



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 10

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}.$$

При каком наибольшем t могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на t ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

- * 5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- * 7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$a, b, c \in \mathbb{N}, abc : 2^{15} \cdot 7^{11}, b \vdash 2^{14} \cdot 7^{18}, ac : 2^{23} \cdot 7^{39}.$$

$$\min(abc) = ?$$

Решение. Через $\omega_p(m)$ будем обозначать степень вхождения простого числа p в

натуральное число m (например, $\omega_3(18) = 2$).

Заметим, что $m \nmid ac : 7^{39}$, то

$$abc : 7 \Leftrightarrow \omega_7(abc) \geq 39. \quad \text{Заметим,}$$

$$\text{что из условия: } \begin{cases} \omega_2(a) + \omega_2(c) = \omega_2(ac) \geq 23 \\ \omega_2(b) + \omega_2(c) = \omega_2(bc) \geq 14 \end{cases} \quad (\text{тако, что } \omega_p(m) + \omega_p(n) = \omega_p(mn)) \quad \omega_2(a) + \omega_2(b) = \omega_2(ab) \geq 15$$

Сумма этих нер-вн, получим:

$$2(\omega_2(a) + \omega_2(b) + \omega_2(c)) = 2\omega_2(abc) \geq 55.$$

Число abc - четное, а $acbd$ - нечетное,

$$\text{откуда (из условия) } 2\omega_2(abc) \geq 56 \Leftrightarrow$$

$$\omega_2(abc) \geq 28, \text{ и так } \omega_7(abc) \geq 39, \text{ получим}$$

$$abc : 2^{28} \cdot 7^{39}, \text{ откуда } \min(abc) = 2^{28} \cdot 7^{39}.$$

Покажем, что значение достижимо. Дело, что

$$\text{предполагаем число } a = 2^{11} \cdot 7^{28}, b = 2^{18} \cdot 7^{39} \text{ и } c = 7^{18} \cdot 7^{39}.$$

Дело, что при таких a, b, c все условия задачи выполняются и $abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$.

$$\text{Ответ. } [2^{28} \cdot 7^{39}] \rightarrow \boxed{=abc}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$a, b \in \mathbb{N}, \frac{a}{b} - \text{некорр}; m \in \mathbb{N}, \frac{a+b}{a^2 - 4ab + b^2}$$

Скор. на m. $\max(m) = ?$

Доказ. Дав, что $\frac{a}{b} - \text{некорр.}$

$\Rightarrow a, b$ взаимно-простые ~~a, b~~ \Leftrightarrow

$\text{НОД}(a; b) = 1$. Значит, что

$$a+b : m \text{ и } a^2 - 4ab + b^2 : m, \text{ откуда}$$

$$a^2 - 4ab + b^2 = (a+b)^2 - 9ab : m, \text{ и раз}$$

$$a+b : m, \text{ но } 9ab : m. \text{ Докажем,}$$

~~a, b~~ что $\text{НОД}(a; m) = \text{НОД}(b; m) = 1$.

Предположим, что $a, b | m$ и $\text{НОД}(a; m) =$

$= n \in \mathbb{N}, n > 1$. ~~a, b~~ Так $a+b : m$ и

$$m : n, \text{ но } a+b : n, \text{ и раз } \frac{a}{b} : n, \text{ но}$$

$a : n, \text{ откуда } \text{НОД}(a; b) \geq n > 1$. Но

$\text{НОД}(a; b) = 1$, и мы пришли к противоречию. Значит, $\text{НОД}\left(\frac{b}{a}; m\right) = 1$. Аналогично

$\text{НОД}\left(\frac{a}{b}; m\right) = 1$. Но раз m не делится ни на a , ни на b .

$a, b | m$ и $\text{НОД}(a; m) = \text{НОД}(b; m) = 1$,
(одновременно) \rightarrow (разделив на m и только на m)
что возможно лишь когда $m : a$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Предложение. Отсюда, $m=1, m=3$ или

$m=9$. Значит, $\max(m) = 9$.

Покажем, что максимум достигается.

Возьмем $a=1$ и $b=14$. Ясно, что $\frac{a}{b} = \frac{1}{14}$ —

— некотор. Кроме того, $a+b = 18 : 9 = m$ и

$$a^2 - 4ab + b^2 = 289 - 4 \cdot 14 + 1 = 290 - 119 =$$

$= 141 : 9 = m$. Значит, и членство,

и заменяемость ~~записаны~~ доказаны

$$\frac{a+b}{a^2 - 4ab + b^2}$$

доказано на $m=9$, и

максимум

$m=9$

доказано.

Ответ.

$$\boxed{m=9}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

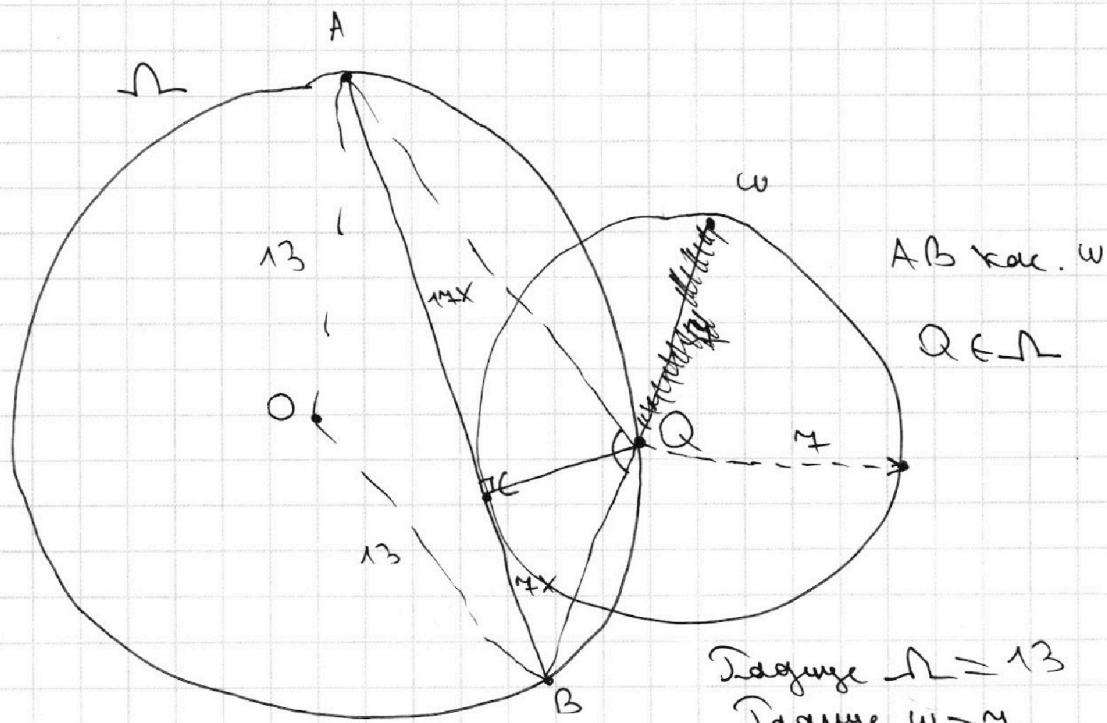


- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N3



$$\text{Дадите } r = 13 \\ \text{Дадите } w = 4$$

$$AC : (BC = 14x : 4x). \quad AB = ?$$

Решение. Рассмотрим O, Q - центры

r, w соответственно. Рассмотрим

$$BC = 4x, \text{ тогда } AC = \frac{14}{4} \cdot 4x = 14x.$$

Задача решена - найти x . $AB = AC + BC = 24x$.

Через $\deg_w X$ обозначим степень
точки X относительно окружности Γ .

$$\text{Тогда: } \deg_w A = AQ^2 - 49 = AC^2 = 289x^2,$$

$$\deg_w B = BQ^2 - 49 = BC^2 = 49x^2. \rightarrow$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

откуда $AQ = \sqrt{49 + 289x^2}$ и
 $BQ = \sqrt{49 + 49x^2}$. $\sqrt{16}$ меньше
 считаем $\angle AQB$:

$$\frac{AB}{\sin \angle AQB} = \frac{24x}{\sin \angle AQB} = 2 \cdot 13 = 26,$$

откуда $\sin \angle AQB = \frac{12}{13} x$. \leq
 $0 < x \leq \frac{13}{12}$. Замечание.

$QC = 4$, $QC \perp AB$ как радиус

вокруг каждой, откуда:

$$\begin{aligned} S_{\triangle AQB} &= \frac{QC \cdot AB}{2} = 12 \cdot 4 \cdot x = \\ &= \frac{AQ \cdot QB \cdot \sin \angle AQB}{2} = \\ &= \frac{\frac{12}{13} x \sqrt{49 + 49x^2} \sqrt{49 + 289x^2}}{2}. \end{aligned}$$

Значит,

$$\rightarrow \sqrt{49 + 49x^2} \sqrt{49 + 289x^2} = 182.$$

очевидно, что хорда AB может иметь

меньшее значение, т.е. наме

меньшее значение $0 < x \leq \frac{13}{12}$ в каких условиях

мы можем иметь меньшее значение.

Значит, при каких x наме правдиво \rightarrow



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Предложение.

имеет

~~одинаковых~~ ровно 1 решение.

Значит, что подходит

$0 < x = 1 < \frac{13}{12}$. Действительно, при

$$x=1: \sqrt{49+49x^2} \sqrt{49+289x^2} = \sqrt{981} \sqrt{338} = \\ = \sqrt{33124} = 182, \text{ т.е. } x=1 - \text{ корень.}$$

Значит, единственное решение

данного уравнения это $x=1$.

Тогда, $AB = 24x = 24$.

Ответ. $\boxed{AB = 24}$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 4

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

Демонстрация.

Замечание. $1 - 9x = (3x^2 - 6x + 2) - (3x^2 + 3x + 1)$.

Замечание: $a := 3x^2 - 6x + 2$, $b := 3x^2 + 3x + 1$.
Тогда $1 - 9x = a - b$.

Очевидно: $\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$, $a, b \geq 0$.

$$a - b = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b} - 1) = 0.$$

2 способ:

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{a} - \sqrt{b} = 0. \quad \Leftrightarrow \sqrt{a} = \sqrt{b}.$$

$$\Leftrightarrow a = b, a, b \geq 0. \quad \Leftrightarrow$$

$$a = b, b \geq 0. \quad \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1,$$

$$3x^2 + 3x + 1 \geq 0. \quad \text{Доказательство}$$

Уравнение $3x^2 + 3x + 1 = 0$.

Дискриминант D равен

$$D = 9 - 3 \cdot 4 = -3 < 0, \quad \text{значит,}$$

$$3x^2 + 3x + 1 > 0 \quad \text{при всех } x \in \mathbb{R}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение.

откуда $3x^2 + 3x + 1 = 3x^2 - 6x + 2$,

и т.к. $x \in \mathbb{R}$ неизвестно что $\forall x \in \mathbb{R}$

$3x^2 + 3x + 1 > 0$. Значит, $9x = 1$,

откуда

$$x = \frac{1}{9}$$

② $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1 \geq 0$, m.e.

$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1, a, b \geq 0. \quad (\Rightarrow)$

$a + 2\sqrt{ab} + b = 1, a, b \geq 0. \quad (\Rightarrow)$

$3x^2 - 6x + 2 + 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \sqrt{3x^2 + 3x + 1} +$

$+ 3x^2 + 3x + 1 = 6x^2 - 3x + 3 +$

$+ 2\sqrt{a} \sqrt{b} = 1, a, b \geq 0.$

откуда $2\sqrt{a} \sqrt{b} = 1 - 6x^2 + 3x^2 - 3 \geq 0$.

Положим уравнение $6x^2 - 3x + 3 = 1$.

$\Rightarrow 6x^2 - 3x + 2 = 0$. Это дискриминант

равен $D' = 9 - 6 \cdot 2 \cdot 4 = 9 - 48 = -39 < 0$,

значит, $6x^2 - 3x + 3 > 1$ при всех

$x \in \mathbb{R}$. Но это не влечет нарушения \rightarrow



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Что

$$1 - 6x^2 + 3x - 3 = -2\sqrt{6} \sqrt{x} \geq 0,$$

$$\text{откуда } 1 - 6x^2 + 3x - 3 \geq 1. \text{ Но}$$

Это невозможно $\Leftrightarrow x \in \emptyset$.

Значит, в этом случае
нет решений.

Ответ.

$$x = \frac{1}{9}$$

Поставь $x = \frac{1}{9}$.





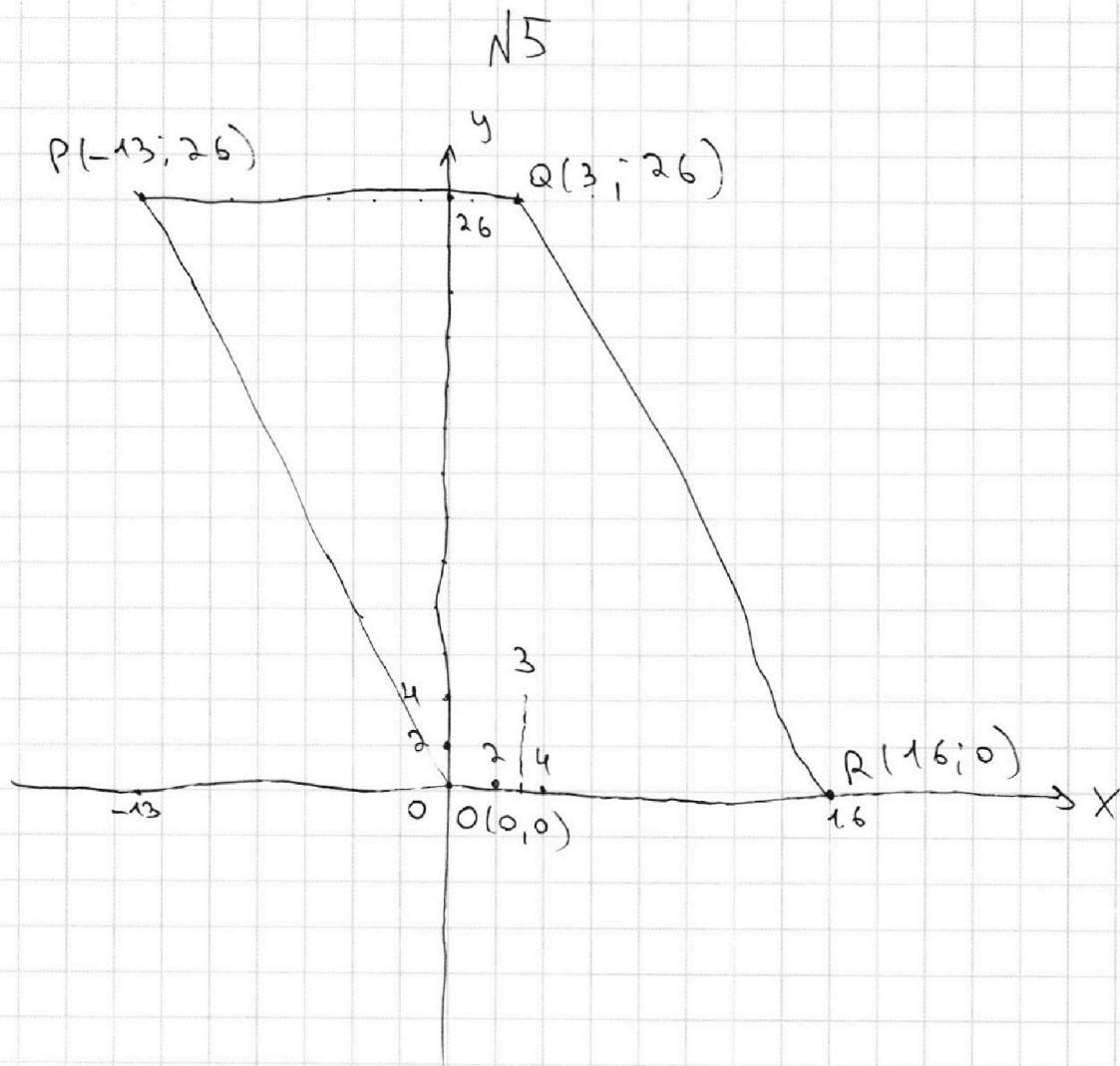
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Температура OR задается уравнением

$$\text{или } y=0; \text{ PQ - уравнение } y=26,$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 6

Найти все α , при которых $|36|$: сим. имеет

$$\left\{ \begin{array}{l} ax + y - 86 = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{array} \right.$$

равно 2 реш.

Демонстрация. Первое уравнение: $y = -ax + 86$ —

~~прямая~~ — прямая 1 вида $y = kx + l$.

Второе нер-во:

$x^2 + y^2 = 1$ — окр-ть \downarrow (центр $O_1(0; 0)$)

радиус $R_1 = 1$; $x^2 + (y - 12)^2 = 16$ — окр-ть

$O_2(0; 12)$ радиус $R_2 = 4$.

Изв, что W_1 и W_2 не имеют общих

точек. Очевидно, что второе неравенство

~~выполняется~~ выполняется.

окр-ть

• Для уравнения ~~найдены~~ W_1 и W_2 .

• Внешние окр-ть W_1 и W_2 .

Подпишем задачки:





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

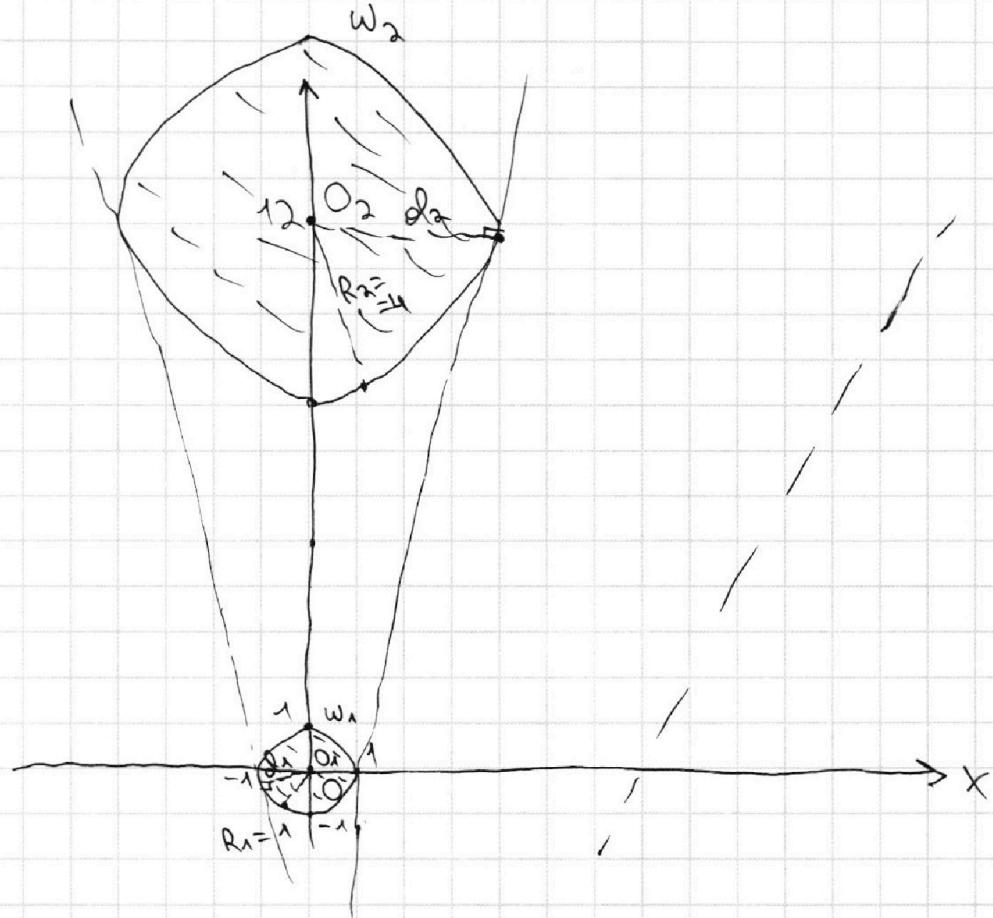
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Предложение.



Очевидно, что ~~не~~ ровно одно решение
будет \Leftrightarrow л касается w_1 и ~~и~~ w_2 .

Почему? Если л неоднократно пересек. Тогда из
окр-тий w_1 и w_2 , то ясно, что будем ∞
реш., т.к. л касается, она может либо касаться,
либо не иметь общих точек (конечно
из окр-тий w_1 и w_2). Но т.к. окр-ти
где и решения два, то ясно, что \rightarrow

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

прямая ℓ длиной $w_1 + w_2$ касается
обеих окружностей. Дело, что ~~один из~~ w_1 и w_2
имеет ^{одинаковую} ~~одинаковую~~ (одинаковую)
длину \Rightarrow $w_1 = w_2$

и $w_1 + w_2$. Длины их.

Задача. Тангенс d от точки (x_0, y_0)

ко прямой $ax+by+c=0$ равен

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

ПР. к. ℓ касается

w_1 и w_2 , то есть d_1 и d_2 -расстояния
от O_1 и O_2 ко ℓ соответственно,

то $d_1 = R_1$ и $d_2 = R_2$. Значит:

$$\left\{ \begin{array}{l} d_1 = \frac{|8b|}{\sqrt{a^2+1}} = R_1 = 1 \\ d_2 = \frac{|8b+12|}{\sqrt{a^2+1}} = R_2 = 4 \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} |8b| = \sqrt{a^2+1} \\ |8b+12| = 4\sqrt{a^2+1} \end{array} \right.$$

~~При этом~~ Тогда 3 случая:

$$\textcircled{1} \quad b \geq 0. \quad \text{Тогда } 8b = \sqrt{a^2+1} \text{ и } 12+8b =$$

$$= 4\sqrt{a^2+1}, \text{ откуда } 12+8b = 12+\sqrt{a^2+1} = 4\sqrt{a^2+1}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a^2+1} = 4 \Leftrightarrow a^2+1=16 \Leftrightarrow a = \pm \sqrt{15}$$

$$\text{и } b = \frac{1}{2}\sqrt{15} \quad (b = \frac{1}{2} \geq 0) \rightarrow$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение.

② $-\frac{3}{2} \leq b \leq 0$. \checkmark (ногда)

$$-8b = \sqrt{a^2 + 1} \text{ и } 12 + 8b = 4\sqrt{a^2 + 1}, \text{ откуда}$$

$$8b = -\sqrt{a^2 + 1} \text{ и } 12 = 5\sqrt{a^2 + 1}, \text{ а значит}$$
$$a^2 + 1 = \frac{144}{25} \Leftrightarrow a^2 = \frac{119}{25} \Leftrightarrow a = \pm \frac{\sqrt{119}}{5}.$$

$$(\text{и тогда } -\frac{3}{2} \leq b = -\frac{3}{10} \leq 0)$$

③ $b \leq -\frac{3}{2}$. \checkmark (ногда) $-8b = \sqrt{a^2 + 1}$

$$\text{и } -12 - 8b = 4\sqrt{a^2 + 1}, \text{ откуда}$$

$$12 = -3\sqrt{a^2 + 1} \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + 1} = -4.$$

$$\sqrt{a^2 + 1} \geq 0, \text{ но } -4 \leq 0. \checkmark \text{ Но } \text{невозможно,}$$

$$0 \leq \sqrt{a^2 + 1} = -4 < 0, \text{ что невозможно}$$

$$\Rightarrow a \in \emptyset. \text{ Значит, } a = \pm \sqrt{15}$$

$$\text{и } a = \pm \frac{\sqrt{119}}{5}.$$

Ответ. $\boxed{a = \sqrt{15}; -\sqrt{15}; \frac{\sqrt{119}}{5}; -\frac{\sqrt{119}}{5}}$.





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

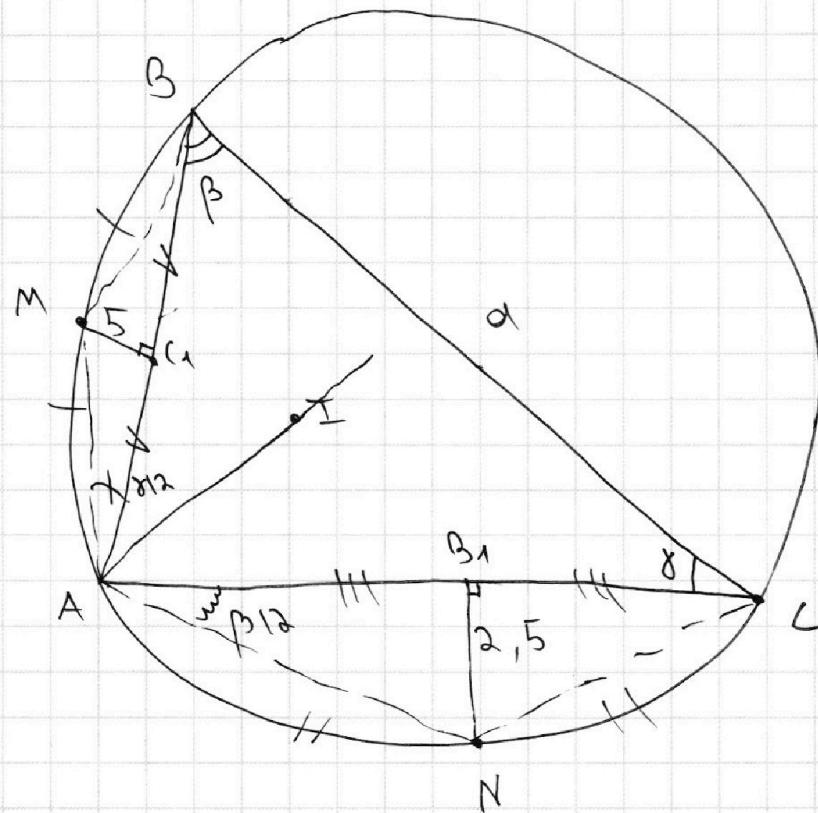
 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима.

N7

I - wegecup SABC

$$A\overline{I} = ?$$



Демократия. Типы: В1, (и - переходы А1, АВ

~~Wetzel~~ Combelmeierovo; Rybinsk

$$B = \alpha, AB = C, AC = \beta, LA = \gamma, LB = \beta,$$

$$\angle C = \gamma. \text{ also, } \angle NAC = \frac{\beta}{2} \text{ u}$$

$$L M A B = \frac{y}{2} . \text{ omroga } A C = \frac{c}{2} -$$

$$= 5 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \quad \text{u} \quad AB_1 = \frac{b}{2} = 2,5 \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}$$

$$u \quad (= 10 \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}), \quad b = 5 \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2}. \quad \rightarrow$$



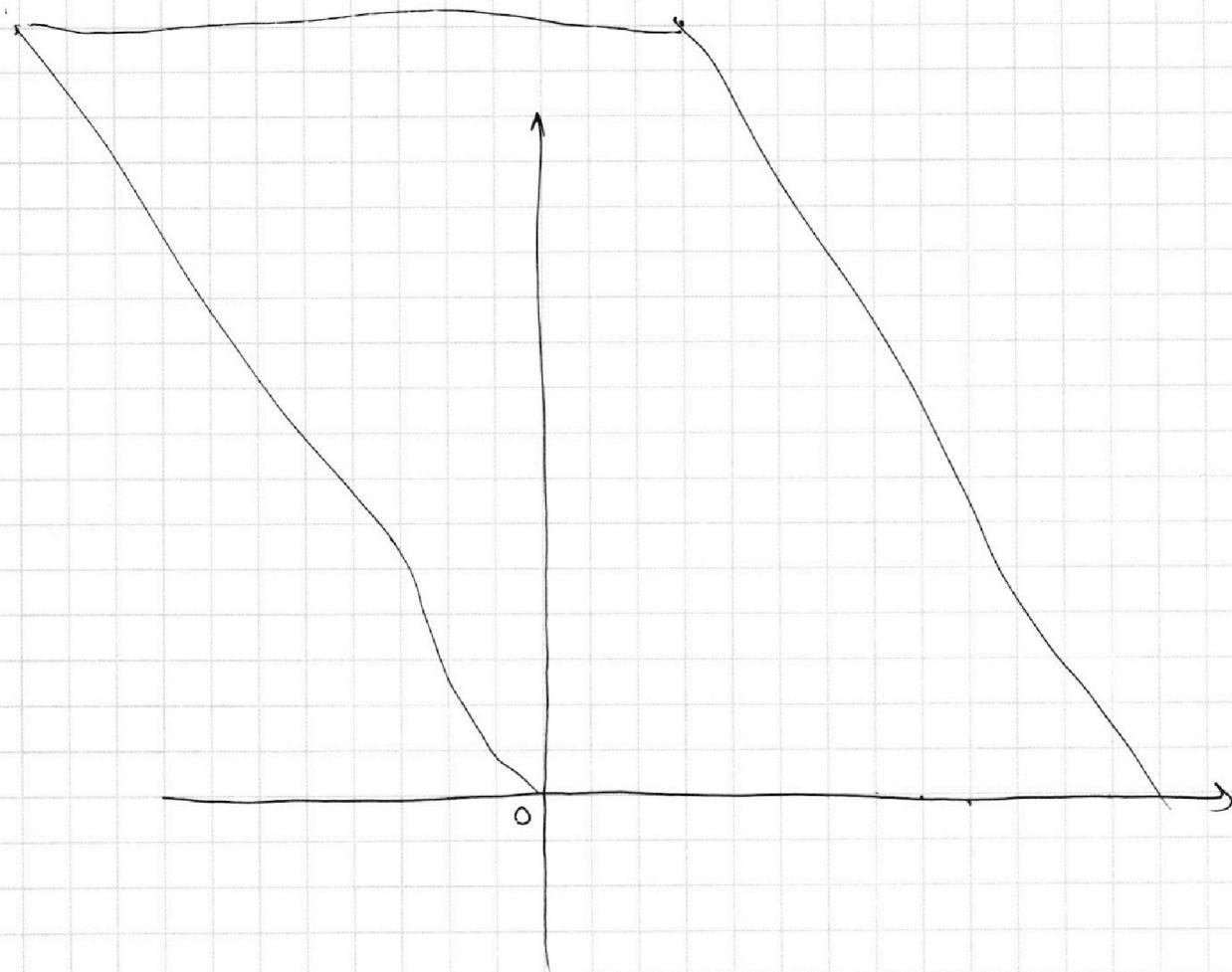
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



а кх.

$$k \cdot -13 = 26$$

$$k = -2.$$

$\text{O}_2 + 2\text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}_2$

$$\alpha = \theta - \theta_0$$

$$\therefore (69) \times 65 = 1000 - 100 =$$

-two -run -

- grün-grau

$$rr \cdot 6h = 0.75r$$

1-262 +

$$+rr \cdot h \cdot h - rCr$$

12

$$rr = 0$$

• we • 6

W. 206

$$48.8v - 58 + 69 \approx$$

extreme: 000

$$A - g_{YY} + r^*$$

678 // . m

$$m = g_{\mu C} - (g_{\mu \sigma})$$

$m = 8 \text{ atm}$

u : g + o

RR. 5-052-

$$-r + 6.8$$

878 m - 10

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} -$$

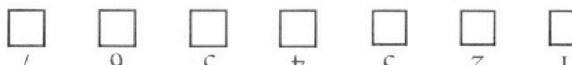
$$= \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 3x$$

Econ omieheho Sogeech ojnohn jažiajan inu he otmeheho inu ojnohn jažiajan,
cspahnuu chntateca hephorinkom ne tne ploheperca. Tlopa QR-koda hehonygctnma!

A horizontal row of seven empty rectangular boxes, intended for students to write their answers in during a test or assignment.

1 9 5 t 6 z

L S V Z C T



МФН

$$\begin{aligned}
 & C = x - 8 \quad C = x \\
 & C = x + 1 \quad C = x \\
 & \text{twice } x : x \\
 & 6x + 8x = 2x + 2 \\
 & 14x = 2 \\
 & x = \frac{1}{7} \\
 & C = x + 8 \\
 & C = \frac{1}{7} + 8 \\
 & C = \frac{57}{7} \\
 & C = 8\frac{1}{7}
 \end{aligned}$$

Ecam otmegeho Sojeje ozhon 3aa1an nini he omtegeho hn ozhon 3aa1an,
ctaphana cintareha sephorinkoma ni he mpoberetx. Hlopa Q.R.-kora hejoyngtinal

permehe kotopon tpejcta bjeho ha ctpahne;

LO

Ha ojhoñ cipaheue mokho ofopambarb拓普拉莫 Only 33349. Ometprete kpeetinrom homep 33349.



МФТИ

$$r + \sqrt{a^2 + r} = \sqrt{a^2 + r}$$

$$r + \sqrt{a^2 + r} = \sqrt{a^2 + r}$$

$$(r + \sqrt{a^2 + r}) = \sqrt{a^2 + r}$$

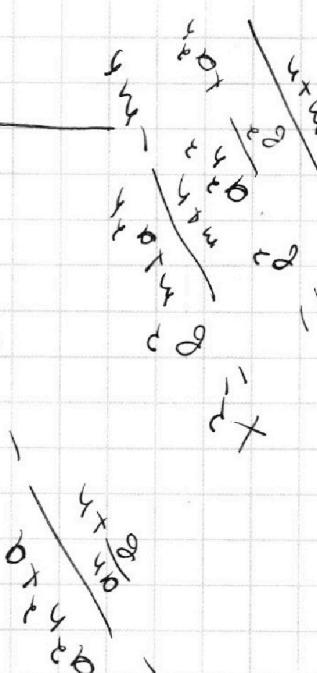
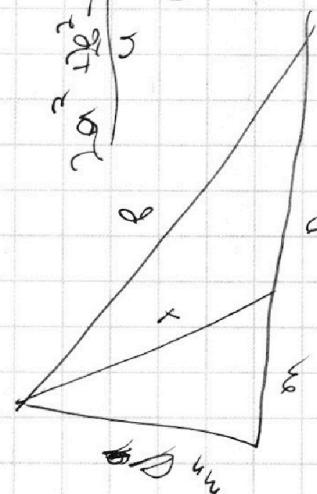
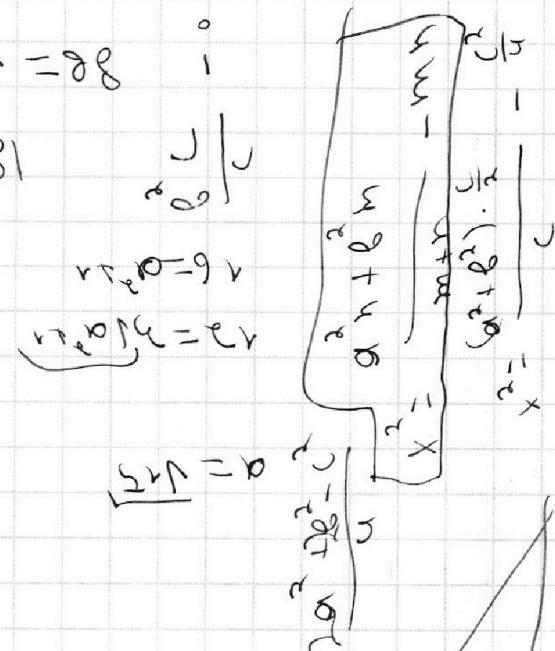
$$n = \frac{\sqrt{a^2 + r}}{r + \sqrt{a^2 + r}}$$

$$r = \frac{\sqrt{a^2 + r}}{(r + \sqrt{a^2 + r})}$$

$$\sqrt{a^2 + r}$$

$$(a^2 + r \cdot r + r^2) \\ 0 = a^2 + r^2 + 0$$

$$y = a + \sqrt{a^2 + r^2}$$



Способна синтетичка геометрија и њене наведене постапки. Логика QR-кода најавује да је

Едно отмешено посебан начин да се остварије једнај од ових задача.

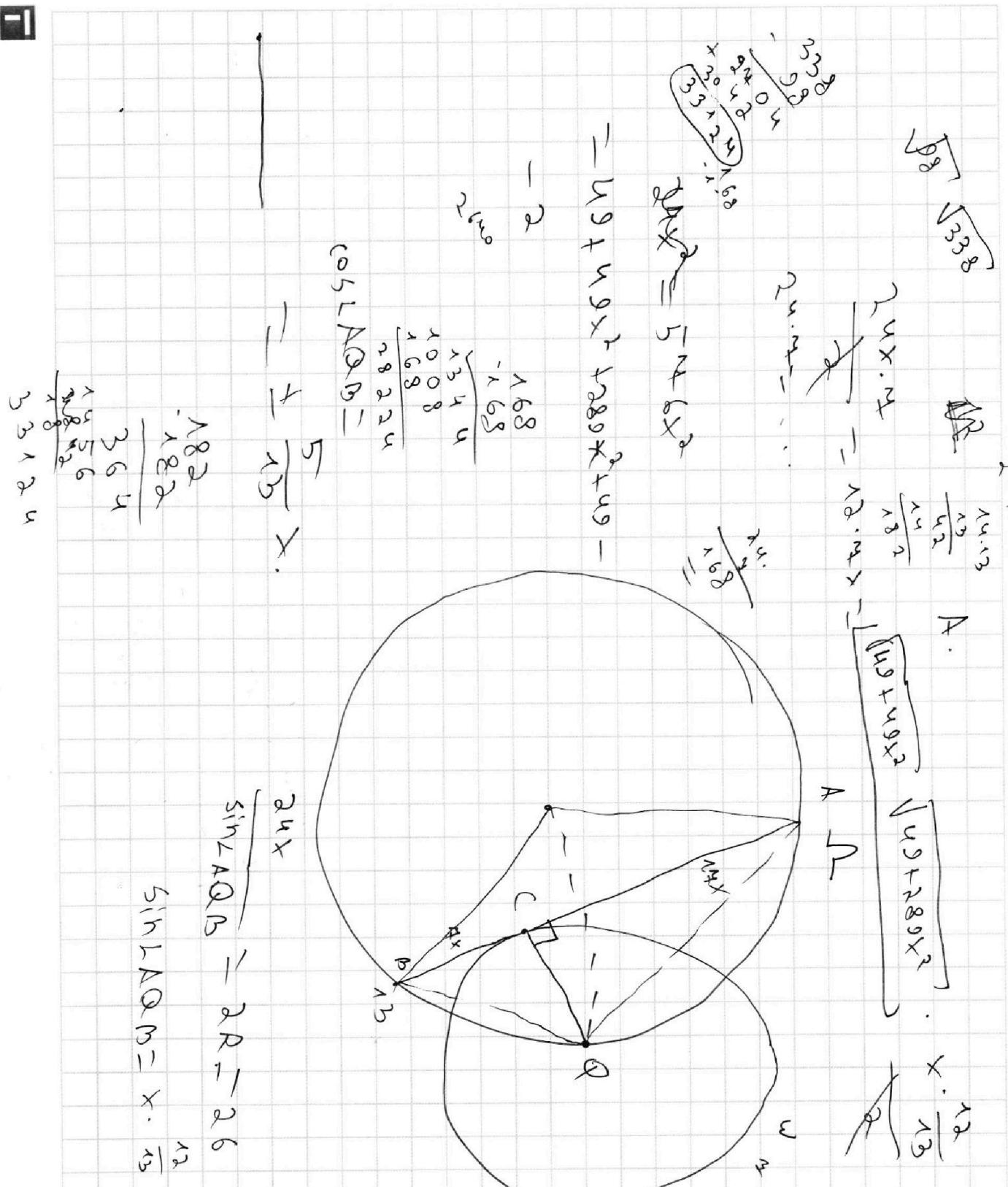
Премећејте котропоји мерејатије је да спроведејте:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |

MFTN



Ha овој споменику можете да определите толико окоји је јаснији.
Ометрејте крећијом ћете јаснији.



Справу чинятеся відповідно до умови задачі. Тобто QR-код є коректним!

Відповідь розподілений на 7 блоків:

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7

MFTN



На цій сторінці можна отримати тільки одну

Однією з відповідей на цю задачу.

Відповідь розподілена між 7 блоками.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$a, b, c \in \mathbb{N}, ab : 2^{15} \cdot 11, bc : 2^{14} \cdot 18, ac : 2^{23} \cdot 39$$

$$\min(abc) = ?$$

Решение. Рассмотрим $t := abc$. Перефразируем

числа ab , bc и ac . Получим

$$ab \cdot bc \cdot ac = a^2 b^2 c^2 = (abc)^2 = t^2. \text{ Из}$$

$$\text{записей, } ab : 2^{15} \cdot 11, bc : 2^{14} \cdot 18, ac : 2^{23} \cdot 39$$

$$\text{откуда } t : 2^{45} \cdot 68. \text{ Заметим,}$$

что при t^2 -квадрате чётн. число $t \in \mathbb{N}$,

$$t^2 : 2^{45} \text{ и } 68 - \text{нечётное, то } t^2 : 2^{46}, \text{ так}$$

как простые числа могут входить в

квадраты чётн. чисел только в четвёртке

$$\text{степеней. Значит, } t^2 : 2^{47}.$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 24}}{6} = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{6} \quad x = -3 \pm \sqrt{9 -}$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1 + 2(1-2x)\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$12 = -3\sqrt{3x^2 + 3x + 1} + 1 + 8x \quad \text{или} \quad 12 = -4\sqrt{3x^2 + 3x + 1} + 1 + 8x$$

$$12 + 8x = -4\sqrt{3x^2 + 3x + 1} \quad \text{или} \quad 12 + 8x = -3\sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

