



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ  
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 9

1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab}$$

При каком наибольшем  $t$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $t$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab} = \frac{a+b}{t(a+b)^2} = \frac{1}{t} = \frac{1}{2x^2 + 2x + 1}$$

4. [5 баллов] Решите уравнение

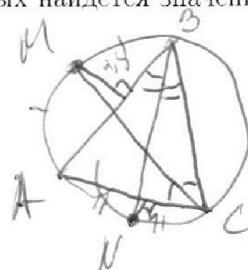
$$\frac{\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}}{a^2 - 6ab + b^2} = 2 - 7x$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 24)$ ,  $Q(3; 24)$  и  $R(15; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.



7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

$$6 \quad 24+6=30 \quad 14 \text{ из } 33$$

10 из 3



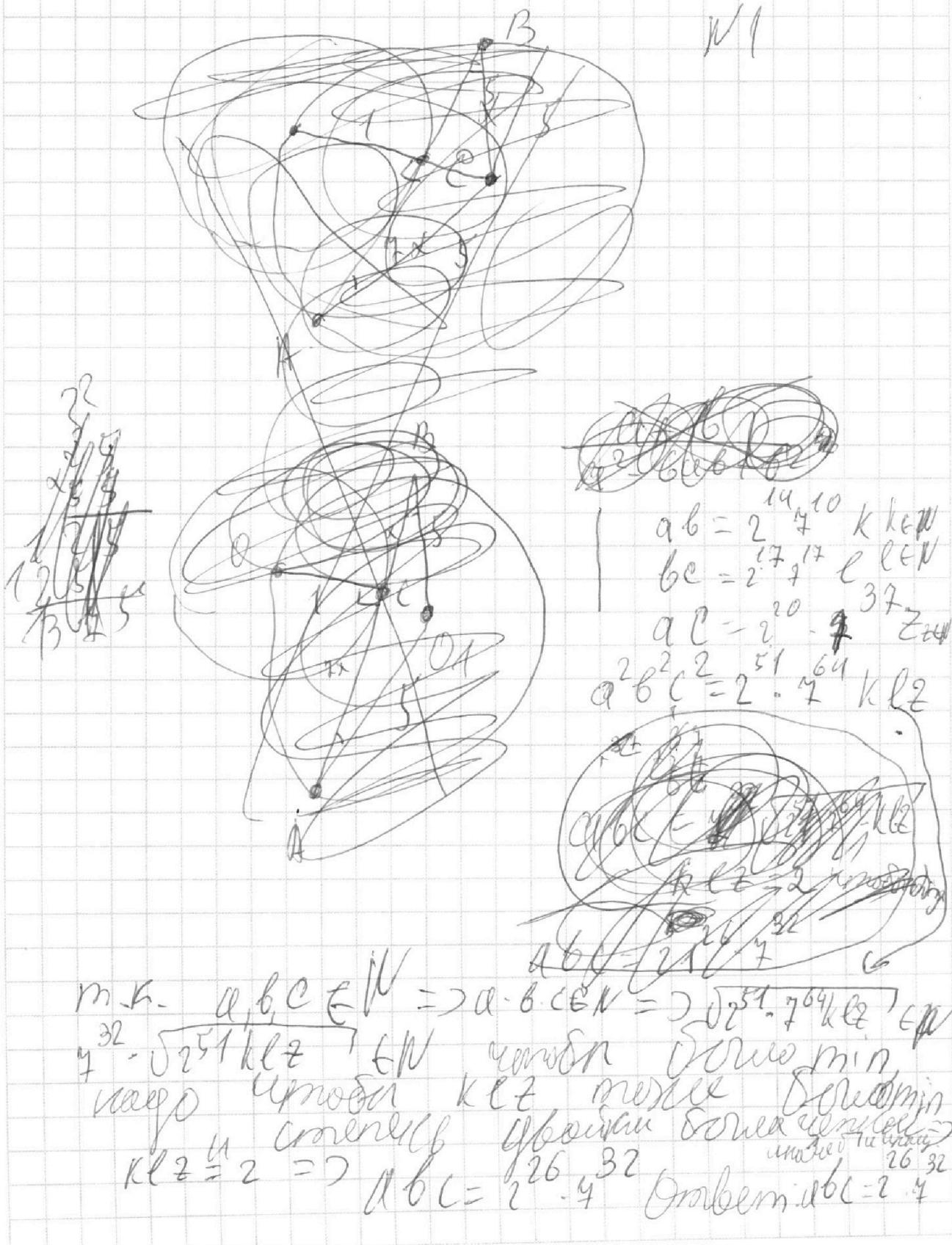
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| X |   |   |   |   |   |   |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

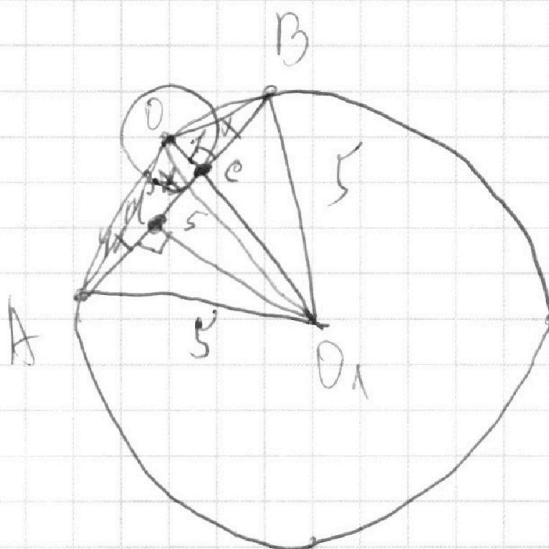
- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 3



предположим  $x = OB$ ,  
тогда  $AB = 8x$

построим четырехугольник  $O_1ACM$ ,  $O_1MC = \sqrt{25 - 16x^2}$ ,

по т. Пифагора  $\Rightarrow O_1C = \sqrt{25 - 9x^2}$  по

т. Пифагора  $\angle OCO_1 = \angle OCM + \angle MCO_1 =$

$= 90^\circ + \angle MC O_1$ , предположим  $\angle MC O_1 = 2 = \gamma$

$\angle O_1CB = 180^\circ - 2$ , по теореме косинусов имеем

по теореме косинусов имеем  $O_1C^2 = 1 + 25 - 5x^2 + 2 \cdot \sqrt{25 - 5x^2} \sin \gamma = 25$

по теореме косинусов имеем  $\triangle O_1CB$ :

$$25 - 5x^2 + x^2 + 2 \cdot \sqrt{25 - 5x^2} \cos \gamma = 25$$

$$1 + 25 - 5x^2 + 2 \cdot \sqrt{25 - 5x^2} \sin \gamma - 2x^2 - 2 \cdot \sqrt{25 - 5x^2} \cos \gamma = 0$$

$$\frac{1 - x^2}{2 \cdot \sqrt{25 - 5x^2}} + \frac{2 \cdot \sqrt{25 - 5x^2}}{2 \cdot \sqrt{25 - 5x^2}} (\sin \gamma - x \cos \gamma) = 0$$

$$1 - x^2 + 2 \cdot \sqrt{25 - 5x^2} (\sin \gamma - x \cos \gamma) = 0$$

$OB = \sqrt{1 + x^2}$  по т. Пифагора

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

проверка

$$1513749 + 443975 = \sqrt{245419061}$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ + 2513749 \\ + 443975 \\ \hline 2957724 \end{array}$$

$$\frac{2957724}{2454190} = \sqrt{561}$$

$$\frac{2957724}{2454190} > \frac{2454190}{2454190} = 0$$

$$\sqrt{561} < 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$

$$\frac{11 + \sqrt{561}}{44} \neq$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{2}{7}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

продолжение № 4

$$\text{при } x = \frac{11 + \sqrt{61}}{41}$$

$$\cancel{\sqrt{3274 - 366\sqrt{61}}} + \cancel{\sqrt{3069 + 406\sqrt{61}}} = \cancel{\sqrt{1681 - 82\sqrt{3069 + 406\sqrt{61}}}}$$

$$\cancel{\sqrt{3274 - 366\sqrt{61}}} + \cancel{\sqrt{3069 + 406\sqrt{61}}} = \cancel{\sqrt{1681 - 82\sqrt{3069 + 406\sqrt{61}}}}$$

$$\sqrt{3274 - 366\sqrt{61}} + \sqrt{3069 + 406\sqrt{61}} = 41$$

$$\sqrt{3274 - 366\sqrt{61}} = 41 - \sqrt{3069 + 406\sqrt{61}}$$

$$3274 - 366\sqrt{61} = 1681 - 82\sqrt{3069 + 406\sqrt{61}} + 3069 + 406\sqrt{61}$$

$$205 - 366\sqrt{61} = 1681 - 82\sqrt{3069 + 406\sqrt{61}} + 3069 + 406\sqrt{61}$$

$$205 - 406\sqrt{61} = 1681 - 2\sqrt{3069 + 406\sqrt{61}}$$

$$1476 + 406\sqrt{61} = 2\sqrt{3069 + 406\sqrt{61}}$$

$$438 + 203\sqrt{61} = \sqrt{3069 + 406\sqrt{61}}$$

$$544644 + 2 \cdot 203 \cdot 161 + (203\sqrt{61})^2 =$$

$$\approx 3069 + 3069 \cdot 8061 + 1600 \cdot 61$$

$$544644 + 41109 \cdot 61 =$$

$$= 10669 + 245114\sqrt{61}$$

$$493975 + 2513449 =$$

$$= 245114\sqrt{61}$$

$$2513249$$

$$\begin{array}{r} 906 \\ \times 11809 \\ \hline 906 \\ 11809 \\ \hline 1000000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 295520 \\ \times 406 \\ \hline 1000000 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 4

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 4x \quad \left| \cdot \left( \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \right) \right.$$
$$2 - 4x = 2 - 4x \cdot \left( \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \right)$$

$$(2 - 4x) \left( \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} - 1 \right) = 0$$

$$x_1 = \frac{2}{4}$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \quad |^2$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} + 2x^2 + 2x + 1$$

$$-4x + 2 = 1 - 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$1 + 4x - 2 = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$4x - 1 = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$49x^2 - 49x + 1 = 8x^2 + 8x + 1$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$D = 484 + 492 = 976 = 61 \cdot 16$$

$$x_2 = \frac{22 + \sqrt{976}}{41} = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$$

$$x_3 = \frac{22 - \sqrt{976}}{41} = \frac{11 - 2\sqrt{61}}{41}$$

$$m \cdot k \quad 7x - 1 = 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1} \geq 0$$
$$\frac{49 - 14\sqrt{61}}{41} - 82 < 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение № 4

Проверка

$$x_1 = \frac{3}{7} \quad x_2 = \cancel{\frac{11 - 2\sqrt{61}}{41}}$$

$$\text{при } x = \frac{2}{7} \quad \checkmark$$

$$x_3 = \frac{11 + 2\sqrt{61}}{41}$$

~~41 + 2\sqrt{61}~~  
~~41 - 2\sqrt{61}~~  
~~31 + 2\sqrt{61}~~  
~~31 - 2\sqrt{61}~~  
~~400 - 361~~  
~~9~~

$$\sqrt{2 \cdot \frac{9}{49} - \frac{10}{4} + 3} - \sqrt{2 \cdot \frac{4}{49} + \frac{4}{9} + 1} = \\ = \sqrt{\frac{8}{49} - \frac{20}{49} + \frac{49}{49}} - \sqrt{\frac{8}{49} + \frac{28}{49} + \frac{49}{49}} = \sqrt{85} - \sqrt{85} = 0$$

~~148 - 90 = 58~~  
~~58 + 8 = 85~~

$$0 = 0 - 0 \Rightarrow \text{Правильность}$$

~~11 - 2\sqrt{61}~~  
~~41~~

~~41 + 2\sqrt{61}~~  
~~41 - 2\sqrt{61}~~  
~~1681~~  
~~1681 + 30681 = 32241~~  
~~20681~~

$$\sqrt{2 \cdot \frac{11 - 4\sqrt{61}}{1681} + 244} = \frac{55 - 70\sqrt{61}}{41} + 3 = \\ = \frac{242 + 244 - 2255 - 44\sqrt{61} + 4(100\sqrt{61}) + 5043}{1681} - \frac{32744 + 366061}{1681}$$

$$\frac{32744 + 366061}{1681} - \frac{242 + 244 - 44\sqrt{61} + 4(100\sqrt{61}) + 5043}{1681} = \frac{32744 + 366061}{1681} - \frac{3069 - 40\sqrt{61}}{1681}$$

$$\frac{82 - 47 + 14\sqrt{61}}{41} = \frac{5 + 14\sqrt{61}}{41} \quad \text{Правильность все на 41}$$

$$\sqrt{32744 + 366061} - \sqrt{3069 - 40\sqrt{61}} = 5 + 14\sqrt{61} \\ \cancel{41 - 82069 + 40\sqrt{61}} - \cancel{5 + 14\sqrt{61}} \\ \cancel{3069 - 40\sqrt{61}} / \cancel{41 - 82069 + 40\sqrt{61}} = 0 \\ \cancel{3069 - 40\sqrt{61}} / \cancel{41 - 82069 + 40\sqrt{61}} = 0 \\ 3068 < 3069 \\ 3068 = 3069 - 40\sqrt{61} + 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

проверка №6

$$a_3 = \frac{15}{\sqrt{1375}}$$

$$a_4 = -\frac{15}{\sqrt{1375}}$$

Проверка:

при  $a_1 = \sqrt{63}$       //  
 $b_1 = \frac{8}{5}\sqrt{\frac{1}{63}}$

$$\frac{|16\sqrt{\frac{1}{63}}|}{\sqrt{\frac{64}{63}}} = 2$$

$$\frac{16\sqrt{\frac{1}{63}} - 8\sqrt{\frac{1}{63}}}{\sqrt{\frac{64}{63}}} = 1$$

$$\frac{16}{8} = 2 \quad \checkmark$$

$$\frac{8}{8} = 1 \quad \checkmark$$

при  $a_2 = -\sqrt{63}$       //  
 $b_2 = -\frac{8}{5}\sqrt{\frac{1}{63}}$

$$\frac{|-16\sqrt{\frac{1}{63}}|}{\sqrt{\frac{64}{63}}} = 2$$

при  $a_3 = \frac{15}{\sqrt{1375}}$       //  
 $b_3 = -\frac{15}{\sqrt{1375}}$  при  $b_4 = -\sqrt{\frac{64}{1375}}$

$$\frac{|100\sqrt{\frac{64}{1375}}|}{\sqrt{\frac{225 + 1375}{1375}}} = 2 \quad \sqrt{9} = 3$$

$$2 = 2$$

$$\left(\frac{\sqrt{6400}}{1000}\right) = 2 \quad \checkmark$$

$$a_1 = \sqrt{63}$$

$$a_2 = -\sqrt{63}$$

$$a_3 = \frac{15}{\sqrt{1375}} = \frac{3}{\sqrt{55}}$$

$$a_4 = -\frac{15}{\sqrt{1375}} = -\frac{3}{\sqrt{55}}$$

Очевидно:  $a_1 = \sqrt{63}$

$$a_2 = -\sqrt{63}$$

$$a_3 = \frac{15}{\sqrt{55}}$$

$$a_4 = -\frac{3}{\sqrt{55}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

## предположение №6

1 случай:

~~решение №6~~

$\alpha x - y + 10b = 0$  будем решать окр.

$$\begin{cases} \frac{|10b|}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} = 2 \\ \frac{|10b - 8a|}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} = 1 \end{cases}$$

2 случай

$\alpha x - y + 10b = 0$  перенесем окр в ~~одночлен~~  
~~найдущем~~ равенство ~~форму~~ и не забываем  
с предусловием 1 3 случай ~~наоборот~~:

перенесем с правой стороны на левую  
с предусловием 2

$$\begin{cases} \frac{|10b|}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} < 2 \\ \frac{|10b - 8a|}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} > 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{|10b|}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} > 2 \\ \frac{|10b - 8a|}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} < 1 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

## предварительное №

$$\begin{cases} \frac{106}{\sqrt{a^2+1}} = 2 \\ \frac{|106-8a|}{\sqrt{a^2+1}} = 1 \end{cases}$$

$$|106-8a| = \sqrt{a^2+1}$$

$$\sqrt{a^2+1} \neq 0 \text{ m.k}$$

$$|106| = 2\sqrt{a^2+1} \Rightarrow a^2 \geq 0 \Rightarrow$$

$$106^2 = 4(a^2+1) \Rightarrow a^2+1=106^2$$

$$106^2 = 4a^2 + 4$$

$$4a^2 + 4 + 64a^2 - a^2 - 1 = 106^2$$

$$67a^2 + 3 = 106^2$$

$$|106-8a| = \sqrt{a^2+1}$$

$$|56| = \sqrt{a^2+1}$$

$$|106-8a| = |56|$$

$$106^2 - 160ab + 64a^2 = 256^2$$

$$(56-8a)(156-8a) = 0$$

$$56-8a \Rightarrow |16a| = 2\sqrt{a^2+1}$$

$$156-8a \Rightarrow 256a^2 = 4a^2 + 4$$

$$252a^2 = 4$$

$$|56| = \sqrt{64a^2+1}$$

$$256^2 = \frac{235}{64}6^2 + 1$$

$$1600 - 125 = 1000 - 25 = 1375$$

$$\frac{1375}{64}6^2 = 1$$

$$64 = \sqrt{1375}$$

$$a^2 = \frac{4}{252} = \frac{1}{63}$$

$$a_1 = \sqrt{\frac{1}{63}}$$

$$a_2 = -\sqrt{\frac{1}{63}}$$

$$b_1 = \frac{8}{5}\sqrt{\frac{1}{63}}$$

$$b_2 = -\frac{8}{5}\sqrt{\frac{1}{63}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

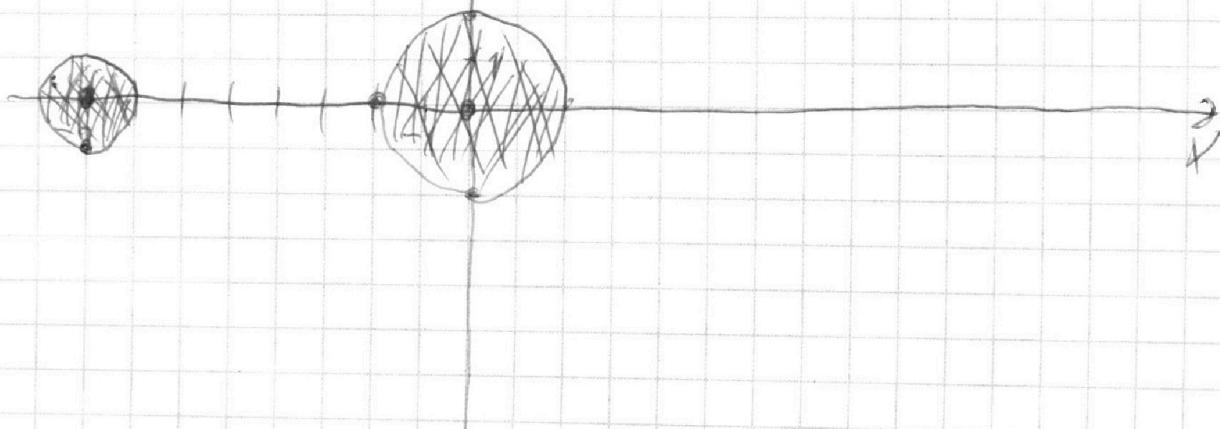
№6

$$\begin{cases} 9x - y + 106 = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$
$$\begin{cases} (x+8)^2 + y^2 - 1 \leq 0 & x_0 = -8 \quad y_0 = 0 \\ x^2 + y^2 - 4 \geq 0 & x_0 = 0 \quad y_0 = 0 \end{cases}$$
$$\begin{cases} (x+8)^2 + y^2 - 1 \geq 0 \\ x^2 + y^2 - 4 \leq 0 \end{cases}$$

Сделать новое рисунок

$$9x - y + 106 = 0 \leftarrow \text{предана}$$

↑  
y



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

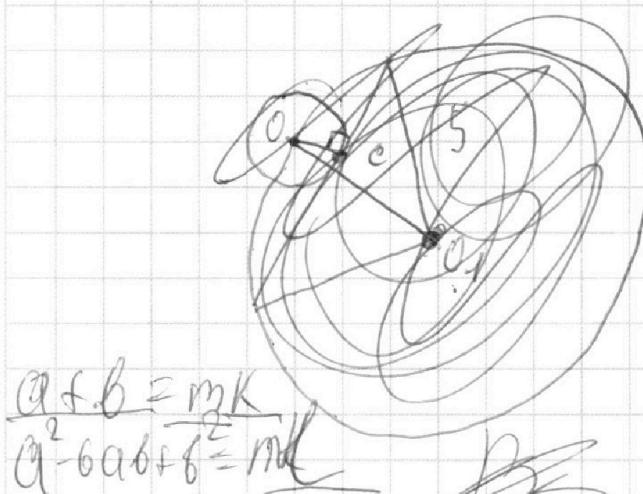


- |                                     |                          |                                     |                          |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                                   | 6                                   | 7                                   |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 3



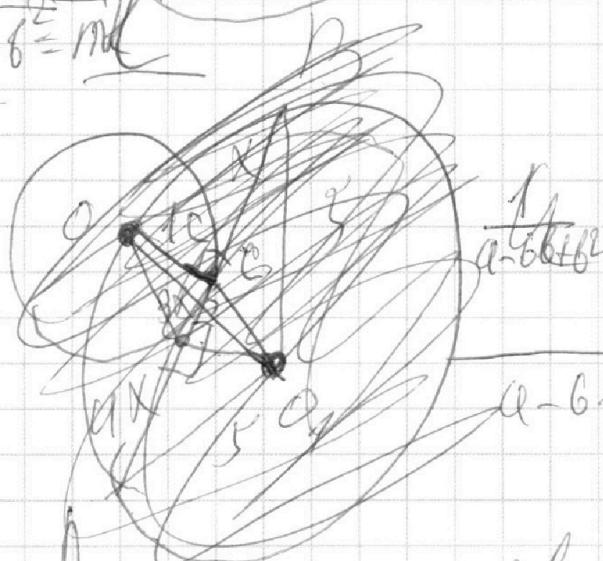
$$a+b = mk$$
$$a^2 - 6ab + b^2 = mn$$

$$a+b = mk$$
$$a^2 - 6ab + b^2 = mn$$

$$(a+b)^2 - 8ab = mn$$

$$m^2k^2 - mn = 8ab$$

$$mk^2 - mn = 8ab$$



$$a - 6b + 62 + a^2 - 6a + b$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} =$$

$$D = 30b^2 - ab^2 - 32b^2$$

$$a_2 = \frac{b^2 + 4\sqrt{2}b}{2} = 3b + 2\sqrt{2}b$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2} =$$

Решение

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

проверенное № 3

$$\sin \alpha = \frac{25 - 25 + 5x^2}{2\sqrt{25 - 5x^2}} = \frac{5x^2 - 1}{2\sqrt{25 - 5x^2}}$$

$$x = \sqrt{5}, -\sqrt{5}$$

при  $x = \sqrt{5}, -\sqrt{5}$

$$1 + 25 - 25 + 0 = 25 = 25$$

$$1 \neq 25$$

$$\cos \alpha = \frac{4x^2}{2\sqrt{25 - 5x^2}}$$

при  $x \neq 0$

$$x \neq 0 \text{ m.r } x = CB$$

$$x = 25$$

$$25 + 10\sin \alpha = 25$$

$$10\sin \alpha = 0$$

$$\sin \alpha = 0$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{\sqrt{25 - 5x^2}}$$

$$1 - x^2 + 2\sqrt{25 - 5x^2} \left( \frac{5x^2 - 1}{2\sqrt{25 - 5x^2}} - \frac{2x^2}{\sqrt{25 - 5x^2}} \right) = 0$$

$$1 - x^2 + 5x^2 - 1 - 4x^2 = 0$$



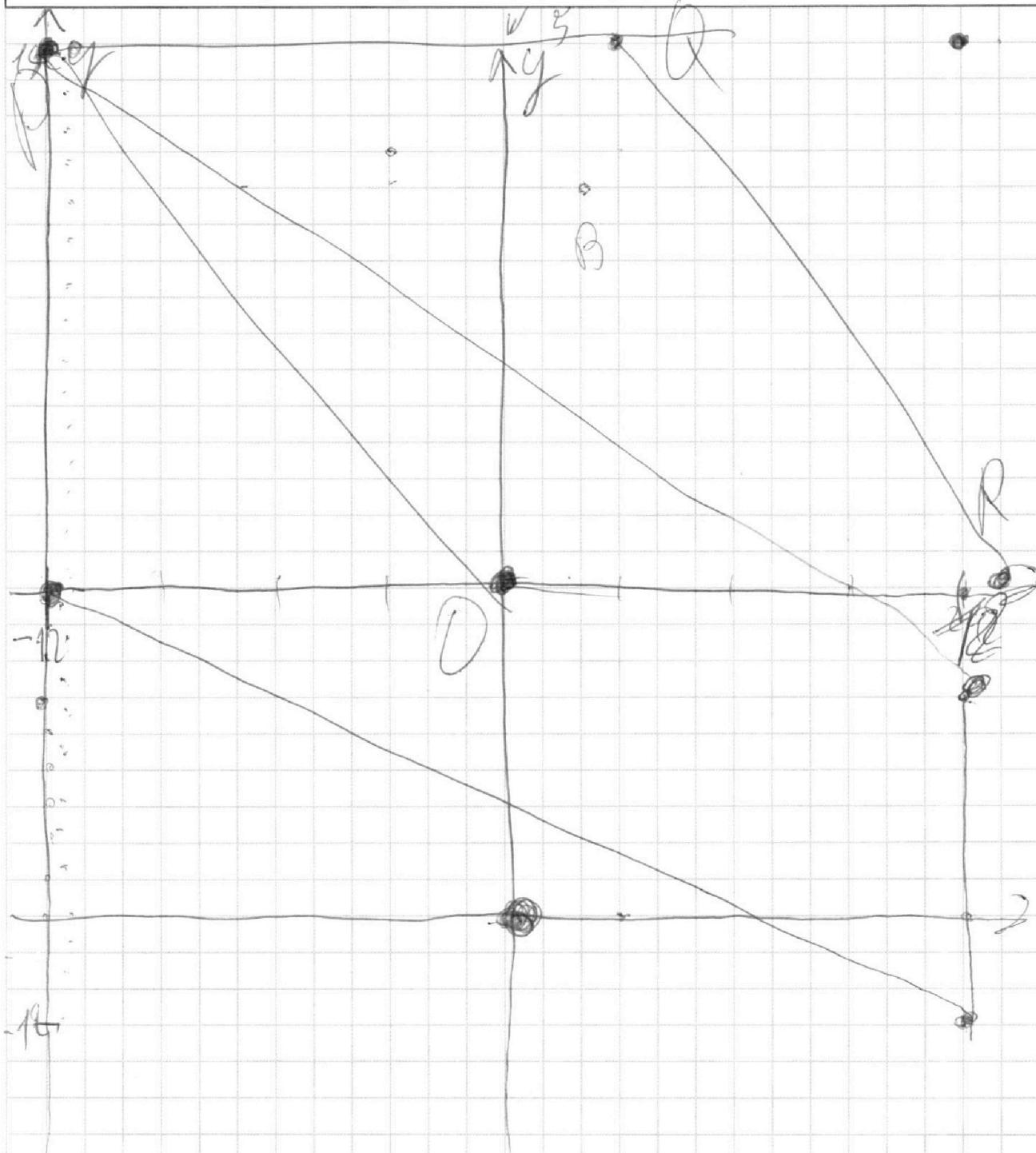
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1                                   | 2                                   | 3                                   | 4                                   | 5                                   | 6                                   | 7                                   |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                                     |                          |                                     |                                     |                          |                                     |                                     |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                                   | 4                                   | 5                        | 6                                   | 7                                   |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

### решение № 3

$$OA = \sqrt{1 + 4x^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{4x}{\sqrt{1 + 4x^2}}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{1 + 4x^2} - 5x}{2\sqrt{1 + 4x^2}} = \frac{5x^2 - 1}{2\sqrt{1 + 4x^2}}$$

$$1 - x^2 + 2 \cdot \frac{5x^2 - 1}{2\sqrt{1 + 4x^2}} \cdot \frac{2x^2}{\sqrt{1 + 4x^2}} = 0$$

$$1 - x^2 + 5x^2 - 1 - 4x^2 = 0$$

$$0 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1                                   | 2                                   | 3                                   | 4                                   | 5                                   | 6                                   | 7                                   |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 2

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab} = \frac{m \cdot k}{m \cdot n}$$

$$a^2 - 6ab + b^2 = (a - (3 - 2\sqrt{2})b)(a - (3 + 2\sqrt{2})b)$$

$$D = 36b^2 - 4b^2 = 32b^2$$

$$a_1 = \frac{6b + 4\sqrt{2}b}{2} = (3 + 2\sqrt{2})b$$

$$a_2 = (3 - 2\sqrt{2})b$$

$$a+b = m \cdot k$$

$$(a - (3 - 2\sqrt{2})b)(a - (3 + 2\sqrt{2})b) = m \cdot n$$

$3 - 2\sqrt{2} \notin \mathbb{N}$

$3 + 2\sqrt{2} \notin \mathbb{N}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                                     |                          |                                     |                                     |                          |                                     |                                     |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

проверяется №6

$$\begin{aligned} & \cancel{(106 - 2\sqrt{a^2+1})} < 0 \\ & \cancel{(106 - 2\sqrt{a^2+1})(106 + 2\sqrt{a^2+1})} < 0 \\ & \cancel{(106 - 8a - \sqrt{a^2+1})(106 - 8a + \sqrt{a^2+1})} > 0 \\ & \cancel{(106 - 2\sqrt{a^2+1})(106 + 2\sqrt{a^2+1})} > 0 \\ & \cancel{(106 - 8a - \sqrt{a^2+1})(106 - 8a + \sqrt{a^2+1})} < 0 \end{aligned}$$

№2

$$\begin{aligned} \frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} &= \frac{a}{a^2-6ab+b^2} = \frac{a}{a^2-6ab+a^2} = \\ D = \cancel{3a^2b^2} &= \cancel{a^2-6ab+b^2} + \cancel{a^2-6ab+b^2} = \\ a^2-6ab &= \cancel{a^2-6ab+b^2} + \cancel{a^2-6ab+b^2} \end{aligned}$$

