



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ  
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 10 КЛАСС. Вариант 9

- [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
- [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

- [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

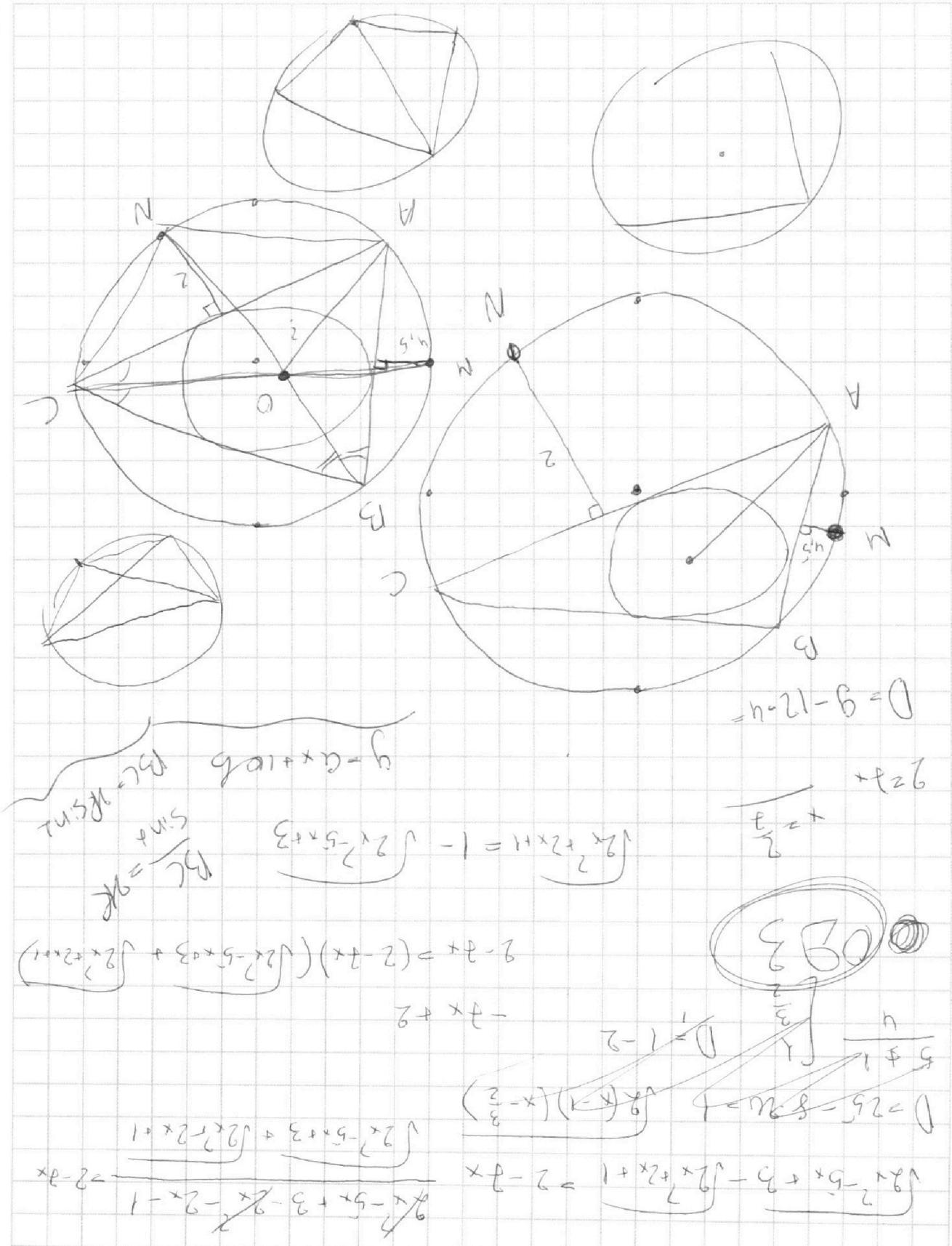
$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 24)$ ,  $Q(3; 24)$  и  $R(15; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.



ГЛАВНАЯ СЧАСТЬЕ ПЕРВОНАЧАЛЬНОМ НЕ МОГЕТЕ ПРЕДСКАЗАТЬ. ТОПОГ ОК-КОДА НЕЖНОЧИТАНН!

Если отмечено более одного заряда или же отмечено ни один заряд,

**MFTN**

- |   |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | <input type="checkbox"/> |
| 2 | <input type="checkbox"/> |
| 3 | <input type="checkbox"/> |
| 4 | <input type="checkbox"/> |
| 5 | <input type="checkbox"/> |
| 6 | <input type="checkbox"/> |
| 7 | <input type="checkbox"/> |

ПРИЧЕМ КОТОРОЙ НУЖНО СДЕЛАТЬ ИХ ГЛАВНЫЕ!  
ОТМЕТЬТЕ КРЫТИКОМ НОМЕР ЗАРАДА,  
ХА ОДНОЙ ГЛАВНЫЕ МОЖНО ОФОРМИТЬ ТОЛЬКО ОДИН ЗАРАД!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3 Дано:  $AC : CB = 7 : 1$ ;  $R_w = 1$ ,  $r_n = 5$ .  $AB = ?$

Решение:

1) Пусть  $O$ -центр  $\Omega$ , а  $O_1$ -центр

окружности  $w$ ;

$AB$ -касательная  $w$  в точке  $C$ , то по

теореме о р�ущем и исчезающем:  $O_1 C \perp AB$

2) Рассл.  $\triangle AOB$ : он вписан в  $\Omega$ , то по ~~нек~~ определению  
внешнего угла:  $\frac{O_1 B}{\sin BAO} = 2R_n = 10$ , где  $\angle BAO = \alpha$ , тогда

$\triangle AOB$ -н/гр ( $O_1 C \perp AB$ ), то  $\sin \alpha = \sin BAO = \frac{CO_1}{AO_1} = \frac{1}{AO_1}$ ,

то:  $\frac{O_1 B}{\sin BAO} = O_1 B \cdot AO_1 = 2R_n = 10 \Rightarrow O_1 B \cdot AO_1 = 10$

3) Рассл. н/гр  $AOB$  с углами  $BOC$ . Помимо Пифагора:

$$AO_1^2 = CO_1^2 + AC^2 = 1 + AC^2 \quad (1) \quad AC : CB = 7 : 1, \quad AC = 7BC$$

$$BO_1^2 = CO_1^2 + BC^2 = 1 + BC^2 \quad (2) \quad \text{Доказано } BC < 1, \text{ то } BC = 1$$

$$\text{Умножим (1) на (2): } AO_1^2 \cdot BO_1^2 = (49BC^2 + 1)(BC^2 + 1), \text{ или:}$$

$$100 = 49BC^4 + 49BC^2 + BC^2 + 1 \quad (4) \quad \text{Где } BC^2 = \frac{-25 + \sqrt{49}}{49} = 1 \quad (\text{поскольку } BC < 1, \text{ то)}$$

$$49BC^4 + 50BC^2 - 99 = 0 \quad (\text{найдем корни по формуле замены}) \quad BC = 1$$

$$D = 825 + 99 \cdot 49 = 625 + 4851 = 5476 \quad \text{то } AB = 8BC = 8$$

$$BC^2 = \frac{-25 \pm \sqrt{5476}}{49}, \quad (BC^2 = \frac{-25 - \sqrt{5476}}{49} - \text{не подходит по условию})$$

Ответ:  $AB = 8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N4)  $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$ ; • 1/он:  $2x^2 + 2x + 1 \geq 0$

1)  $2x^2 - 5x + 3 \geq 0$

2)  $2x^2 + 2x + 1 \geq 0$

$2x^2 - 5x + 3 \geq 0$

$(x-1)(x-\frac{3}{2}) \cdot 2 \geq 0$

$D < 0, a > 0, \Rightarrow$

$4x^2 - 3x + 3 \geq 0$

$\begin{array}{c} + \\ \hline - \\ \hline 1 \quad \frac{3}{2} \quad 3 \end{array}$

$\Rightarrow x \in \mathbb{R}$

$(D < 0, a > 0), x \in \emptyset$

$x \in (-\infty; 1] \cup [\frac{3}{2}; +\infty)$

3) Домножим на сопротивное:  $\frac{(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1})(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})}{\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}}$

$= 2 - 7x;$

Уни:  $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = (2 - 7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$

$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = (2 - 7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$

$2 - 7x = (2 - 7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$

При  $x = \frac{2}{7}$ , 0 = 0 (Верно)

При  $x = -\frac{2}{3}$ , сопротивне  $(2 - 7x)$ :  $1 = \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

4) Объясните  $> 0$ , то безвыдел в итоге:

$1 = \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

$1 = 2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 + 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)}$

$1 = 4x^2 - 3x + 4 + 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)}$

$-4x^2 + 3x - 3 = 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)} \Rightarrow \begin{cases} -4x^2 + 3x - 3 \geq 0 \\ 4(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1) = \\ -(4x^2 - 3x + 3)^2 \end{cases}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(N6)  $\begin{cases} y = ax + 10b \quad (1) \\ ((x+8)^2 + (y^2) - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \quad (2) \end{cases}$

1)  $y = ax + 10b$  — прямая

2)  $((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 - 1 \geq 0 \quad (2.1) \\ x^2 + y^2 - 4 \leq 0 \end{cases}$

2.1)  $(x+8)^2 + y^2 \geq 1 \because (x+8)^2 + y^2 \geq 1 - \begin{cases} (x+8)^2 + y^2 - 1 \leq 0 \quad (2.2) \\ x^2 + y^2 - 4 \geq 0 \end{cases}$

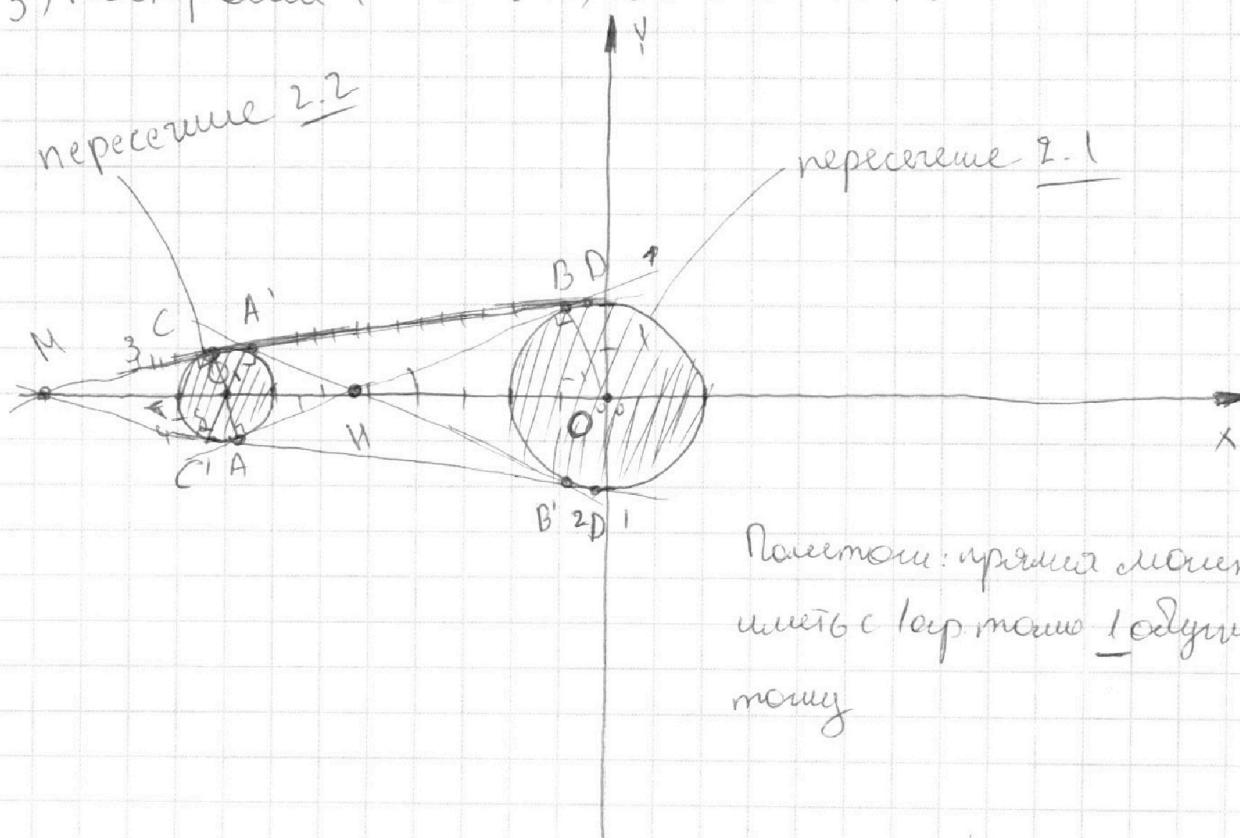
— круги окружности с центром  $(-8, 0)$

и радиусом 1

$x^2 + y^2 = 4$  — круг окружности с центром  $(0, 0)$  и радиусом 2

2.2) Гомо симметрии

3) Построим  $(2.1) \cup (2.2)$  в ДСК  $XOY$ :



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N6 (продолжение)

системы

1). ~~Будут иметь решения в той же системе, если и решит~~

$y = ax + 10b$  Будет проходить 2 из 2 точек данных осями симметрии

ii) Рассмотрим исходную:  $\Delta OAB \sim \Delta OAA$  (по 2 углам)

$$\text{т.о.: } \frac{OA}{OB} = \frac{OA}{OA} = \frac{1}{2} \text{ (радиусы)} \Rightarrow \begin{cases} OA = 20,4 \\ OA = 20,4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} OA = 20,4 \\ OA + 0,4 = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} OA = 20,4 \\ 30,4 = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} OA = \frac{8}{3} \\ OA = \frac{8}{3} \end{cases}, \text{ т.о. } \Delta OAB \sim \Delta OAA - \text{пурпурные}$$

точка м. о. Абсцисса:  $AB = \sqrt{\frac{856}{9} - 4}$

$$= \sqrt{\frac{256 - 36}{9}} = \sqrt{\frac{220}{9}} = \frac{2\sqrt{55}}{3}; AA = \sqrt{\frac{64}{9}} = 1 = \sqrt{\frac{64 - 9}{9}} = \sqrt{\frac{55}{9}}$$

Решим B ( $x_B; y_B$ ), т.о.:  $(x_B)^2 + y_B^2 = 4$  (1)  $\begin{matrix} 25 \\ 21 \end{matrix}$   $\begin{matrix} 3 \\ 9 \end{matrix}$

$$\text{и } \left( \frac{16}{3}; 0 \right) \quad \left\{ \frac{220}{9} = \left( x_B + \frac{16}{3} \right)^2 + y_B^2 \quad \begin{matrix} 55 \\ 20^2 \end{matrix} \right. \quad \begin{matrix} 55 \\ 4 \end{matrix}$$

Вычитаем из (1) - (2):

$$x_B^2 + y_B^2 - x_B^2 - \frac{32}{3}x_B - \frac{256}{9} + y_B^2 = 4 - \frac{20}{9} \quad 5) \text{ Решим A } (x_A; y_A)$$

$$\frac{32}{3}x_B - \frac{256}{9} = 4 - \frac{20}{9}$$

$$\frac{32}{3}x_B = \frac{259 + 36 - 220}{9} = \frac{75}{3} = 25$$

$$\Rightarrow x_B = \frac{25}{32}; \text{ т.о. } y_B^2 = 4 - \frac{625}{1024} \Rightarrow -16x_A = \frac{55}{9} - 1$$

$$\Rightarrow y_B = \frac{\sqrt{3481}}{32}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (x_A + 3)^2 + y_A^2 = 1 \\ (x_A - \frac{16}{3})^2 + y_A^2 = \frac{55}{9} \end{array} \right.$$

Вычитаем:  $- \frac{32}{3}x_A + \frac{256}{9} =$

$$\frac{32}{3}x_A + 16x_A = \frac{259}{9} - \frac{55}{9} + 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6 (продолжение):  $y_A = 1 - \left(\frac{x_A}{10} + 8\right)^2$

~~$\frac{32+48}{3} \times A = \frac{204+9}{9} = \frac{213}{9}$~~

~~$y_A = \frac{(32+48) \times A}{3} = \frac{204+9}{9} = \frac{213}{9}$~~

~~$10x_A = \frac{213}{3} \Rightarrow x_A = \frac{21}{30}$~~

$y_A = 1 - \left(\frac{21}{30} + 8\right)^2$

6) Формы А и А' будут иметь симметричные изображения по  
y и противоположные по y, симметричные В и В'

то:  $B\left(\frac{25}{32}, \frac{\sqrt{3471}}{32}\right)$ ;  $B'\left(\frac{25}{32}, -\frac{\sqrt{3471}}{32}\right)$ , с точкой А симметрии

Задача одна просто подставляя изображения в уравнение  $y = 10x_1 + 10b$

и получим a и b

+) Амплитуда D и D', C и C', MO, C ~ MOD

$$\Rightarrow MO_1 = \frac{1}{2}, \text{ где } MO_1 = M\Gamma + 1$$

$$MO = M\Gamma + g$$

$$(M\Gamma + 1)_2 = M\Gamma + g$$

$$\Delta MO, C - 1 \Rightarrow M\Gamma = \sqrt{64} - 1$$

$$2M\Gamma + 2 = M\Gamma + g$$

$$= \sqrt{63}; MO = 2\sqrt{63}$$

~~3)  $M\Gamma = 7$ , mo  $(M(-16; 0))$~~

$$\Rightarrow MC = CD = 2\sqrt{63}$$

Диаметр С:

$$\begin{cases} (x_C + 16)^2 + y_C^2 = 63 \\ (x_C)^2 + y_C^2 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} (x_D + 16)^2 + y_D^2 = 4 \cdot 63 \\ (x_D)^2 + y_D^2 = 4 \end{cases}$$

Искомые изображения C и D сложить подставив в уравнение  $y = ax + b$   
и получим a и b — получим Чертеж

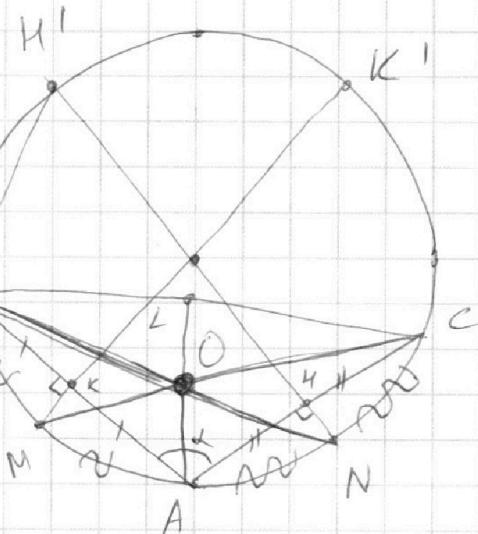
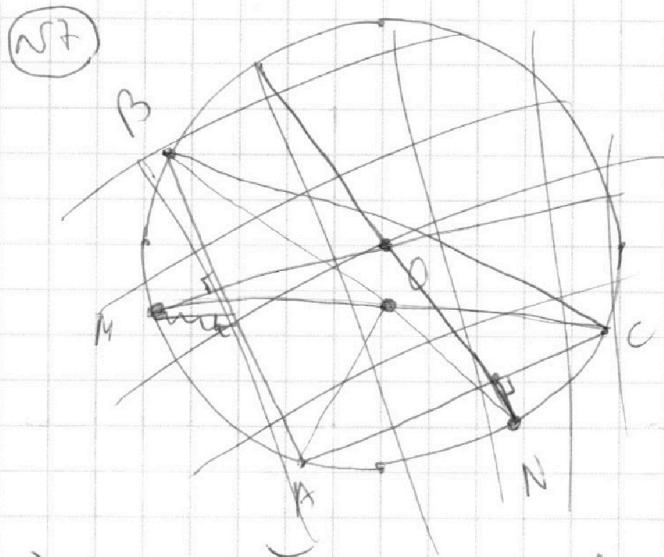
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1)  $N$ -середина  $AC$ , тогда  $NH \perp AC$ , то по теореме  $H$ -середина  $AC$  является и  $H$ -серединой  $AB$ ;  $CM$ -бисектриса  $\angle C$  ( $m \parallel M$ -сер.  $AB$ ) является и  $BN$ -бисектрисой  $\angle B$ , то  $CM \cap BN = O$ ,  $O$ -центр круга.

Очевидно,  $m.e. \angle AO = ?$

$$2) NH \cap AC = H, \text{ то } NH \cdot HK = AH \cdot HC, 2 \cdot (2R - 2) = \left(\frac{1}{2} AC\right)^2 \\ 4R - 4 = \frac{AC^2}{4}, 16R - 16 = AC^2, \text{ то } AC = 4\sqrt{R-1};$$

Аналогично:  $4,5 \cdot (2R - 4,5) = \left(\frac{1}{2} AB\right)^2$

$$9R - \frac{81}{4} = \frac{AB^2}{4}$$

$$36R - 81 = AB^2 \Rightarrow AB = 3\sqrt{4R - 9};$$

3)  $AO = \frac{2}{3} AL$ , где  $AL$ -бисектриса  $\angle A$ ; Рассмотрим  $\triangle ALB$ , тогда  $\angle A = \angle L$ , тогда получаем:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos \angle L \Rightarrow \cos \angle L = \frac{36R - 81 + 16R - 16 - BC^2}{24\sqrt{4R - 9}\sqrt{R - 1}}$$

$$\text{Тогда: } AL = \frac{2AC \cdot BA \cdot \cos \frac{\angle L}{2}}{a+b} =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1  $ab:2^{14} \cdot 7^{10}$ ,  $bc:2^{12} \cdot 7^{17}$ ,  $ac:2^{20} \cdot 7^{37}$ ;  $abc$  иши - ?

Решение:

$$\frac{a+b}{(a-b)^2 - 4abc}$$

1) П.у.  $a, b, c$  - иши тригонометрические, то  $ab$  иши  $= 2^{14} \cdot 7^{10}$  (1)

2) Пусть  $(2)$  и  $(3)$ :

$$\begin{aligned} bc &= 2^{17} \cdot 7^{17} \\ ac &= 2^{20} \cdot 7^{37} \\ \text{mo: } b &= \frac{1}{2^{17} \cdot 7^{17}} \\ &\quad \times \frac{1}{2^{20} \cdot 7^{37}} \\ &\quad \times \frac{1}{2^0 \cdot 7} \\ &\Rightarrow a = 2^{\frac{1}{17} + \frac{1}{20} + \frac{1}{7}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ab &= h \cdot 2^{14} \cdot 7^{10} \\ bc &= m \cdot 2^{12} \cdot 7^{17} \\ b^2 &= \frac{2^{11}}{7^{10}} \end{aligned}$$

$$ac = p \cdot 2^{20} \cdot 7^{37} \quad \frac{a}{c} = \frac{h \cdot 2^{14} \cdot 7^{10}}{m \cdot 2^{12} \cdot 7^{17}} \Rightarrow c = \frac{a \cdot m}{h} \cdot 2^{\frac{3}{7} + \frac{7}{10}}$$

$$a \cdot c = p \cdot 2^{20} \cdot 7^{37} \quad a \cdot \frac{m}{h} \cdot 2^{\frac{3}{7} + \frac{7}{10}} = p \cdot 2^{20} \cdot 7^{37} \quad m = 30$$

$$a^2 = \frac{h \cdot p}{m} \cdot 2^{17} \cdot 7^{30} = \frac{h \cdot p \cdot 2^{17} \cdot 7^{30}}{2^{15} + 30}$$

$$a^2 = 2^{15} \cdot 7^{30}, \quad a = 2 \cdot 7^{\frac{15}{2}} \quad a = 2^{\frac{9}{2}}$$

$$a^2 = \frac{1 \cdot 1}{2} \cdot 2^{17} \cdot 7^{30}, \quad a = 2^{\frac{18}{2} \cdot 7^{\frac{15}{2}}}$$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12 \quad b = \frac{h \cdot 2^{14} \cdot 7^{10}}{2^9} = 2 \cdot 7^{\frac{5}{2}}$$

$$a = 2^{\frac{9}{2}}, \quad b = 2^{\frac{5}{2}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4 (продолжение)

$$1 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \in \emptyset \\ 4(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1) = (4x^2 - 3x + 3)^2 \end{array} \right.$$

$$1 \Rightarrow x \in \emptyset$$

$$4(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1) = (4x^2 - 3x + 3)^2$$

Решение:  $x = \frac{2}{7}$

бюджет 6 \*

Ответ:  $x = \frac{2}{7}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                                     |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~1~~

$$a+b:m$$

$$a^2 - 6ab + b^2:m$$

~~a+b~~

~~a+b~~

~~2~~

$$\frac{36}{13}$$

~~3~~

$$\frac{a}{b} + 1$$

$$\frac{a}{b}a - 6a + b$$

$$\frac{2+3}{5}$$

$$4-6 \cdot 6 + 9$$

$$4-36+9$$

$$\Rightarrow \frac{5}{23}$$

$$\frac{1}{a+b} - \frac{8ab}{a+b}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

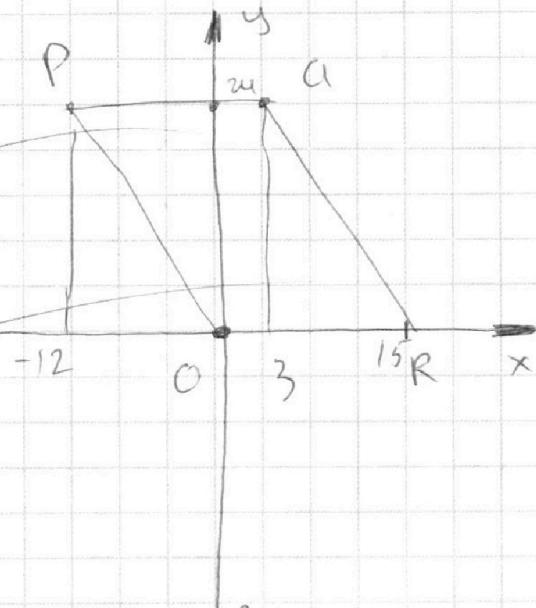
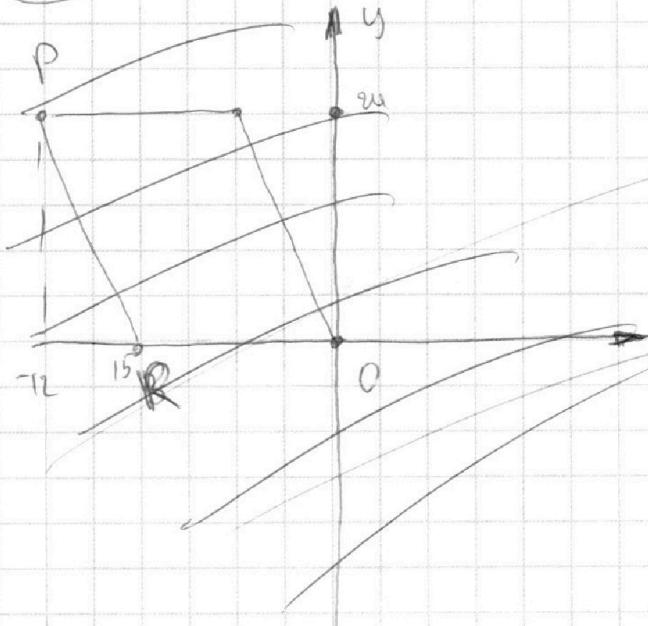


- |                          |                          |                                     |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N5  $O(0;0), P(-12;u), A(3,u), R(15,0)$



$$AL = \frac{2 + 4\sqrt{R-1} + 3\sqrt{4R-g} \cdot \cos\alpha}{4\sqrt{R-1} + 3\sqrt{4R-g}}$$

$$\frac{BC}{\sin\alpha} = 2R$$

$$BC^2 = 16P - 16 + 36R - 81 - 24\sqrt{R-1}\sqrt{4R-g} \cdot \cos\alpha$$

$$4R^2 \sin^2\alpha = 52R - 97 - 2u\sqrt{R-1}\sqrt{4Rg} \cos\alpha$$
$$\cos\alpha = \frac{-4R^2 \sin^2\alpha + 52R - 97}{2u\sqrt{R-1}\sqrt{4Rg}}$$

$$AL = \frac{52R - 4R^2 \sin^2\alpha - 97}{4\sqrt{R-1} + 3\sqrt{4R-g}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- 1    2    3    4    5    6    7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$AC = \frac{7}{8}a \Rightarrow$$

$$BC = \frac{1}{8}a$$

$$AO_1^2 = AC^2 + l$$

$$BO_1^2 = BC^2 + l$$

$$\sin \alpha = \frac{l}{AO_1}$$

$$\frac{BO_1}{\sin \alpha} = 10$$

$$BO_1$$

$$\underline{BO_1 \cdot AO_1 = 10}$$

$$BC = a$$

$$AC = 7a$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ 75 \\ + 5 \\ \hline 375 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 525 \\ 625 \\ - 625 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$4900$$

$$625$$

$$\begin{array}{r} 5525 \\ 5525 \\ - 5525 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\cancel{100 = (AC^2 + l)(BC^2 + l)}$$

$$\cancel{100 = \left(\frac{49}{64}a^2 + l\right)^2}$$

$$100 = (49a^2 + l)(a^2 + l)$$

$$100 = 49a^4 + 49a^2 \cdot a^2 + l$$

$$49a^4 + 50a^2 - 100 = 0$$

$$D_1 = \cancel{225 + 4900} = 625 + 4900 =$$

=

$$-25 + \sqrt{5525}$$

$$AB = 8BC$$

$$40(\sqrt{221} - 5)$$

$$1248$$

$$74$$

$$174$$

$$296$$

$$1848$$

$$\begin{array}{r} 518 \\ \hline 5476 \end{array}$$

$$966$$

$$189$$

$$65$$

$$65$$

$$8$$

$$\begin{array}{r} 5525 \\ 50 \quad | 221 \\ \hline 52 \\ 50 \quad | 891 \\ \hline 25 \\ 1 \quad | 49 \\ \hline 221 \quad | 891 \\ 21 \quad | 396 \\ \hline 11 \\ 1 \quad | 49 \\ \hline 221 \quad | 4851 \\ 21 \quad | 625 \\ \hline 13 \quad | 5476 \\ 13 \quad | 625 \\ \hline 91 \quad | 49 \\ 91 \quad | 49 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$-25 + \sqrt{5525}$$

$$49$$

$$-25 + 5\sqrt{221}$$

$$49$$

$$625 + 49 \cdot 49$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

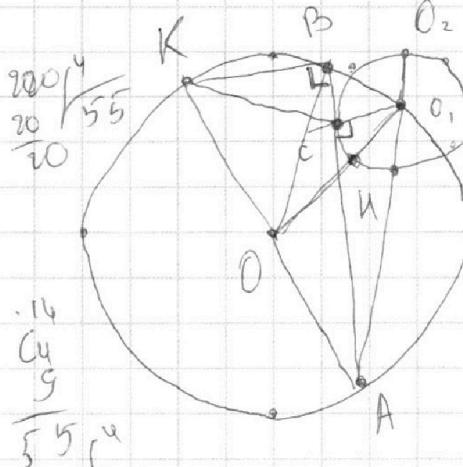
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AC}{CB} = \frac{7}{1} \quad \begin{matrix} 84 \\ 59 \\ 59 \end{matrix} \quad AB - ?$$

$$r_{AB} = 5 \quad \begin{matrix} 531 \\ 205 \\ 3 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 8=7 \cdot BC \\ 8=7 \cdot BC \end{matrix}$$

$$r_{AB} = 1$$

$$\begin{matrix} 4096 \\ 4096 \\ 625 \\ 3471 \end{matrix}$$

$$AU \cdot (AU + 2) = AC^2 = AB^2 - 1$$

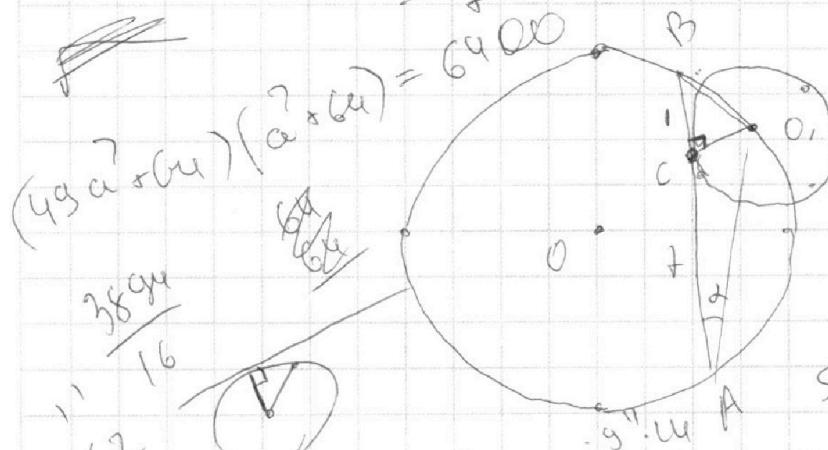
~~$$\frac{1}{2} \cdot 59 = AU^2 + 2AU = (AU + 1)^2 - 1$$~~

~~$$\frac{295}{720} \cdot 5 = AU^2 + 2AU = AU + 2AU$$~~

$$450 = 6U \cdot 450 \times 8 \times 6U = 0$$

$$450 \times 8 \times 50 = 36000$$

$$\sin \angle = \frac{1}{AO_1} = \frac{6.45}{225} = \frac{6.45}{16}$$



$$AC = \frac{7}{8} a$$

$$\frac{625}{625} \cdot BO_1 \cdot AO_1 = 10$$

$$BC = \frac{1}{8} a$$

$$\frac{399}{102449} a^2 + 1 = AO_1^2$$

$$AC^2 + 1 = AO_1^2$$

$$\frac{1}{64} a^2 + 1 = BO_1^2$$

$$BC^2 + 1 = BO_1^2$$

$$\left( \frac{48}{64} a^2 + 1 \right) \left( \frac{1}{64} a^2 + 1 \right) = 100$$

$$(4a^2 + 1)(1a^2 + 1) = r^2$$



$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot t = 15 \cdot 14$$

$$UR^2S_{ijkl}t = 16R - 81 - \frac{1}{2}(R-1)(UR-g)cd$$

$$x \cdot g = x \cdot 2 \cdot 9$$

$$a+b \cancel{(4c)^2 - 8ab}$$

$$\frac{a^2 - 6ab + b^2}{a+b} = \frac{(a-b)^2}{a+b} = \frac{8ab}{a+b}$$

$$\frac{36}{40} \cancel{6} / \cancel{0,8} \cancel{6}$$



Справната симетрия на обектите и обектите на обектите. Или още QR-кода на обектите.

Всички коропои употребявате да съдържат:

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7

MFTN

Ha овощи съдържащо макарони и зеленчуци само зеленчуци.