$\frac{6+2\sqrt{78}}{69} \geq \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}$ $\quad 6\sqrt{3}+2\sqrt{78\cdot 3} \geq 69\sqrt{3}+69$

$\frac{6+2\sqrt{78}}{69} \leq \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}$ $\quad 6\sqrt{3}+2\sqrt{78\cdot 3} \leq 69\sqrt{3}-69$

$69+2\sqrt{78\cdot 3} \leq 63\sqrt{3}$

$69+6\sqrt{26} \leq 63\sqrt{3}$

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10

$23+2\sqrt{26} \leq 21\sqrt{3}$ $\quad 78 = 3\cdot 13\cdot 2\cdot 3$

$529+104+4\cdot 23\cdot\sqrt{26} \leq 441\cdot 3$

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

$1323 - 633 = 690$

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$441\cdot 3 = 1323$

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

$\cancel{633}+92\sqrt{26} \leq 1323$

$92\sqrt{26} \leq 690$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

$46\sqrt{26} \leq 345$

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2-6x+2}-\sqrt{3x^2+3x+1}=1-9x.$$

$\sqrt{3x(x-2)+2} - \sqrt{3x(x+1)+1} = 1-9x$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система

$$\begin{cases} ax+y-8b=0, \\ (x^2+y^2-1)\left(x^2+(y-12)^2-16\right) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 5 и 2,5.

© МФТИ, 2023

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\begin{cases} ab \vdots 2^{15} 7^{11} \\ bc \vdots 2^{17} 7^{18} \\ ac \vdots 2^{23} 7^{39} \end{cases}$ $ab \cdot bc \cdot ac \vdots 2^{15} 7^{11} \cdot 2^{17} 7^{18} \cdot 2^{23} 7^{39}$

$(abc)^2 \vdots 2^{55} 7^{68}$ из-за делимости.

$\Downarrow$

$abc \vdots 2^{28} 7^{34}$, иначе (пусть $abc = 2^k \cdot 7^t \cdot x$) $k \leq 27$; или $t \leq 34$ $t \leq 34$.

либо $(abc)^2 = 2^{2k} \cdot 7^{2t} \cdot x^2$ $2^{2k} < 2^{\cancel{28}\,\cancel{56}\,55}$, т.е

$2k < \cancel{56}\,55$, либо $7^{2t} < 7^{68}$, т.е $2t < 68$, т.е не будет нужной делимости. $(28 \cdot 2 = 56;\ 34 \cdot 2 = 68)$

$\Rightarrow \underline{abc \vdots 2^{28} 7^{34}}$ пусть $abc = 2^{28} \cdot 7^{34} \cdot p$.

т.к $ac \vdots 7^{39} \cdot 2^{23} \Rightarrow ac \vdots 7^{39}$, значит $abc \vdots 7^{39} \Rightarrow$

$abc = 7^{39} \cdot k = 7^{34} \cdot 2^{28} \cdot p \Rightarrow p \vdots 7^5$, т.е в abc сод-ся 7^{39} и 2^{28} (множители), но минимальное такое число это $7^{39} \cdot 2^{28}$ (меньше нельзя, иначе будет не доставать мн-ля 7 или 2 (степени) $\Rightarrow$ не будет делимости).

Пример на $abc = 7^{39} \cdot 2^{28}$:

$a = 2^{10} \cdot 7^{11}$

$b = 2^5$

$c = 2^{13} \cdot 7^{28}$

$abc = 2^{5+13+10} \cdot 7^{28+11} = 2^{28} \cdot 7^{39}$.

$ab = 7^{15} \cdot 7^{11} \vdots 2^{15} \cdot 7^{11}$
$bc = 2^{18} \cdot 7^{28} \vdots 2^{17} \cdot 7^{18}$
$ac = 2^{23} \cdot 7^{39} \vdots 2^{23} \cdot 7^{39}$.

Пример удовлетворяет условию, меньше нельзя. (доказано)

Ответ: $abc \geq 2^{28} \cdot 7^{39}$ (минимум $\to 2^{28} \cdot 7^{39}$)
т.е $abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{a}{b}$ нес. $\Rightarrow a$ вз. просто с b $\boxed{\perp - \text{взаимнопросто}}$

$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-9ab}$ пусть $(a+b) \vdots m$, тогда

$(a+b)^2 \vdots m$, если дробь сократима, то и $9ab \vdots m$
(иначе знаменатель $\not\vdots\, m$)

$a+b \vdots m$ $9ab \vdots m$

т.е. среди делителей числа $9ab = 9 \cdot (ab)$ должен быть делитель $a+b$.

$a \overset{\text{взаимнопросто}}{\perp} b \Rightarrow a \perp m$, ведь иначе если $a = tk$, $m = zk$

то $\underbrace{tk}_{\vdots k} + b \vdots \underbrace{zk}_{\vdots k} \Rightarrow b \vdots k$, тогда НОД$(a,b) \neq 1$, т.к. $= k$.

аналогично и $b \perp m$. $\Rightarrow ab \perp m$. Это значит, что если $9\underbrace{ab}_{\text{взаим. прост } m} \vdots m$, то $9 \vdots m$, ведь иначе ab не вз. прост.

$\Rightarrow 9 \vdots m$.

Наибольшее такое m это 9. $\Rightarrow \underline{m = 9}$.

Пример:

$a = 2$
$b = 97$
$\boxed{a \perp b, \text{ т.к } 2 \perp 97}$

$\frac{2+97}{(2+97)^2 - 9 \cdot 2 \cdot 97} = \frac{99}{99^2 - 18 \cdot 97}$ сократима $\underline{\text{на } 9}$.

$\frac{99}{99^2 - 18 \cdot 97} = \frac{11}{99 \cdot \cancel{9}_{11} - \cancel{18}_{2} \cdot 97} = \frac{11}{99 \cdot 11 - 2 \cdot 97} \Rightarrow$

$= \frac{11}{1089 - 194} = \frac{11}{895}$

Ответ: при $\underline{m = 9}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$t_1 t_2 = \frac{-338 \pm 2\cdot 458}{2\cdot 289}$$ (2 часть)

Т.к. $t \geq 0$ $(t = x^2) \Rightarrow$ $t = \frac{916-338}{578} = \frac{578}{578} = 1$.

$x^2 = 1$.

$x = -1 \rightarrow$ смысла не имеет

$\Rightarrow x = 1$. Значит $AC = 17$; $BC = 7 \Rightarrow AB =$

$= AC + BC = 24$.

Ответ: $AB = 24$. (вырожденных случаев нет).
(проверка → всё верно).

\# (вычисления)

$$\begin{array}{r} 458 \\ \times\ 458 \\ \hline 3664 \\ 2290 \\ 1832 \\ \hline 209764 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 169 \\ \times\ 169 \\ \hline 1521 \\ +\ 1014 \\ 169 \\ \hline 28561 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 627 \\ \times\ 289 \\ \hline 5643 \\ 5016 \\ 1254 \\ \hline 181203 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 181203 \\ +\ 28561 \\ \hline 209764 \end{array}$$

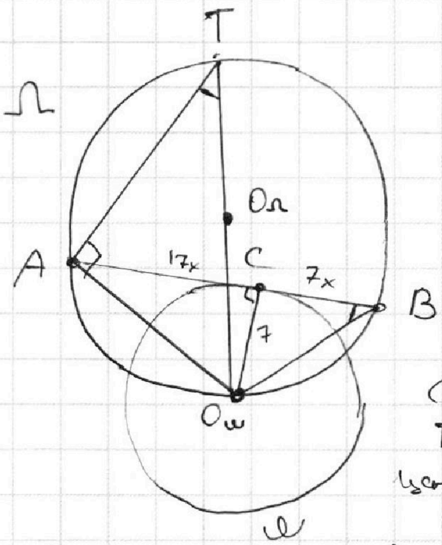
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: $AB = 24$. (1 часть, см. 2 часть).



$\frac{AC}{CB} = \frac{17}{7}$

$R_\omega = 7$

$R_\Omega = 13$

$AB - ?$

O_ω – центр ω ($O_\omega \in \Omega$)

O_Ω – центр Ω

Пусть $AC = 17x$

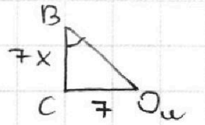
тогда $CB = 7x$

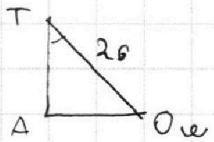
по усл. $O_\omega C \perp AB$ ($AB \to$ касательная к ω)

C – точка касания.

$T = O_\omega O_\Omega \cap \Omega$ (продлили линию центров до пересечения с Ω).

TO_ω – диаметр. $\Rightarrow \angle TAO_\omega = 90°$ (угол на диаметре) $\angle ATO_\omega = \angle OBA$, как на одну дугу ($\overset{\frown}{AO_\omega}$) $\Rightarrow \triangle TAO_\omega \sim \triangle BCO_\omega$ по двум углам.





$TO_\omega = 2R_\Omega = 2\cdot 13 = 26$

По т. Пифагора для $\triangle CBO_\omega$:

$BO_\omega^2 = 49x^2 + 49$.

$$\frac{TO_\omega}{BO_\omega} = \frac{AO_\omega}{CO_\omega} \qquad \frac{26}{\sqrt{49x^2+49}} = \frac{AO_\omega}{7}$$

$$AO_\omega = \frac{26\cdot 7}{7\sqrt{x^2+1}} = \frac{26}{\sqrt{x^2+1}} \qquad AO_\omega^2 = \frac{676}{x^2+1}$$

По т. Пифагора для $\triangle ACO_\omega$: $AO_\omega^2 = AC^2 + CO_\omega^2 =$

$= 17^2x^2 + 49 = AO_\omega^2$.

решим биквадр. уравнение, пусть $t = x^2$ $\quad t \geq 0$

$$289x^2 + 49 = \frac{676}{x^2+1}$$

$$289t + 49 = \frac{676}{t+1}$$

см. 2 с. $\rightarrow$

$$289t(t+1) + 49t + 49 = 676$$

$$289t^2 + 338t - 627 = 0.$$

$\frac{578}{578} = 1.$

$$t_1 t_2 = \frac{-338 \pm \sqrt{338^2 + 4\cdot 627\cdot 289}}{2\cdot 289} = \frac{-338 \pm 2\sqrt{181203 + 28561}}{2\cdot 289.} = \frac{-338 \pm 2\cdot 458}{2\cdot 289}$$

см. продолжение

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = 1-9x$

сперва заметим, что $(3x^2-6x+2)-(3x^2+3x+1) = -6x+2-3x-1 = 1-9x$

Заметим, что $\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} \geq 0$

когда $3x^2-6x+2 \geq 3x^2+3x+1$ (т.к по ОДЗ оба ≥ 0)

т.е $1-9x \geq 0$

т.е при $x \leq \frac{1}{9}$

ОДЗ: $3x^2-6x+2 = (\sqrt{3}x-\sqrt{3})^2-1^2 = (\sqrt{3}x-\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}x-\sqrt{3}+1)$

$1-\frac{1}{\sqrt{3}} \quad 1+\frac{1}{\sqrt{3}}$

$3x^2+3x+1 = (\sqrt{3}x+\frac{\sqrt{3}}{2})^2+\frac{1}{4} \geq 0$

Пусть $\sqrt{3x^2-6x+2} = a$

и $\sqrt{3x^2+3x+1} = b$

тогда $1-9x = a^2-b^2$

т.е $a-b = a^2-b^2 = (a-b)(a+b)$

$(a-b) = (a-b)(a+b)$ $\quad (a-b)(a+b-1) = 0.$

либо $\boxed{a=b}$ $\quad$ либо $a+b=1$

$\boxed{a = 1-b}$

$\sqrt{3x^2-6x+2} = \sqrt{3x^2+3x+1}$

(по ОДЗ вы.г. ≥ 0)

$\Rightarrow$

$3x^2-6x+2 = 3x^2+3x+1$

$-9x+1=0$

$1 = 9x$

$x = \frac{1}{9}$

Проверка (+ проверка ОДЗ)

$\sqrt{\frac{3}{81}-\frac{6}{9}+2} - \sqrt{\frac{3}{81}+\frac{1}{3}+1} \overset{?}{=} 0$

$\sqrt{\frac{3}{81}+1+\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{3}{81}+1+\frac{1}{3}} = 0$

$0=0.$

верно.

все действия и преобразования выполнены равносильно

$\sqrt{3x^2-6x+2} = 1-\sqrt{3x^2+3x+1}$

(т.к обе части ≥ 0 возведём в квадрат).

$\cancel{3x^2}-6x+\cancel{2} = \cancel{1}+\cancel{3x^2}+3x+\cancel{1}-2\sqrt{3x^2+3x+1}$

$+9x = +2\sqrt{3x^2+3x+1}$

$81x^2 = 4(3x^2+3x+1)$

$69x^2-12x-4=0.$

$x_1x_2 = \frac{12 \pm \sqrt{144+16\cdot 69}}{2\cdot 69} = \frac{12 \pm \sqrt{1248}}{2\cdot 69} =$

$= \frac{12 \pm 4\sqrt{78}}{2\cdot 69} = \frac{6 \pm 2\sqrt{78}}{69}$

$x_1 = \frac{6+2\sqrt{78}}{69}$ $\quad x_2 = \frac{6-2\sqrt{78}}{69}$

осталось проверить корни на ОДЗ:

(м.б. арифм. ошибка)

других нет, эти удовлетв.

$\frac{6+2\sqrt{78}}{69} \overset{?}{\leq} \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}$ $\quad \frac{6-2\sqrt{78}}{69}$ тем более уд. ОДЗ $\Rightarrow$

$6\sqrt{3}+2\sqrt{78\cdot 3} \overset{?}{\leq} 69\sqrt{3}-69$

$23+2\sqrt{26} \leq 21\sqrt{3}$

$92\sqrt{26} \leq 690$, верно т.к $\sqrt{26} < 6$

Ответ: $x_1 = \frac{1}{9}$; $x_2; x_3 = \frac{6 \pm 2\sqrt{78}}{69}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

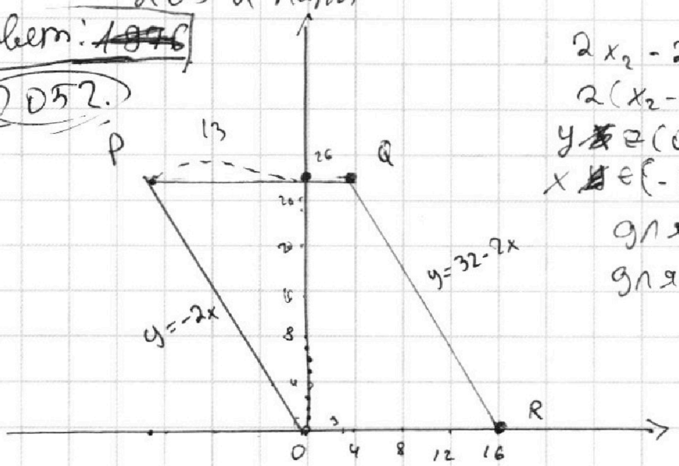
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2052 пары

Ответ: ~~1976~~ 2052.



масштаб: — = 4

$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$

$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14$

$y \in (0; 26)$

$x \in (-13; 16)$

Смотрим только на целые точки.

для $x=0$: $y \in [0; 26]$

для $y=0$: $x \in [0; 16)$

~~$y=1$: $x \in$~~

из-за пост-ва п/2, достаточно узнать для $y=0$ и умножить на 267 (0…26) и разделить на 2 !

Составим уравнение „параллелограмма", чтобы понять, какие точки внутри. Вертикальных прямых нет => можно воспользоваться уравнением вида $kx+b$

$Q(3; 26)$ $\quad kx+b=y$ $\quad 3k+b=26$
$R(16;0)$ $\quad 16k+b=0$ $\quad \Rightarrow -2x+32=y$. $\quad y=32-2x$

$$\boxed{\begin{gathered} y \in [0, 26] \\ -\frac{y}{2} \le x \le 16-\frac{y}{2} \\ x \in [-13; 16) \end{gathered}}$$

R и O. $\quad y=0$.

P и Q $\quad y=26$

$P(-13; 26)$ $\quad kx+b=y$ $\quad -13k+b=26$ $\quad k=-2$. $\quad y=-2x$
$O(0;0)$ $\quad b=0$.

$$\begin{cases} y \le 26 \\ y \ge 0 \\ y \le -2x \\ 32-2x \ge y \end{cases}$$

$y \in [0; 26]$.

~~$\frac{y}{2}-16 \le x \le -\frac{y}{2}$~~

$2x \le 32-y$

$2x \ge y-32$

$-x \ge \frac{y}{2}-16$

$\boxed{x \ge -\frac{y}{2}}$

$\boxed{x \le 16-\frac{y}{2}}$

$y \in [0; 26]$

~~$\frac{y}{2}-16 \le x \le \frac{y}{2}$~~

$y \in [0, 26]$

$-\frac{y}{2} \le x \le 16-\frac{y}{2}$.

Теперь будем вести учёт по оси y.

При $y=0$: удовл $x \to$ от 0 до 16. $\quad$ при $y=1 \to$ удовл.: $x \in [0; 15)$

для них: вар-в.

$x_1 = 0$.

$2(x_2-x_1)+(y_2-y_1)=14$.

$2x_2 - x_1 + y_2 = 14$.

всего: $\Rightarrow \frac{267 \cdot 2 \cdot (6+\ldots+13)}{2}$ пар. $\quad 76$.

при $y=2 \to [-1; 15]$

при $y=3 \to [-1; 14)$

при $y=4$ $[-2; 14]$

при $y=k$. $[-[\frac{k}{2}]; \ ]$

$16-[\frac{k}{2}]$.

для каждого из них (x_1) будет удовл. одинаковое число точек, $\quad$ const. п/2 из-за

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

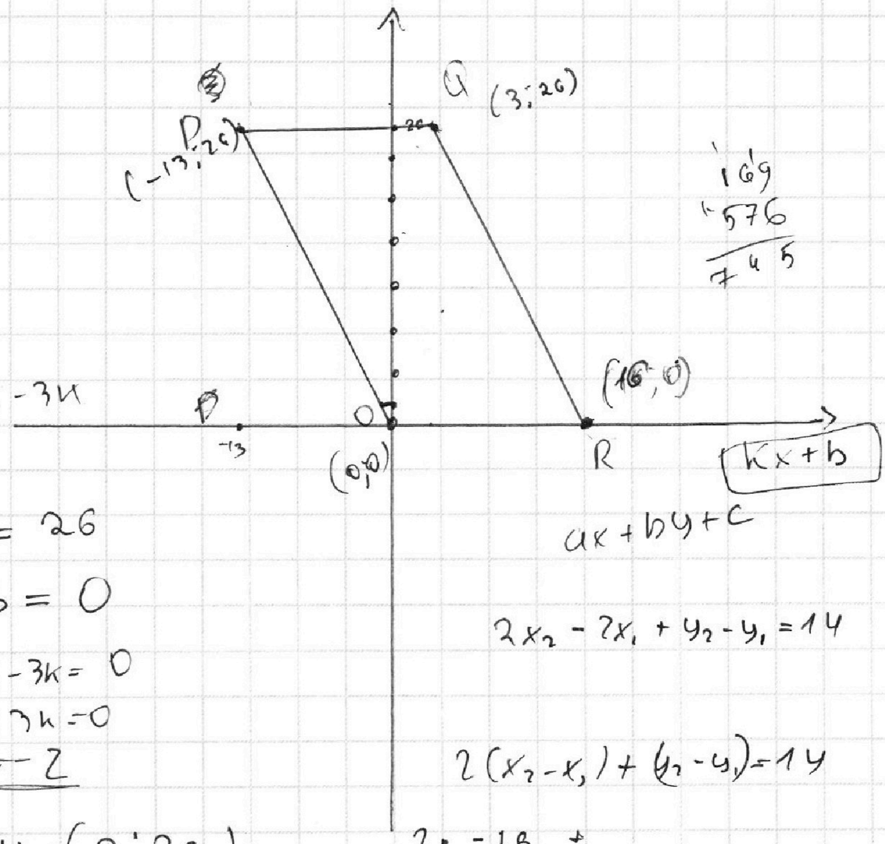
1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Черновик

1 кл = 4.



169
576
745

$b = 26 - 3k$

$\boxed{kx+b}$

$ax + by + c$

$3k + b = 26$

$16k + b = 0$

$16k + 26 - 3k = 0$

$26 + 13k = 0$

$k = -2$

$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$

$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14$

$2 \cdot -16 +$

76 × 27 = 532 + 152 = 2052

$y \in (0; 26)$

$x \in (-13; 16)$.

$x_2 - x_1 = 7$

$y_2 - y_1 = 14$

0; 0 → 14б.

0; 1 → 13

0; 2 → 13

0; 3 → 12

0; 4 → 12

0; 5 → 11

0; 6 → 11

$2(6 + \ldots + 13)$

$2x_2 + y_2 = 14$

7 0

16

−26 + ... −14

−24 ...

−20 + ...

−16 +

$2x_2 + y_2 = 15$ −12 + −26

$2x + y = 16$

−5 ... 7

6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

$\frac{13 \cdot 14}{2}$

13 · 7 = 91

91 − 15

81 − 5

76

76 × 26 = 456 + 152 = 1976

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

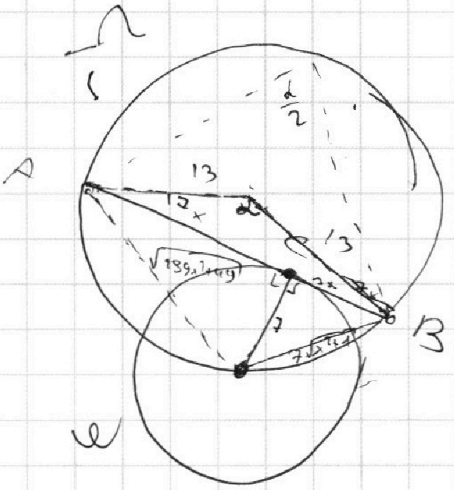
1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Черновик

$\sqrt{3x(x-2)+2} - \sqrt{3x(x+1)+1}$



$R_\Omega = 13$

$R_\omega = 7$

$289x^2+49$

$\sqrt{49x^2+49}$

$7\sqrt{x^2+1}$

$AB^2 = 13^2+13^2-2\cdot 13^2\cdot\cos\alpha = 34x =$

$= 289x^2+49+49x^2+49-14\sqrt{(x^2+1)(289x^2+49)}\cdot\cos(180-\frac{\alpha}{2})$

$\cos(180-\frac{\alpha}{2}) =$

$= \cos 180\cdot\cos\frac{\alpha}{2} + \cancel{\cos}\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\sin 180$

$\boxed{-\cos\frac{\alpha}{2}}$

$\sqrt{3x^2-6x+2} =$

$= (\sqrt{3}x-\sqrt{3})^2-1$

$(\sqrt{3}x+\frac{\sqrt{3}}{2})^2+(\frac{1}{2})^2$

$3x^2+3x+\frac{3}{4}+$

$x = 2\pm\sqrt{3}$ 6 $26\cdot 3$

$16\cdot 3$

$\frac{y}{2} \le 16-x$

$-x \ge \frac{y}{2}-16$

$y \le 32-2x$

$y \ge -2x$

$x \ge \frac{y}{2}$

$+\frac{y}{2}$

$+\frac{y}{2}$

$y = 32-2x$

$x \le 16-\frac{y}{2}$

$\frac{y}{2} \ge -x$

$16-x \ge \frac{y}{2}$

$x \ge -\frac{y}{2}$

$x \ge -\frac{y}{2}$

$16-\frac{y}{2}$

$\frac{y}{2}-16$

$x \ge$

$y = -2x$

$a-b$

$a+b-2\sqrt{ab}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Черновик

a, b, c

$ab \vdots 2^{15} 7^{11}$

$bc \vdots 2^{17} 7^{18}$

$ac \vdots 2^{23} 7^{39}$

$\min(abc) = ?$

$23+17+15$

$39+18+11=$

$a^2b^2c^2 \vdots 2^{55} 7^{68}$

$abc \vdots 2^{28} 7^{34}$

$abc \vdots 2^{28} 7^{34}$

a, b — 2^{15} и 7^{11}

b, c — 2^{17} и 7^{18}

a, c — 2^{23} и 7^{39}

$\boxed{2^{28} 7^{39}}$

$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 9abc}$ 2^{19}

$9ab \vdots a+b$

$(9ab \vdots a+b)$

$a \perp b$

$(a+b)^2$ и $9ab$

$9ab$ $a+b$ 9

$\vdots a, b$ и 9.

на 9

$\frac{11+7}{18^2 - 9\cdot 11\cdot 7} = \frac{18}{18^2 - 9\cdot 11\cdot 7}$

99

12

$36 - 11\cdot 7$

$a+b=99$

$91+8$

99

$99^2 - 9\cdot 91\cdot 8$

$\frac{11}{99\cdot 11 - 91\cdot 8}$

$x+y+z = 39$

$x+y \geq 11$

$y+z \geq 18$

$x+z \geq 39$

$a = 2^{10} \cdot 7^{8}$

$b = 2^{5} \cdot 7^{3}$

$c = 2^{13} \cdot 7^{31}$

$a = 2^{10} \cdot 7^{8}$

$b = 2^{5} \cdot 7^{3}$

$c = 2^{13}\ 7$

$2^{10}\ 7^{11}$

$2^{5}\ 7^{0}$

$2^{13}\ 7^{28}$

$97 \times 2 = 194$

$\frac{81}{100}$

$2^{10} \cdot 7^{11}$

$2^{5} \cdot 7^{0}$

$2^{13} \cdot 7^{28}$

$\frac{4}{5}$

$4+5$

$900-9$

891

1089

$\frac{4+5}{(4+5)^2 - 9\cdot 4\cdot 5}$

$8\ 1$

$11\ 7$

41

$\frac{11+7}{18^2 - 9\cdot 11\cdot 7}$

990

$1100 - 11 = 1089$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

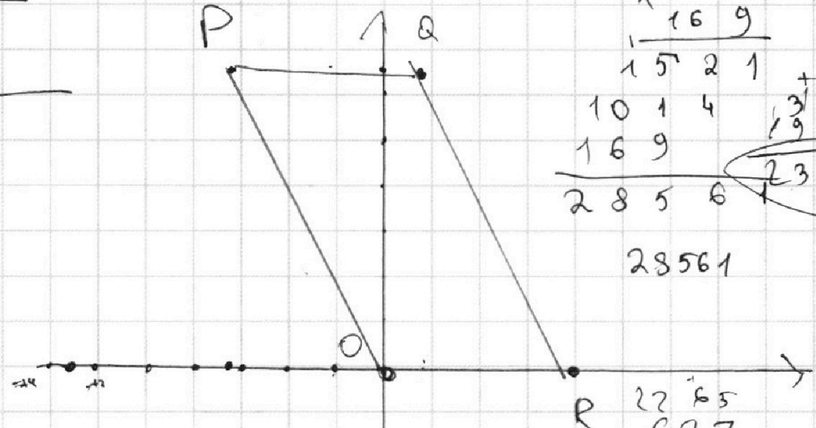
1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Черновик.

$488 \cdot 488$: 3904, 3904



$169 \cdot 169$: 1521, 1014, 169, 28561

28561

$488 \cdot 488$: 3904, 3904, 1952, 238144

338

169

170

340

338

169^2

$627 \cdot 289$: 5643, 5016, 1254, 211203

$211203 + 28561 = 239764$

$A(x_1; y_1)$ $B(x_2; y_2)$

169·169

2x

$2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 14$

$338^2 =$ 240000

500

250000

627 : 3 = 209; 209 = 11 · 19

$492 \cdot 492$: 984, 4428, 1968, 242064

499

498

169 $13^2 \cdot 2$

$498 \cdot 498$: 3984, 4482, 1992, 248004

$13^4 \cdot 2^2 + 4 \cdot (627 \cdot 289)$

$4(13^4 + 627 \cdot 289)$

$13^4 + 11 \cdot 19 \cdot 3 \cdot 17 \cdot 17$

$169 \cdot 2 = 338$

$289 + 49 = 338$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

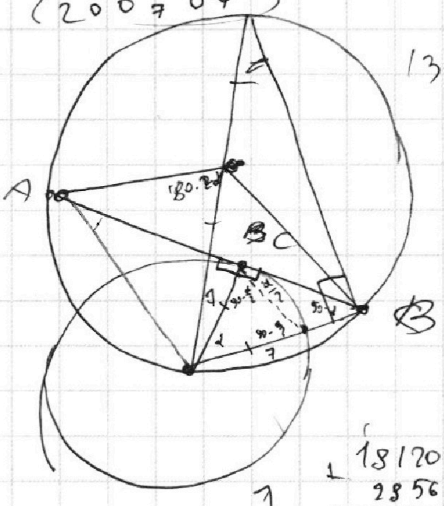
448

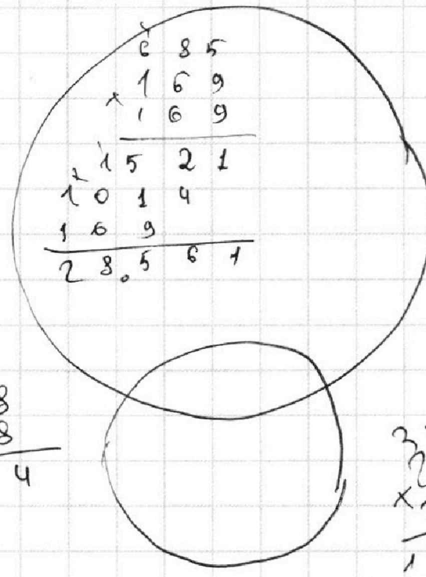
448×448: 3584, 1792, 1792 — 200704

Черновик

420

420





$44 \times 44 = 1936$

300

90000

400·400

160000

448×448

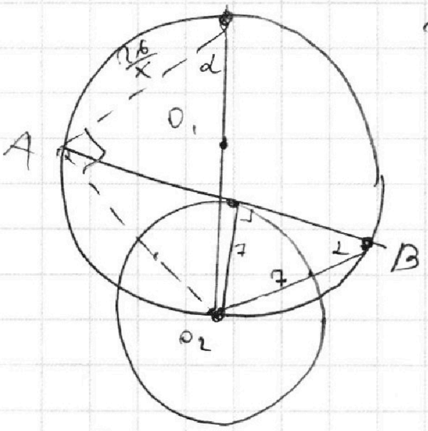
181203 + 28561 = 209764

209764

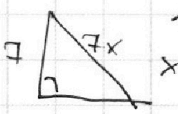
$42 \times 42 = 1764$

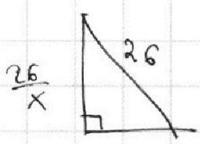
$26 \times 26 = 676$

48



$17 \times 17 = 289$





$676 - 49 = 627$

2500

627

$627 \times 289 = 181203$

$$676 - \frac{676}{x^2} = (17x)^2 + 49$$

$$676 - \frac{676}{x^2} = 289x^2 + 49$$

$$\frac{26}{49x^2+49}$$

$$676x^2 - 676 = 289x^4 + 49x^2$$

$x^2 = t \qquad t \geq 0$

$$676t - 676 - 49t = 289t^2$$

$$627t - 676 = 289t^2$$

$$289t^2 - 627t + 676 = 0$$

$458 \times 458 = 209764$

$289 + 49 = 338$