



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^8 3^{14} 5^{12}$ ,  $bc$  делится на  $2^{12} 3^{20} 5^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{14} 3^{21} 5^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $BC$  в точке  $B$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $F$ , а катет  $AC$  – в точке  $E$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AD : DB = 5 : 2$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABC$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$ .
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-16;80)$ ,  $Q(2;80)$  и  $R(18;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 100,  $SA = BC = 16$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 4$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 5.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Лист 2.

|          | a  | b | c  |      |
|----------|----|---|----|------|
| кол-во 2 | 5  | 3 | 9  | → 17 |
| кол-во 3 | 8  | 6 | 14 | → 28 |
| кол-во 5 | 22 | 0 | 17 | → 39 |

Таким образом мы подошли к минимальному произведению:

$$abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$$

Отв:  $2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$

|                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$ab: 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} \Rightarrow$  минимальное возможное значение выражения:  $ab = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$

$bc: 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17} \Rightarrow$  минимальное возможное значение  $bc = 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$

$ac: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39} \Rightarrow$  минимальное возможное значение  $ac = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$

То перемножим все числа:  $ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 = 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68}$

У нас нечётное кол-во троек ( $3^{55}$ ), а значит при извлечении корня мы столкнёмся с тем, что произведение трёх натуральных чисел даёт иррациональное, что не ~~так~~ хорошо

Так что произведение трёх минимально возможных чисел плохо. Значит сделаем, чтобы троек было 56, а для этого нужно где-то на неё домножить. При этом делимость не нарушится

Допустим, что  $ac = 2^{14} \cdot 3^{22} \cdot 5^{39}$

Тогда теперь ~~получим~~  $(abc)^2 = 2^{34} \cdot 3^{56} \cdot 5^{68} \Rightarrow$

$\Rightarrow abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{34}$

И тут проблема, т.к. ~~в~~ в  $ac$  пятёрок больше, чем в произведении  $abc$ , такого быть не может.

~~и так нам нужно~~ Теперь допустим, что  $ab = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{22}$

и допустим, что  $a$  содержит произведение 22-х пятёрок, тогда  $c$  содержит произведение 17-ти пятёрок

Теперь попробуем встроить ~~эту~~ таблицу. См. след. лист.

(ЭТО ЛИСТ 1).



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Но заметим в (1) и (2) одинаковое соотношение, а именно  $\frac{CF}{EF}$ .

Это говорит о том, что  $k_1 = k_2$ . А т.к.  $k_1 = \frac{2x}{a}$ , а  $k_2 = \frac{5x}{EF}$ , то

$$\frac{2x}{a} = \frac{5x}{EF} \Rightarrow EF = 2,5a$$

Выразим  $CK$  через  $a$ : зная все стороны  $\triangle ABC$  можно найти  $\sin \alpha$

$$\sin \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{14}}{7}$$

$$\text{т.к. тогда } CK = \frac{KF}{\sin \alpha} = \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{a \cdot 7}{\sqrt{14}} = \frac{7a}{\sqrt{14}}. \text{ Тогда } BK = BC - CK = \sqrt{14}x - \frac{7a}{\sqrt{14}}$$

Т.к.  $BK$  — касательная, а  $KE$  — секущая, то по т. о касательной и секущей:  $BK^2 = KF \cdot KE$ ;  $\left(\sqrt{14}x - \frac{7a}{\sqrt{14}}\right)^2 = 3,5a^2$ ;

$$14x^2 - 14ax + \frac{49a^2}{14} = \frac{7a^2}{2} \quad | :14$$

$$x^2 - ax = 0 \quad | :x \neq 0$$

$x = a$  значит  $KF = x$ ;  $FE = 2,5x$ , в частности  $FE = \frac{AB}{2} = \frac{5x}{2}$  то-есть

$FE$  — ср. линия значит и  $CF = FD = \frac{\sqrt{10}x}{2}$ .

$$\text{Тогда } S_{CFE} = \frac{1}{2} \cdot CF \cdot FE = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{10}x}{2} \cdot \frac{5x}{2} = \frac{5\sqrt{10}x^2}{8}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{14}x \cdot \sqrt{35}x = \frac{7\sqrt{10}x^2}{2}$$

$$\text{Тогда } \frac{S_{ABC}}{S_{CFE}} = \frac{7\sqrt{10}x^2 \cdot 8}{2 \cdot 5\sqrt{10}x^2} = \frac{7 \cdot 4}{5} = \frac{28}{5} = \boxed{5,6}$$

Ответ: 5,6.

Лист 2.



|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дано:  $\triangle ABC$  - прямоугольный

окр. касается  $BC$  в т.  $B$

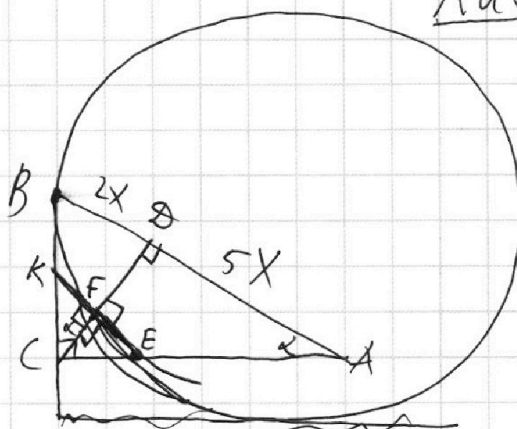
окр.  $CD \perp AB$ ;  $AD:DB = 5:2$

окр.  $ACD = F$

окр.  $AC = E$

$S_{ABC} = ?$

$S_{CEF}$



Лист 1

Пусть  $DB = 2x$ , тогда  $AD = 5x$  (из соотношения в условии).

Продлим  $FE$  до так, что  $FE \cap BC = K$

Также найдём все стороны  $\triangle ABC$ :

Пусть  $\angle BAC = \alpha$ , тогда и  $\angle BCD = \alpha$

$$\begin{aligned} \text{Заметим, что: } \sin \angle BAC &= \frac{BC}{AB} = \frac{BC}{7x} \text{ (из } \triangle ABC) \Rightarrow \sin \alpha = \frac{BC}{7x} \\ \sin \angle BCD &= \frac{BD}{BC} = \frac{2x}{BC} \text{ (из } \triangle BCD) \Rightarrow \sin \alpha = \frac{2x}{BC} \end{aligned} \Rightarrow \frac{BC}{7x} = \frac{2x}{BC} \Rightarrow BC = \sqrt{14}x$$

Зная, что  $AB = 7x$  и  $BC = \sqrt{14}x$  по т. Пифагора для  $\triangle ABC$  можно найти

$$AC = \sqrt{49x^2 - 14x^2} = \sqrt{35}x.$$

$$\text{Тогда высота } CD = \frac{AC \cdot CB}{AB} = \sqrt{10}x.$$

Заметим, что  $\triangle BCD \sim \triangle KCF$  по двум углам (один общий, второй  $= 90^\circ$ ).

$$\text{Тогда справедливо следующее: } \frac{BC}{KC} = \frac{CD}{CF} = \frac{BD}{KF} = k_1 \text{ - коэффициент подобия (1)}$$

$$\text{Причём } \frac{BD}{KF} = \frac{2x}{KF} = k_1. \text{ Пусть } KF = a, \text{ тогда } \frac{BD}{KF} = \frac{2x}{a} = k_1,$$

Также заметим, что и  $\triangle ACD \sim \triangle ECF$  по двум углам ( $\angle ACD$  - общ., другой  $90^\circ$ ).

$$\text{Тогда справедливо след. } \frac{AC}{EC} = \frac{CD}{CF} = \frac{AD}{EF} = k_2 \text{ - коэффициент подобия (2)}$$

$$\text{Причём } \frac{AD}{EF} = \frac{5x}{EF} = k_2.$$

|                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$ , т.к.  $\arcsin a \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ , то  $10 \arcsin a \in [-5\pi; 5\pi]$ ,  
а значит и  $(\pi - 2x) \in [-5\pi; 5\pi]$ .  $-5\pi \leq \pi - 2x \leq 5\pi \Rightarrow \pi - 2x \leq 5\pi \Rightarrow -4\pi \leq -2x \Rightarrow 2\pi \leq x \leq 4\pi$   
 $\pi - 2x \geq -5\pi \Rightarrow -6\pi \geq -2x \Rightarrow 3\pi \leq x \leq 4\pi$   
 $\Rightarrow x \in [3\pi; 4\pi] \Rightarrow x \in [-2\pi; 3\pi]$

Вспомним, что  $\arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{2} - \arccos(\cos x)$

$\Rightarrow x \in [-2\pi; 3\pi]$

Тогда  $10(\frac{\pi}{2} - \arccos(\cos x)) = \pi - 2x$

$5\pi - 10 \arccos(\cos x) = \pi - 2x$

$2\pi - 5 \arccos(\cos x) = -x$  (\*)

Рассм. различные случаи для переменных  $x$ :

1)  $x \in [-2\pi; -\frac{3\pi}{2}]$ : тогда  $\arccos(\cos x) = 2\pi + x \Rightarrow 2\pi - 5(2\pi + x) = -x$ ;

$-8\pi - 5x = -x \Rightarrow x = -2\pi - \log x$ .

2)  $x \in [-\frac{3\pi}{2}; -\pi]$ : тогда  $\arccos(\cos x) = 2\pi + x \Rightarrow x = -2\pi - \log x$ .

Видно, что корни на этих участках совпадают, поэтому легче было брать

изначально  $x \in [-2\pi; -\pi]$ . Будем пользоваться этим дальше:

3)  $x \in (-\pi; 0]$ : тогда  $\arccos(\cos x) = -x \Rightarrow 2\pi - 5(-x) = -x$ ;  $x = -\frac{\pi}{3} - \log x$ ;

4)  $x \in (0; \pi]$ : тогда  $\arccos(\cos x) = x \Rightarrow 2\pi - 5x = -x$ ;  $x = \frac{\pi}{2} - \log x$ ;

5)  $x \in (\pi; 2\pi]$ : тогда  $\arccos(\cos x) = 2\pi - x \Rightarrow 2\pi - 5(2\pi - x) = -x$ ;

$-8\pi = -6x \Rightarrow x = \frac{4\pi}{3} - \log x$ ;

6)  $x \in (2\pi; 3\pi]$ : тогда  $\arccos(\cos x) = x - 2\pi \Rightarrow 2\pi - 5(x - 2\pi) = -x$ ;

$12\pi - 4x = -x \Rightarrow x = 3\pi - \log x$ . Далее заканчивается область определения иског.

Значит все случаи рассмотрены и можно писать ответ.

Ответ:  $x \in [-2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{3}; 3\pi]$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_5^4 2x - 3 \log_5 5 = \log_5 625 - 3$$

$$\log_5^4 2x - \frac{3}{\log_5 2x} = \log_5 (2x)^3 5^4 - 3$$

$$\log_5^4 2x - \frac{3}{\log_5 2x} = \frac{4}{3} \log_5 5 - 3 \cdot 3$$

$$3 \log_5^4 2x - \frac{9}{\log_5 2x} = \frac{4}{\log_5 2x} - 9 \cdot \log_5 2x$$

$$3 \log_5^5 2x - 13 + 9 \log_5 2x = 0$$

$$3 \log_5^5 2x + 9 \log_5 2x - 13 = 0 \quad (1)$$

$$\log_5 y + 4 \log_5 5 = \log_5 0,2 - 3$$

$$\log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = \log_5 5^{-1} - 3$$

$$\log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = -\frac{1}{3} \log_5 5 - 3 \cdot 3$$

$$3 \log_5^4 y + \frac{12}{\log_5 y} = -\frac{1}{\log_5 y} - 9 \cdot \log_5 y$$

$$3 \log_5^5 y + 13 + 9 \log_5 y = 0$$

$$3 \log_5^5 y + 9 \log_5 y + 13 = 0 \quad (2)$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq \frac{1}{2} \\ y > 0 \\ y \neq 1 \end{cases}$$

$$(1) + (2) : 3 \log_5^5 2x + 9 \log_5 2x - 13 + 3 \log_5^5 y + 9 \log_5 y + 13 = 0 \quad | : 3$$

$$\log_5^5 2x + \log_5^5 y + 3(\log_5 2x + \log_5 y) = 0$$

Пусть:  $\begin{cases} \log_5 2x = t \\ \log_5 y = u \end{cases} : t^5 + u^5 + 3(t+u) = 0, (t+u)(t^4 - t^3u + t^2u^2 - tu^3 + u^4) + 3(t+u) = 0$

$$(t+u)(t^4 - t^3u + t^2u^2 - tu^3 + u^4 + 3) = 0 \quad (3)$$

Значит,  $t^4 - t^3u + t^2u^2 - tu^3 + u^4 + 3$  - есть ли у него нули?

Вспомним, что  $t^4 - t^3u + t^2u^2 - tu^3 + u^4$  образован благодаря разложению

$t^5 + u^5$ , но также мы знаем, что  $t^5 + u^5$  имеет единственное действ.

решение:  $t = -u$ , а значит  $t^4 - t^3u + t^2u^2 - tu^3 + u^4 \neq 0$ , а  $t^4 - t^3u + t^2u^2 -$

$-tu^3 + u^4 + 3$  уж подавно нулю не равно. Значит у (3) гр. решение

$t = -u$ , то-есть, используя обратную замену:  $\log_5 2x + \log_5 y = 0 \Rightarrow \log_5 2xy = 0$

значит  $2xy = 5^0 \Rightarrow xy = 0,5$

Отв: 0,5.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab: 2^8 3^{14} 5^{12}$$

$$bc: 2^{12} 3^{20} 5^{17}$$

$$ac: 2^{14} 3^{21} 5^{39}$$

$$ab = 2^8 3^{14} 5^{12}$$

$$bc = 2^{12} 3^{20} 5^{17}$$

$$ac = 2^{14} 3^{21} 5^{39} \times$$

$$\text{пусть } ac = 2^{14} 3^{22} 5^{39}$$

$$(abc)^2 = 2^{34} 3^{55} 5^{68}$$

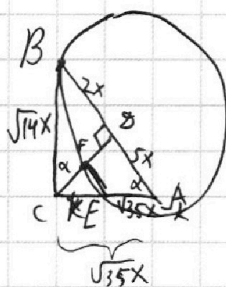
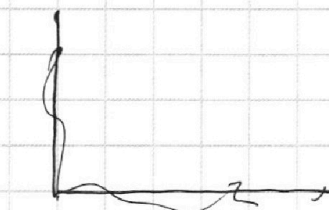
$$(abc)^2 = 2^{34} 3^{56} 5^{68}$$

$abc = 2^{17} 3^{28} 5^{34}$ , но при  
условии, если мы  
можем найти  
такие  $a, b, c \in \mathbb{N}$

$$2: 5; 3; 9$$

$$3: 8; 6; 14$$

$$5: 22; 0; 17$$



$$\sin \alpha = \frac{2x}{BC}$$

$$\sin \alpha = \frac{BC}{2x}$$

$$\frac{BC}{7x} = \frac{2x}{BC}$$

$$BC = \sqrt{14}x$$

$$14x^2 = k^2(\sqrt{35}x - k)$$

$$14x^2 = \sqrt{35}kx - k^2 \quad | : k^2$$

$$14\left(\frac{x}{k}\right)^2 - \sqrt{35}\frac{x}{k} + 1 = 0$$

$$D = 35 -$$

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x \quad \text{не}$$

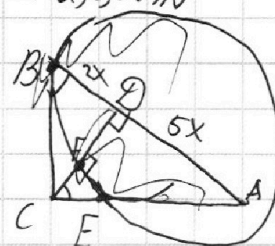
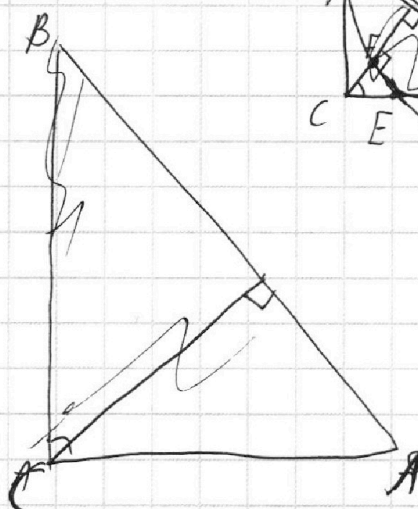
$$10\left(\frac{\pi}{2} - \arccos(\cos x)\right) = \pi - 2x$$

$$5\pi - 10 \arccos(\cos x) = \pi - 2x$$

$$4\pi - 10 \arccos(\cos x) = -2x \quad | : 2$$

$$2\pi - 5 \arccos(\cos x) = -x$$

$$2\pi - 5 \arccos(\cos x) = -x; x = 3\pi - \arccos x$$



$$-5\pi \leq \pi - 2x \leq 5\pi \quad | -\pi$$

$$-6\pi \leq -2x \leq 4\pi$$

$$-4\pi \leq 2x \leq 6\pi$$

$$-2\pi \leq x \leq 3\pi$$



$$x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right]; 2\pi - 5\pi = -x$$

$$x = 3\pi - \arccos x$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x \in [-\pi; -\frac{\pi}{2}] : 2\pi - 5(x) = -x$$

$$2\pi - 5 \arccos(\cos x) = -x$$

$$x \in [-2\pi; -\frac{3\pi}{2}] : 2\pi - 5(x+2\pi) = -x ; 2\pi - 5x - 10\pi = -x ; 4x = -8\pi \Rightarrow x = -2\pi - \log x$$

$$x \in [-\frac{3\pi}{2}; -\pi] : 2\pi - 5(x+2\pi) = -x ; x = -2\pi - \log x$$

$$t^5 - t^4u + t^3u^2 - t^2u^3 + tu^4 + t^4u - t^3u^2 + t^2u^3 - tu^4 + u^5 = t^5 + u^5$$

$$x \in [-\pi; -\frac{\pi}{2}] : 2\pi - 5(-x) = -x ; x = -\frac{\pi}{3} - \log x$$

$$x \in [-\frac{\pi}{2}; 0] : 2\pi - 5(-x) = -x \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} - \log x$$

$$x \in [0; \frac{\pi}{2}] : 2\pi - 5x = -x \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} - \log x$$

$$x \in [\pi; \frac{3\pi}{2}] : 2\pi - 5(2\pi - x) = -x \Rightarrow 2\pi - 10\pi + 5x = -x ; 6x = 8\pi \Rightarrow x = \frac{4\pi}{3} - \log x$$

$$x \in [\frac{3\pi}{2}; 2\pi] : 2\pi - 5(2\pi - x) = -x \Rightarrow x = \frac{4\pi}{3} - \log x$$

$$x \in [2\pi; 3\pi] : 2\pi - 5(x-2\pi) = -x \Rightarrow 2\pi - 5x + 10\pi = -x ; x = 3\pi - \log x$$

$$\log_5^4 2x - 3 \log_5 2x = 4 \log_5 5 - 3$$

$$\log_5^4 y + 4 \log_5 5 = \log_5 0,2 - 3$$

$$\log_5^4 2x - 3 \log_5 2x = 4 \log_5 5 - 3/3$$

$$\log_5^4 y + 4 \log_5 5 = \frac{1}{3} \log_5 5 - 3$$

$$(\log_5^4 2x - 4 \log_5 2x + 3 = 0) : \log_5 2x$$

$$\log_5^4 y + 4 \log_5 5 = -\frac{1}{3} \log_5 5 - 3/3$$

$$\log_5^5 2x + 3 \log_5 2x - 4 = 0$$

$$3 \log_5^4 y + 13 \log_5 5 + 9 = 0 : \log_5 y$$

$$3 \log_5^4 2x - 9 \log_5 2x = 4 \log_5 5 - 9$$

$$3 \log_5^5 y + 9 \log_5 y + 13 = 0$$

$$(\log_5 2x = 1) : 3 \log_5^4 2x - 13 \log_5 2x + 9 = 0 ;$$

$$\log_5^5 2x - \log_5^4 2x + \log_5^3 2x + \log_5^2 2x - \log_5 2x + 4 = 0$$

$$3(\log_5^5 2x + \log_5^5 y) + 9 \log_5 2x y = 0 : 3$$

$$(\log_5^4 2x + \log_5^3 2x + \log_5^2 2x + \log_5 2x + 4)(\log_5 2x - 1) = 0$$

$$\log_5^5 2x + \log_5^5 y + 3 \log_5 2x y = 0 ; (\log_5 2x + \log_5 y)(\log_5^4 2x - \log_5^3 2x - \log_5^2 2x - \log_5 2x - 4) = 0$$

$$\begin{cases} \log_5 2x = t \\ \log_5 y = u \end{cases} : t^5 + u^5 + 3(t+u) = 0, (t+u)(t^4 + t^3u + t^2u^2 + tu^3 + u^4) + 3(t+u) = 0$$

$$(t+u)(t^4 - t^3u + t^2u^2 - tu^3 + u^4 - 3) = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

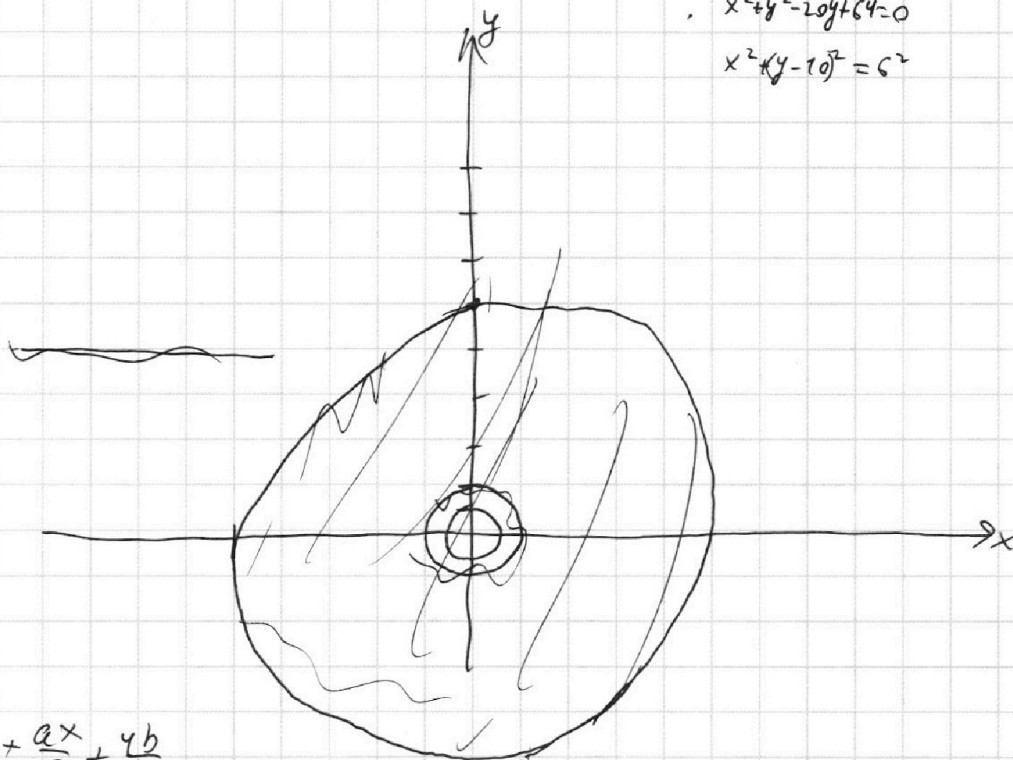
|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

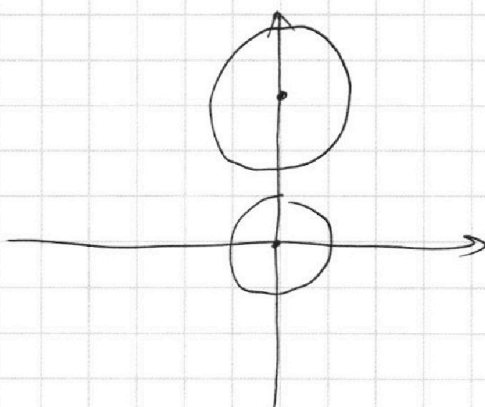
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 - 20y + 64 = 0$$

$$x^2 + (y - 10)^2 = 6^2$$



$$y = +\frac{ax}{3} + \frac{4b}{3}$$



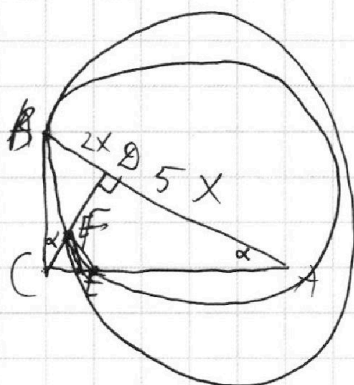
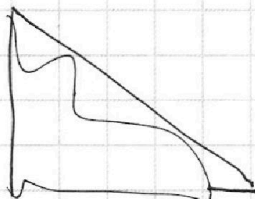
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{2x}{BC} = \frac{BC}{7x} \quad BC = \sqrt{14}x$$

$$\sin \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{14}x}{7x} = \frac{\sqrt{14}}{7}$$

$$(\sqrt{14}x - \frac{7}{\sqrt{14}}k)^2 = 3,5k^2$$

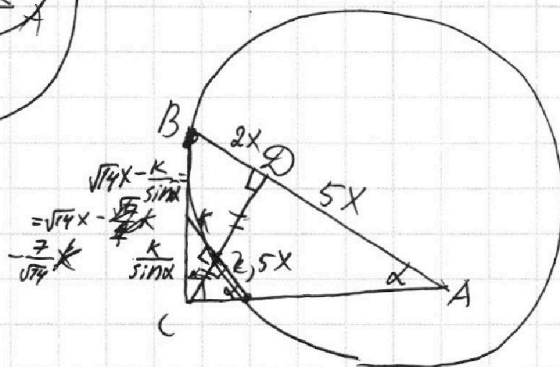
$$14x^2 - 14kx + \frac{49}{14}k^2 = 3,5k^2$$

$$14x^2 - 14kx \pm 0$$

$$x \neq 0$$

$$x^2 - kx = 0$$

$$k = x$$



$$\frac{2x}{k} = \frac{5x}{p} \Rightarrow p = 2,5k$$

$$CG = \frac{\sqrt{14}x \cdot \sqrt{35}x}{7x} = \frac{\sqrt{14}x \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}x \cdot \sqrt{7}}{7x} = \sqrt{10}x$$

$$S_{CFE} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{10}}{2}x \cdot 2,5x = \frac{2,5\sqrt{10}x^2}{4}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \sqrt{14}x \cdot \sqrt{35}x = \frac{7\sqrt{10}x^2}{2}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{CFE}} = \frac{7\sqrt{10}x^2 \cdot 4}{2 \cdot 2,5\sqrt{10}x^2} = \frac{28}{5} = 5,6$$