



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .

3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}$$

$$bc : 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}$$

$$ac : 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \quad a, b, c \in \mathbb{N}$$

$$(abc)^2 : 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52}$$

1) т.к. $a, b, c \in \mathbb{N} \Rightarrow abc \in \mathbb{N} \Rightarrow$ из числа $(abc)^2$
~~можно извлечь квадратный корень~~

2) минимальное

число получится

$$2^{36} \cdot 3^{60} \cdot 5^{52} = (abc)^2$$

извлекается корень из всех простых
чисел, из произведения которых
состоит число $(abc)^2$, должны быть в
четной степени.

$$\min_{a, b, c} abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$$

$$\text{Ответ: } abc_{\min} = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$$

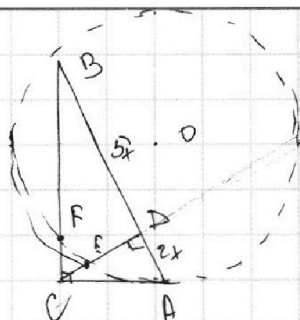
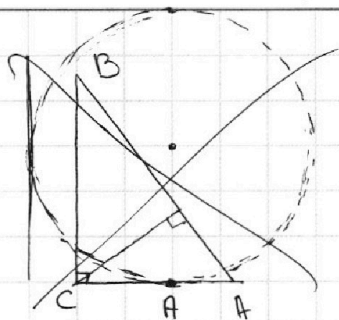
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$FE \parallel AB \quad \frac{BA}{BD} = \frac{7}{5}$$

$$CD^2 = BD \cdot DA \quad (\text{power of point})$$

$$CD = x\sqrt{10}$$

af

$$\frac{S_{ACD}}{S_{BCD}} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CE}} = \left(\frac{CD}{CE}\right)^2 \cdot \frac{2}{5} = \frac{4x^2}{CE^2}$$

$$\triangle CEF \sim \triangle CDB \Rightarrow \frac{S_{CEF}}{S_{CDB}} = k^2 = \left(\frac{CE}{CD}\right)^2$$

7'k

LBCD-05

$$\angle CBD = \angle CFE \quad (\text{corr. } \angle \text{ s } \parallel \text{ lines } CB \parallel FE)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$\arccos(\sin x) \in [0; \pi]$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x) \quad 9\pi - 2x \in [0; 10\pi]$$

$$0 \leq 9\pi - 2x \leq 10\pi \quad | -9\pi$$

$$5\pi - 10 \arcsin(\sin x) \geq 9\pi - 2x$$

$$-9\pi \leq -2x \leq \pi \quad | \cdot (-2)$$

$$\begin{cases} 5\pi - 10x = 9\pi - 2x \\ x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \end{cases}$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{cases} -8x = 4\pi \\ x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \end{cases}$$

$$x = -\frac{\pi}{2}$$

$$\text{Ответ: } x = -\frac{\pi}{2}$$

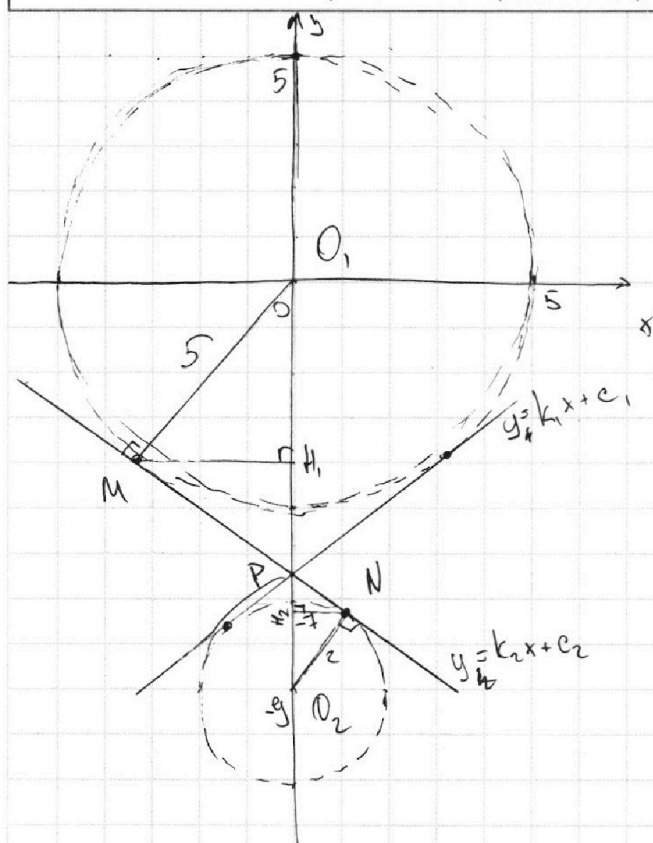
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



а-?

$$\begin{cases} 5x + 6ay - 6 = 0 & (2) \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 & (1) \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + (y + 9)^2 = 11 \end{cases}$$

$x^2 + y^2 = 25$ - граф. окр

с ц. (0; 0) R = 5

$x^2 + (y + 9)^2 = 11$ - граф. окр.

с ц. (0; -9) R = 2

$$2) 5x + 6ay - 6 = 0 \\ y = -\frac{5}{6a}x + \frac{6}{6a}$$

от b зависит только
сдвиг вниз и вверх,

а от a - угол и угол
наклона

чтобы было и при нуле, чтобы

коэф наклона был $\geq k_1$ или $\leq k_2$,

тогда можно подобрать b ,

чтобы было и при т.к

от b не зависит коэф.

т.к картинка сим. отн Oy

$k_1 = -k_2$ и прямые

$y = k_1x + c_1$ и $y = k_2x + c_2$
перес на прямой Oy

$\Rightarrow \triangle MO_1P \sim \triangle PNO_2 \Rightarrow k = \frac{2}{5}$

$$O_1P = \frac{5 \cdot 9}{7} \quad O_2P = \frac{5}{7}$$

$$O_1P = \frac{18}{7} \quad O_1O_2 = 9$$

1) расем $\triangle MO_1P$ и $\triangle PNO_2$

1) $\angle O_1MP = \angle PNO_2$ (радиус и кас.)

2) $\angle O_1PM = \angle PNO_2$ (верт)

$$2) MN \leq \sqrt{O_1O_2^2 - (O_1M + O_2N)^2} = 4\sqrt{2}$$

$$MP = \frac{20\sqrt{2}}{7} \\ PN = \frac{8\sqrt{2}}{7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) из $\triangle O_1MP$ найдем высоту MP , $MP = \frac{MO_1 \cdot MP}{O_1P} = \frac{5 \cdot 20\sqrt{2} \cdot 7}{7 \cdot 5 \cdot 9} = \frac{20\sqrt{2}}{9}$

из $\triangle O_1H_1 = \sqrt{25 - \frac{800}{81}} = \frac{35}{9}$ (из $\triangle MH_1O_1$)

$M(-\frac{20\sqrt{2}}{9}; -\frac{35}{9})$

4) из $\triangle O_2NP$

$NH_2 = \frac{NP \cdot NO_2}{PO_2} = \frac{2 \cdot \frac{8\sqrt{2}}{7}}{\frac{18}{7}} = \frac{8\sqrt{2}}{9}$

$O_2H_2 = \sqrt{4 - \frac{128}{81}} = \frac{14}{9}$

$\Rightarrow N(\frac{8\sqrt{2}}{9}; -9 + \frac{14}{9})$

$N(\frac{8\sqrt{2}}{9}; -\frac{67}{9})$

5) $k_2 = \frac{y_N - y_M}{x_N - x_M} = \frac{-\frac{67}{9} + \frac{35}{9}}{\frac{8\sqrt{2}}{9} + \frac{20\sqrt{2}}{9}} = -\frac{4\sqrt{2}}{7}$

$-\frac{5}{6a} < -\frac{4\sqrt{2}}{7}$

$a_1 < \frac{35}{24\sqrt{2}} \Rightarrow k_1 = \frac{4\sqrt{2}}{7} \Rightarrow a_2 > -\frac{35}{24\sqrt{2}}$

Ответ: $a \in (-\frac{35}{24\sqrt{2}}; \frac{35}{24\sqrt{2}})$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_{11}^4 x - 6 \log_{x^{11}} = \log_{x^{11}} 11^{-2} - 5 \\ \log_{11}^4 \frac{x}{2} + \log_{\frac{x}{2}}^{11} = \log_{(\frac{x}{2})^{11}} 11^{-13} - 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ y > 0 \\ y \neq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_{11}^4 x - \frac{16}{3} \log_{x^{11}} = -5 \\ \log_{11}^4 \frac{x}{2} + \frac{16}{3} \log_{\frac{x}{2}}^{11} = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_{11}^4 x - \frac{16}{3} \log_{x^{11}} = -5 \\ \log_{11}^4 \frac{x}{2} - \frac{16}{3} \log_{\frac{x}{2}}^{11} = -5 \end{cases}$$

$$\log_{11}^4 x - \log_{x^{11}}^4 x$$

$$x = \frac{2}{y} \Rightarrow xy = 2$$

$$\log_{11}^4 x - \log_{x^{11}}^4 \frac{x}{2} = \frac{16}{3} (\log_{x^{11}}^{11} - \log_{\frac{x}{2}}^{11})$$

$$f(x) = \log_{11}^4 x - \frac{16}{3} \log_{x^{11}} \quad f(x) \neq 4 \log_{11} x \nearrow$$

$$f(x) \nearrow \swarrow \log_{x^{11}} \searrow \Rightarrow \log_{x^{11}} \nearrow$$

$$f(x) \nearrow \quad g(x) = 5 - \text{const} \Rightarrow 1 \text{ pair}$$

$$\text{Answer: } xy = 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

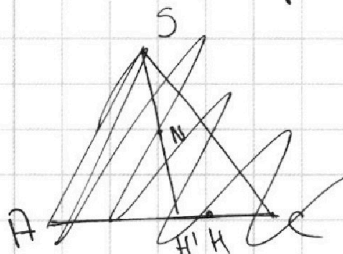
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 350 \cdot 950 \cdot 30 = 270 \cdot 30 = 8100$$

8) $SN = 6$ N - точка касания SE грани BCE $SN = SL_1 = 6$
 $R = 8$

сфера касается двух граней, между которыми надо найти угол, а этот угол будет равен $\angle NAK$ (N и K - точки касания граней KH - вывес к BE)

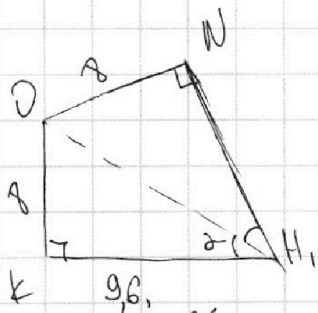
$ON \perp (SCA)$
 $AC \subset (SCA) \Rightarrow ON \perp AC$



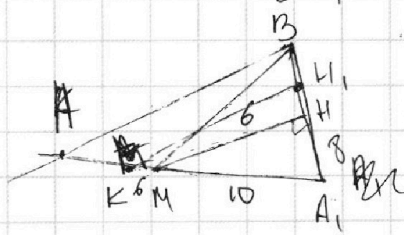
$ON \perp (SCA)$ т.к. сфера касается грани
 $SN \subset (SCA)$
 $ON \perp SN$

поэтому проекция на 3-ю точку

A, N, N $SN \perp ON \Rightarrow SO = \sqrt{SN^2 + ON^2} = 10$



$SL_1 = MK = 6$ из $\triangle ABA_1$

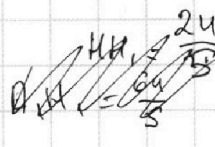


$\cos \angle MAB = \frac{4}{5}$

$\frac{MA_1}{MK} = \frac{AH}{HH_1}$
 $\frac{5}{3} = \frac{8}{HH_1}$

$\tan \alpha = \frac{8 \cdot 10}{16 \cdot 6} = \frac{5}{6}$

$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{\frac{5}{3}}{1 - \frac{25}{36}} = \frac{5}{3} \cdot \frac{36}{11} = \frac{60}{11}$



$\frac{MA_1}{A_1K} = \frac{MH}{KH_1}$
 $\frac{16 \cdot 6}{10} = 9.6$

$\angle KHN = \arctg \frac{60}{11}$

Ответ: $\angle AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 8100$
 $\angle SEBA = \arctg \frac{60}{11}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

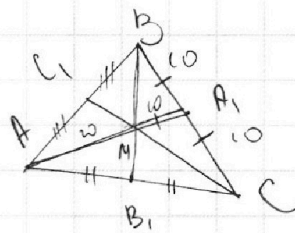
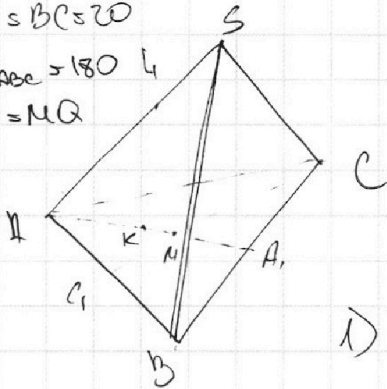
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



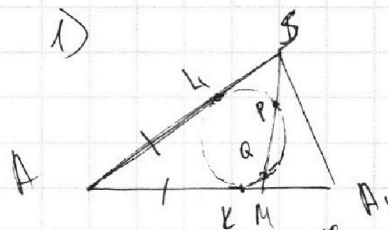
$$SA = BC = 20$$

$$S_{\triangle ABC} = 180$$

$$SP = MQ$$



$$a) AA_1, BB_1, CC_1 - ?$$



$$KM^2 = MQ \cdot MP$$

$$SK^2 = SP \cdot SQ$$

$$\text{т.к. } MQ = SP$$

$$PM = SQ$$

$$AK = AK \text{ (св-во кас. опис. кр-а)}$$

$$AS = AM \approx KM \approx SH$$

$$2) \triangle ABC$$

$$M - \text{перс. мед} \Rightarrow \frac{AM}{MA_1} = \frac{2}{1} \Rightarrow MA_1 = 10$$

$$\triangle BMC$$

мед равна половине стороны, которую она делит $\Rightarrow \triangle BMC$ прямоугол.

$$\begin{cases} BM^2 + MC^2 = 400 \\ MB \cdot MC = 120 \end{cases}$$

$$3) S_{\triangle ABC} = 180$$

$$S_{\triangle BMC} = \frac{S_{\triangle ABC}}{2} = 90, S_{\triangle BMC} = \frac{2}{3} S_{\triangle ABC} = 60$$

$$BM = \frac{120}{MC}$$

$$S_{\triangle BMC} = \frac{BM \cdot MC}{2} \Rightarrow MB \cdot MC = 120$$

$$\frac{120^2}{MC^2} + MC^2 = 400$$

$$MC^2 = t$$

$$t^2 - 400t + 120^2 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 200^2 - 120^2 = 80 \cdot 320 = 160^2$$

$$t = 200 \pm 160 \Rightarrow \begin{cases} 40 \\ 360 \end{cases}$$

$$MC = \begin{cases} 250 \\ 650 \end{cases} \quad MB = \begin{cases} 650 \\ 250 \end{cases}$$

все будет одинаково в зависимости какой выберем MC

$$MC = 250 \quad MB = 650$$

$$MC = 650 \quad MB = 250$$

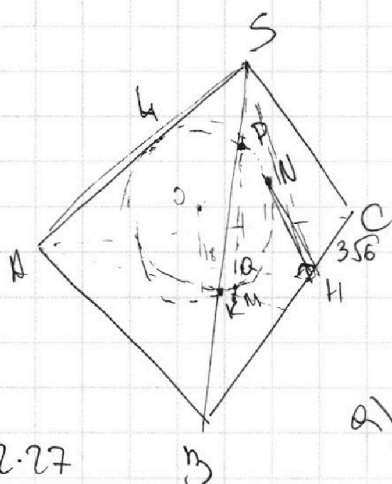
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

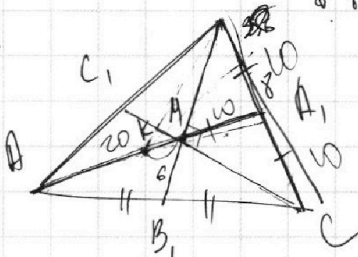
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\angle SCBA = ?$

$$\frac{5}{3} \cdot \frac{36}{11}$$



$$16 \cdot 6$$

$$96$$

$$SP = QM$$

$$S_{ABC} = 180$$

$$SA = BC = 20$$

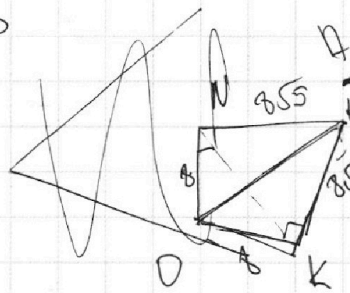
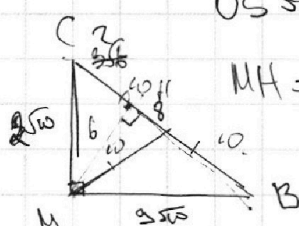
а) $AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = ?$

$$\frac{AM}{MA_1} = \frac{2}{1}$$

$$ON = 8 \quad SN = 6$$

$$OS = 10$$

$$MH = 6$$



$$KM^2 = NQ \cdot PM$$

$$SL^2 = SP \cdot SQ$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$15 + 15 = 0$$

$$S_{BCC_1} = 90$$

$$S_{BMC} = 60$$

$$KM = SL \Rightarrow AM = 10$$

$$AA_1 = 30$$

н

$$CH = \sqrt{90 - 36} =$$

$$= \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$$

$$BC \cdot MC = 120$$

$$BC = \frac{120}{MC}$$

$$BC \cdot MC = 120$$

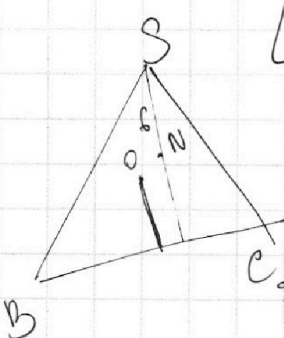
$$\begin{cases} BC \cdot MC = 120 \\ BC^2 + MC^2 = 400 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_{10}^4 x - \frac{16}{3} \log_{10} x = -5 \\ \log_{10}^4 \frac{x}{3} - \frac{16}{3} \log_{10} \frac{x}{3} = -5 \end{cases}$$

$$14400$$

$$\frac{14400}{MC^2} + MC = 100$$

$$t^2 - 100t + 14400 = 0$$



$$t^2 - 100t + 14400 = 0$$

$$\frac{14400}{t} = 2500$$

$$t = 200 \pm 120 = \begin{cases} 320 \\ 80 \end{cases}$$

$$\frac{\phi}{u} = 40000 - 14400 = 25600 = 160^2$$

$$= 80 \cdot 320 = 160^2$$

$$\sqrt{350 \cdot 550 \cdot 30} = 8100$$

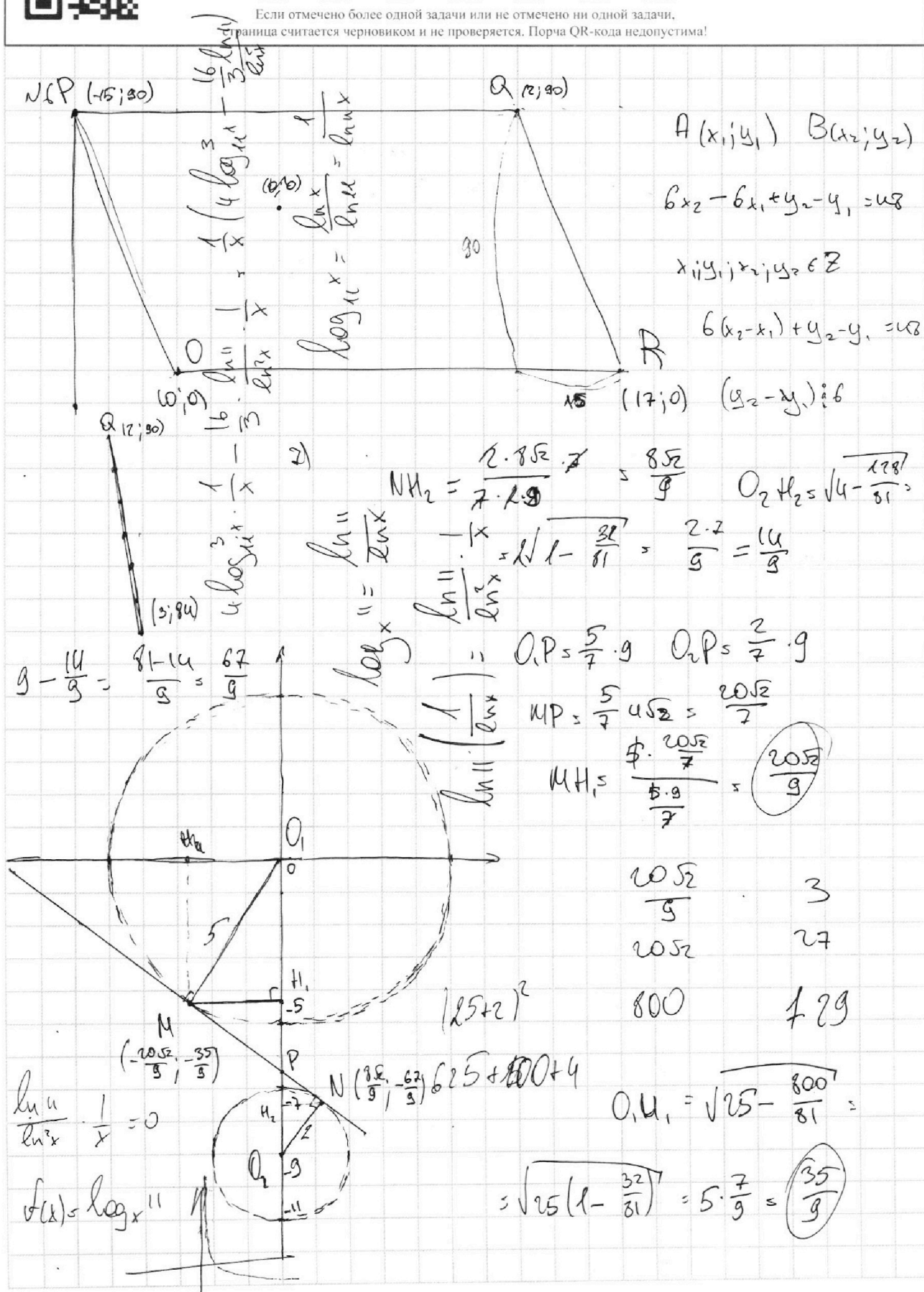
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

[illegible]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, ницца считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



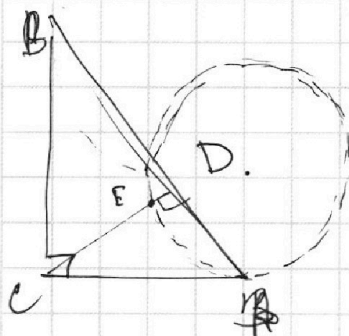
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

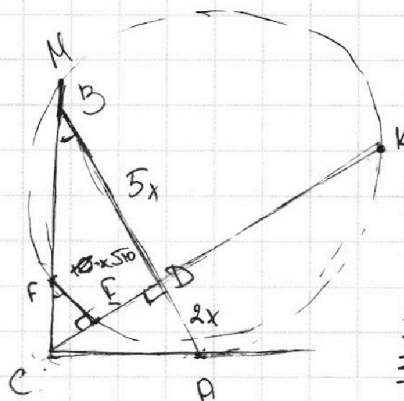
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$CA = 8\sqrt{10}$$

$$CB = 8\sqrt{35}$$



$$AB \parallel EF$$

$$\frac{AB}{BD} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = ?$$

$$\frac{62}{7} \approx 8.86$$

$$S_{ACD} = CD \cdot AD \cdot \frac{1}{2}$$

$$S_{CEF} = CE \cdot EF \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{CD \cdot AD}{CE \cdot EF}$$

$$CA^2 = CE \cdot CD$$

$$CD = 10x^2$$

$$\triangle CEF \sim \triangle CBD$$

$$\frac{S_{CEF}}{S_{CBD}} = \left(\frac{CE}{CD}\right)^2$$

$$CA^2 = 8\sqrt{10} \cdot CE$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CBD}} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{CE}{CD}\right)^2$$

$$S_{CBD} = S_{CEF} \cdot \left(\frac{CD}{CE}\right)^2$$

$$CB = \sqrt{25x^2 + 10x^2} = x\sqrt{35}$$

$$CA = \sqrt{49x^2 - 35x^2} = x\sqrt{14}$$

$$\frac{CB}{CD} = \frac{7\sqrt{10}}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{7}{5}$$

$$CA^2 = 14x^2 = CE \cdot 8\sqrt{10}$$

$$CE = \frac{14}{8\sqrt{10}} x = \frac{7\sqrt{10}}{5} x$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{2}{5} \cdot \frac{149}{25} = \frac{98}{125}$$

$$L_5 \frac{-\frac{62}{5} + \frac{35}{5}}{\frac{162}{5} + \frac{1052}{5}} = \frac{-\frac{32}{8}}{\frac{2852}{8}} = -\frac{8}{2852} = -\frac{452}{7}$$

$$\frac{+5}{6a} = \frac{452}{7}$$

$$a = \frac{35}{2452}$$

$$L_5 \frac{b}{6a} = \frac{452}{35}$$

$$b = \frac{160 - 14052}{63}$$

$$b = \frac{2(180 - 2052)}{63} = \frac{35}{1452}$$

$$\begin{aligned} & kx + c = y \\ & \frac{2052}{5} = \frac{1452}{7} \cdot \frac{2052}{5} \\ & \frac{14052 - 160}{63} \\ & \frac{14052 - 160}{63} \\ & \frac{14052 - 160}{63} \\ & \frac{14052 - 160}{63} \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

23

$$\text{W arccos}(\sin x) = \pi - x \quad \text{arccos} \in [0, \pi]$$

$$W \text{ arccos}(\sin x) \in [0, W\pi]$$

$$0 \leq 9\pi - 42x \leq 10\pi \quad | -9\pi$$

$$-9\pi \leq -2x \leq \pi \quad | \cdot (-1)$$

$$-\pi \leq 2x \leq \pi \quad x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x)$$

$$5\pi - \arcsin(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$-10x = 4\pi - 2x$$

$$f_x = -4\pi$$

$$x = -\frac{\pi}{2}$$

1/4 u per ~~per~~ Q-?

$$\begin{aligned} & \int 5x + 6xy - 6 \Rightarrow \\ & \int \underbrace{(x^2 + y^2 - 25)}_{x^2 + y^2 = 25} (x^2 + y^2 + 18y + 77) \Rightarrow \\ & \quad \quad \quad x^2 + (y+9)^2 = 4 \end{aligned}$$

$$5x + 6y = 2$$

и при этом

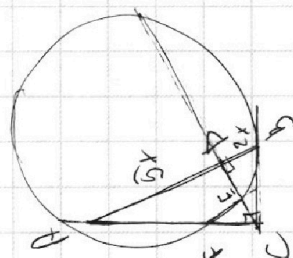
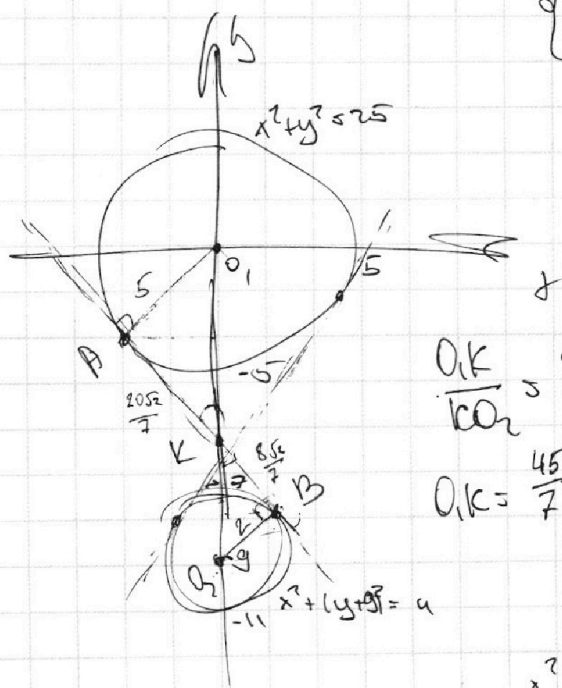
$$5x = 6$$

$$x = \frac{1}{5}$$

$$y = \frac{b-5x}{6a} = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$$

$$x^2 + \frac{6x - 10}{56x^2} + 25x^2 - 25 = 0$$

$$x^2 \left(1 + \frac{25}{36a^2} \right) - \frac{10b}{36a^2} \times -25 + \frac{b^2}{36a^2} = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{\phi}{u} = \frac{25b^2}{36a^2} - \left(1 + \frac{25}{36a^2}\right) \left(\frac{b^2}{36a^2} - 25\right) = \frac{25^2}{36a^2} + 25 - \frac{b^2}{36a^2} - 50$$

$$\frac{b^2}{36a^2} + \frac{10b^2}{36a^2} - 25 - \frac{25^2}{36a^2}$$

$$\left(\frac{25}{6a}\right)^2 + 5^2 = \left(\frac{b}{6a}\right)^2$$

$$81 - 49 = 32 \quad (4.52)^2 \quad 5.39$$

$$x^2 - 25 + (x-9)^2 - 81 = 32$$

$$2x^2 - 18x - 57 = 0 \quad \frac{x}{u} = 81 + 11u = 195$$

$$y^2 = 25 - x^2$$

$$y = \sqrt{25 - x^2} \Rightarrow y' = \frac{1}{\sqrt{25 - x^2}} \cdot (-2x) = -\frac{2x}{\sqrt{25 - x^2}} = -\frac{5}{6a}$$

$$(y_0)^2 = 4 - x^2$$

$$y + 9 = \sqrt{4 - x^2}$$

$$y = \sqrt{4 - x^2} - 9 \quad y' = \frac{-2x}{\sqrt{4 - x^2}} = -\frac{5}{6a}$$

$$\frac{+2x}{\sqrt{25 - x^2}} = \frac{+2x}{\sqrt{4 - x^2}}$$

$$x \left(\frac{1}{\sqrt{25 - x^2}} - \frac{1}{\sqrt{4 - x^2}} \right) = 0$$

$$\sqrt{25 - x^2} = \sqrt{4 - x^2}$$

$$\frac{2x}{5x} = \frac{2x}{7x} \Rightarrow 7x = 5x \Rightarrow x = \frac{9}{2}$$

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

$$25 - x_0^2 + \frac{-2x_0}{\sqrt{25 - x_0^2}}(x - x_0) =$$

$$\frac{-2x}{\sqrt{4 - x^2}} = \frac{5}{6a}$$

$$\frac{2x}{\sqrt{25 - x^2}} = \frac{5}{6a}$$

$$12ax = 5\sqrt{25 - x^2}$$

$$a = \frac{5\sqrt{25 - x^2}}{12x}$$

$$12ax = 5\sqrt{4 - x^2}$$

$$a = \frac{5\sqrt{4 - x^2}}{12x}$$

$$25 - x_1^2 = 4 - x_2^2$$

$$x_1^2 - x_2^2 = 21$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$xy \neq 1$

$$\log_{11}^u - 6 \log_{11}^{11} = \log_{11}^{\frac{1}{11}} - 5 \quad (1)$$

$$\log_{11}^u \left(\frac{1}{2}y\right) + \log_{11}^{\frac{1}{2}y} = \log_{11}^{\frac{1}{2}} (11^{-13}) - 5 \quad (2)$$

1) $\log_{11}^u - \frac{6}{\log_{11}^u} = -\frac{2}{3} \log_{11}^{11} - 5$

$\frac{1}{\log_{11}^u} - 6 \log_{11}^{11} = -\frac{2}{3} \log_{11}^{11} - 5$

$\frac{1}{t^u} - 6t = -\frac{2}{3}t - 5$

$\frac{1}{t^u} - \frac{16}{3}t + 5 = 0$

2) $\frac{1}{\log_{11}^{\frac{1}{2}y} 11} + \log_{11}^{\frac{1}{2}y} = 6$

$= -\frac{13}{3} \log_{11}^{\frac{1}{2}} - 5$

$\frac{1}{m^u} + m = -\frac{13}{3}m - 5$

$\frac{1}{m^u} + \frac{16}{3}m + 5 = 0$

(2)-(1)

$\frac{1}{m^u} - \frac{1}{t^u} + \frac{16}{3}(m+t) = 0$

$m^u - m t^u + \frac{16}{3} \left(\frac{m_1+t_1}{m_1 t_1} \right) = 0$

$\frac{1}{m} = m'$ $\frac{1}{t} = t'$

$\log_{11}^m$ $\log_{11}^{t'}$

$(m_1+t_1)(m_1-t_1)(m_1^2+t_1^2)$

$(m_1+t_1) \left(\log_{11}^{\frac{2x}{3}} (m_1^2+t_1^2) + \frac{16}{3m_1 t_1} \right) = 0$

$\log_{11}^{\frac{xy}{2}}$ $(xy=2)$

$\log_{11}^{\frac{2x}{3}} \left(\log_{11}^{\frac{xy}{2}} - 2m_1 t_1 \right) + \frac{16}{3m_1 t_1} =$

$\log_{11} (m_1 - t_1) \left((m_1 + t_1)^2 - 2m_1 t_1 \right) + \frac{16}{3m_1 t_1}$