



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4 (0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

4) Ключи можно переименовать поим.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \text{ord}_2(a) + \text{ord}_2(b) \geq 6 \\ & \text{ord}_2(a) + \text{ord}_2(c) \geq 16 \\ & \text{ord}_2(b) + \text{ord}_2(c) \geq 14 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \text{ord}_2(a) + \text{ord}_2(b) \geq 6 \\ \text{ord}_2(a) + \text{ord}_2(c) \geq 16 \\ \text{ord}_2(b) + \text{ord}_2(c) \geq 14 \end{aligned}} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} & \text{ord}_2(abc) = \\ & \text{ord}_2(a) + \text{ord}_2(b) + \text{ord}_2(c) \geq \\ & \frac{6+16+14}{2} = 18 \end{aligned}$$

p-ko been. npr $\text{ord}_2(a) = 4, \text{ord}_2(b) = 2, \text{ord}_2(c) = 12$.
(See you. un. un. npr 7mau cosu.)

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & \text{ord}_5(a) + \text{ord}_5(b) \geq 11 \\ & \text{ord}_5(b) + \text{ord}_5(c) \geq 13 \\ & \text{ord}_5(a) + \text{ord}_5(c) \geq 28 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \text{ord}_5(a) + \text{ord}_5(b) \geq 11 \\ \text{ord}_5(b) + \text{ord}_5(c) \geq 13 \\ \text{ord}_5(a) + \text{ord}_5(c) \geq 28 \end{aligned}} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} & \text{ord}_5(abc) = \\ & \text{ord}_5(a) + \text{ord}_5(b) + \text{ord}_5(c) \geq \\ & \text{ord}_5(a) + \text{ord}_5(c) \geq 28 \end{aligned}$$

p -во ввен. при $\text{ord}_5(a) = 14$, $\text{ord}_5(b) = 0$, $\text{ord}_5(c) = 14$.
(все условия линейной сист. при этом собл.)

(3) $\left. \begin{array}{l} \text{ord}_3(a) + \text{ord}_3(b) \geq 13 \\ \text{ord}_3(b) + \text{ord}_3(c) \geq 21 \\ \text{ord}_3(a) + \text{ord}_3(c) \geq 25 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{ord}_3(abc) = \\ \text{ord}_3(a) + \text{ord}_3(b) + \text{ord}_3(c) \geq \\ \frac{25+21+13}{2} = \frac{59}{2} = 29,5 \\ \Rightarrow \text{ord}_3(abc) \geq 30 \\ (\text{m.u. } \text{ord}_3(abc) \in \mathbb{N}) \end{array}$

p-боббин. нпр $\text{ord}_3(a)=8, \text{ord}_3(b)=5, \text{ord}_3(c)=17$.
(всё уже. все-таки обнужены)

Uhlen, rmo $abc: 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28} \Rightarrow abc \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

$abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$ ногу . ног бе уи . зогари ни
 $a = 2^4 \cdot 3^8 \cdot 5^{14}$, $b = 2^2 \cdot 3^5$, $c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{14}$.

Omlaem: ~~2~~ $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

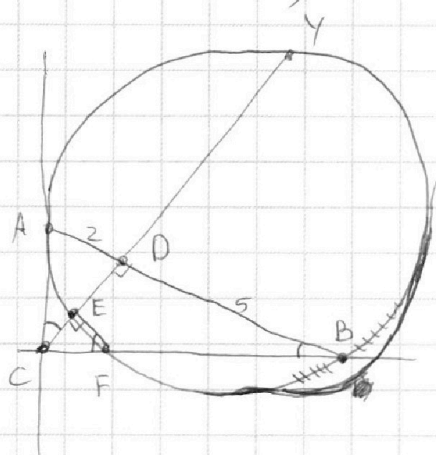
1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N2 (часть 1)



Обозначим длину AD как
2 у.е., тогда т.к. $\frac{AB}{BD} = \frac{7}{5} \Leftrightarrow$
 $\frac{AD}{DB} = \frac{2}{5} \Rightarrow$ длина DB равна 5 у.е.
Далее рассмотрим Δ длин и площадей
будет произведение сторон
в у.е. и (у.е.)² соотв. и линии
не умножаются у.е. не будут.

1) $\frac{AD}{CD} = \frac{PC}{BD} \Rightarrow PC^2 = AD \cdot BD = 10 \Rightarrow PC = \sqrt{10}$ (по теореме о хордах
высотой в Δ)

$AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{4 + 10} = \sqrt{14}$

$CB = \sqrt{CD^2 + DB^2} = \sqrt{25 + 10} = \sqrt{35}$

(теор. Пиф.)

2) Проведем CE до второго пересечения с окружностью (AEF).

Тогда $\deg(D) = 2 \cdot 5 = AD \cdot BD = ED \cdot DY = (CD - CE) \cdot DY = (\sqrt{10} - CE) \cdot DY$

$\deg(C) = AC^2 = 14 = CE \cdot CY = CE(CD + DY) = CE(\sqrt{10} + DY)$

$\Rightarrow$ получаем сист.
$$\begin{cases} 10 = (\sqrt{10} - CE) DY \\ 14 = CE(\sqrt{10} + DY) \end{cases}$$

для удобства $CE = a, DY = b$

$$\begin{cases} 10 = \sqrt{10}b - ab \\ 14 = ab + \sqrt{10}a \end{cases}$$

$\Rightarrow 24 = \sqrt{10}(a+b) \Rightarrow b = \frac{24}{\sqrt{10}} - a > 0$

$\Rightarrow 14 = a\left(\frac{24}{\sqrt{10}} - a\right) + \sqrt{10}a = -a^2 + \left(\frac{24}{\sqrt{10}} + \sqrt{10}\right)a = -a^2 + \frac{34}{\sqrt{10}}a$

$\Rightarrow a^2 - \frac{34}{\sqrt{10}}a + 14 = 0$

$D_a = \frac{34^2}{10} - 4 \cdot 14 = \frac{1156 - 560}{10} = \frac{596}{10}$

$a = \frac{\frac{34}{\sqrt{10}} \pm \sqrt{D_a}}{2} = \frac{\frac{34}{\sqrt{10}} \pm \frac{\sqrt{596}}{\sqrt{10}}}{2} = \frac{17 \pm \sqrt{149}}{\sqrt{10}}$

Если $a = \frac{17 + \sqrt{149}}{\sqrt{10}}$, то $a < \frac{24}{\sqrt{10}} \Rightarrow 17 + \sqrt{149} < 24 \Rightarrow \sqrt{149} < 7 \Rightarrow 149 < 49 \Rightarrow$
 $a \neq \frac{17 + \sqrt{149}}{\sqrt{10}} \Rightarrow a = \frac{17 - \sqrt{149}}{\sqrt{10}} > 0 \Rightarrow CE = \frac{17 - \sqrt{149}}{\sqrt{10}}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N2 (часть 2)

3) $\triangle ACD \sim \triangle CBD$ (CD - высота в $\triangle$)

$\triangle CEF \sim \triangle CDB$ (EF || DB и лежат на одной прямой)

$\Rightarrow \triangle ACD \sim \triangle CFE \Rightarrow \frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = k^2_{подобия} = \frac{AD^2}{CE^2} =$

$$\frac{4}{\frac{(17 - \sqrt{149})^2}{10}} = \frac{40}{289 - 34\sqrt{149} + 149} = \frac{40}{438 - 34\sqrt{149}} = \frac{20}{219 - 17\sqrt{149}}$$

Ответ: $\frac{20}{219 - 17\sqrt{149}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N3

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{9\pi - 2x}{10}$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{2} - x + 2\pi k = \frac{9\pi - 2x}{10} \Leftrightarrow 5\pi - 10x + 20\pi k = 9\pi - 2x \Leftrightarrow 8x = 20\pi k - 4\pi \\ \frac{\pi}{2} - x + 2\pi k \in [0; \pi], k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}\pi k - \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{cases} -\frac{\pi}{2} + x + 2\pi k = \frac{9\pi - 2x}{10} \Leftrightarrow -5\pi + 10x + 20\pi k = 9\pi - 2x \Leftrightarrow 12x = 14\pi - 20\pi k \\ -\frac{\pi}{2} + x + 2\pi k \in [0; \pi], k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{7}{6}\pi - \frac{5}{3}\pi k$$

$$\begin{cases} x = \frac{5}{2}\pi k - \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{2} - \frac{5}{2}\pi k + \frac{\pi}{2} + 2\pi k \in [0; \pi], k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \pi - \frac{\pi k}{5} \in [0; \pi], k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{7}{6}\pi - \frac{5}{3}\pi k \\ -\frac{\pi}{2} + \frac{7}{6}\pi - \frac{5}{3}\pi k + 2\pi k \in [0; \pi], k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{2}{3}\pi + \frac{\pi k}{3} \in [0; \pi], k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{k}{5} \in [0; 1], k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3} + \frac{k}{3} \in [0; 1], k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow k \in \{0, 1, -1, -2\}$$

$$x = \frac{5}{2}\pi k - \frac{\pi}{2}, k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$x = \frac{7}{6}\pi - \frac{5\pi k}{3}, k \in \{2, 1, 0, 1\}$$

Ответ: $\begin{cases} x = \frac{5}{2}\pi k - \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}, k \in [0; 5] \\ x = \frac{7}{6}\pi - \frac{5\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}, k \in [2; 1] \end{cases}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

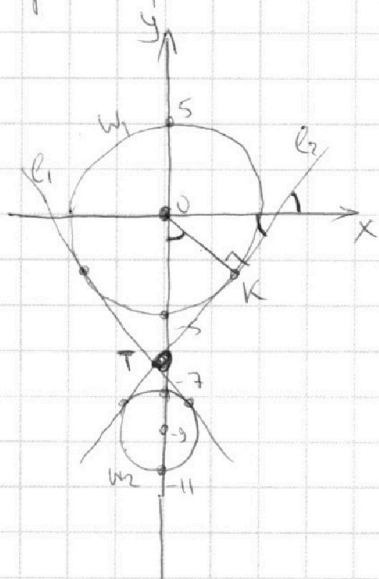
МФТИ

№4 (решить)

Второе ур-ние:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + y^2 + 18y + 81 = 81 - 77 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + (y+9)^2 = 4 \end{cases}$$

gbe sup-mu c y. (0;0) u r=5 u c y. (0;-9), r=2.



Если $a=0$, то первое ур-ние

Thema: $5x - b = 0 \Leftrightarrow x = \frac{b}{5}, b = 0$ notwendig.
(b=0 notwendig)

Пусть $a \neq 0 \Rightarrow$ первое ~~уравнение~~ ур-ние представимо в виде

$$6ax = b - 5x \Leftrightarrow y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$$

Проведем касат. ℓ_1 и ℓ_2 , которые внутр. образом касаются окр-тей, ℓ_1 имеет отриц. наклон, а ℓ_2 — положит. Они пересекут. в точке $T \in OY$ в силу симм. относит. OY .

Рисунки O_1 - уелтүр өлсүмү $w_1 \in y. (0; 0) \cup r=5$,
и O_2 - уелтүр өлсүмү $w_2 \in y. (0; -9) \cup r=2$

Thema: $\frac{0_1 T}{0_2 T} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{5}{2} \Rightarrow 0_1 T = \frac{5}{2} 0_2 T$

$$\Rightarrow \text{maximal } 0,1T + 10,2 = 9 \Rightarrow \frac{7}{2} 0,2T = 9 \Rightarrow 0,2T = \frac{18}{7}$$

Пусть ℓ_2 — касат. w_1 и $K \Rightarrow OK^2 + KT^2 = TO_1^2$ (мер.
 Пуст., $\angle OKT = 90^\circ$ (см. нарис.))

$$\Rightarrow TK^2 = 0,1T^2 - 0,1K^2 = \frac{45^2}{49} - r_1^2 = \frac{45^2}{49} - 25 = \frac{45^2 - 35^2}{7^2} = \frac{10 \cdot 80}{49} = \frac{500}{49}$$

$$\Rightarrow T_u = \frac{\sqrt{800}}{2} = \frac{20\sqrt{2}}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



№4 (часть 2)

Котр. наклон $\ell_2 = \pm g \angle (\ell_2, OX) = \pm g \angle \tau_{O,K}$

(в силу подобия Δ образ. высотой в Δ)

$$= \frac{TK}{OK} = \frac{\frac{20\sqrt{2}}{7}}{5} = \frac{4\sqrt{2}}{7}$$

В силу симм. ℓ_1, ℓ_2 отн. OY , котр. наклон ℓ_1 - $-\frac{4\sqrt{2}}{7}$.

Вернемся к прямой ℓ ур-ния $y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$.

Пусть $-\frac{5}{6a} \in \left[\frac{4\sqrt{2}}{7}; \frac{4\sqrt{2}}{7}\right]$. Тогда проведем

прямую с данным наклоном через T

(сделать это можно, т.к. $-\frac{b}{6a}$ может быть любым и мы можем провести функцию прямой с наклоном $-\frac{5}{6a}$ через любую точку на OX).

Тогда, в силу $-\frac{5}{6a} \in \left[\frac{4\sqrt{2}}{7}; \frac{4\sqrt{2}}{7}\right]$, прямая

ℓ ур-ния будет более пологой, чем касат. по отношению к OX , и не пересек. ни одну окр-ть, ~~или~~ или в точности совп. с

одной из касательных. Если пересек. 0,

тогда прямая срика. наклонной касат.,

мы не сможем пересечь W_2 и наоборот. Мы

используем пересек. её с общей окр-тью и

получим 4 пересек. (и 4 реш. сист.). Ина-

кционно с касательной: ~~или~~ при сдвиге вверх/

вниз, она моментально перестанет касат-

ся одной из окр-тей. Значит, $-\frac{5}{6a} \in \left(-\infty, -\frac{4\sqrt{2}}{7}\right) \cup \left(\frac{4\sqrt{2}}{7}, +\infty\right)$. В таком

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№4 (счить 3)
сначала, проведем прямую Эулиера через T ,
она будет более резкой чем обе касат. и
пересечет обе окр-ти причем по 2 раза, а
значит такой пар. в можно будет
подобрать.

~~Итого имеем:~~ Итого имеем:

$$\begin{cases} -\frac{5}{6a} < -\frac{4\sqrt{2}}{7}, a \neq 0 \\ -\frac{5}{6a} > \frac{4\sqrt{2}}{7}, a \neq 0 \\ a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} > \frac{4\sqrt{2}}{7} \cdot \frac{6}{5}, a \neq 0 \\ \frac{1}{a} < -\frac{4\sqrt{2}}{7} \cdot \frac{6}{5}, a \neq 0 \\ a = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{a} > \frac{24\sqrt{2}}{35}, a \neq 0 \\ \frac{1}{a} < -\frac{24\sqrt{2}}{35}, a \neq 0 \\ a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a < \frac{35}{24\sqrt{2}} \\ 0 > a > -\frac{35}{24\sqrt{2}} \\ a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$a \in \left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}; \frac{35}{24\sqrt{2}}\right).$$

$$\text{Ответ: } \left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}; \frac{35}{24\sqrt{2}}\right).$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

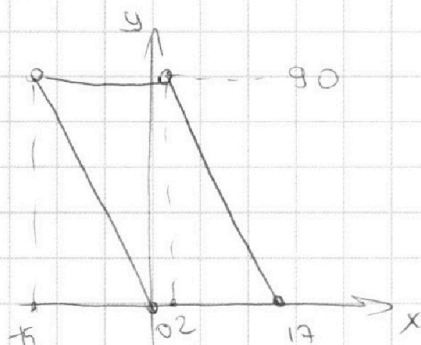
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N6



условие $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$

$\Rightarrow y_2 = (48 + y_1 + 6x_1) - 6x_2 -$

прямая с накл. -6

с пар. рами y_1, x_1 .
прямая пересек. в OX -
участке.

Точки и прямые n -линии имеют наклон -6:

$y = -6x, y = 102 - 6x$. ~~scribbles~~

~~scribbles~~

Имеем, что точки, ^{кон.}удовл. условию y_1 ,
это попросту точки, лежащие на
отрезках вида $y = k - 6x, k \in \mathbb{Z}, y \in [0; 90]$.

~~scribbles~~ Остаток посчитать можно устно.
Точек на каждом из 91 такого отрезка, и
задача решена.

Заметим, что при $k_1 \equiv k_2$ на отрезках
 $y = k_1 - 6x, y = k_2 - 6x$ ($y \in [0; 90]$) будет одина-
ковое количество точек, т.е. эти точки
были сдвинуты на вектор $(1; 0)$ и целыми,
точки не падают.

Всего 16 отр. с $k \equiv 0$, ~~scribbles~~ и по 15 отр.
всех ост. k .

На отрезке ~~scribbles~~ вида $k \equiv 0$ столько же, сколько
и на отр. $y = -6x$ ($y \in [0; 90]$). Подберём любой $x \in \mathbb{Z}$
и $0 \leq -6x \leq 90$ и найдем группу x . Всего 16 точек.
Аналогично рассуждая имеем для отр. $k \equiv 1$
и ост. по 15 точек. ~~scribbles~~

~~scribbles~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



по часте
Остаток только почитает можно
точек будет подходить y, x для каждого
 $k = 48 + y + 6x, \in [0, 90]$. Положив x_1 ,
мы сразу определим $y_1 = 48 + k - 6x_1$ однозначно,
т.е. каждый k предств.

узнаю кан-во ~~способов~~ способов предств,
и кан $48 + y + 6x$, ~~мы~~ мы укажем
каждое такое число 16 (при $k \equiv 0$)
и 15 (при $k \not\equiv 0$), сложим, и получим
ответ.

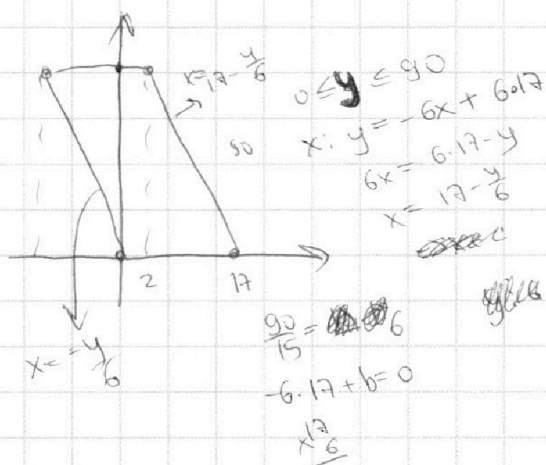
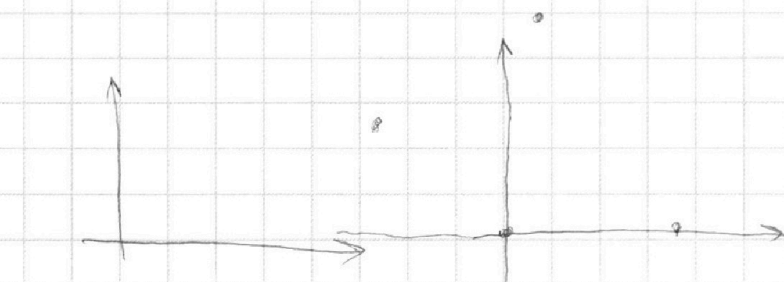
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

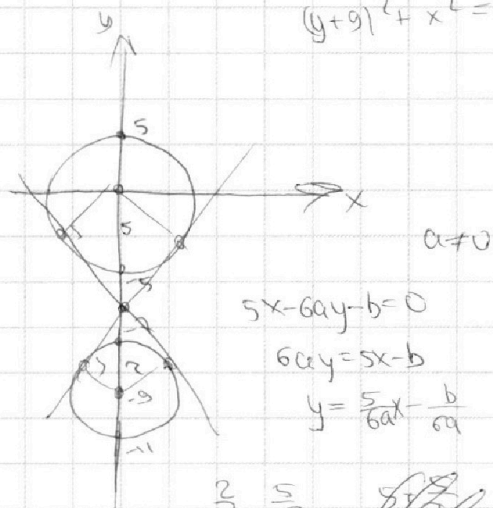


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y_2 - y_1 = 6$$

$$(y+9)^2 + x^2 = 51 - 77 = -26$$



$$\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{7} = \frac{10}{49}$$

$$5 + \frac{10}{49} = \frac{255}{49}$$

$$27 \cdot \frac{10}{49} = \frac{270}{49}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

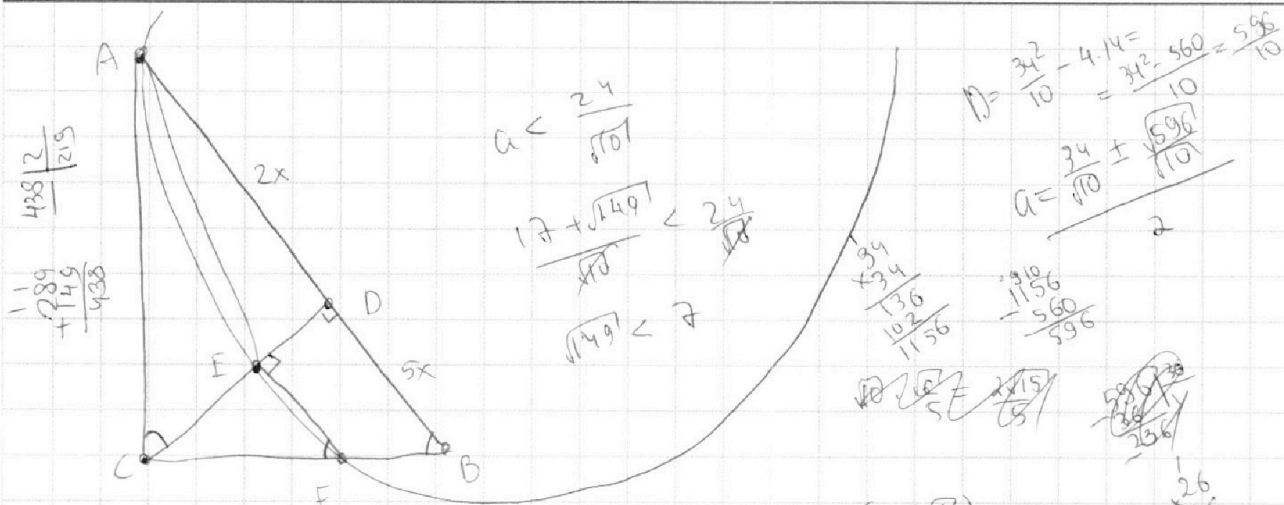
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

[illegible]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



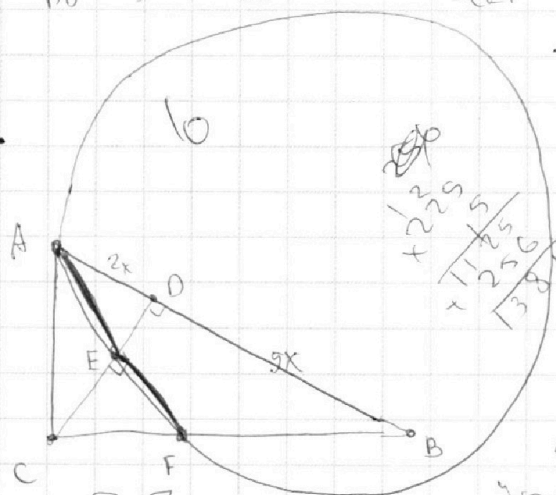
МФТИ



$$\frac{AB}{BD} = \frac{7}{5} \leftrightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{S_{ACH}}{S_{CEF}}$$

$$CE^2 - \left(\sqrt{10} + \frac{\sqrt{6}}{5}\right) CE + 4 = 0$$



$$\frac{\sqrt{24}}{10} = \frac{2\sqrt{6}}{10} = \frac{\sqrt{6}}{5}$$

$$24 = \sqrt{10}(DY + CE) \rightarrow DY = \frac{\sqrt{24}}{10} - CE$$

$$14 = CE \cdot \sqrt{10} + \frac{\sqrt{24}}{10} - CE = -CE^2 + (\sqrt{10} + \frac{\sqrt{6}}{5})CE$$

$$10 = \sqrt{10} Dy - CE \cdot Dy$$

$$14 = 10CE + CE \cdot 04$$

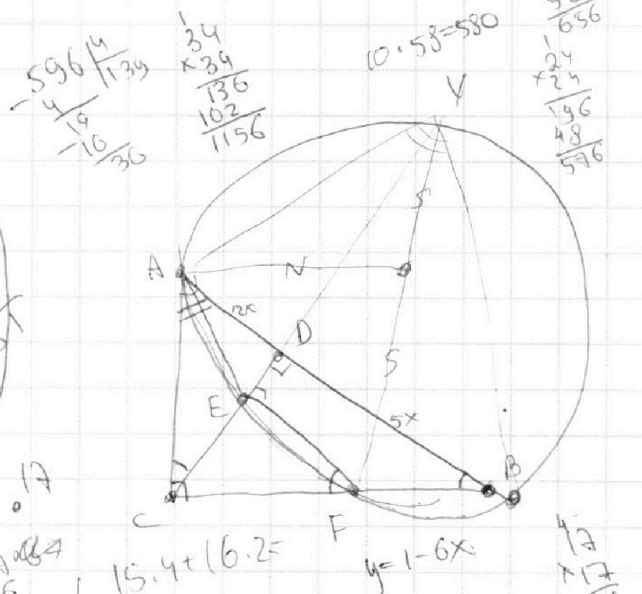
360 - 90 = 270

90-2-1

$$10 = E(D \cdot DY) = (\sqrt{10} - 0.5)DY$$

$$14 = CE \cdot CY = CE \cdot (\sqrt{10} + DY) \quad \frac{ED + DY}{ED} =$$

~~$$K = \frac{R_P}{E_D} \left(\frac{C_E}{E_D} + \frac{1}{E_D} + \frac{D_V}{E_D^2} \right) \frac{C_E}{E_D} \cdot \eta$$~~



$$15.4 + 16.25$$

$$y = 1 - 6x$$

$$\frac{90}{6} = 15$$

$$\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$CD^L = 10$$

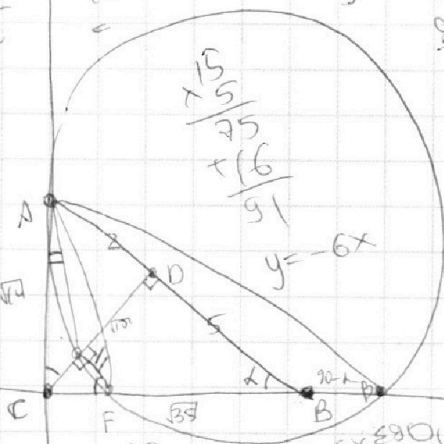
$$CD = \sqrt{10}$$

$$10 + 4 =$$

$$\frac{90}{6} + 1 = 16$$

$$1-6X$$

$$89 \times 71 - \frac{89}{65}$$



$$(E \cdot (C \cdot (E + D + D \cdot V))) = 14 = (E \cdot (C \cdot (E + D + D \cdot V)))$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab: 2^6 3^{13} 5^{11}$$

$$bc: 2^{14} 3^{21} 5^{13}$$

$$ac: 2^{16} 3^{25} 5^{28}$$

$$abc \rightarrow \min$$

~~1. $a+b+c=18$~~

$$1. a+b+c=18$$

$$2. b+c=14 \quad c=12$$

$$a+c=16 \quad a=4 \quad b=2$$

$$a+b \geq 13$$

$$2(a+b+c)=59$$

$$3. b+c \geq 21$$

$$a+c \geq 25$$

$$a+b=11$$

$$b+c=13$$

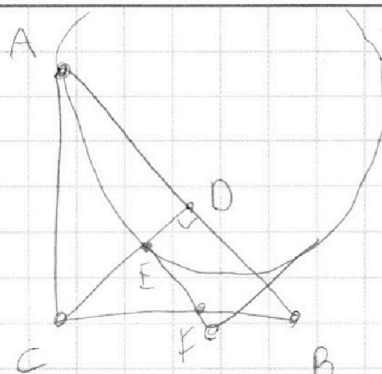
$$a+c=28$$

$$a+b+c=52=26$$

$$b=2$$

$$c=15$$

$$a=13$$



$$AB \parallel EF$$

$$\frac{AB}{BF} = \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{EF}} = ?$$

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

~~$\arccos(\sin x) \in [0, \pi]$~~

$$\arccos(\sin x) = \frac{9\pi - 2x}{10}$$

~~$\arccos(\sin x) \in [0, \pi]$~~

$$\arccos(\sin x) = \arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x))$$

$$\forall x \in [0, \pi]$$

$$\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) =$$

$$= \frac{\pi}{2} - x + 2\pi k$$

$$\forall k \in \mathbb{Z} \quad -\frac{\pi}{2} + x + 2\pi k$$

$$\frac{\pi}{2} - x + 2\pi k = \frac{9\pi - 2x}{10}$$

$$5\pi + 20\pi k - 10x + 2x - 9\pi = 0$$

$$8x = -4\pi + 20\pi k$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + \frac{5}{2}\pi k$$

$$\frac{\pi}{2} - x + 2\pi k \in [0, \pi] \Rightarrow \frac{5}{2}\pi k + 2\pi k \in [0, \pi]$$

$$\frac{45^2}{3} - 25^2 =$$

$$= 10 \cdot 80$$

$$\frac{45^2}{3} - 25^2 =$$

$$(45-35)(45+35)$$

$$= 10 \cdot 80$$

$$T(-5 - \frac{10}{2})$$

$$= -\frac{45}{2}$$

$$\frac{63}{13} \cdot \frac{2}{45}$$

$$0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1$$

$$k=0$$

$$-\frac{\pi}{2} + \frac{5}{2}\pi + 2\pi k = \frac{5}{2}\pi$$

$$\frac{5}{2}\pi \in [0, \pi]$$

$$\frac{6\pi k - 5\pi}{3} \in [0, \pi]$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

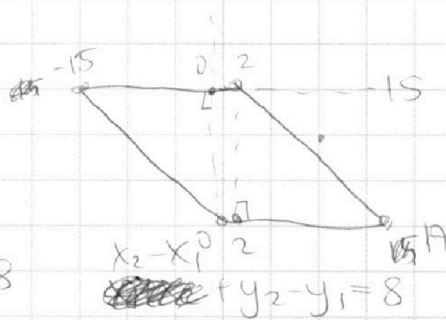
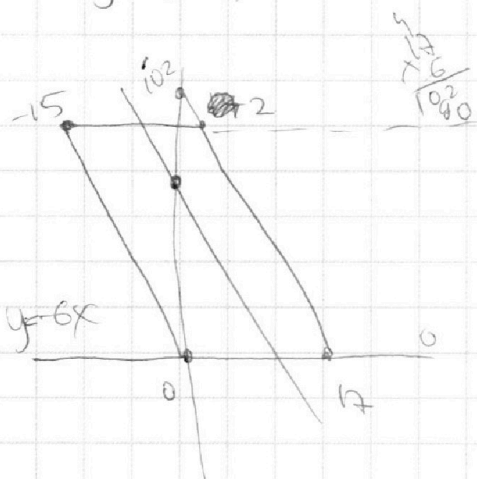
$$\log_{x^3}(11^{-2}) = -\frac{2}{3} \log_x(11) = \frac{-\frac{2}{3}}{\log_{11} x}$$

$$0,5y \rightarrow a$$

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 - \log_{x^3} \frac{1}{121} = \log_{11}^4(a) + \log_a 11 - \log_{a^3} 11^{-13}$$

$$-5 = \log_{11}^4 x - \frac{6}{\log_{11} x} + \frac{2/3}{\log_{11} x} = \log_{11}^4 a + \frac{1}{\log_{11} a} + \frac{13/3}{\log_{11} a}$$

$$\log_{11}^4(xa)$$



$$\angle C = 90^\circ$$

$$x_2 - x_1 \in [-32; 32]$$

$$y_2 - y_1 = 48 - 6(x_2 - x_1) \in [90; 90]$$

$$48 - 6(x_2 - x_1) \geq -90$$

$$6(x_2 - x_1) \leq 138$$

$$x_2 - x_1 \leq 23$$

$$48 - 6(x_2 - x_1) \leq 90$$

$$-42 \leq 6(x_2 - x_1)$$

$$x_2 - x_1 \geq -7$$

$$x_2 - x_1 \in [-7; 23]$$

$$6(a_2 - a_1)$$

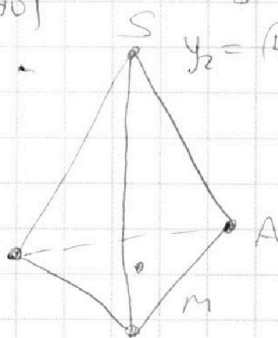
$$y = k - 6x$$

$$k \in [0; 102]$$

$$x = \frac{k}{6}$$

$$y_2 - y_1 = 48 - 6(x_2 - x_1)$$

$$y_2 = (48 + y_1 + 6x_1) - 6x_2$$



$$y = -6x + 48$$

16 m/s



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

