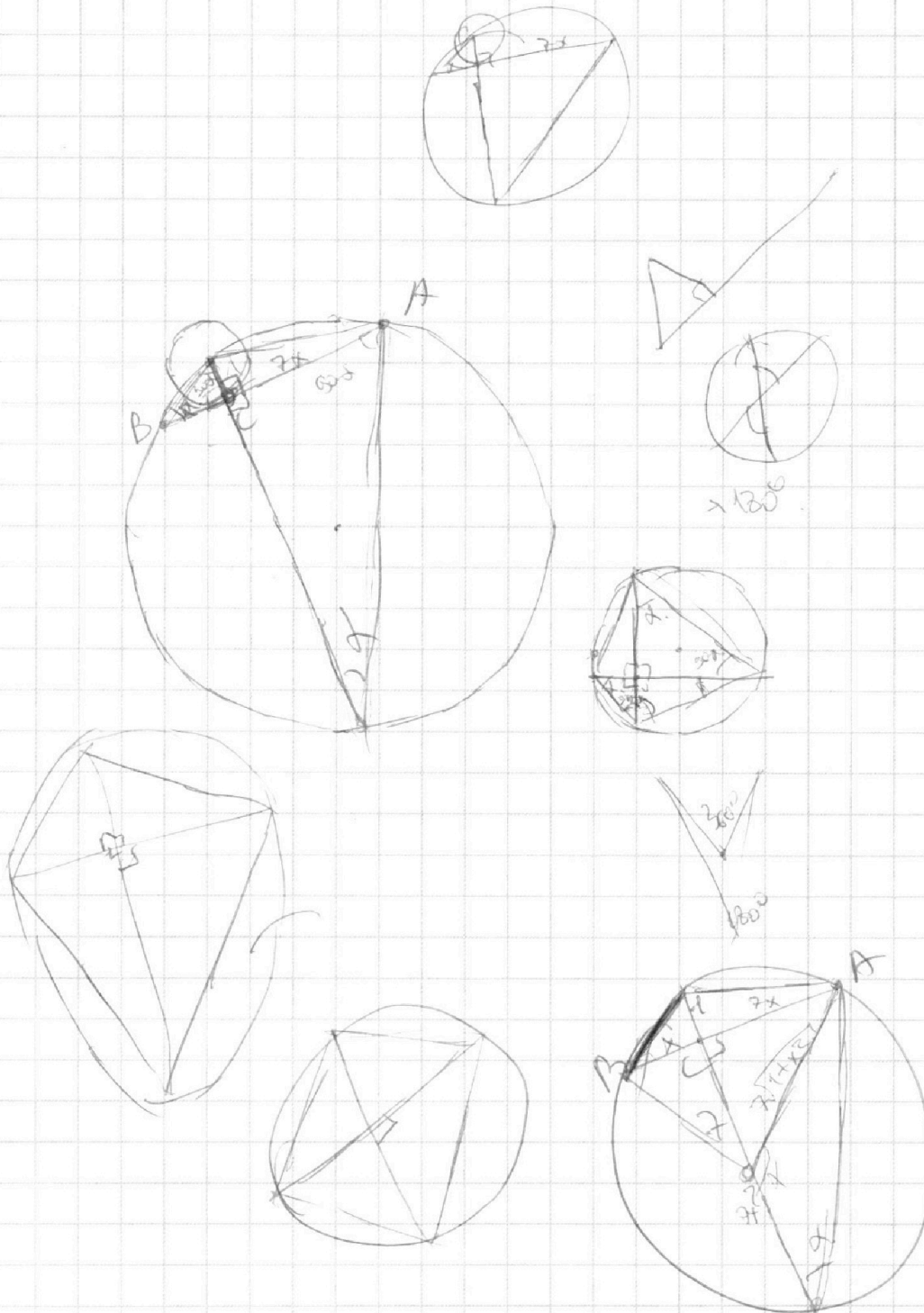
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





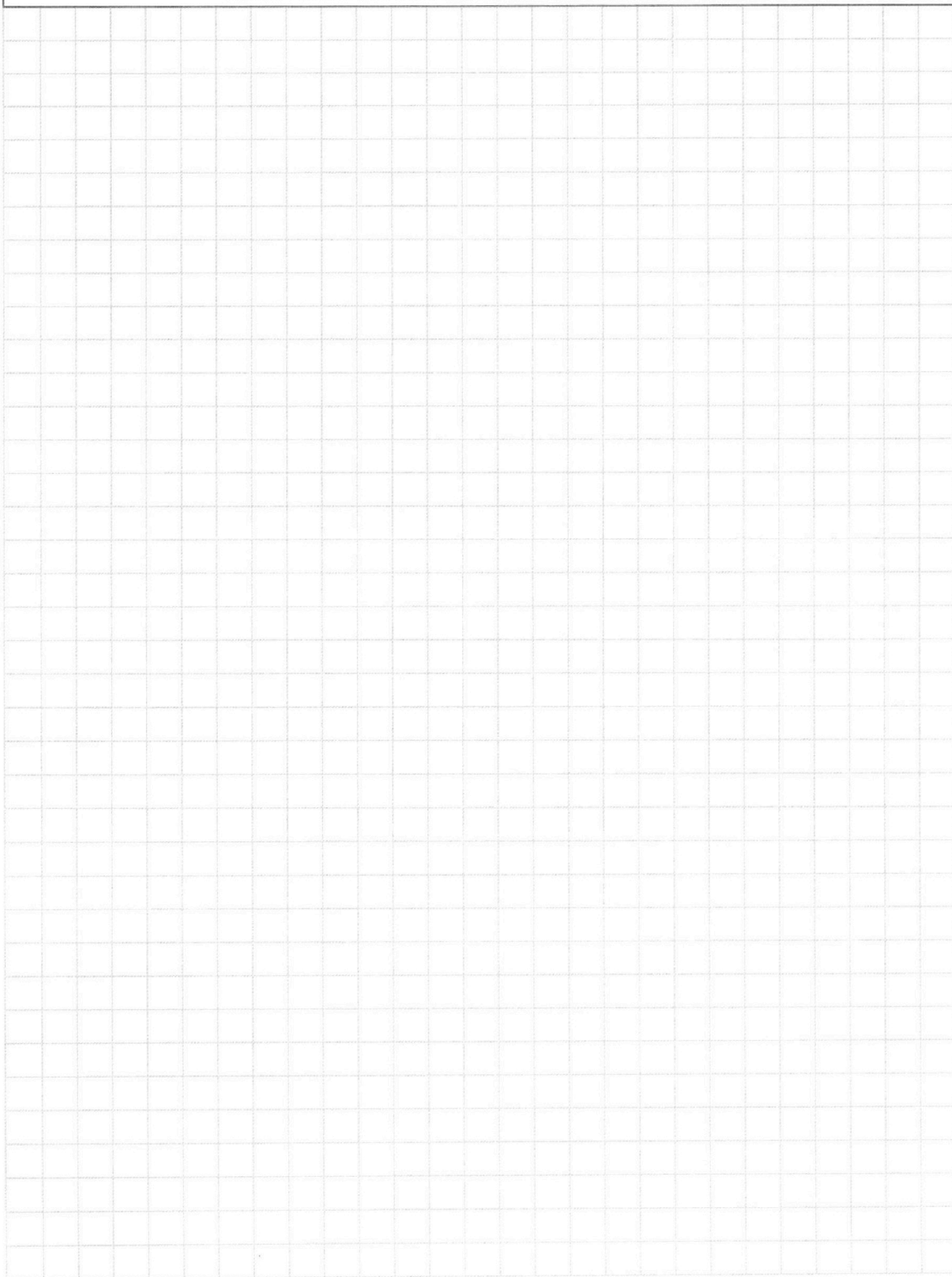
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

$$\frac{100}{100^2-8ab}$$

$$a+b=100$$

$$2ab=100$$

$$\frac{125^2}{2 \cdot 25^2} = \frac{25 \cdot 25}{25}$$

$$(a-b)^2 = 4ab$$

$$a+b$$

$$1000$$

$$(a-5b)(a$$

$$(a+b)^2-8ab$$

$$(a+b):m$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$

$$(a+b)^2 \equiv 100 \pmod{m}$$

$$8ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$8ab:m$$

$$a+b:m$$

$$8ab:m$$

$$a+b:m$$

$$(a+b)^2:m$$

$$a+2ab+b^2:m$$

$$2a+2b:m$$

$$4a^2+4b^2+8ab:m$$

$$4a^2+4b^2:m$$

$$4(a^2+b^2):m$$

$$(a+b)^2:m$$

$$(a+b):m$$

$$1000$$

$$a=5^4$$

$$b=1000-5^4$$

$$\frac{100}{100^2-8ab}$$

$$100=100$$

$$2 \cdot 25$$

$$2 \cdot 25$$

$$a=5^2$$

$$2ab$$

$$a+b=1000$$

$$2 \cdot 5^3$$

$$3 \cdot 5^4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 2 \begin{smallmatrix} 14 \\ 10 \end{smallmatrix}$$

$$a \approx$$

$$a+b=10$$

$$bc: 2 \begin{smallmatrix} 17 \\ 17 \end{smallmatrix}$$

$$b+c=17$$

$$ac: 2 \begin{smallmatrix} 20 \\ 37 \end{smallmatrix}$$

$$c+a=37$$

$$ac: 2 \begin{smallmatrix} 20 \\ 37 \end{smallmatrix}$$

$$bc: 2 \begin{smallmatrix} 17 \\ 37 \end{smallmatrix}$$

$$a=2 \begin{smallmatrix} 14 \\ 12+5 \end{smallmatrix}$$

$$a_1+b_1 \geq 14$$

$$b=2 \begin{smallmatrix} 17 \\ 12 \end{smallmatrix}$$

$$a_2+b_2 \geq 10$$

$$c=2 \begin{smallmatrix} 37 \\ 12 \end{smallmatrix}$$

$$b_1+c_1$$

$$ac: 2 \begin{smallmatrix} 37 \\ 12 \end{smallmatrix}$$

$$a+b: 2 \begin{smallmatrix} 14 \\ 17 \end{smallmatrix}$$

$$bc: 2 \begin{smallmatrix} 17 \\ 20 \end{smallmatrix}$$

$$ca: 2 \begin{smallmatrix} 20 \\ 12 \end{smallmatrix}$$

$$a=2 \begin{smallmatrix} 8 \\ 6 \end{smallmatrix}$$

$$b=2 \begin{smallmatrix} 6 \\ 12 \end{smallmatrix}$$

$$c=2 \begin{smallmatrix} 12 \\ 14+17+20 \end{smallmatrix}$$

$$14+17+20$$

$$31 \quad 51$$

$$(abc)^2: 2 \begin{smallmatrix} 64 \\ 32 \end{smallmatrix}$$

$$abc: 2 \begin{smallmatrix} 8 \\ 12 \end{smallmatrix}$$

$$a+b=14$$

$$b+c=18$$

$$c+a=20$$

$$2 \begin{smallmatrix} 12 \\ 14 \end{smallmatrix}$$

$$a+b=14$$

$$b+c=18$$

$$c+a=20$$

$$2 \begin{smallmatrix} 12 \\ 14 \end{smallmatrix}$$

$$a+b=14$$

$$b+c=18$$

$$c+a=20$$

$$2 \begin{smallmatrix} 12 \\ 14 \end{smallmatrix}$$

$$a+b=14$$

$$b+c=18$$

$$c+a=20$$

$$2 \begin{smallmatrix} 12 \\ 14 \end{smallmatrix}$$

$$a+b=14$$

$$b+c=18$$

$$c+a=20$$

$$2 \begin{smallmatrix} 12 \\ 14 \end{smallmatrix}$$

$$a+b=14$$

$$b+c=18$$

$$c+a=20$$

$$(abc)(bc)(a) = 2 \begin{smallmatrix} 14+17+20 \end{smallmatrix}$$

$$abc \geq 2$$

$$(abc)^2: 2 \begin{smallmatrix} 51 \\ 26 \end{smallmatrix}$$

$$(abc)^2: 2 \begin{smallmatrix} 52 \\ 26 \end{smallmatrix}$$

$$abc: 2 \begin{smallmatrix} 26 \end{smallmatrix}$$



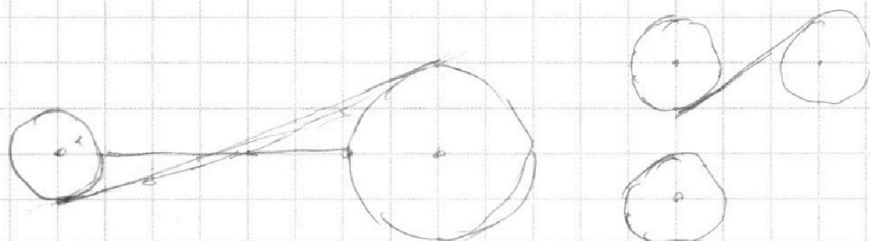
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

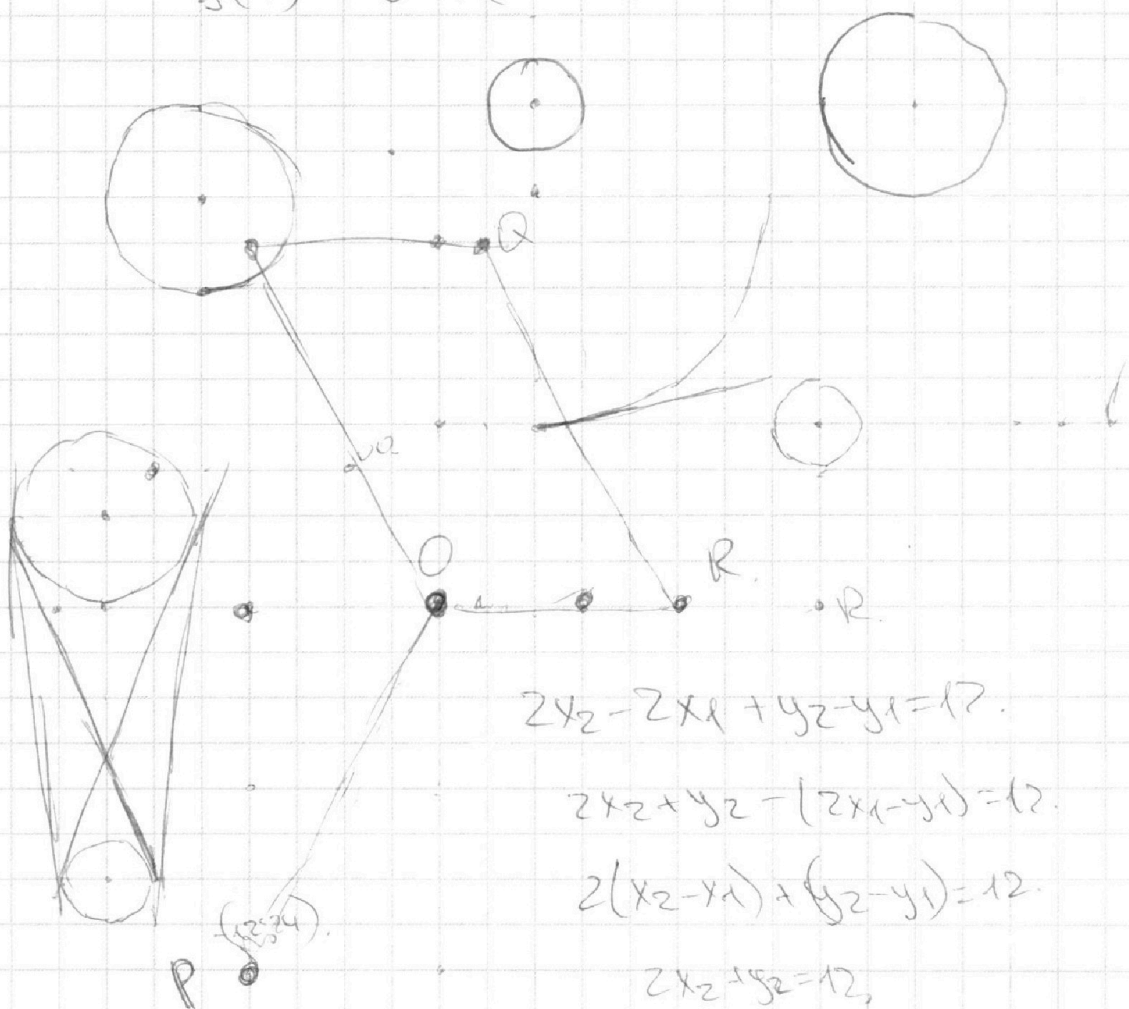
1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$S(x) = 15(x)(x+10) + 5(x+10)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

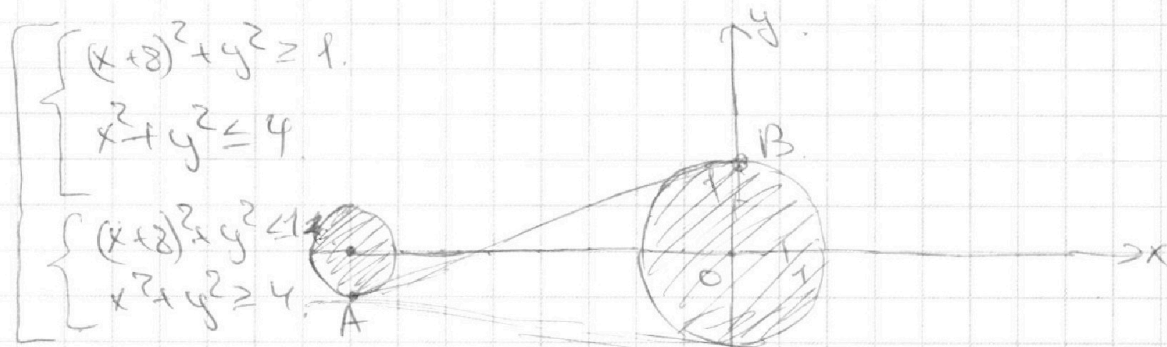


~6

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0. \end{cases}$$

Построим график $((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$.



Заметим, что $ax - y + 10b = 0$ — ур-е прямой.

т.к. $y = ax + 10b$. Обозначим $A(-8; -1)$

$B(0; 2)$. Пусть коэффициент прямой содержит
отрезок AB равен k , ~~т.е. $y = kx$~~ , ~~знаем~~

что AB перпендикулярен Ox в точке K . Тогда

прямая y_k соед. AB : $y_k = \frac{3}{8}x + 2$.

~~Заметим, что если $|a| \geq \frac{3}{8}$, то есть~~

Легко видеть, что система имеет ровно
2 решения когда прямая $y = ax + 10b$



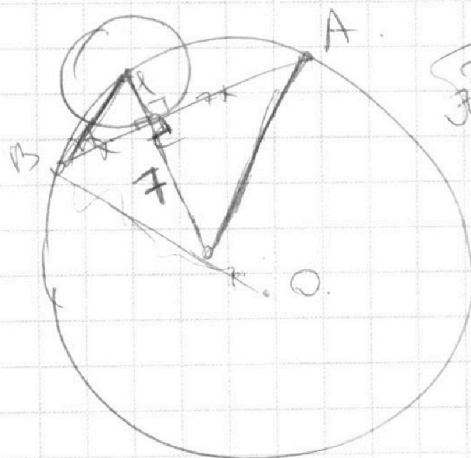
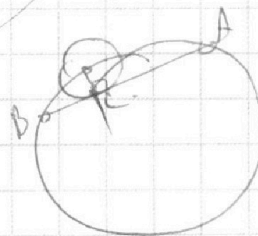
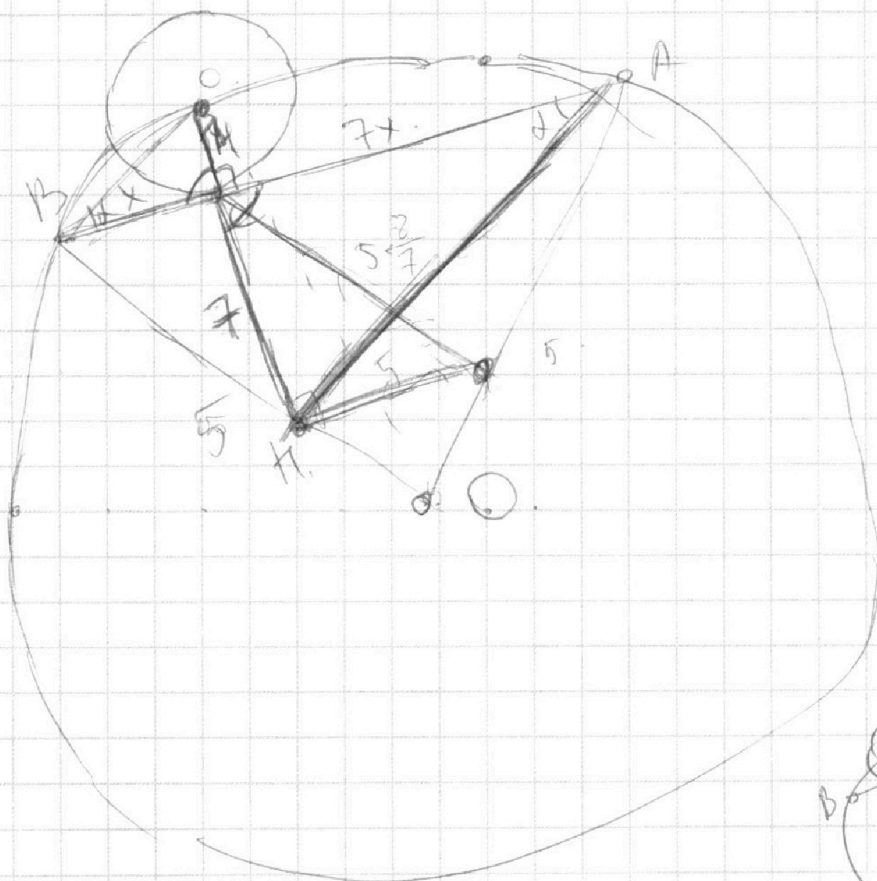
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$
$$\sqrt{1^2 + 4^2} = 5$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} + (7x-2) = \sqrt{2x^2+2x+1} + 2$$

$$2x^2-5x+3 + (7x-2)^2 + 2\sqrt{7x-2} \cdot 2(7x-2)\sqrt{2x^2-5x+3} = 2x^2+2x+1 + 2$$

$$(x-1)(2x-3)$$

D

$$x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$$

u

$$D = b^2 - 4ac$$

$$\frac{D}{u} = \left(\frac{b}{u}\right)^2 - ac$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} \cup 7x-2$$

5

$$\sqrt{4} + 2(3x-2) = 8$$

$$2x^2-5x+3 \cup 2-7x$$

$$6 \quad 8x(3x-2) = 7(7x-2)$$

$$(7x-2)^2 + 2(7x-2)\sqrt{2x^2-5x+3} = (7x-2)$$

$$64 + 2(3x-2) \cdot 8 = 49$$

$$(7x-2) \left((7x-2) + 2\sqrt{2x^2-5x+3} - 1 \right) = 0$$

$$8 + (-1) = 7 \quad 64 - 16 = 48 \quad 7x + 2\sqrt{2x^2-5x+3} - 3 = 0$$

$$64 + 28(-1) = 36 \quad 36 + 2\sqrt{2x^2-5x+3} = 3 - 7x$$

$$4(2x^2-5x+3) = (3-7x)^2$$

$$8x^2-20x+12 = 49x^2-42x+9$$

$$41x^2-22x-3 = 0$$

$$D = 22^2 + 4 \cdot 41 \cdot 3$$

$$4091^2 + 4 = 123$$

$$4(123+123) = 244$$

$$22 \pm 2\sqrt{244}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{(a+b)^2} \cdot 8ab$$

$$a+b:m$$

$$8ab:m$$

124 - упрощать

$$(a+b)^2:m$$

$$m = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4$$

$$2^2 + \frac{5}{8} + 3$$

$$\frac{1}{8} + \frac{2}{8} + 1$$

$$1 + \frac{6}{8} + 3$$

$$\frac{3}{8} + 1$$

$$2^2 \cdot p_1 \cdot p_2$$

$$m = a \cdot b \cdot p_1 \cdot p_2$$

$$3 \cdot 2$$

$$m \cdot p_1 \cdot p_2$$

$$2^3 \cdot p_1 \cdot p_2$$

$$11 - 2 = 9$$

$$\frac{-5}{-8}$$

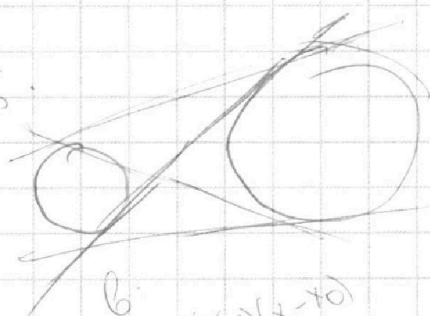
$$r = 2$$

$$\frac{D}{u} = 11 + 4103$$

$$m = 5$$

$$11$$

$$121 + 123 = 244 = 4 \cdot 61$$



$$f(x) = 5(x)(x-10)$$

$$x_{1,2} = \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{82}$$

$$\sqrt{\frac{3}{7}}$$

$$\frac{18}{42} \cdot 18 \cdot 2\sqrt{61} > 2 \cdot 7 = 14$$

$$11 + 4 = 25 > 18$$

$$\frac{3}{7} - \frac{15}{35}$$

$$y = ax + 10b - \text{ур прямой}$$