



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N1

Рассмотрим $a^2 b^2 c^2$:

$$a^2 b^2 c^2 : a^2 c^2 : 7^{35+2} = 7^{37} \Rightarrow \text{в } (abc)^2 \text{ и } 7 \text{ содержится}$$

хотя бы в 37-й степени

$$a^2 b^2 c^2 = ab \cdot bc \cdot ac : 2^{15} \cdot 2^{17} \cdot 2^{23} = 2^{55} \Rightarrow \text{в } (abc)^2 \text{ 2 содержится}$$

са хотя бы в 55 степени. Т.к. $(abc)^2$ - квадрат натурального

числа, 2 должно содержаться там в четной степе-

ни, т.е. хотя бы в 56 $\Rightarrow (abc)^2 \geq 2^{56} \cdot 7^{37}$, т.к. 24 7 взаимно

$$\text{просты} \Rightarrow abc \geq 2^{28} \cdot 7^{39}$$

Приведем пример, когда $abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$:

$$a = 2^{10} \cdot 7^{21}$$

$$b = 2^5$$

$$c = 2^{13} \cdot 7^{18}$$

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{21} : 2^{15} \cdot 7^{21}$$

$$ac = 2^{23} \cdot 7^{39} : 2^{23} \cdot 7^{39}$$

$$bc = 2^{18} \cdot 7^{18} : 2^{18} \cdot 7^{18}$$

$$abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$$

Ответ: $2^{28} \cdot 7^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 2

Рассмотрим, на что можно свести

Найдем наибольшее m , на которое можно сократить дробь, обратную данной. (это будет равно то же m , что и в условии, т.к. дроби $\frac{x}{y}$ и $\frac{y}{x}$ сократимы на одни и те же два числа)

$$\frac{a^2 - 7ab + b^2}{a+b} = \frac{(a+b)^2 - 9ab}{a+b} = a+b - \frac{9ab}{a+b}, \text{ тогда}$$

$m = \text{НОД}(9ab, a+b)$. Если $m > 9$, то $\text{НОД}(ab, a+b) > 1$.

Покажем, что это невозможно.

$$\begin{aligned} \text{НОД}(ab, a+b) &= \text{НОД}(ab - b(a+b), a+b) = \text{НОД}(-b^2, a+b) \\ &= \text{НОД}(b^2, a+b) \end{aligned}$$

Пусть $\text{НОД}(b^2, a+b) > 1$, тогда p - общий простой делитель b^2 и $a+b \Rightarrow b^2 : p \Rightarrow b : p$ в силу простоты p . $(a+b) : p$, $b : p \Rightarrow a : p \Rightarrow \text{НОД}(ab, a+b) = p > 1$, т.к. тогда дробь

$\frac{a}{b}$ сократима на $p \Rightarrow \text{НОД}(ab, a+b) = 1 \Rightarrow m \leq 9$. На $m=9$ есть пример:

$$a=7, b=11.$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2} = \frac{18}{369}, \quad 18 : 9; 369 : 9$$

Ответ: 9

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

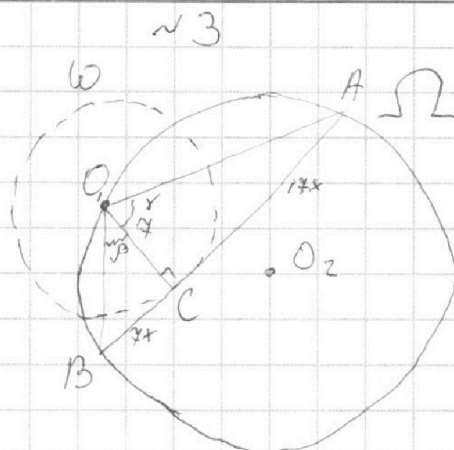
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дано:
 $\omega(O_1; 7)$
 $\Omega(O_2; 13)$
 $AB \in \Omega$
 $O_1 \in \Omega$
 $AB \cap \omega = C$

$$AC : BC = 17 : 7$$

$AB = ?$



$\angle O_1CA = 90^\circ$, т.к. AB — касательная

$$BC = 7x, AC = 17x.$$

$$\angle BO_1A = \alpha, \angle CO_1B = \beta, \angle CO_1A = \gamma.$$

По теор. синусов $\frac{AB}{\sin \alpha} = 2 \cdot R_\Omega = 26 = \frac{24x}{\sin \alpha}$

По теор. Пифагора:

$$O_1A = \sqrt{49 + 289x^2}$$

$$O_1B = \sqrt{49 + 49x^2} = 7\sqrt{x^2 + 1}$$

$$\sin \beta = \frac{7x}{7\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}, \cos \beta = \frac{7}{7\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}, \sin \gamma =$$

$$= \frac{17x}{\sqrt{49 + 289x^2}}, \cos \gamma = \frac{7}{\sqrt{49 + 289x^2}} \Rightarrow \sin \alpha = \sin(\beta + \gamma) = \sin \beta \cos \gamma +$$

$$+ \sin \gamma \cos \beta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \cdot \frac{7}{\sqrt{49 + 289x^2}} + \frac{17x}{\sqrt{49 + 289x^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{24x}{\sqrt{x^2 + 1} \cdot \sqrt{49 + 289x^2}}$$

$$\frac{24x}{\sin \alpha} = 26 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{24x}{26} = \frac{24x}{\sqrt{x^2 + 1} \cdot \sqrt{49 + 289x^2}}$$

$$\sqrt{(x^2 + 1)(289x^2 + 49)} = 26$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$(x^2+1)(289x^2+49) = 676$$

$$289x^4 + 338x^2 + 49 = 676$$

$$289x^4 + 338x^2 - 627 = 0$$

$$\text{З} y = x^2$$

$$289y^2 + 338y - 627 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 169^2 + 627 \cdot 289 = 209764$$

$$y = \frac{-169 \pm \sqrt{209764}}{289}$$

$$y = \frac{-169 - \sqrt{209764}}{289} < 0 \quad \text{— не, т.к. } y \text{ — квадрат длины отр.}$$

$$y = \frac{458 - 169}{289} = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \quad \text{— не, т.к. } x \text{ —}$$

$$\text{длина отрезка} \Rightarrow x = 1 \Rightarrow AB = 24x = 24$$

Ответ: 24

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 4

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

Пусть $a = 3x^2 - 6x + 2$, $b = 3x^2 + 3x + 1$, $c = 1 - 9x$, тогда:

$$a - b = c$$

Заметим, что $a^2 - b^2 = 3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 =$

$$= 1 - 9x = c$$

$$\begin{cases} a - b = c \\ a^2 - b^2 = c \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b = c \\ c(a + b) = c \end{cases}$$

Пусть $c \neq 0$, случай $c = 0$ рассмотрим отдельно:

$$1 - 9x = 0$$

$x = \frac{1}{9}$ Подставим в нач. ур-е: $\sqrt{\frac{3}{81} - \frac{6}{9} + 2} - \sqrt{\frac{3}{81} + \frac{3}{9} + 1} =$
 $= \sqrt{\frac{37}{81}} - \sqrt{\frac{37}{81}} = 0 = 1 - 9 \cdot \frac{1}{9} \Rightarrow x = \frac{1}{9}$ корень.

Пусть $c \neq 0$:

$$a + b = 1$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$$

$$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 + 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = 1 \quad (*)$$

$$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 + 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} \geq 3(2x^2 - x + 1) =$$

$$= 3\left(\left(x\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2 + \frac{7}{8}\right) \geq 3 \cdot \frac{7}{8} > 1 \Rightarrow (*) \text{ не имеет корней}$$

$\Rightarrow a + b = 1$ не имеет корней $\Rightarrow x = \frac{1}{9}$ — ед. корень Ответ: $\frac{1}{9}$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6

$$\begin{cases} x \cdot a + y - 8b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

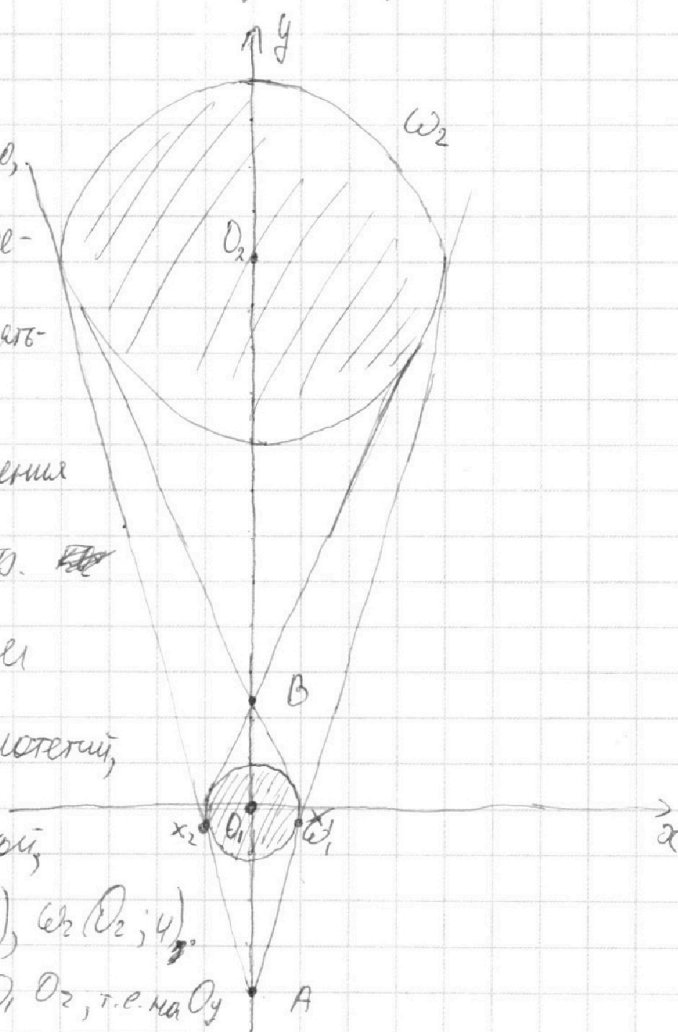
Изобразим ^{решения} второе неравенство на коорд. плоскости. Ур-я $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + (y - 12)^2 = 16$ задают окружности с радиусами 1 и 4 и центрами $(0; 0)$ и $(0; 12)$ соответственно $\Rightarrow$ эти окружности не пересекаются $\Rightarrow$ неравенством задаются 2 круга, ограниченные этими окружностями.

Ур-е $y = 8b - ax$ задаёт прямую, при этом, она будет пересекать отмеченную зону в 2-х точках только если будет являться общей касательной.

Пусть A и B - точки пересечения внутренней, внешней и внутр. касат. соотв. При этом

A и B будут центрами гомотетий, переводящих один круг в другой, обозначим круги за $\omega_1(O_1; 1)$, $\omega_2(O_2; 4)$.

Поэтому A и B лежат на $O_1 O_2$, т.е. на Oy



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Найдем координаты А и В. $\rightarrow A(0; y_1), B(0; y_2)$.

Из геометрии:

$$\frac{AO_1}{AO_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{4} = \frac{-y_1}{-y_1 + 12}$$

$$\frac{BO_1}{BO_2} = \frac{y_2}{12 - y_2} = \frac{1}{4}$$

$$y_1 = -4$$

$$y_2 = \frac{12}{5} = 2,4$$

Пусть $X_1(x; y)$ - точка касания ω_1 с внеш. кас., тогда
 $X_2(-x; y)$ - точка кас. со второй внеш. кас. из симметрии
относительно Oy . ~~Решим систему $x > 0$~~

$\angle OAX_1 = 90^\circ$ в силу касания $\Rightarrow \vec{OX_1} \cdot \vec{OA} = 0$

$$\vec{OX_1}(x; y), \vec{OA}(0; y+4)$$

$$\vec{AO} \cdot \vec{OX_1} = x^2 + y^2 + y(y+4) = x^2 + y^2 + 4y = 0$$

$$x^2 + y^2 = 1, \text{ т.к. } X \in \omega_1 \Rightarrow x^2 + y^2 + 4y = 1 + 4y = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{4} \Rightarrow x = \sqrt{1 - y^2} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$x = -\sqrt{1 - y^2} = -\frac{\sqrt{15}}{4}$$

Найдем уравнение $(OX_1) \in \omega_1 (AX_1)$:

$$\frac{x}{\frac{\sqrt{15}}{4}} = \frac{y + 4}{-\frac{1}{4} + 4}$$

$$y + 4 = \frac{15}{4} x \cdot \frac{4}{\sqrt{15}}$$

$$y = x\sqrt{15} - 4$$

Аналогично, $(AX_2): y = -x\sqrt{15} - 4$. Таким образом

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



мы ~~получим~~ получим, что $a = \pm \sqrt{15}$, если $y = 8b - ax$ - внешняя касательная.

Рассмотрим случай, если $y = 8b - ax$ - внутр. общ. кас.

Пусть $X_3(x; y)$, $X_4(-x; y)$ - точки касания ω , с

2-мя внутр. кас. Тогда $\vec{BX_3} \cdot \vec{OX_3} = 0$.

$$\vec{BX_3}(x; y - 2,4), \vec{OX_3}(x; y).$$

$$\vec{BX_3} \cdot \vec{OX_3} = x^2 + y(y - 2,4) = x^2 + y^2 - 2,4y = 0$$

$$x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow 1 - 2,4y = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2,4} = \frac{5}{12} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{1 - \frac{25}{144}} = \frac{12}{13} \\ x = -\sqrt{1 - \frac{25}{144}} = -\frac{12}{13} \end{cases} \Rightarrow X_3\left(\frac{12}{13}; \frac{5}{12}\right), X_4\left(-\frac{12}{13}; \frac{5}{12}\right).$$

(BX_3) :

$$\frac{x}{\frac{12}{13}} = \frac{y - 2,4}{\frac{5}{12} - 2,4}$$

$$y - 2,4 = \frac{-1547}{720} x$$

$$y = \frac{-1547}{720} x + 2,4$$

Аналогично, (BX_4) : $y = \frac{1547}{720} x + 2,4 \Rightarrow$ Если $y = 8b - ax$

внутренняя общая касательная, то $a = \pm \frac{1547}{720}$.

В итоге имеем:

$$\begin{cases} a = \sqrt{15} \\ a = -\sqrt{15} \\ a = \frac{1547}{720} \\ a = -\frac{1547}{720} \end{cases}$$

Ответ: $\sqrt{15}; -\sqrt{15}; \frac{1547}{720}; -\frac{1547}{720}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$\triangle ABC$ вписан в ω

M - сяр. $\cup AB$

N - сяр. $\cup AC$

$NT \perp AC, T \in AC$

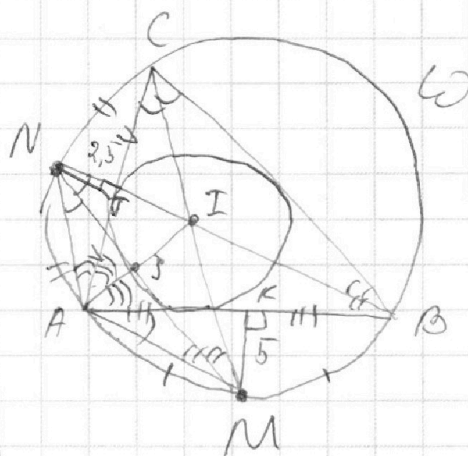
$NT = 2,5$

$K \mid MK \perp AB, K \in AB$

$MK = 5, I$ - центр

$AI = ?$

~ 7



CM, BN - биссектрисы, т.к.

M, N - сяр. дуг. Также,

M лежит на сяр. к AB .

$AB \Rightarrow AK = KB$, аналогично

$CT = AT$.

$I \in NB, I \in CM$, т.к. I - точка

пересеч. биссектрис. По линии отрезок:

$MI = AM, NI = AN. \Rightarrow AB = a, AC = b$, тогда $AK = \frac{a}{2}$,

$AT = \frac{b}{2} \Rightarrow AM = MI = \sqrt{2,5 + \frac{a^2}{4}}, AN = NI = \sqrt{2,5 + \frac{b^2}{4}}$

$= \sqrt{6,25 + \frac{b^2}{4}}$.

MN - сяр. пер. $\angle AI \Rightarrow \angle AMN = \angle NMI = \angle ABN$

$= \angle NBC = \beta, \angle ANM = \angle INM = \angle ACM = \angle BCB$

$= \angle BCM = \alpha. AM = 5, AN = 2,5 \Rightarrow MN \perp AI$

$AS = AM \cdot \sin \beta = \frac{5 \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = IS \Rightarrow AI = 10 \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = 10 \cdot \frac{5}{2,5} = 20$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$ab: 2^{15} \cdot 7^{11}, bc: 2^{17} \cdot 7^{18}, ac: 2^{23} \cdot 7^{39}$

$ab \geq 2^{15} \cdot 7^{11}$
 $bc \geq 2^{17} \cdot 7^{18}$
 $ac \geq 2^{23} \cdot 7^{39}$

$a = 2^{10} \cdot 7^8$
 $b = 2^{25} \cdot 7^{18}$
 $c = 2^{13} \cdot 7^{38}$

$ab = k \cdot 2^{15} \cdot 7^{11}$
 $ac = n \cdot 2^{23} \cdot 7^{39}$
 $bc = m \cdot 2^{17} \cdot 7^{18}$

$a+b=1$
 $a-b=c$
 $(a-b)(a+b)=c$
 $ab^2c = b^2 \cdot n \cdot 2^{23} \cdot 7^{39} =$

$b \leq 2^{22} \cdot 7^{29} \cdot mk$
 $b^2 \cdot n = \frac{mk}{2 \cdot 7^{10}}$
 $b^2 = \frac{mk}{2 \cdot 7^{10} \cdot n}$

$a = 2^{10} \cdot 7^8$
 $b = 2^{25} \cdot 7^{18}$
 $c = 2^{13} \cdot 7^{38}$

$ab \geq b$
 $(abc)^2 \geq 2^{55} \cdot 7^{78}$
 $a \geq \frac{2^{23} \cdot 7^{38}}{c}$
 $(abc)^2 = 2^{56} \cdot 7^{78}$
 $abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$

$abc^2 \geq 2^{40}$
 $abc^2 \leq 2^{40} \cdot 7^{57} \geq 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot c$

$a^2 b^2 c^2 \geq 2^{46} \cdot 7^{78} \cdot b^2$
 $abc \geq 2^{23} \cdot 7^{39} \cdot b \geq 2^{23} \cdot 7^{39}$

$\sqrt{3x^2 + 3x + 1} = \sqrt{3x^2 + 2\sqrt{3}x + 1 + (3-2\sqrt{3})x}$
 $2x^2 - 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \quad x + \frac{1}{8}$

$(a+b) \geq 1$
 $a^2 + b^2 = 1$
 $3x^2 + 3x = (\alpha\sqrt{3})^2 +$
 $+ 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \alpha \cdot t$
 $3 = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot t$
 $t = \frac{\sqrt{3}}{2}$



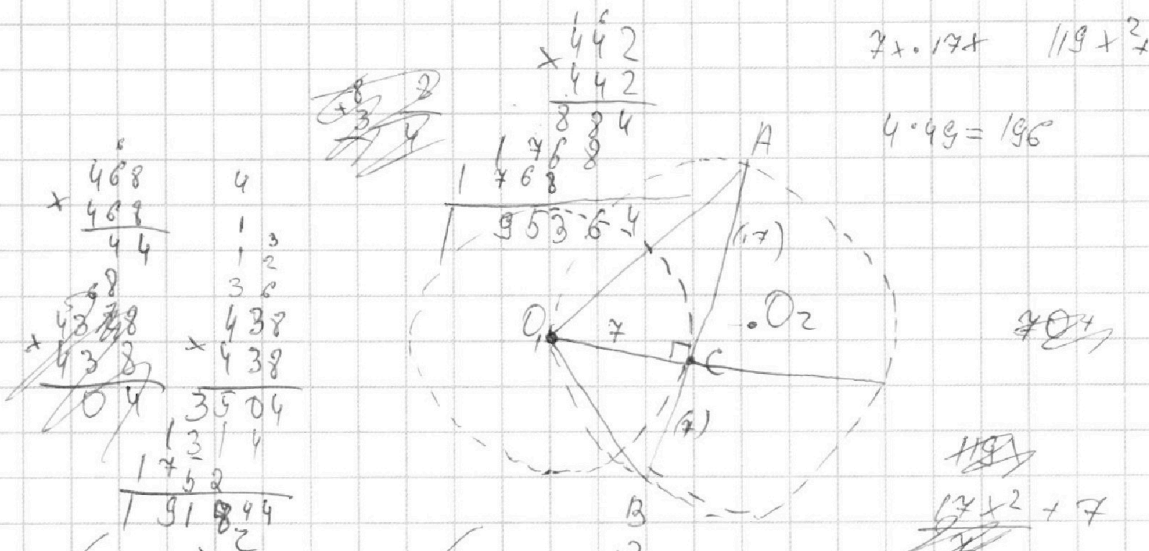
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



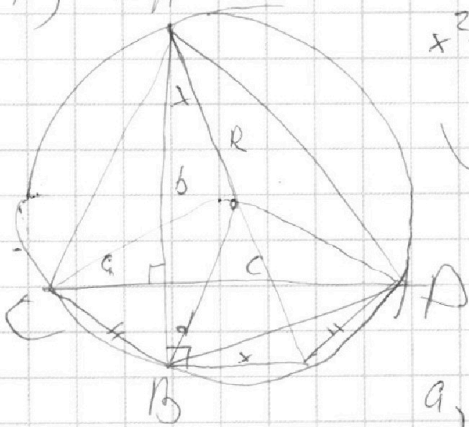
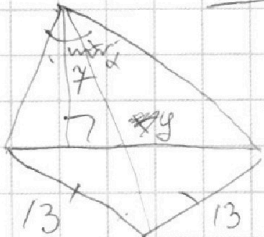
$$(4 \cdot 24x) + 119x^2 + (17x^2 + 7)^2 = 1964$$

$$596x^2 + 452x + 2904$$

$$\cos 2 \times 2260 = 2352$$

$$\frac{304}{9} = 13$$

$$7 \cdot 19x$$



$$x^2 + (b+d)^2 = 49 + 19x^2$$

$$a, R, \frac{b}{d}$$

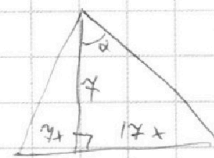
$$b+d = 2R \cdot \sin \alpha$$

$$ac \neq bd$$

$$\sin \alpha = \frac{7}{17x}$$

$$17^2 + 7^2 = 2 \cdot 17 \cdot 7$$

$$\frac{458}{169} = 289$$



$$\sqrt{49 + 2297}$$

$$169 \times 1254 = 209764$$

$$10^2 = 0$$

$$209764$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3x^2 + 3x + 1 = \left(x\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 0,25 \geq \frac{3}{4} + 0,25$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$\sqrt{3x^2} + \sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$$

$$3x^2 + 3x^2 - 3x + 3 + 2\sqrt{(3x^2 - 6x + 2)(3x^2 + 3x + 1)} = 1$$

$$3(2x^2 - x + 1)$$

$$2x^2 - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot x + 1 = \left(x\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \frac{x}{8}$$

$$4, 7$$

$$\frac{9ab}{a+b}$$

$$\text{НОС} (ab, a+b) =$$

$$\frac{4 + 29}{16 - 7 \cdot 4 + 29} = \frac{11}{13}$$

$$\frac{a+b}{9ab} = \frac{1}{9a} + \frac{1}{9b}$$

$$13 \cdot 13 - 16 = 131$$

$$ab = k(a+b) \quad (a+b)(a+b+1) - 1 =$$

$$\frac{15}{16 - 28 \cdot 11 + 121}$$

$$ab = ka + kb$$

$$13$$

$$28$$

$$\begin{array}{r} 676 \\ - 49 \\ \hline 137 - 308627 \\ - 309 \\ \hline 137 \\ \hline 171 \end{array}$$

$$\frac{18}{137 - 7 \cdot 7 \cdot 11 + 121}$$

$$ab - ak = kb \quad 170 - 539$$

$$a(b-k) = kb$$

$$\begin{array}{r} 539 \\ 170 \\ \hline 369 \end{array}$$

$$ab - b(a+b) =$$

$$= -b^2, a+b$$

$$b^2, a+b$$

$$\frac{a}{b-k} = \frac{kb}{b-k} \quad \frac{a}{b} = \frac{k}{b-k}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

☐☐☐☐☐☐☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2(x_1 - x_2) + y_1 - y_2 = 14$$

$$\begin{aligned} y &= 26 \\ y &= 0 \end{aligned}$$

$$\frac{x-16}{3-16} = \frac{y-0}{26-0}$$

$$-y = 20x - 32$$

$$y = 32 - 20x$$

$$26x - 16 \cdot 26 = -13y$$

$(-13; 26)$

$(3; 26)$

$$ax + y - 8b = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 1)$$

$(0; 0)$

$(16; 0)$

$(16; 0)$

$$\frac{x}{-13} = \frac{y}{26}$$

$$y = -2x$$

$$y = -2x + 32$$

$$\begin{cases} y \geq -2x \\ y \leq -2x + 32 \\ y \leq 26 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

B_2

$$2x_1 + y_1 = 14 + 3 = 17$$

$$2x_2 + y_2 = 3$$

$A(7; 3)$

$(3; 1)$

$2x_1 + y_1 \geq 0$

$$2x_1 + y_1 \geq 0 \quad - \quad \frac{2x_2 + y_2}{-32} \leq 0$$

$$2x_1 + y_1 - (2x_2 + y_2) = 14$$



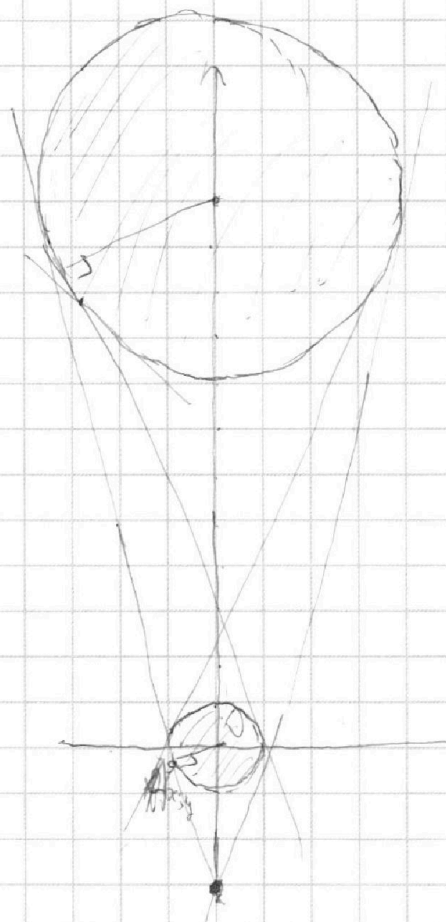
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\vec{OA} = (x; y)$

$y =$

$$\frac{5}{12} - \frac{12}{5} = \frac{25 - 144}{60} = \frac{-119}{60} \cdot \frac{13}{12}$$

720

$$\begin{array}{r} 119 \\ \times 13 \\ \hline 357 \\ 1190 \\ \hline 1547 \end{array}$$