



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



$$54 \cdot 10 = 540$$

$$14 + 14 = 28$$

1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



черновик

$$\sqrt{x} - \sqrt{x - a(x)}$$

$$a \cdot b = 2 \cdot 4$$

$$b \cdot c = 2 \cdot 4$$

$$a \cdot c = 2 \cdot 4$$

$$a \cdot b + b \cdot c = 2 \cdot 4$$

$$2x^2 - 5x + 3$$

$$x_0 = \frac{5}{4}$$

$$2 - 4x = t$$

$$x_1 > x_2$$

$$4x_1 > 4x_2$$

$$-4x_1 < 4x_2$$

$$a \cdot b = 2 \cdot 4$$

$$b \cdot c = 2 \cdot 4$$

$$p = (2x^2 - 5x + 3)$$

$$f(x) = 2 - 4x$$

$$\sqrt{x_1} - \sqrt{x_1 - a(x_1)} - \sqrt{x_2} - \sqrt{x_2 - a(x_2)} = 0$$

ab

$$b(a+c) = 2 \cdot 4 \cdot (1+2) = 24$$

$$\sqrt{x_1} - \sqrt{x_1 - a} - \sqrt{x_2} - \sqrt{x_2 - a}$$

$$x_2 > x_1$$

$$\sqrt{x_2} - \sqrt{x_1} > 0$$

$$\sqrt{x_2 - a(x_2)} - \sqrt{x_1 - a(x_1)} > 0$$

$$\begin{cases} a \cdot b = 2 \cdot 4 \cdot k \\ b \cdot c = 2 \cdot 4 \cdot n \\ a \cdot c = 2 \cdot 4 \cdot p \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = \frac{2 \cdot 4 \cdot k}{a} \\ \frac{2 \cdot 4 \cdot n}{a} \cdot k - c = 2 \cdot 4 \cdot n \\ \frac{k \cdot c}{a} = 2 \cdot 4 \cdot n \end{cases}$$

$$m \cdot (a \cdot b \cdot c) = 2(x - \frac{5}{2})(x - 1)$$

$$\begin{cases} a \cdot b = 2 \cdot 4 \cdot 10 \\ b \cdot c = 2 \cdot 4 \cdot 17 \\ a \cdot c = 2 \cdot 4 \cdot 34 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{5}{a} = 2 \cdot 4 \cdot 10 \\ 2 \cdot \frac{25}{16} - \frac{25}{4} + 3 \\ \frac{25}{8} - \frac{25}{4} + 3 \\ -\frac{25}{8} + 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a \cdot b \cdot c &= 2 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 17 \cdot 34 \\ (2x - 5) \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - (2x + 2) \sqrt{2x^2 - 5x + 3} &= 0 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Запишем условие: $a, b, c \in \mathbb{N}$;

$$\left. \begin{aligned} ab &= 2^{\frac{14}{2}} \cdot 4^{\frac{10}{2}} \\ bc &= 2^{\frac{14}{2}} \cdot 4^{\frac{14}{2}} \\ ac &= 2^{\frac{20}{2}} \cdot 4^{\frac{34}{2}} \end{aligned} \right\} \min(ab, bc, ac) = ?$$

Рассмотрим $ab = 2^{\frac{14}{2}} \cdot 4^{\frac{10}{2}} \Rightarrow ab = 2^{\frac{14}{2}} \cdot 4^{\frac{10}{2}} \cdot k$, $k, l, n \in \mathbb{N}$

Аналогично $bc = 2^{\frac{14}{2}} \cdot 4^{\frac{14}{2}} \cdot l$, $ac = 2^{\frac{20}{2}} \cdot 4^{\frac{34}{2}} \cdot n$

Тогда можно записать систему:

$$\begin{cases} ab = 2^{\frac{14}{2}} \cdot 4^{\frac{10}{2}} \cdot k & (1) \\ bc = 2^{\frac{14}{2}} \cdot 4^{\frac{14}{2}} \cdot l & (2) \\ ac = 2^{\frac{20}{2}} \cdot 4^{\frac{34}{2}} \cdot n & (3) \end{cases}$$

Перемножим (1) и (2) и (3):

$$ab \cdot bc \cdot ac = 2^{\frac{14+14+20}{2}} \cdot 4^{\frac{10+14+34}{2}} \cdot k \cdot l \cdot n$$

$$a^2 b^2 c^2 = 2^{\frac{51}{2}} \cdot 4^{\frac{64}{2}} \cdot k \cdot l \cdot n$$

$$\sqrt{a^2 b^2 c^2} = 4^{\frac{32}{2}} \cdot \sqrt{2^{\frac{51}{2}} \cdot k \cdot l \cdot n}$$

т.к. $a, b, c \in \mathbb{N}$, то $\sqrt{a^2 b^2 c^2} = abc$

$$abc = 4^{\frac{32}{2}} \cdot \sqrt{2^{\frac{51}{2}} \cdot k \cdot l \cdot n}$$

натуральное натуральное $\Rightarrow \sqrt{2^{\frac{51}{2}} \cdot k \cdot l \cdot n}$ - натуральное;

Тогда надо найти $\min(k \cdot l \cdot n)$, что $abc \sqrt{2^{\frac{51}{2}} \cdot k \cdot l \cdot n} \in \mathbb{N}$

$$k, l, n \in \mathbb{N} \Rightarrow \min(k \cdot l \cdot n) = 2 \Rightarrow abc = 4^{\frac{32}{2}} \cdot 2^{\frac{26}{2}}$$

Ответ: $\min(abc) = 4^{\frac{32}{2}} \cdot 2^{\frac{26}{2}}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 2.

Заменим условие: $\frac{a}{b}$ - несократима ~~и не взаимно просты~~

$$a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$$

При каком $\max(m)$

$$\begin{cases} a+b \div m & (1) \\ a^2-8ab+b^2 \div m & (2) \end{cases}$$

Рассмотрим $a^2-8ab+b^2 = a^2+2ab+b^2-8ab = (a+b)^2-8ab$

Тогда: $\begin{cases} a+b \div m \\ (a+b)^2-8ab \div m & (2) \end{cases}$ Если $a+b \div m$, то $(a+b)^2 \div m \Rightarrow$ в уравнении (2) $8ab$ тоже кратно m .

$\begin{cases} a+b \div m & (1) \\ 8ab \div m \end{cases}$ Если $a \div m$, то из (1) следует, что $b \div m$, тогда $\frac{a}{b}$ можно сократить на m , что противоречит условию.

Аналогично ~~то~~ если $b \div m \Rightarrow 8 \div m$, $m = \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8$.

Рассмотрим пример: $a=3$; $b=5$:

$$\frac{3+5}{9-8 \cdot 3 \cdot 5+25} = \frac{8}{39-30 \cdot 3} = \frac{8}{39-90} = \frac{8}{-56} = \frac{8}{-7 \cdot 8} \begin{matrix} m=8 \\ m=8 \end{matrix} = -\frac{1}{7} \Rightarrow \exists \max(m)=8$$

Ответ: при $\max(m)=8$

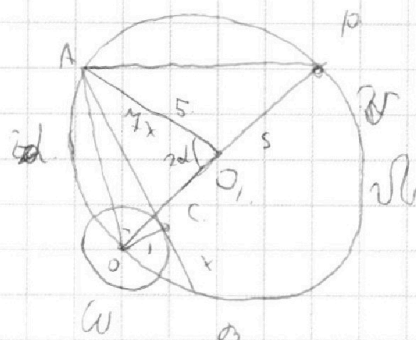
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

N³

Date:

$\mathcal{R}, \omega, 0 \in \mathcal{R}$, $\mathcal{D}$ -gering ω .

$A \in \mathcal{B}, A \in \mathcal{B}, A \in \mathcal{B} \quad A \cap W = \emptyset; \quad \frac{AC}{AB} = 4.$

$$v(\text{page } u) = 1$$
$$R(\text{разм. } R) = 5$$
 $AB = ?$

Temperatures:

Будем ϕ_1 - вектор $\mathbb{R}$. Имеем $00_1, \mathbb{R} = \mathbb{R}$.

Пусть $AO = x$ (рис. 1). Тогда $AO \perp OP$: $\angle OAP = 90^\circ$, т.к. OP — диаметр.

$$AO_1^2 = OO_1 \cdot O, P \quad OO_1 = O, P = R$$

25 " $\Rightarrow A_0, \text{Lop.} \text{Jocunomple} \Delta A_0, 0:$

$\angle A_1 O = 90^\circ$, т.к. $A_1 O \perp OP$. По теореме Пифагора:

$$AO^2 = AO_1^2 - AO_1^2 + OO_1^2 = r^2 \Rightarrow AO = r\sqrt{2}$$

Аб-косановная к $u \Rightarrow OCl \text{ Аб. } \text{Точность } \Delta ACO:$

$\angle ACO = 90^\circ$; $OC = r = 1$, тогда по теореме Пифагора:

$$AO^2 - OC^2 = AC^2; AC^2 = 49 \Rightarrow AC = 7 \Rightarrow CB = 1 \Rightarrow AB = 8$$

Imbem: $A \cap B = \emptyset$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4.

Запишем, что $2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1 - (2 - 4x)$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 - 5x + 3 - (2 - 4x)} = 2 - 4x$$

Если $2 - 4x = 0$, то $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 0$ — решение.

$x = \frac{2}{4}$. Покажем, что других нет:

$f(x) = 2x^2 - 5x + 3$, $x \in [\frac{2}{4}, +\infty)$ $f(x) \uparrow$, $x \in (-\infty, \frac{2}{4})$ $f(x) \downarrow$

$g(x) = 2 - 4x$ $x \in (-\infty, \infty)$ $g(x) \downarrow$

Исходя из этого:

$\sqrt{f(x)}$, $(f(x) \geq 0)$. $\uparrow$ если $x \in [\frac{2}{4}, +\infty)$ $\wedge f(x) \geq 0$

$\sqrt{f(x) - g(x)}$ $\uparrow$ если $f(x) - g(x) \geq 0 \wedge x \uparrow \Rightarrow$

$\sqrt{f(x)} - \sqrt{f(x) - g(x)}$ $\uparrow$ ~~$f(x) \geq 0$~~ если $g(x) \geq 0 \Rightarrow$ отсюда

$g(x) \downarrow \Rightarrow$ 1 решение. Если же $g(x) \leq 0$

$\sqrt{f(x)} - \sqrt{f(x) - g(x)}$ ~~можно добиться, но если функция~~

симметрична относительно начала координат:

но точка перегиба функции лежит выше $\frac{2}{4} \Rightarrow$

пересечения не будет. Значит $x = \frac{2}{4}$ — ед. решение.

Ответ. $x = \frac{2}{4}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6 продолжение.

1) ~~если $\ell \cap \omega = A$ и $\ell \cap \Omega = B$~~
~~если~~

если $\ell \cap \omega = A$ и $\ell \cap \Omega = B$, то есть ℓ — общая касательная, то
система имеет ровно два решения.

$$\begin{cases} (x+8)^2 + y^2 - 1 = ax + y + 10\theta - 1 = 0 \\ x^2 + y^2 = ax + y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta((x+8)^2 + (ax+10\theta)^2 - 1) = 0, \Delta(f(x)) - \text{дискриминант от } f(x) \\ \Delta(x^2 + (ax+10\theta)^2 - 4) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta(x^2 + 16x + 64 + a^2x^2 + 20ax\theta + 100\theta^2 - 1) = 0 \\ \Delta(x^2 + a^2x^2 + 20ax\theta + 100\theta^2 - 4) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta(x^2(1+a^2) + x(16+20a\theta) + 63+100\theta^2) = 0 \\ \Delta(x^2(1+a^2) + 20ax\theta + 100\theta^2 - 4) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (16+20a\theta)^2 - 4(1+a^2)(63+100\theta^2) = 0 \\ 400a^2\theta^2 - 4(1+a^2)(100\theta^2 - 4) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 256 + 640a\theta + 400a^2\theta^2 - 4(63+63a^2+100\theta^2+1000a^2\theta^2) = 0 \\ 4000a^2\theta^2 - 4(63+63a^2+100\theta^2+1000a^2\theta^2) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 256 + 640a\theta - 252 - 252a^2 - 400\theta^2 = 0 \\ -400\theta^2 + 16 + 16a^2 = 0 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№6

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 & (1) \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ax + 10b = y & (1) \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 & (2) \end{cases}$$

$$(2) : 1) (x+8)^2 + y^2 - 1 \geq 0 \wedge x^2 + y^2 - 4 \leq 0$$

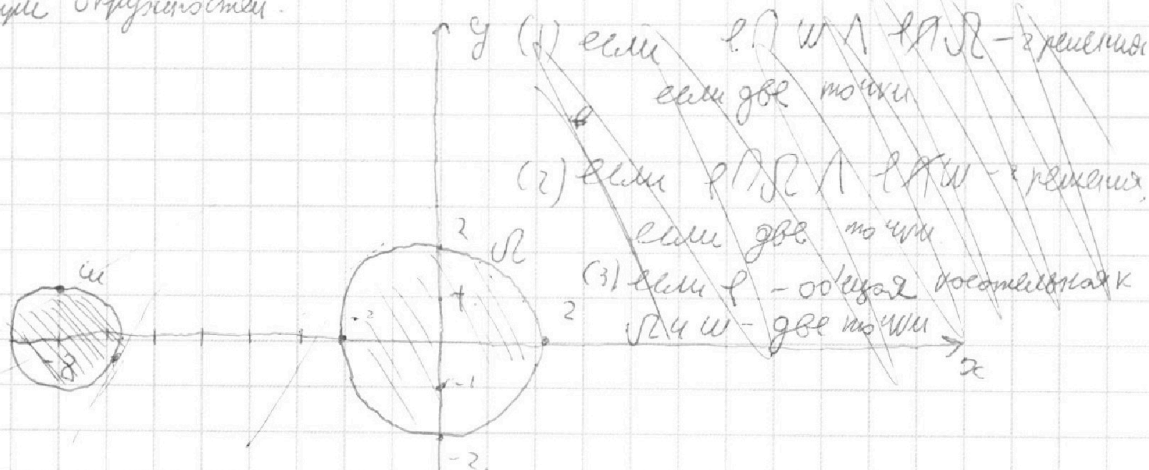
$\uparrow y$

/// и /// для 1 окружности; ||| и ||| для второго

$$2) (x+8)^2 + y^2 - 1 \leq 0 \wedge x^2 + y^2 - 4 \geq 0$$

Пусть меньшая W , а
большая R . Прямая $y =$
 $= ax + 10b$ будет l

Значит решениями $((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$ являются области
внутри окружностей.





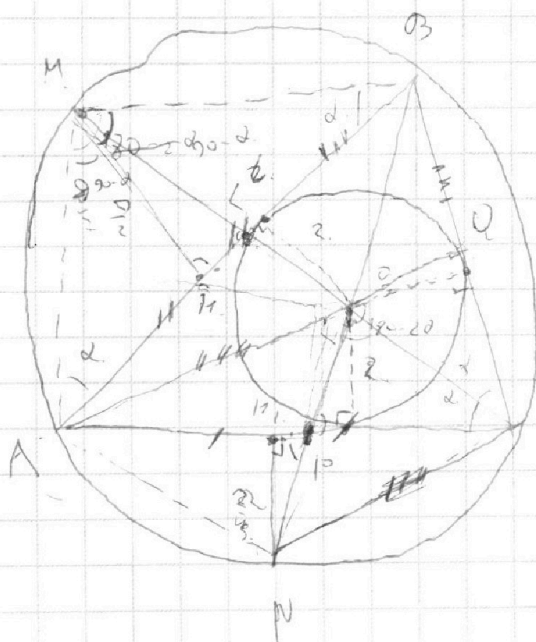
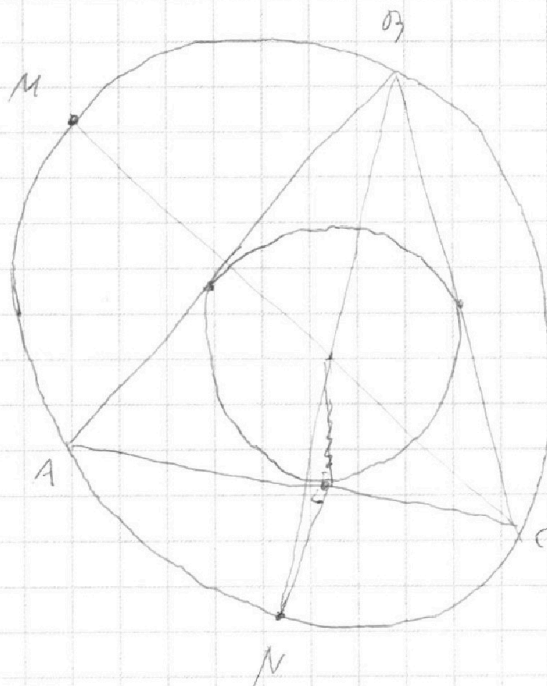
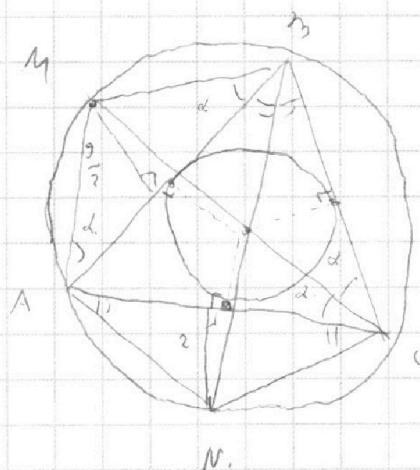
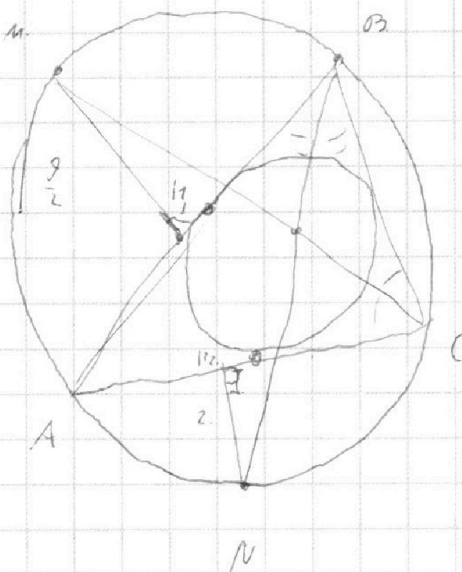
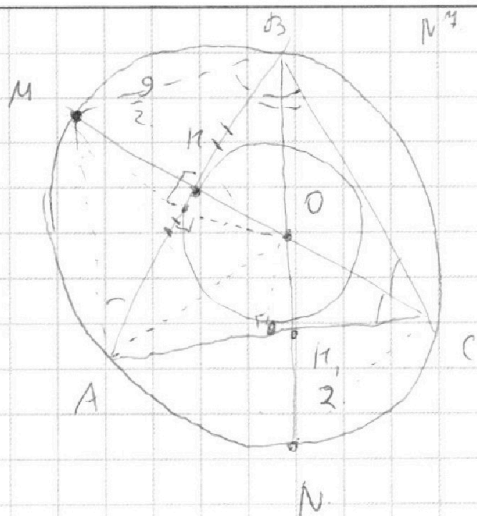
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{9}{2} = \frac{ML}{LO}$$
$$\frac{1}{2 \cdot \sqrt{2}} = \frac{ML}{100}$$
$$V^2 = \frac{100 \cdot LO}{ML \cdot 100}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

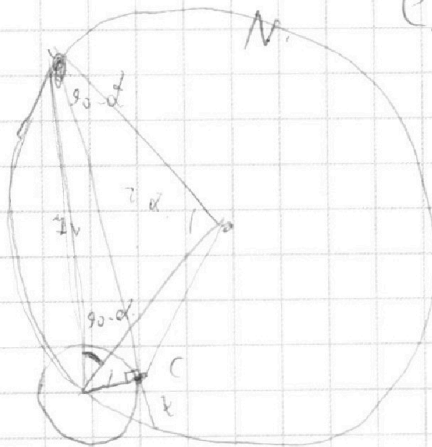
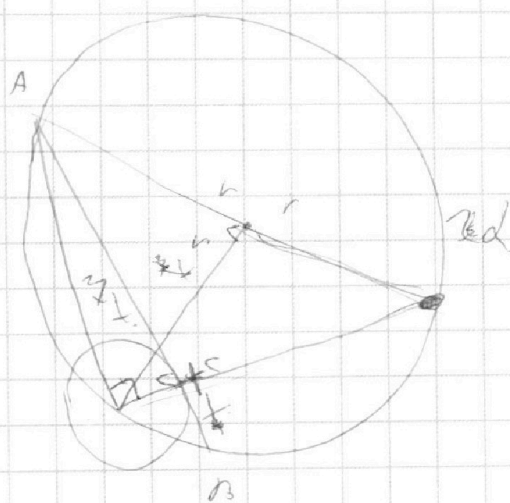
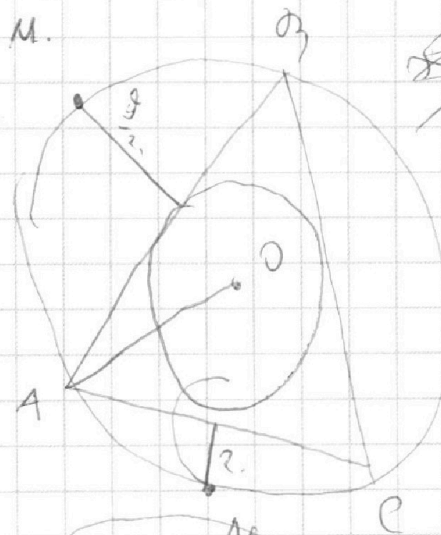
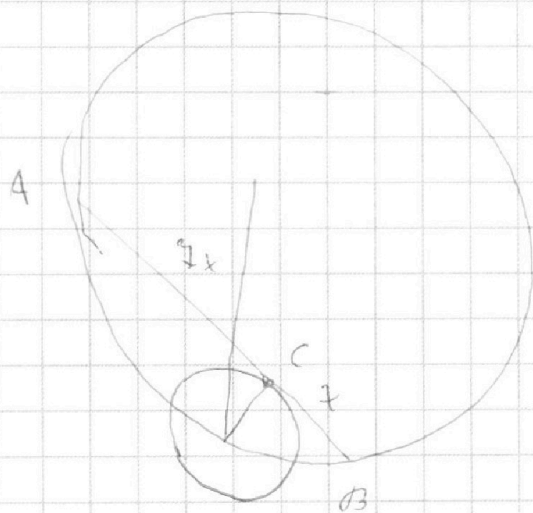
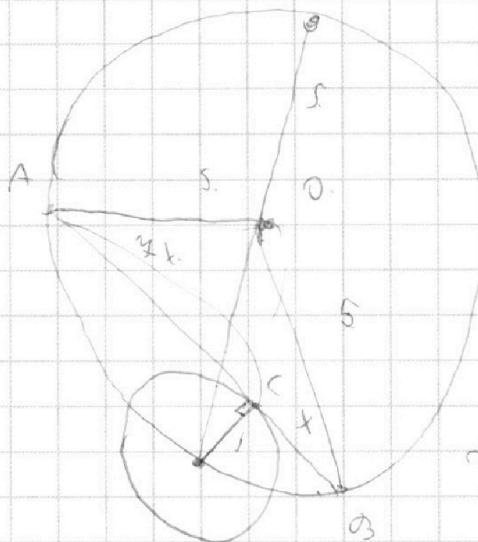
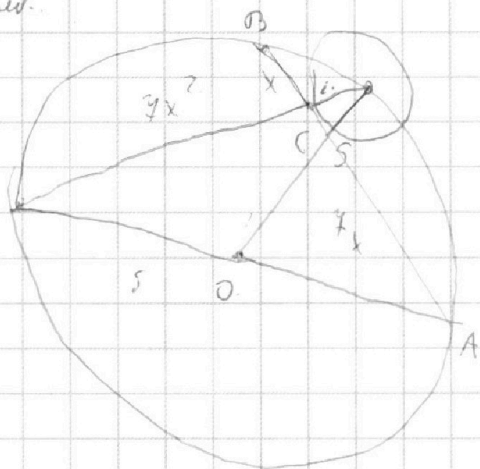
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



неповн.



$$\sqrt{2x - 5x + 3}$$

A hand-drawn diagram of a tooth in cross-section. The crown is at the top, followed by the root, and the root canal filling is indicated by a shaded area at the bottom. The filling is labeled 'Zn-P'.

$$= 2 - 9 \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{3}{2} \cdot 2 + 1} = 2 - 9 \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{3}{2} \cdot 2 + 1}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N^o 4.

черновик

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 4x \quad | \quad \uparrow^2 \quad 2x^2 - 5x + 3 = t \quad 2 - 4x$$

$$2x^2 - 5x + 3 - 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = (2 - 4x)^2 - 2x^2 - 2x - 1 = (2 - 4x)^2$$

$$2 - 4x - 2\sqrt{2x^2 - 5x + 3}\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = (2 - 4x)^2 \quad 2x^2 - 5x + 3 - t = 0$$

$$2 - 4x - 2\sqrt{(2x-3)(x-1)}\sqrt{2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}} = (2 - 4x)^2 \quad \otimes_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24 + 4}}{4}$$

замена

$$2 - 4x = t \Rightarrow -\frac{t-2}{4} = x$$

$$2x - 3 = 2\left(\frac{t-2}{4}\right) - 3 = \frac{2t-4-12}{4} = \frac{2t-16}{4}$$

$$x - 1 = \frac{t-2}{4} - 1 = \frac{t-6}{4}$$

$$t - 2\sqrt{\left(\frac{2t-16}{4}\right)\left(\frac{t-6}{4}\right)} = \sqrt{\frac{2t^2 + 22t + 8}{49}} = t$$

$$2 - 4x = t \Rightarrow \frac{2-t}{4} = x \quad \sqrt{t+a} - \sqrt{t} = a$$

$$2x - 3 = 2\left(\frac{2-t}{4}\right) - 3 = \frac{4-t-12}{4} = \frac{-14-t}{4}$$

$$x - 1 = \frac{2-t}{4} - 1 = \frac{-5-t}{4} \quad 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 4$$

$$2\left(\frac{2-t}{4}\right)^2 + 2\left(\frac{2-t}{4}\right) + 1 = 2 \quad \frac{2(4-4t+t^2) + 14(2-t) + 49}{49} = \sqrt{4}$$

$$= \frac{8 - 8t + 2t^2 + 28 - 14t + 49}{49} = \frac{85 - 22t + 2t^2}{49} \quad \frac{9}{2} + \frac{6}{2} + 1$$

$$t - 2\sqrt{\frac{(14+t)(5+t)}{49}} = \sqrt{\frac{85 - 22t + 2t^2}{49}} = t \quad \sqrt{t+a} - \sqrt{t} = a$$

$$\sqrt{t} - \sqrt{t+a} = a$$

$$t - 2\sqrt{t}\sqrt{t+a} + t + a = a$$

$$t + t - a\sqrt{t+a} - \sqrt{t} = a$$

$$2t - 2\sqrt{t^2 + ta} = a$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

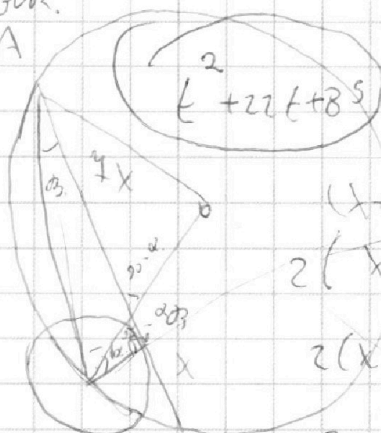
1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

черновик.

A



$$2x^2 - 5x + 3$$

A

$$(x+1)t = 2 - 4x$$
$$2(x^2 + x + \frac{1}{4} + \frac{3}{4})$$

$$2(x^2 + x + 1)$$

$$2x^2 + 2x + 1$$

$$2x^2 - 5x + 3$$

$$2x^2 + 2x + 1 = 2$$

$$2x^2 + 2x + 1$$

$$12x^2$$

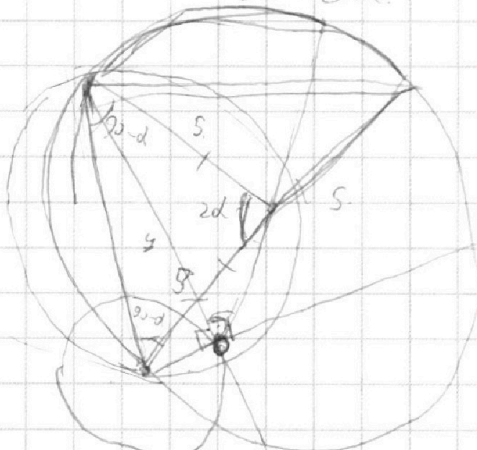
$$2t^2 - 22t + 85$$

22

$$121 \cdot 4 = 484$$

85

$$180 - 2d$$



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 4x$$

$$2x^2 + 2x + 2$$

$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 + 2x^2$$

$$2 - 4x = t$$

$$2x + 1 = t$$

$$-t = 4x - 2$$

$$(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1) =$$

$$-\frac{t}{4} = x - \frac{2}{4}$$

$$= 4x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 10x^3 - 10x^2 + 10x$$

$$-\frac{2t}{4} = 2x - \frac{6}{4}$$

$$4x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 10x^3 - 10x^2 - 5x + 6x^2 + 6x + 3$$

$$4x^4 - 6x^3 - 2x^2 + x + 3$$

$$2x^2 - 5x + 3$$

$$4 - 6 - 2 + 1 + 3$$

$$2x^2 - 5x + 3 \mid x - 1$$
$$2x^2 - 2x$$
$$-3x + 3$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

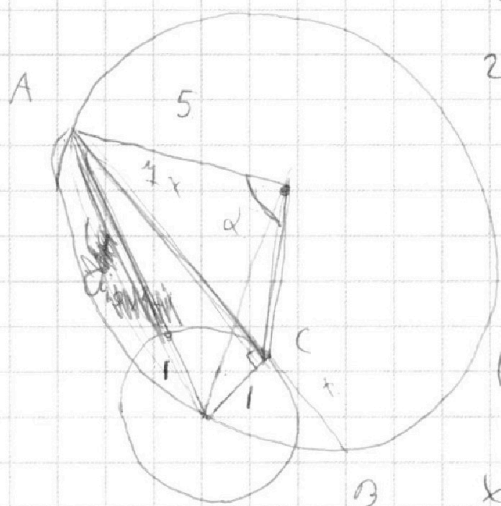
1 2 3 4 5 6 7

☒ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Чертовск.



$$2x^2 - 5x + 3$$

$$2(x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{3}{2})$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \sqrt{t} = \sqrt{t+0} = 0.$$

$$x^2 - 2 \cdot \frac{5}{4}x + \frac{25}{16} - \frac{1}{16}$$

$$1 + \sqrt{-4.49x}$$

$$\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 \cdot 2 = \frac{1}{16}$$

$$x + \frac{1}{2} = t \quad | \quad t - \frac{1}{4} = x - \frac{5}{4}$$

$$2x + 1 = 2t$$

~~$(y+1)x = 62x$~~

$$12 + 0 = 12$$

$$y = 49x^2$$

$$= 1 + \sqrt{1 - 4 \times 4}$$

$$\left(\frac{1 + \sqrt{1 - t^2}}{2} \right)^2 = 1 + t^2$$

$$(yx)^2 = (1+y)y$$

$$49x^2 = y^2 + y$$

$$y^2 + y - 49x^2 = 0$$

$$ab = 1 - \frac{4 \times 4}{7 \times 7}$$

$$g_1 = \frac{-1 + \sqrt{1 - 4g_1^2 g_2^2}}{2}$$

$$4\lambda \left(1 + \sqrt{1 - e^2}\right)^2 = 4 + 4e^2$$

$$1 + 2\sqrt{1-t^2} + 1 - t^2 = 4 + 4t^2$$

$$\sqrt{1-t^2} \in K$$

$$1 + 2k + k^2 = (k^2)^2$$

$$2\sqrt{1-t^2} = 2 + 5t^2$$

$$t^2 = K$$

$$2\sqrt{1-k}z = z + sk$$

$$K(19 + 25K) = 0$$

$$k \quad k = -$$

$$9(1-k) = 9 + 10k + 25k$$

$$19k - 14k + 25k^2 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6 продолжение

Нужно найти $\forall \theta$ все a , что удовлетворяют уравнению:

$$\begin{cases} 4 + 6400\theta - 252a^2 - 400\theta^2 = 0 & (1) \\ 16 - 400\theta^2 + 16a^2 = 0 & (2) - (1) \end{cases}$$

(2) - (1):

$$12 - 6400\theta + 266a^2 = 0$$

$$3 + 1600\theta +$$

$$6 + 320a\theta + 133a^2 = 0$$

$$133a\theta = \frac{-133a^2 - 6}{320a} \quad a \neq 0$$

Ответ: при $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ или $a \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4.

Заметим, что $2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1 + 2 - 4x$.

~~Пусть $a = 2x^2 + 2x + 1$, $a = 2 - 4x$.~~

~~$\sqrt{a} = \sqrt{2 - 4x}$.~~

~~$\sqrt{a}$~~

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{2x^2 - 5x + 3 - (2 - 4x)} = (2 - 4x)$

~~Пусть $(2 - 4x) = a(x)$; $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$.~~

~~$\sqrt{f(x)} = \sqrt{f(x) - a(x)} = a(x)$; $a(x)$ убывает при $\forall x$.~~

~~$f(x) \uparrow$ если $x \in (-\frac{5}{4}; +\infty)$; $f(x) \downarrow$ если $x \in (-\infty; -\frac{5}{4})$.~~

~~$2x^2 - 5x + 3 = f(x) = a(x)$~~

~~$\sqrt{f(x)}$ мон. же, как и $f(x)$, потому $f(x) \geq 0$~~

~~$\sqrt{f(x) - a(x)} \uparrow$ если $f(x) - a(x) \uparrow \Rightarrow x \uparrow$~~

~~$\sqrt{f(x)} = \sqrt{f(x) - a(x)} = a(x)$.~~

~~Пусть $\frac{2-t}{4} = t$; $2-t=4x$; $x = \frac{2-t}{4}$.~~

~~$\sqrt{2(\frac{2-t}{4})^2 - 5(\frac{2-t}{4}) + 3} = \sqrt{2(\frac{2-t}{4})^2 - 5(\frac{2-t}{4}) + 3 - t} = t$~~

~~END²~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

$$\frac{a+b}{a^2-60b+b^2}$$

$$a+b \div m$$

$$a^2-60b+b^2 \div m$$

$$D = 36b^2 - 4b^2 = 32b^2$$

$$a \div b$$

*

$$a+b \div m$$

$$a^2 + 20b + b^2 - 80b$$

$$a^2 \quad \frac{a}{b}$$

$$a^2 + b^2 - 60b \div m$$

$$(a+b)^2 - 80b \div m$$

$$a^2 - 20b + b^2 - 40b \div m$$

$$a+b \div m$$

$$(a-b)^2 - 40b \div m$$

$$80b \div m$$

$$a+b \div m$$

$$m \leq 8, \quad a = 1, 2, 4, 8$$

$$\begin{cases} a+b \div m \\ 80b \div m \end{cases}$$

$$8 \div m$$

$$\frac{5+5}{9-6 \cdot 3 \cdot 5+85} = \frac{8}{34-90} = \frac{8}{-56}$$