



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .

3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-14;42)$, $Q(6;42)$ и $R(20;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Реш 6 $a = 2^{a_2} \cdot 3^{a_3} \cdot 5^{a_5}$, $b = 2^{b_2} \cdot 3^{b_3} \cdot 5^{b_5}$,
 $c = 2^{c_2} \cdot 3^{c_3} \cdot 5^{c_5}$, $a_2, a_3, a_5, b_2, b_3, b_5, c_2, c_3, c_5$
 $\in \mathbb{N} \cup \{0\}$. $7 \mid a, 6 \mid b, c \in \mathbb{N}$.
 Тогда: $ab = 2^{a_2+b_2} \cdot 3^{a_3+b_3} \cdot 5^{a_5+b_5} = 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} a_2 + b_2 \geq 9 \\ a_3 + b_3 \geq 10 \\ a_5 + b_5 \geq 10 \end{cases}$$

Аналогично, для bc : $\begin{cases} b_2 + c_2 \geq 14 \\ b_3 + c_3 \geq 13 \\ b_5 + c_5 \geq 13 \end{cases}$, для ac : $\begin{cases} a_2 + c_2 \geq 19 \\ a_3 + c_3 \geq 18 \\ a_5 + c_5 \geq 30 \end{cases}$.

Значит: $\begin{cases} a_2 + b_2 \geq 9 \\ a_2 + b_2 \geq 19 \\ b_2 + c_2 \geq 14 \end{cases} \Rightarrow a_2 + b_2 + c_2 \geq 21$.

$\begin{cases} a_3 + b_3 \geq 10 \\ b_3 + c_3 \geq 13 \\ a_3 + c_3 \geq 18 \end{cases} \Rightarrow a_3 + b_3 + c_3 \geq \frac{41}{2}$
 т.к. $a_3, b_3, c_3 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$,

$$a_3 + b_3 + c_3 \geq 21$$

$\begin{cases} a_5 + b_5 \geq 10 \\ b_5 + c_5 \geq 13 \\ a_5 + c_5 \geq 30 \end{cases} \Rightarrow a_5 + b_5 + c_5 \geq 27$
 т.к. $a_5, b_5, c_5 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$,

$$a_5 + b_5 + c_5 \geq 27$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a \cdot b \cdot c \geq 2^{a_2+b_2+c_2} \cdot 3^{a_3+b_3+c_3} \cdot 5^{a_5+b_5+c_5} \geq 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{27}$$

$$abc; ac \Rightarrow abc: 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$\Rightarrow a_5 + b_5 + c_5 \geq 30$$

$$abc \geq 2^{24} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$$

$$\text{Пример: } a = 2^7 \cdot 3^8 \cdot 5^{10}$$

$$b = 2^2 \cdot 3^2$$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{11} \cdot 2^{20}$$

$$\text{Ответ: } 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

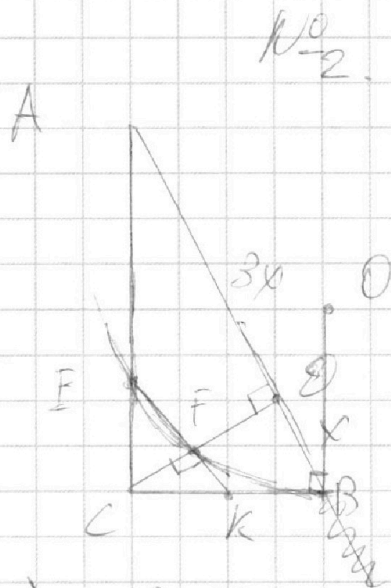
$\triangle ABC$
 $W(O; R)$

$W \cap BC = B$
- касан.
 CE - высота
 $W \cap CO = F$

$W \cap AC = E$
 $AB \parallel EF$
 $AO:OB = 3:1$

Найти:

$\frac{S(\triangle ABC)}{S(\triangle CEF)}$



Дано: $EF \perp CB = K$

$EF \parallel AB$

$CO \perp AB$
 $\Rightarrow CO \perp EK$

CF - высота $\triangle ECK$.

$\triangle ECK \sim \triangle CEF$

2) $\angle CEK = \angle CAD$, $\angle EKE = \angle CBO$
($\angle CBO = \angle CAD$ при $EF \parallel AB$ и серединном перпендикуляре к BC)

$\Rightarrow \triangle CEF \sim \triangle CAD$, $\triangle CKE \sim \triangle CBO$
(по 2-м углам).

$$\frac{CF}{CO} = \frac{EF}{AO} = \frac{OB}{EK} \cdot \frac{EK}{OB}$$

$$\frac{EF}{EK} = \frac{AO}{OB} = 3:1 \Rightarrow KF = \frac{1}{4} KE.$$

3) По теореме Пифагора в $\triangle ECK$ и $\triangle CEF$ получаем:

$$KB^2 = KF \cdot KE$$

$$KB^2 = KF^2$$

$$KF = KB \quad 2KF = KB.$$

4)

из $\triangle ECK$, $\triangle CEF$, $\triangle ECK$ и $\triangle CEF$ по теореме Пифагора,

$$\begin{cases} EC^2 + KF^2 = EK^2 \\ EK^2 + CF^2 = CK^2 \\ EK^2 + CF^2 = EC^2 \end{cases} \Rightarrow 2CF^2 + KF^2 + 9KF^2 = 16KF^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$CF = \sqrt{3} FK.$$

$$\text{tg } \angle FCK = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \angle FCK = 30^\circ$$

$$\begin{aligned} \angle CFK &= 90^\circ \quad CK = FK \cdot \frac{1}{\sin 30^\circ} = 2FK \\ BC &= BK + CK = 4FK \\ \frac{KC}{BC} &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{В } \triangle ABC \text{ и } \triangle ECK: \\ \angle C &= \angle C \quad \angle CEF = \angle CEK \quad (\text{поскольку } EF \parallel AC) \\ &= \angle CKF \end{aligned}$$

$$\Rightarrow CK = \frac{EK}{\sin 30^\circ} = 2EK.$$

$$BC = BK + CK = 4EK.$$

$$\begin{aligned} \text{В } \triangle ABC \text{ и } \triangle ECF \text{ по 2-му признаку } \angle CFE = \angle CAB, \\ \angle CFE = \angle CAD - \text{одна сторона } EF \parallel AB \text{ со стороны } AC. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{S(\triangle ABC)}{S(\triangle ECF)} &= \left(\frac{BC}{CF} \right)^2 = \left(\frac{4EK}{\sqrt{3}EK} \right)^2 = \frac{16}{3} \end{aligned}$$

ответ: $\frac{16}{3}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{NR3} \\ \text{I } \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$- \arcsin(\cos x) =$$

$$\arcsin(\cos x) \in \left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$$

$$\Rightarrow x \in [-3\pi; 2\pi]$$

$$\frac{5\pi}{2} - \arcsin(\cos x) = 2\pi - x.$$

$$\text{I } \arccos(\cos x) = 2\pi - x.$$

$$\text{I } x \in [0; \pi] \Rightarrow \arccos(\cos x) = x.$$

$$5x = 2\pi - x$$

$$x = \frac{\pi}{3} \in [0; \pi].$$

$$\text{II. } x \in [\pi; 2\pi] \Rightarrow \arccos(\cos x) = 2\pi - x.$$

$$10\pi - 5x = 2\pi - x.$$

$$x = 2\pi \in [\pi; 2\pi].$$

$$\text{III. } x \in [-\pi; 0) \Rightarrow \arccos(\cos x) = -x$$

$$-5x = 2\pi - x.$$

$$x = -\frac{\pi}{2} \in [-\pi; 0)$$

$$\text{IV } x \in [-2\pi; -\pi) \Rightarrow \arccos(\cos x) = 2\pi + x$$

$$10\pi + 5x = 2\pi - x$$

$$x = -\frac{4\pi}{3} \in [-2\pi; -\pi).$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\downarrow x \in [-3\pi; -2\pi) \Rightarrow \arccos(\cos x) = -2\pi - x$$

$$-10\pi - 5x = 2\pi - x$$

$$x = -3\pi \in [-3\pi; -2\pi)$$

$$\text{Ответ: } -3\pi; -\frac{4\pi}{3}; -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{3}; 2\pi.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

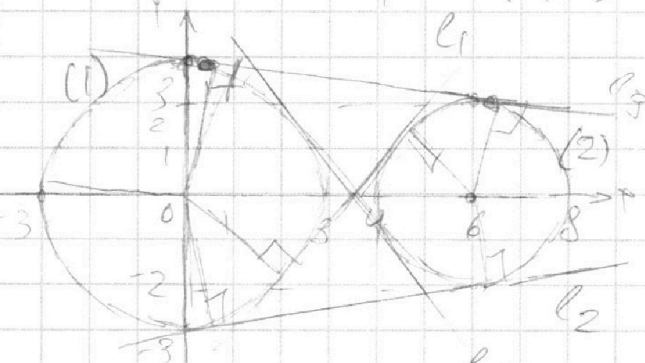


Реш.

$$\begin{cases} ax + 2y - 36 = 0 \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

4-7: 76 - решение
реш.

$$\begin{cases} y = -\frac{a}{2}x + \frac{36}{2} \\ x^2 + y^2 = 9 \quad (1) \\ (x-6)^2 + y^2 = 4 \quad (2) \end{cases}$$



l_1, l_2, l_3, l_4 - общие кас. концентрических окружностей.

a_1, a_2, a_3, a_4 - их углы касательности.

$$a_1 > a_2 > a_3 > a_4$$

$$a_1 = -a_4, a_2 = -a_3 \text{ (симметричны } OX)$$

$a_2 = \frac{\pi}{6}, a_3 = -\frac{\pi}{6}$ - различные касательные.

$$\begin{cases} y = kx + c \\ x^2 + y^2 = 9 \\ (x-6)^2 + y^2 = 4 \end{cases} \text{ - решение задачи.}$$

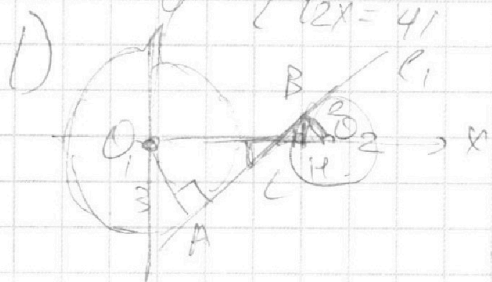
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ 12x = 41 \end{cases}$$

$\Delta O_1 A C \sim \Delta O_2 B C$ по 2-м углам

$$\frac{O_1 A}{O_2 B} = \frac{O_1 C}{O_2 C}$$

$$O_1 C = \frac{3}{2}, O_2 C = \frac{5}{2} \Rightarrow O_1 O_2 = \frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 4$$

$$O_1 C = \frac{12}{5}, O_2 C = \frac{18}{5}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$N^{\circ} 5$

$$1) \log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_x 243 - 8.$$

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 - \frac{5}{2} \log_x 3 + 8 = 0$$

$$\log_3^4 x + \frac{7}{2} \log_x 3 + 8 = 0$$

Пусть $\log_x x = t$. Тогда: $(t \neq 0)$

$$t^4 + \frac{7}{2t} + 8 = 0.$$

$$2t^5 + 16t + 7 = 0.$$

$$t^4 + 8 = -\frac{7}{2t}.$$

$$t^4 + 8 \geq 0 \text{ при л. т. } x$$

$$\Rightarrow t < 0, \text{ при } t > 0 - \text{нет рещ.}$$

При $t < 0$, $t^4 + 8 \searrow, -\frac{7}{2t} \nearrow$

$\Rightarrow$ Фр-е имеет не более 1 рещ на

$t \in (-\infty; 0)$ в силу монотонности

$-\frac{7}{2t}$ - непрерывна, непрерывна на $(-\infty; 0)$.

При $t = -\frac{2}{7}, -\frac{7}{2t} = 1 \leq t^4 + 8 \leq t^4 + 8.$

При $t = -\frac{1}{18}, -\frac{7}{2t} = 63 > (\frac{1}{18})^4 + 8.$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Значит, в силу непрерывности, $-\frac{7}{2t}$,

что f пересекет график $-\frac{7}{2t}$ и $t^4 + 8$.

f - g ур. x имеет единственное решение

на $(-\infty; 0)$ и не имеет реш. при $t > 0$.

Вернёмся к x ур. x равносильно x_0 (и наоборот).
т.е. если x_0 — решение ур. x .

$$\log_3^4(54) + 2 \log_{54} 3 = \log_{254} (3^{11}) - 8$$

$$\log_3^4(54) + 2 \log_{54} 3 - \frac{11}{2} \log_{54} 3 + 8 = 0$$

$$\log_3^4(54) - \frac{7}{2} \log_{54} 3 + 8 = 0$$

$$\log_3^4\left(\frac{1}{54}\right) + \frac{7}{2} \log\left(\frac{1}{54}\right) 3 + 8 = 0$$

$$\log_3^4\left(\frac{1}{54}\right) + \frac{7}{2} \log\left(\frac{1}{54}\right) 3 + 8 = 0$$

У 1) , что g x имеет ед. реш. x_0 ,
т.ч. $\frac{1}{54} = x_0$. $(x_0 \neq 0)$

$$x_0 y_0 = \frac{1}{5}$$

x_0, y_0 — ед. решение 1-го и 2-го ур. — ит.

Ответ: $\frac{1}{5}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



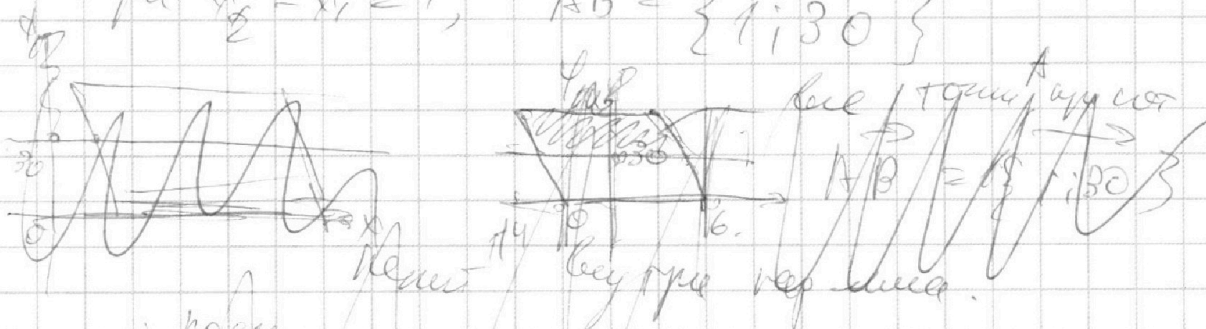
№6.

$$3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33.$$

$$\Rightarrow y_2 - y_1 = -3(x_2 - x_1) + 33.$$

$$\vec{AB} = \{x_2 - x_1; y_2 - y_1\} = \{x_2 - x_1; -3(x_2 - x_1) + 33\}$$

при $x_2 - x_1 = 1$, $\vec{AB} = \{1; 30\}$



показали их как-то.

$$(y_2 - 30 + 1) (20 - 1 + 2)$$

порт. 3-й порядок. порт. 3-й порядок.

$\{1; 3\}$ - вектор-скаляр. QR и PR.

$$\text{т.е. } \vec{AB} = \{0; 33\} + (x_2 - x_1) \{1; 3\}$$

$\{0; 33\}$ - вектор-скаляр. значение y внутри

вектор-скаляр. $\Rightarrow (y_2 - y_1) \in [-3; 23]$

20-е значение y , $(x_2 - x_1) \in [-30; 20]$.

$$(x_2 - x_1) \in [-3; 20]$$



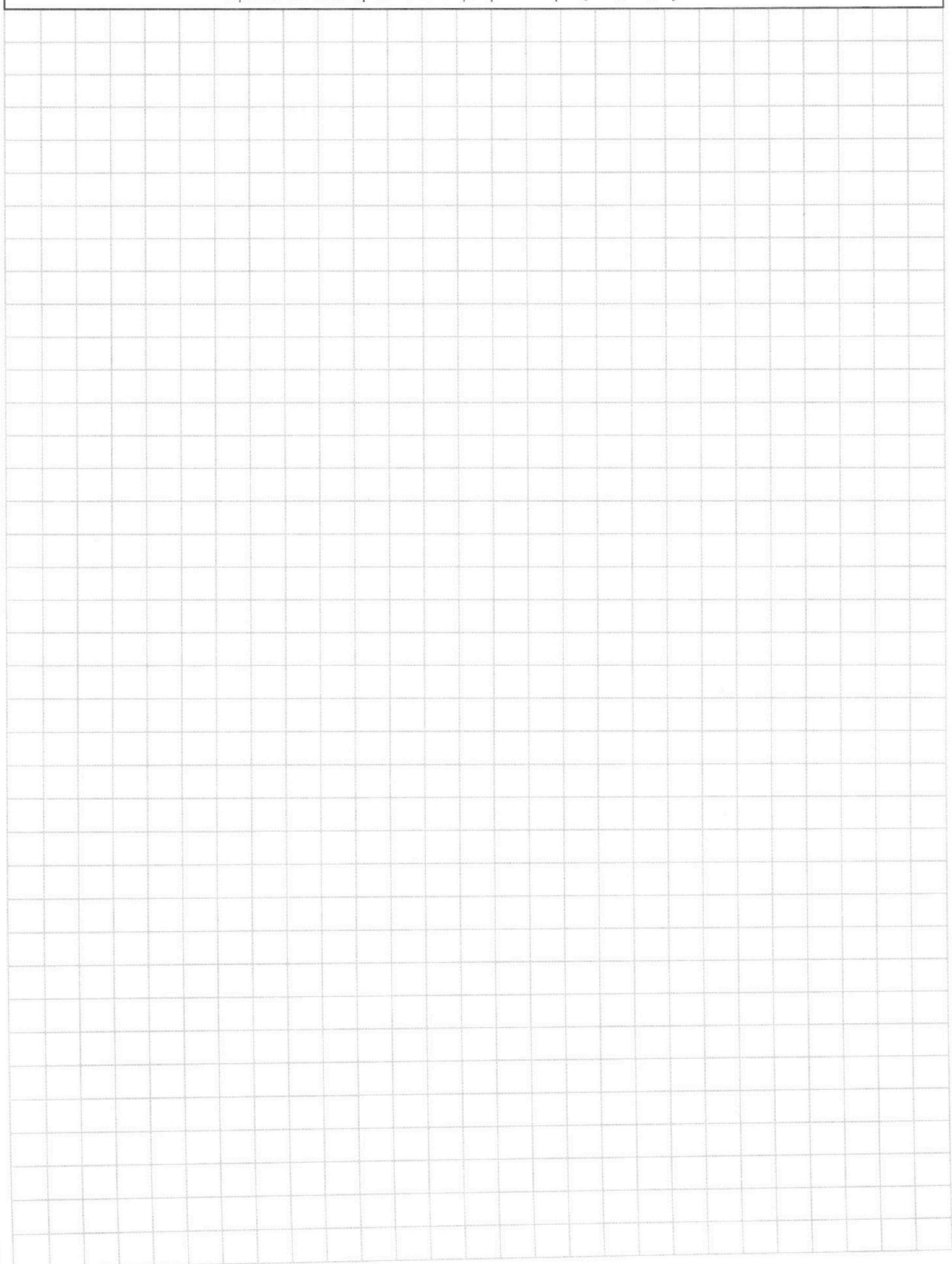
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3) \log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_x 243 - 8.$$

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \frac{5}{2} \log_x 3 - 8.$$

$$-1 \leq 0$$

$$\log_3^4 x + \frac{7}{2} \log_x 3 + 8 = 0.$$

$$0(0,0) \quad 1 \quad 30$$

$$\log_3^4 x + \frac{7}{2} \log_x 3 + 8 = 0.$$

$$1111$$

$$\frac{11}{2}$$

$$\frac{1}{24}$$

$$\frac{1}{24}$$

$$40$$

$$2 \log_3^5 x + 16 \log_3 x + 7 = 0.$$

$$21$$

$$2 \log_3^4 x$$

$$2 \log_3^4 x$$

$$42 - 2; -4112$$

$$-13$$

$$12$$

$$2 \log_3^4 x + 16 \log_3 x - 7 = 0.$$

$$(\log_2 4)^2 = 4 \log_2 4 \cdot \log_2 4 + \frac{7}{2} \log_x 3 + 8 = 0.$$

$$(\log_2 4) = 1, (\log_2 \frac{1}{4}) = -1$$

$$\frac{7}{2} \log_x 3 \leq 8.$$

$$\log_3^4 34 = \frac{7}{2}.$$

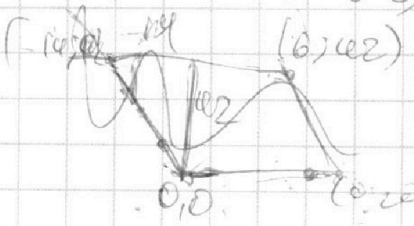
$$\log_x 3 = \frac{16}{7} \quad (9) \quad 33$$

$$(\log_2 x)^2 = (-\log_2 x)^2 \cdot x^{\frac{10}{7}}$$

$$= (\log_2 \frac{1}{x})^2.$$

$$3 \sqrt[4]{16} \geq x \neq 1$$

$$\varphi = -3x.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



IV

$$x \in [2\pi; -2\pi]$$

$$\cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right) = \frac{2\pi}{3}$$

$$-\frac{8\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$40\pi + 5x = 2\pi - x$$

$$x = -\frac{4\pi}{3}$$

$$\cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right) =$$

V

$$y \in [-3\pi; -2\pi]$$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{6}$$

$$-\frac{\pi}{3} - 2\pi = -\frac{7\pi}{3}$$

$$y_2 = 3y_1 + 3x_2 = y_1 + 3y_1 + 3x_2$$

$$\begin{cases} 0x + 2y - 36 = 0 \\ (x^2 + y^2 + 6x - 12y + 36) = 0 \end{cases}$$

$$-2\pi = x \neq x \cos$$

$$-2\pi - x$$

$$10\pi - 5x = 2\pi - x$$

$$-12\pi = -4x$$

$$x = 3\pi$$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right), 2\pi, -\frac{2\pi}{3}, -\frac{4\pi}{3}, 3\pi$$

$$x^2 - 6x + y^2 = 4$$

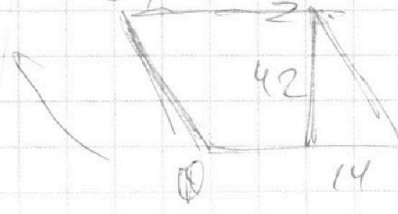
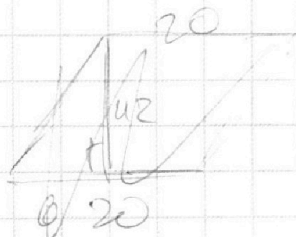
$$y_2 = y_1$$

$$y_2 - y_1 = 3(x - y) + 3$$

$$y = -\frac{4}{2}x + \frac{36}{2}$$

$$80 + 4^2 =$$

$$14\sqrt{10}$$





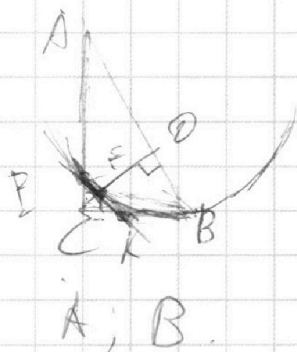
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AO:OB = 3:1$$

$$KB^2 = KF \cdot KE$$

$$KF \cdot KE = :$$

$$AO:OB = EF:FK = 3:1$$

$$KF:KE = 4KF^2$$

$$5 \arcsin(\cos x) \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \right] \quad \frac{\pi}{2};$$

$$\begin{cases} y_1 = x_2; \\ y_2 = \pi - x_1 \end{cases}$$

$$5 \arcsin(\cos x) = \pi + \frac{\pi}{2}$$

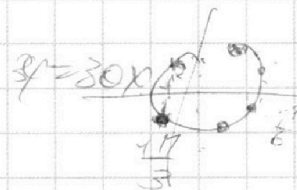
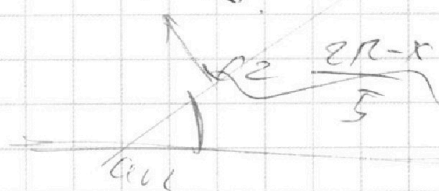
$$[-3\pi; 2\pi] \quad \{1; 30\}$$

$$\frac{5\pi}{2} - 5 \arcsin(\cos x) = \pi + 3\pi \quad \pi + 2\pi - x$$

$$5 \arccos(\cos x) = 2\pi - x$$

$$\arccos(\cos x) = \frac{2\pi - x}{5}$$

$$x \in [0; \pi]$$



$$\arccos(\cos \frac{4\pi}{3}) = \arccos(-\frac{1}{2}) = \frac{2\pi}{3} \quad \pi - \frac{4\pi}{3}$$

$$II. x \in [\pi; 2\pi]$$

$$5(2\pi - x) = 2\pi - x$$

$$III. x \in [-\pi; 0]$$

$$y = 2\pi \quad 5x = 2\pi - x$$

$$x = -\frac{\pi}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \quad 66: 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

$$6C: 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$$

$$\frac{f}{2} = \frac{1}{18}$$

$$a = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^{10} \quad ac: 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$b = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^{10} \quad 162 \geq 9$$

$$c = 2^{14} \cdot 3^{11} \cdot 5^{20} \quad b_2 + c_2 \geq 14$$

$$a_2 + c_2 \geq 19.$$

$$21 \cdot 5 + 161 = -7.$$

$$2 \cdot (1^4 + 1^4 + 1) = -7.$$

$$2 \cdot (10 + 6 + c) \geq 22.$$

$$1^4 + 8 = \frac{-7}{26}.$$

$$1 < 0.$$

$$49 + b_3 \geq 10$$

$$b_3 + c_3 \geq 13$$

$$a_3 + c_3 \geq 18$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 16x^2 \\ c^2 + x^2 = 62 \end{cases}$$

$$c^2 + 4x^2 = 4R.$$

$$a_3 + b_3 + c_3 \geq \frac{47}{2}$$

$$2c^2 + 10x^2 = 6R$$

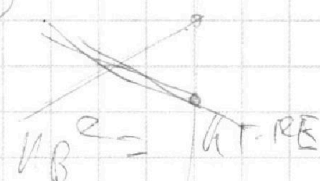
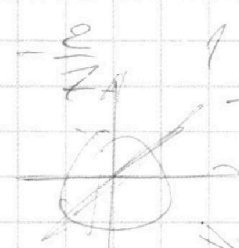
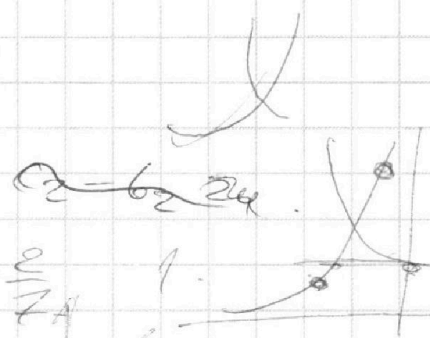
$$c^2 = 3x^2$$

$$c = \sqrt{3}x.$$

$$21 \cdot 5 \cdot 27 \cdot 2 = \frac{53}{2}$$

$$S_{\triangle A} = EK \quad CK = 2EK.$$

$$CE \perp EF$$



$$KB = \frac{1}{4} KE$$

$$KA = \frac{1}{2} KE$$

$$CK = R, \frac{CO}{RBC}$$

$$BC = 4KE$$

$$\geq \frac{47}{2}$$

$$14 < 10R = \frac{1}{10} + 13 + 20$$

$$\frac{CK}{EK} = \frac{EG}{GF}$$

$$EK \perp GF$$