

$$\frac{6 + 2\sqrt{78}}{69} \geq \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3}}$$

$$6\sqrt{3} + 2\sqrt{78 \cdot 3} \geq 69\sqrt{3} + 69$$

$$\frac{6 + 2\sqrt{78}}{69} \leq \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}}$$

$$6\sqrt{3} + 2\sqrt{78 \cdot 3} \leq 69\sqrt{3} - 69$$

$$\frac{6\sqrt{3} + 2\sqrt{78 \cdot 3}}{69 + 2\sqrt{78 \cdot 3}} \leq \frac{63\sqrt{3}}{69 + 6\sqrt{26}}$$

$$69 + 6\sqrt{26} \leq 63$$



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



$$\frac{23}{69}$$

$$\frac{25}{104}$$

$$529 + 104 + 4 \cdot 23 \cdot \sqrt{26} \leq 441 \cdot 3$$

$$23 + 2\sqrt{26} \leq 21\sqrt{3}$$

$$23 = 3 \cdot 13 \cdot 2 \cdot 3$$

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{441}{1323}$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}$$

$$633 + 92\sqrt{26} \leq 1323$$

$$92\sqrt{26} \leq 690$$

$$\frac{1323}{690}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

$$46\sqrt{26} \leq 345$$

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{3x(x-6)+2} - \sqrt{3x(x+1)+1} = 1-9x$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ab : 2^{15} \cdot 7^{11} \\ bc : 2^{17} \cdot 7^{18} \\ ac : 2^{23} \cdot 7^{39} \end{cases}$$

$$ab \cdot bc \cdot ac : 2^{15+17+23} \cdot 7^{11+18+39}$$

$$(abc)^2 : 2^{55} \cdot 7^{68} \quad \text{из-за делимости}$$

либо $(abc)^2 = 2^{2k} \cdot 7^{2t} \cdot x^2$ и т.д. (пусть $abc = 2^k \cdot 7^t \cdot x$)
 $2k \leq 55$, либо $7^{2t} \leq 7^{68}$, т.е. $2t \leq 68$, т.е. не
 будет лишней делимости, (28·2=56; 34·2=68)
 $\Rightarrow abc : 2^{28} \cdot 7^{34}$ пусть $abc = 2^{28} \cdot 7^{34} \cdot p$

т.к. $ac : 7^{39} \cdot 2^{23} \Rightarrow ac : 7^{39}$, значит $abc : 7^{39} \Rightarrow$

$abc = 7^{39-k} = 7^{34} \cdot 2^{28} \cdot p \Rightarrow p : 7^5$, т.е. в abc
 содержится 7^{39} и 2^{28} , но минимальное такое число
 это $7^{39} \cdot 2^{28}$ (меньше нельзя, иначе будет не достать
 м.л. 7 или 2 (степень) \Rightarrow не будет делимости).

Пример на $abc = 7^{39} \cdot 2^{28}$:

$$a = 2^{10} \cdot 7^{11}$$

$$b = 2^5$$

$$c = 2^{13} \cdot 7^{28}$$

$$abc = 2^{5+13+10} \cdot 7^{28+11} = 2^{28} \cdot 7^{39}$$

$$ab = 2^{15} \cdot 7^{11}$$

$$bc = 2^{18} \cdot 7^{28}$$

$$ac = 2^{23} \cdot 7^{39}$$

Пример удовлетворяет условию, меньше нельзя.
 (доказано)

Ответ: $abc \geq 2^{28} \cdot 7^{39}$ (минимум $\rightarrow 2^{28} \cdot 7^{39}$)
 т.е. $abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{a}{b}$ нек. $\Rightarrow a$ вз. просто с b 1 - взаимно просто

$$a^2 - 7ab + b^2 = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 9ab}$$

пусть $(a+b) \div m$, тогда

$(a+b)^2 \div m$, если $9ab$ сократима, то и $9ab \div m$
(иначе знаменатель $\nmid m$)

$$a+b \div m \quad 9ab \div m$$

т.е. среди делителей числа $9ab = 9 \cdot (ab)$ должен
быть делитель $a+b$.

$a \perp b$ ^{взаимно} $\Rightarrow a \perp m$, ведь иначе если $a = tk$
 $m = zk$

то $\underbrace{tk}_{\div k} + b \stackrel{\div}{=} \underbrace{zk}_{\div k} \Rightarrow b \div k$, тогда $\text{НОД}(a,b) \neq 1$,
т.к. $k = k$.

аналогично и $b \perp m \Rightarrow ab \perp m$. Это значит,
что если $9ab \div m$, то $9 \div m$, ведь иначе
 ab не вз. просто.
 $\div m$ взаимно просто m

$$\Rightarrow 9 \div m$$

Наибольшее такое m это $9 \Rightarrow \underline{m=9}$.

Пример:

$a=2$ $b=97$

$$\frac{a^2 - 7ab + b^2}{a \perp b, \text{ т.к. } 2 \perp 97}$$

на 9 .

$$\frac{2+97}{(2+97)^2 - 9 \cdot 2 \cdot 97} = \frac{99}{99^2 - 18 \cdot 97}$$

сократима

$$\frac{99}{99^2 - 18 \cdot 97} = \frac{11}{99 \cdot 9 - 18 \cdot 97} = \frac{11}{99 \cdot 11 - 2 \cdot 97}$$

$$= \frac{11}{1089 - 194} = \frac{11}{895}$$

Ответ: при $\underline{m=9}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$L_{1+2} = \frac{-338 \pm 2.458}{2 \cdot 289} \quad (2 \text{ части})$$

Т.к. $t \geq 0$ ($t = x^2$) $\Rightarrow t = \frac{916 - 338}{578} = \frac{578}{578} = 1$

$$x^2 = 1$$

$x = -1 \rightarrow$ смысла не имеет

$\Rightarrow x = 1$. Значит $AC = 17$; $\hat{B}C = 7 \Rightarrow AB =$

$$= AC + BC = 24.$$

Ответ: $AB = 24$. (возможных случаев нет).
(проверка \rightarrow всё верно).

* (книжечка)

$$\begin{array}{r} 458 \\ + 458 \\ \hline 916 \\ + 2290 \\ \hline 1832 \\ + 209764 \\ \hline 209764 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ + 169 \\ \hline 338 \\ + 1521 \\ \hline 1014 \\ + 169 \\ \hline 23561 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 677 \\ + 789 \\ \hline 1466 \\ + 5643 \\ \hline 7109 \\ + 1754 \\ \hline 181203 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 181203 \\ + 23561 \\ \hline 209764 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

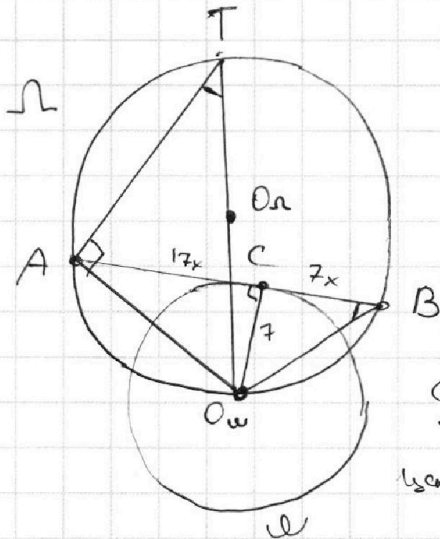
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: $AB = 24$.

(1 часть, см. 2 часть).



$$\frac{AC}{CB} = \frac{17}{7}$$

$$R_{\Omega} = 13$$

$AB = ?$

O_{Ω} - центр Ω ($O_{\Omega} \in \Omega$)

$O_{\Omega'}$ - центр Ω'

Пусть $AC = 17x$

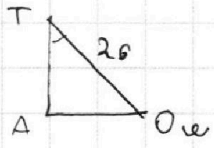
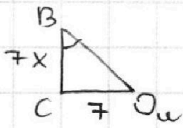
тогда $CB = 7x$

по усл. $O_{\Omega'} \perp AB$ ($AB \rightarrow$ касательная к Ω')
 C - точка касания.

$T = O_{\Omega} O_{\Omega'} \cap \Omega$ (проекции линии
центров до пересечения с Ω).

TO_{Ω} - диаметр. $\Rightarrow \angle TAO_{\Omega} = 90^\circ$

(угол на диаметре) $\angle ATO_{\Omega} = \angle OBA$, как на одной
дуге ($\widehat{AO_{\Omega}}$) $\Rightarrow \triangle TAO_{\Omega} \sim \triangle BCO_{\Omega}$ по двум углам.



$$TO_{\Omega} = 2R_{\Omega} = 2 \cdot 13 = 26$$

По т. Пифагора для $\triangle BCO_{\Omega}$:
 $BO_{\Omega}^2 = 49x^2 + 49$

$$\frac{TO_{\Omega}}{BO_{\Omega}} = \frac{AO_{\Omega}}{CO_{\Omega}}$$

$$\frac{26}{\sqrt{49x^2+49}} = \frac{AO_{\Omega}}{7}$$

$$AO_{\Omega} = \frac{26 \cdot 7}{7 \sqrt{x^2+1}} = \frac{26}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$AO_{\Omega} = \frac{676}{x^2+1}$$

По т. Пифагора для $\triangle ACO_{\Omega}$: $AO_{\Omega}^2 = AC^2 + CO_{\Omega}^2 =$

$$17^2 x^2 + 49 = AO_{\Omega}^2$$

$$289x^2 + 49 = \frac{676}{x^2+1}$$

решим бжв. уравнение, пусть
 $t = x^2$ $t \geq 0$

$$289t + 49 = \frac{676}{t+1}$$

см. 2.2



$$289t(t+1) + 49t + 49 = 676$$

$$289t^2 + 338t - 627 = 0$$

$$\frac{578}{578} = 1$$

//

$$t_1, t_2 = \frac{-338 \pm \sqrt{338^2 + 4 \cdot 627 \cdot 289}}{2 \cdot 289} = \frac{-338 \pm \sqrt{181203 + 28561}}{2 \cdot 289} = \frac{-338 \pm 2 \cdot 458}{2 \cdot 289}$$

см. продолжение.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

Сначала заметим, что $(3x^2 - 6x + 2) - (3x^2 + 3x + 1) = -6x + 2 - 3x - 1 = 1 - 9x$

Заметим, что $\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} \geq 0$

когда $3x^2 - 6x + 2 \geq 3x^2 + 3x + 1$ (т.к. по ОДЗ оба ≥ 0)

т.е. $1 - 9x \geq 0$

т.е. при $x \leq \frac{1}{9}$

Пусть $\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = a$

и $\sqrt{3x^2 + 3x + 1} = b$

тогда $1 - 9x = a^2 - b^2$

т.е. $a - b = a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$(a - b) = (a - b)(a + b)$

$(a - b)(a + b - 1) = 0$

либо $a = b$

либо

$a + b = 1$

$a = 1 - b$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

(по ОДЗ в л.ч. ≥ 0)

\Rightarrow

$$3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1$$

$$-9x + 1 = 0$$

$$1 = 9x$$

$$x = \frac{1}{9}$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = 1 - \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

(т.к. обе части ≥ 0 возведем в квадрат)

$$3x^2 - 6x + 2 = 1 + 3x^2 + 3x + 1 - 2\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$-9x = -2\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$81x^2 = 4(3x^2 + 3x + 1)$$

$$69x^2 - 12x - 4 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 + 16 \cdot 69}}{2 \cdot 69} = \frac{12 \pm \sqrt{1248}}{2 \cdot 69} =$$

Проверка (+ проверка ОДЗ)

$$\sqrt{\frac{3}{81} - \frac{6}{9} + 2} - \sqrt{\frac{3}{81} + \frac{1}{3} + 1} = 0 \quad \left| \begin{array}{l} ? \\ = \frac{12 \pm 4\sqrt{78}}{2 \cdot 69} = \frac{6 \pm 2\sqrt{78}}{69} \end{array} \right.$$

$$\sqrt{\frac{3}{81} + 1 + \frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{3}{81} + 1 + \frac{1}{3}} = 0 \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = \frac{6 + 2\sqrt{78}}{69} \\ x_2 = \frac{6 - 2\sqrt{78}}{69} \end{array} \right.$$

$0 = 0$

верно.

(т.к. отриц. значения)

все действия и преобразования выполнены правильно

других нет, эти удовлетв.

$$\frac{6 + 2\sqrt{78}}{69} \leq \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}} \quad \frac{6 - 2\sqrt{78}}{69} \text{ тем более уг. ОДЗ} \Rightarrow$$

$$6\sqrt{3} + 2\sqrt{78} \cdot 3 \leq 69\sqrt{3} - 69$$

$$23 + 2\sqrt{26} \leq 21\sqrt{3}$$

$$92\sqrt{26} \leq 690, \text{ верно т.к. } \sqrt{26} \leq 6$$

Ответ: $x_1 = \frac{1}{9}$; $x_2, x_3 = \frac{6 \pm 2\sqrt{78}}{69}$

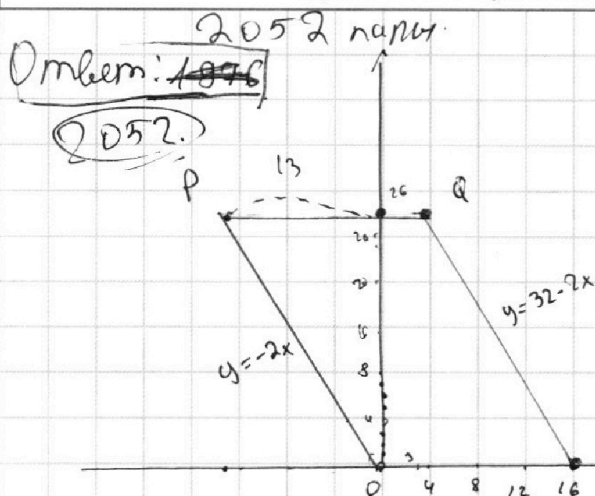
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



масштаб: $\frac{1}{4} = 4$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14$$

$$y \in (0; 26)$$

$$x \in (-13; 16)$$

Смотрим только на целые точки.

для $x=0$: $y \in [0; 26]$

для $y=0$: $x \in [0; 16)$

$y=1$: $x \in \mathbb{Z}$

из-за постр-ва $n/2$, госуд. только учитывать для $y=0$ и умножить на 267 (0...26)! и разделить на 2

Составим уравнение "параллелограмма", зная пары, какие точки внутри. Вертикальные прямые нет => можно воспользоваться уравнением вида $kx+b$

Q(3; 26) $kx+b=y$ $3k+b=26$ => $-2x+32=y$ $y=32-2x$

R(16; 0) $16k+b=0$

R и O. P и Q

$y=0$ $y=26$

$$y \in [0; 26]$$

$$-\frac{y}{2} \leq x \leq 16 - \frac{y}{2}$$

$$x \in [-13; 16]$$

P(-13; 26) $kx+b=y$ $-13k+b=26$ $k=-2$ $y=-2x$

O(0; 0) $b=0$

$$\begin{cases} y \leq 26 \\ y \geq 0 \\ y \leq -2x \\ 32-2x \geq y \end{cases}$$

$y \in [0; 26]$

$$y \in [0; 26]$$

$$\frac{y}{2} - 16 \leq x \leq \frac{y}{2}$$

$$x \geq -\frac{y}{2}$$

$$x \leq 16 - \frac{y}{2}$$

$$-\frac{y}{2} \leq x \leq 16 - \frac{y}{2}$$

Теперь будем вести y от оси y .

При $y=0$: удобн $x \rightarrow$ от 0 до 16.

для x_1 : вар-в.

$x_1=0$

при $y=1 \rightarrow$ уголн:

$x \in [0; 15]$

при $y=2 \rightarrow [-1; 15]$

при $y=3 \rightarrow [-1; 14]$

при $y=4 \rightarrow [-2; 14]$

при $y=k \rightarrow [-\frac{k}{2}; 16 - \frac{k}{2}]$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14$$

$$2x_2 - x_1 + y_2 = 14$$

для каждого из x_1 существует y единственное число точек, const. 117 из-за $16 - \frac{k}{2}$

всего: $\rightarrow 76$

$$2 \cdot \frac{267 \cdot 2 \cdot (6 + \dots + 13)}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

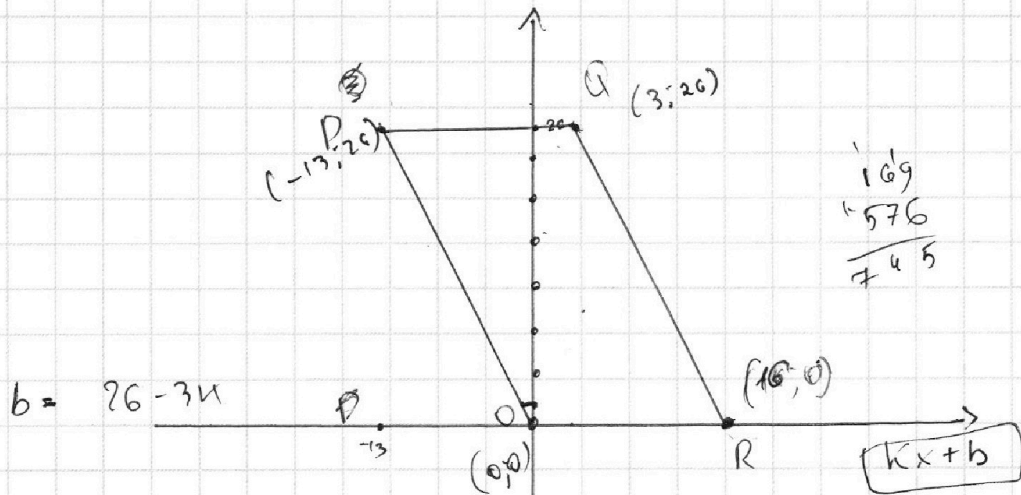
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$1 \text{ кл} = 4.$



$$\begin{array}{r} 169 \\ -576 \\ \hline 745 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 3k + b &= 26 \\ 16k + b &= 0 \\ 16k + 26 - 3k &= 0 \\ 26 + 13k &= 0 \\ \underline{k} &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &\in (0; 26) \\ x &\in (-13; 16) \end{aligned}$$

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14$$

$$2 \cdot -16 +$$

$$\underline{x_2 - x_1 = 7}$$

$$y_2 - y_1 = 14$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ 1 \times 76 \\ \underline{27} \\ 532 \\ + 52 \\ \hline 2052 \end{array}$$

$$0; 0 \rightarrow 146$$

$$0; 1 \rightarrow 13$$

$$0; 2 \rightarrow 13$$

$$0; 3 \rightarrow 12$$

$$0; 4 \rightarrow 12$$

$$0; 5 \rightarrow 11$$

$$0; 6 \rightarrow 11$$

$$0; 7 \rightarrow 11$$

$$0; 8 \rightarrow 11$$

$$0; 9 \rightarrow 11$$

$$0; 10 \rightarrow 11$$

$$0; 11 \rightarrow 11$$

$$0; 12 \rightarrow 11$$

$$0; 13 \rightarrow 11$$

$$0; 14 \rightarrow 11$$

$$2x_2 + y_2 = 14$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ 16 \\ -10 \end{array}$$

$$-26 + \dots -14$$

$$-24 \dots$$

$$-20 \dots$$

$$-16 \dots$$

$$-12 \dots$$

$$-8 \dots$$

$$-4 \dots$$

$$0$$

$$1$$

$$2$$

$$3$$

$$4$$

$$5$$

$$6$$

$$\frac{13 \cdot 14}{2}$$

$$13 \cdot 7 = 91$$

$$91 - 15$$

$$81 - 5$$

$$\textcircled{76}$$

$$\begin{array}{r} 316 \\ \times 26 \\ \hline 1976 \end{array}$$



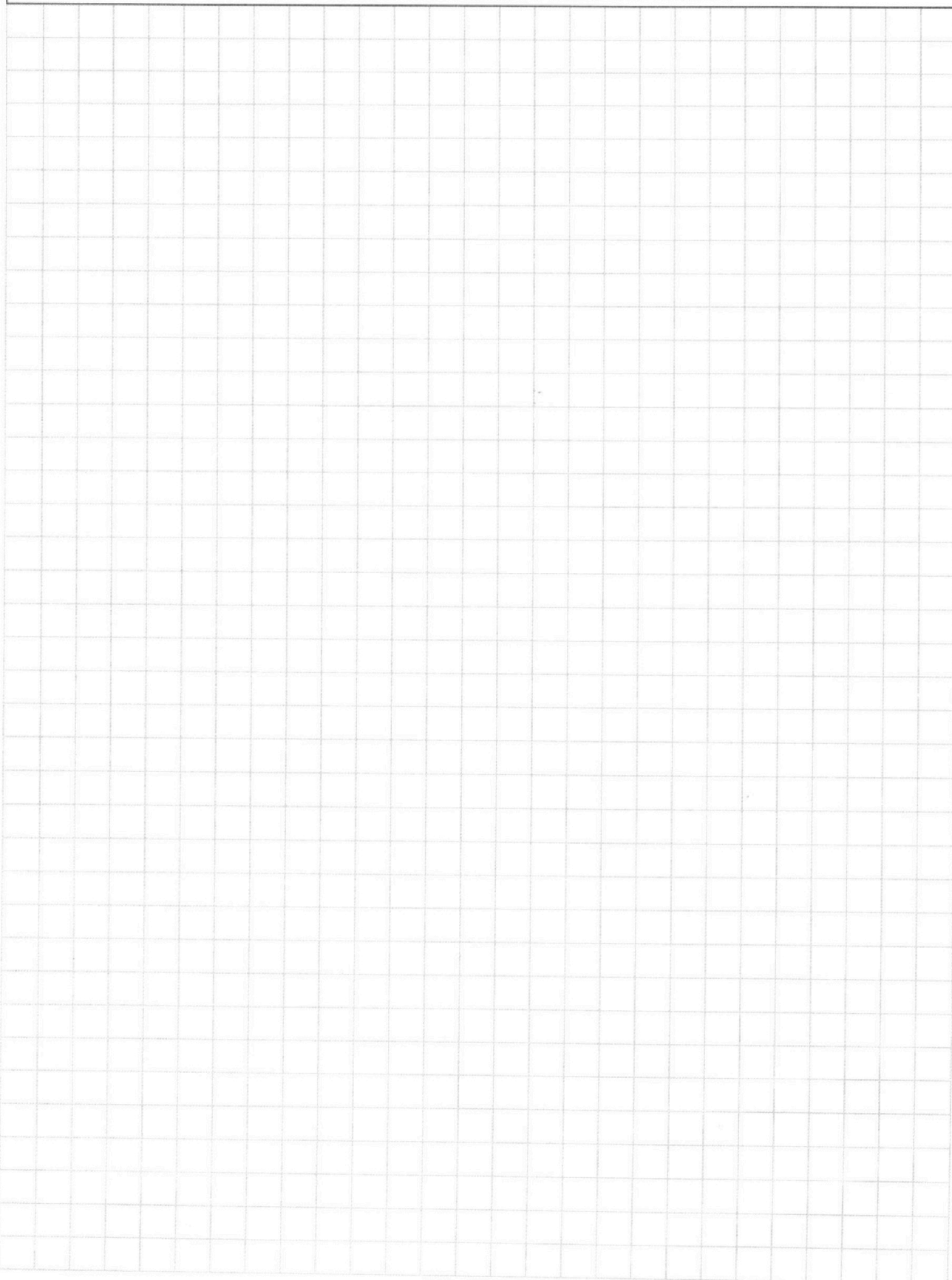
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

a, b, c

$$ab : 2^{15} \cdot 7^{11}$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{18}$$

$$ac : 2^{23} \cdot 7^{39}$$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{55} \cdot 7^{68}$$

$$abc : 2^{28} \cdot 7^{34}$$

$$abc : 2^{28} \cdot 7^{34}$$

a, b

b, c

a, c

$$\begin{matrix} 2^{15} & \cdot & 7^{11} \\ 2^{17} & \cdot & 7^{18} \\ 2^{23} & \cdot & 7^{39} \end{matrix}$$

$$\boxed{2^{28} \cdot 7^{34}}$$

$$\frac{11+7}{18^2 - 9 \cdot 11 \cdot 7} = \frac{18}{18^2 - 9 \cdot 11 \cdot 7}$$

99

12

$$\frac{18}{36 - 11 \cdot 7}$$

$$a+b=99$$

$$91+8$$

$$x+y+z=39$$

$$x+y \geq 11$$

$$y+z \geq 18$$

$$x+z \geq 39$$

$$95^2 - 9 \cdot 91 \cdot 8$$

11

$$95 \cdot 11 - 91 \cdot 8$$

4+5

$$(4+5)^2 - 9 \cdot 4 \cdot 5$$

$$\min(abc) = ?$$

$$23+17+15 \rightarrow 39+18+11=$$

$$\begin{matrix} a & b & c \\ 2^4 & 7^6 & \\ 2^2 & 7^7 & \\ 2^3 & 7^7 & \end{matrix}$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 9abc} = \frac{2^{13} \cdot 7}{2^{19}}$$

$$\frac{9ab : a+b}{(9ab - a^2 - b^2)}$$

a ⊥ b

$$(a+b)^2 = 9ab$$

$$9ab = a^2 + b^2$$

a, b и 9

$$\frac{1089}{1945} = \frac{4+5}{5}$$

$$a = 2^{10} \cdot 7^8$$

$$b = 2^5 \cdot 7^3$$

$$c = 2^{13} \cdot 7$$

$$\begin{matrix} 2^{10} & \cdot & 7^{11} \\ 2^5 & \cdot & 7^0 \\ 2^{13} & \cdot & 7^{28} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 2^{10} & \cdot & 7^{11} \\ 2^5 & \cdot & 7^0 \\ 2^{13} & \cdot & 7^{28} \end{matrix}$$

41

$$11+7$$

$$18^2 - 9 \cdot 11 \cdot 7$$

990

$$1200 - 11 = 1189$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

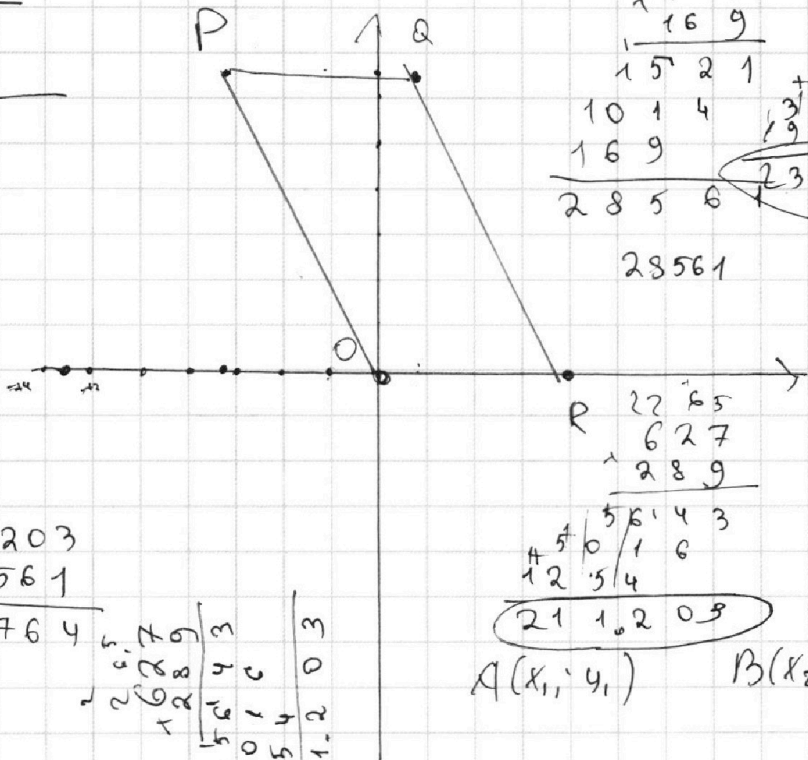


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 76 \\ 488 \\ 488 \\ \hline 3904 \\ 3904 \end{array}$$

Черновики.



$$\begin{array}{r} 68 \\ 169 \\ 169 \\ \hline 1521 \\ 1014 \\ 169 \\ \hline 2856 \\ 28561 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ 488 \\ 488 \\ \hline 3904 \\ 3904 \\ \hline 7808 \\ 7808 \\ \hline 15616 \\ 15616 \\ \hline 31232 \\ 31232 \\ \hline 62464 \\ 62464 \\ \hline 124928 \\ 124928 \\ \hline 249856 \\ 249856 \\ \hline 499712 \\ 499712 \\ \hline 999424 \\ 999424 \\ \hline 1998848 \\ 1998848 \\ \hline 3997696 \\ 3997696 \\ \hline 7995392 \\ 7995392 \\ \hline 15990784 \\ 15990784 \\ \hline 31981568 \\ 31981568 \\ \hline 63963136 \\ 63963136 \\ \hline 127926272 \\ 127926272 \\ \hline 255852544 \\ 255852544 \\ \hline 511705088 \\ 511705088 \\ \hline 1023410176 \\ 1023410176 \\ \hline 2046820352 \\ 2046820352 \\ \hline 4093640704 \\ 4093640704 \\ \hline 8187281408 \\ 8187281408 \\ \hline 16374562816 \\ 16374562816 \\ \hline 32749125632 \\ 32749125632 \\ \hline 65498251264 \\ 65498251264 \\ \hline 130996502528 \\ 130996502528 \\ \hline 261993005056 \\ 261993005056 \\ \hline 523986010112 \\ 523986010112 \\ \hline 1047972020224 \\ 1047972020224 \\ \hline 2095944040448 \\ 2095944040448 \\ \hline 4191888080896 \\ 4191888080896 \\ \hline 8383776161792 \\ 8383776161792 \\ \hline 16767552323584 \\ 16767552323584 \\ \hline 33535104647168 \\ 33535104647168 \\ \hline 67070209294336 \\ 67070209294336 \\ \hline 134140418588672 \\ 134140418588672 \\ \hline 268280837177344 \\ 268280837177344 \\ \hline 536561674354688 \\ 536561674354688 \\ \hline 1073123348709376 \\ 1073123348709376 \\ \hline 2146246697418752 \\ 2146246697418752 \\ \hline 4292493394837504 \\ 4292493394837504 \\ \hline 8584986789675008 \\ 8584986789675008 \\ \hline 17169973579350016 \\ 17169973579350016 \\ \hline 34339947158700032 \\ 34339947158700032 \\ \hline 68679894317400064 \\ 68679894317400064 \\ \hline 137359788634800128 \\ 137359788634800128 \\ \hline 274719577269600256 \\ 274719577269600256 \\ \hline 549439154539200512 \\ 549439154539200512 \\ \hline 1098878309078401024 \\ 1098878309078401024 \\ \hline 2197756618156802048 \\ 2197756618156802048 \\ \hline 4395513236313604096 \\ 4395513236313604096 \\ \hline 8791026472627208192 \\ 8791026472627208192 \\ \hline 17582052945254416384 \\ 17582052945254416384 \\ \hline 35164105890508832768 \\ 35164105890508832768 \\ \hline 70328211781017665536 \\ 70328211781017665536 \\ \hline 140656423562035331072 \\ 140656423562035331072 \\ \hline 281312847124070662144 \\ 281312847124070662144 \\ \hline 562625694248141324288 \\ 562625694248141324288 \\ \hline 1125251388496282648576 \\ 1125251388496282648576 \\ \hline 2250502776992565297152 \\ 2250502776992565297152 \\ \hline 4501005553985130594304 \\ 4501005553985130594304 \\ \hline 9002011107970261188608 \\ 9002011107970261188608 \\ \hline 18004022215940522377216 \\ 18004022215940522377216 \\ \hline 36008044431881044754432 \\ 36008044431881044754432 \\ \hline 72016088863762089508864 \\ 72016088863762089508864 \\ \hline 144032177727524179017728 \\ 144032177727524179017728 \\ \hline 288064355455048358035456 \\ 288064355455048358035456 \\ \hline 576128710910096716070912 \\ 576128710910096716070912 \\ \hline 1152257421820193432141824 \\ 1152257421820193432141824 \\ \hline 2304514843640386864283648 \\ 2304514843640386864283648 \\ \hline 4609029687280773728567296 \\ 4609029687280773728567296 \\ \hline 9218059374561547457134592 \\ 9218059374561547457134592 \\ \hline 18436118749122894914269184 \\ 18436118749122894914269184 \\ \hline 36872237498245789828538368 \\ 36872237498245789828538368 \\ \hline 73744474996491579657076736 \\ 73744474996491579657076736 \\ \hline 147488949992983159314153472 \\ 147488949992983159314153472 \\ \hline 294977899985966318628306944 \\ 294977899985966318628306944 \\ \hline 589955799971932637256613888 \\ 589955799971932637256613888 \\ \hline 1179911599943865274513227776 \\ 1179911599943865274513227776 \\ \hline 2359823199887730549026455552 \\ 2359823199887730549026455552 \\ \hline 4719646399775461098052911104 \\ 4719646399775461098052911104 \\ \hline 9439292799550922196105822208 \\ 9439292799550922196105822208 \\ \hline 18878585591101844392211644416 \\ 18878585591101844392211644416 \\ \hline 37757171182203688784423288832 \\ 37757171182203688784423288832 \\ \hline 75514342364407377568846577664 \\ 75514342364407377568846577664 \\ \hline 151028684728814755137693155328 \\ 151028684728814755137693155328 \\ \hline 302057369457629510275386310656 \\ 302057369457629510275386310656 \\ \hline 604114738915259020550772621312 \\ 604114738915259020550772621312 \\ \hline 1208229477830518041101545242624 \\ 1208229477830518041101545242624 \\ \hline 2416458955661036082203090485248 \\ 2416458955661036082203090485248 \\ \hline 4832917911322072164406180970496 \\ 4832917911322072164406180970496 \\ \hline 9665835822644144328812361940992 \\ 9665835822644144328812361940992 \\ \hline 19331671645288288657624723881984 \\ 19331671645288288657624723881984 \\ \hline 38663343290576577315249447763968 \\ 38663343290576577315249447763968 \\ \hline 77326686581153154630498895527936 \\ 77326686581153154630498895527936 \\ \hline 15465337316230630926099779105872 \\ 15465337316230630926099779105872 \\ \hline 30930674632461261852199558211744 \\ 30930674632461261852199558211744 \\ \hline 61861349264922523704399116423488 \\ 61861349264922523704399116423488 \\ \hline 123722698529845047408798232846976 \\ 123722698529845047408798232846976 \\ \hline 247445397059690094817596465693952 \\ 247445397059690094817596465693952 \\ \hline 494890794119380189635192931387904 \\ 494890794119380189635192931387904 \\ \hline 989781588238760379270385862775808 \\ 989781588238760379270385862775808 \\ \hline 1979563176477520758540771725551616 \\ 1979563176477520758540771725551616 \\ \hline 3959126352955041517081543451103232 \\ 3959126352955041517081543451103232 \\ \hline 7918252705910083034163086902206464 \\ 7918252705910083034163086902206464 \\ \hline 15836505411820166068326173804412928 \\ 15836505411820166068326173804412928 \\ \hline 31673010823640332136652347608825856 \\ 31673010823640332136652347608825856 \\ \hline 63346021647280664273304695217651712 \\ 63346021647280664273304695217651712 \\ \hline 126692043294561328546609390435303424 \\ 126692043294561328546609390435303424 \\ \hline 253384086589122657093218780870606848 \\ 253384086589122657093218780870606848 \\ \hline 506768173178245314186437561741213696 \\ 506768173178245314186437561741213696 \\ \hline 1013536346356490628372875123482427392 \\ 1013536346356490628372875123482427392 \\ \hline 2027072692712981256745750246964854784 \\ 2027072692712981256745750246964854784 \\ \hline 4054145385425962513491500493929709568 \\ 4054145385425962513491500493929709568 \\ \hline 810829077085192502698300098785941913728 \\ 810829077085192502698300098785941913728 \\ \hline 1621658154170385005396600197571837827456 \\ 1621658154170385005396600197571837827456 \\ \hline 3243316308340770010793200395143675654912 \\ 3243316308340770010793200395143675654912 \\ \hline 6486632616681540021586400790287351309824 \\ 6486632616681540021586400790287351309824 \\ \hline 12973265233362880043172801580574702619648 \\ 12973265233362880043172801580574702619648 \\ \hline 25946530466725760086345631601149405239296 \\ 25946530466725760086345631601149405239296 \\ \hline 51893060933451520172691263202298810478592 \\ 51893060933451520172691263202298810478592 \\ \hline 103786121866903040345382526404597620957856 \\ 103786121866903040345382526404597620957856 \\ \hline 207572243733806080690765052809195241915712 \\ 207572243733806080690765052809195241915712 \\ \hline 415144487467612161381530105618390483831424 \\ 415144487467612161381530105618390483831424 \\ \hline 830288974935224322763060211236780967662848 \\ 830288974935224322763060211236780967662848 \\ \hline 166057794967044864552612042247356193525568 \\ 166057794967044864552612042247356193525568 \\ \hline 332115589934089729105224084494712387051136 \\ 332115589934089729105224084494712387051136 \\ \hline 664231179868179458210448168989424774002272 \\ 664231179868179458210448168989424774002272 \\ \hline 1328462359336358916420896337978849548004544 \\ 1328462359336358916420896337978849548004544 \\ \hline 2656924718672717832841792675957699096009088 \\ 2656924718672717832841792675957699096009088 \\ \hline 53138494373454356656835853519153981920181776 \\ 53138494373454356656835853519153981920181776 \\ \hline 106276988746908713313671707038307963840363552 \\ 106276988746908713313671707038307963840363552 \\ \hline 212553977493817426627343414076615927680727104 \\ 212553977493817426627343414076615927680727104 \\ \hline 425107954987634853254686828153231855361442208 \\ 425107954987634853254686828153231855361442208 \\ \hline 8502159099752697065093736563064637107228844416 \\ 8502159099752697065093736563064637107228844416 \\ \hline 1700431819950539413018747312612927421457688832 \\ 1700431819950539413018747312612927421457688832 \\ \hline 3400863639901078826037494625225854422915377664 \\ 3400863639901078826037494625225854422915377664 \\ \hline 6801727279802157652074989250451708845830755328 \\ 6801727279802157652074989250451708845830755328 \\ \hline 13603454559604315304149978500903417716661510656 \\ 13603454559604315304149978500903417716661510656 \\ \hline 27206909119208630608299957001806835433323021312 \\ 27206909119208630608299957001806835433323021312 \\ \hline 54413818238417261216599914003613670866646042624 \\ 54413818238417261216599914003613670866646042624 \\ \hline 108827636476834522433199828007227341733292085248 \\ 108827636476834522433199828007227341733292085248 \\ \hline 217655272953669044866399656014454683466584170496 \\ 217655272953669044866399656014454683466584170496 \\ \hline 435310545907338089732799312028909369333168340992 \\ 435310545907338089732799312028909369333168340992 \\ \hline 870621091814676179465598624057818738666336681984 \\ 870621091814676179465598624057818738666336681984 \\ \hline 1741242183629352358931197248115637473332673363968 \\ 1741242183629352358931197248115637473332673363968 \\ \hline 3482484367258704717862394496231274946665346727936 \\ 3482484367258704717862394496231274946665346727936 \\ \hline 6964968734517409435724788992462549933330713455488 \\ 6964968734517409435724788992462549933330713455488 \\ \hline 1392993746903481887144957798492509866666042691072 \\ 1392993746903481887144957798492509866666042691072 \\ \hline 2785987493806963774289915596985019333332053382144 \\ 2785987493806963774289915596985019333332053382144 \\ \hline 5571974987613927548579831193970038666664066764288 \\ 5571974987613927548579831193970038666664066764288 \\ \hline 11143949975227855097159662387940077333328133528576 \\ 11143949975227855097159662387940077333328133528576 \\ \hline 22287899950455710194319324775880154666656670571552 \\ 22287899950455710194319324775880154666656670571552 \\ \hline 44575799900911420388638649551760309333313341143104 \\ 44575799900911420388638649551760309333313341143104 \\ \hline 89151599801822840777277299103520618666626682286208 \\ 89151599801822840777277299103520618666626682286208 \\ \hline 178303199603645681544554598207041233333533645712416 \\ 178303199603645681544554598207041233333533645712416 \\ \hline 356606399207291363089109196414082466666667368424832 \\ 356606399207291363089109196414082466666667368424832 \\ \hline 7132127984145827261782183928281651333333347368424832 \\ 7132127984145827261782183928281651333333347368424832 \\ \hline 14264255968291654523564367856563226666666947368424832 \\ 14264255968291654523564367856563226666666947368424832 \\ \hline 285285119365833090471287357131264533333338947368424832 \\ 285285119365833090471287357131264533333338947368424832 \\ \hline 5705702387316661809425747142625290666666778947368424832 \\ 5705702387316661809425747142625290666666778947368424832 \\ \hline 114114047746333236188514942852505813333335578947368424832 \\ 114114047746333236188514942852505813333335578947368424832 \\ \hline 2282280954926664723770298857050116266666711578947368424832 \\ 2282280954926664723770298857050116266666711578947368424832 \\ \hline 45645619098533294475405977141002325333334231578947368424832 \\ 45645619098533294475405977141002325333334231578947368424832 \\ \hline 912912381970665889508119542820046506666844631578947368424832 \\ 912912381970665889508119542820046506666844631578947368424832 \\ \hline 1825824763941331779016390845640093013333688631578947368424832 \\ 1825824763941331779016390845640093013333688631578947368424832 \\ \hline 3651649527882663558032781691280186026667772631578947368424832 \\ 3651649527882663558032781691280186026667772631578947368424832 \\ \hline 73032990557653271160655633825603720533344452631578947368424832 \\ 73032990557653271160655633825603720533344452631578947368424832 \\ \hline 146$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

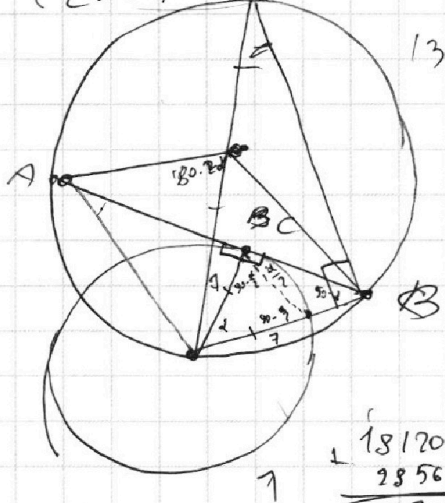
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

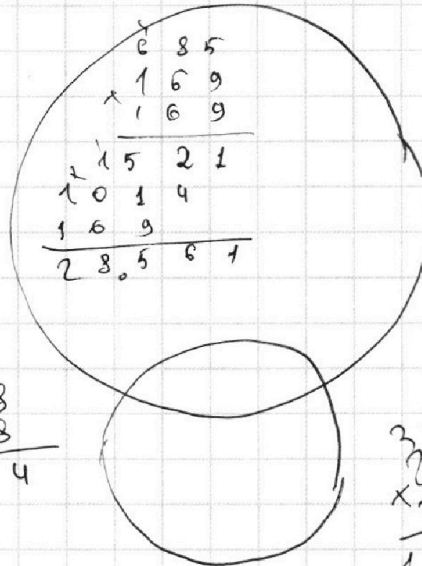
448

$$\begin{array}{r}
 448 \\
 1235184 \\
 11792 \\
 1792 \\
 \hline
 200704
 \end{array}$$



Черновик

470 470



$$\begin{array}{r}
 44 \\
 46 \\
 \hline
 175 \\
 175 \\
 \hline
 300
 \end{array}$$

90000

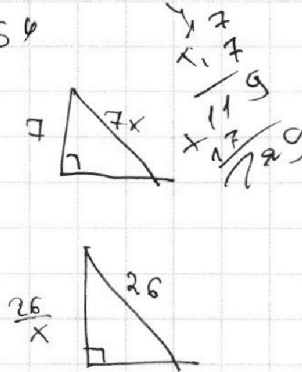
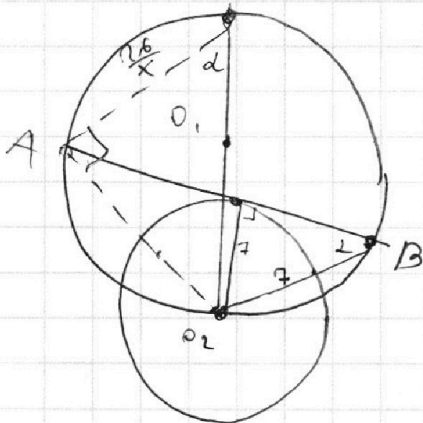
400 · 400

160000

$$\begin{array}{r}
 42 \\
 42 \\
 \hline
 184 \\
 26 \\
 \hline
 470 \\
 156 \\
 \hline
 676
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 181203 \\
 28561 \\
 \hline
 209764
 \end{array}$$

209764



$$\begin{array}{r}
 676 \\
 49 \\
 \hline
 627 \\
 626 \\
 \hline
 627
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2265 \\
 1627 \\
 289 \\
 \hline
 26
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 26 \\
 26 \\
 \hline
 156 \\
 52 \\
 \hline
 676
 \end{array}$$

$$676 - \frac{676}{x^2} = (7x)^2 + 49$$

$$676 - \frac{676}{x^2} = 289x^2 + 49$$

$$\begin{array}{r}
 26 \\
 5016 \\
 \hline
 1254 \\
 181203
 \end{array}$$

$$2 = 6x^2 - 676 = 289x^4 + 49x^2$$

$$x^2 = t$$

$$t \geq 0$$

$$676t - 676 - 49t = 289t$$

$$677t - 676 = 289t^2$$

$$789t^2 - 677t + 676 = 0$$

$$\begin{array}{r}
 289 \\
 + 49 \\
 \hline
 338
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 67603 \\
 1158 \\
 458 \\
 \hline
 + 31664 \\
 + 2290 \\
 1832 \\
 \hline
 209764
 \end{array}$$