



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-14; 42)$, $Q(6; 42)$ и $R(20; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) Рассмотрим числа a, b, c , такие что: $a = 2^{x_1} 3^{y_1} 5^{z_1}$; $b = 2^{x_2} 3^{y_2} 5^{z_2}$; $c = 2^{x_3} 3^{y_3} 5^{z_3}$.

2) Поскольку нам нужно получить минимальное значение $abc \Rightarrow$ произведения ab , bc и ac также должны быть минимальны. $\Rightarrow$

Рассмотрим: $ab = 2^9 3^{10} 5^{10}$; $bc = 2^{14} 3^{13} 5^{13}$; $ac = 2^{19} 3^{18} 5^{30}$.

Перепишем в виде: 1.
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 9 \\ x_2 + x_3 = 14 \\ x_3 + x_1 = 19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 - x_2 - x_3 + x_3 + x_1 = 9 - 14 + 19 \\ 2x_1 = 14 \\ x_1 = 7 \Rightarrow x_2 = 2 \Rightarrow x_3 = 12. \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} y_1 + y_2 = 10 \\ y_2 + y_3 = 13 \\ y_3 + y_1 = 18 \end{cases} \Rightarrow 2y_1 = 15 \Rightarrow y_1 \notin \mathbb{Z}, \text{ но по усл. } a, b, c \in \mathbb{N} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ есть 3 варианта: $y_1 + y_2 = 11$; $y_2 + y_3 = 14$; $y_3 + y_1 = 19$ (ab ; bc или ac дополнительно кратно 3).

$y_1 + y_2 = 11 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2 \\ y_2 = 3 \\ y_3 = 10 \end{cases}$ $y_3 + y_1 = 19 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 8 \\ y_2 = 3 \\ y_3 = 11 \end{cases}$

$y_2 + y_3 = 14 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 7 \\ y_2 = 3 \\ y_3 = 11 \end{cases} \Rightarrow$ нужно сравнить 3^8

3.
$$\begin{cases} z_1 + z_2 = 10 \\ z_2 + z_3 = 13 \\ z_3 + z_1 = 30 \end{cases} \quad 2z_1 = 27 \Rightarrow z_1 \notin \mathbb{Z}, \text{ но } z_1 = \text{если } z_1 = 7,5, \text{ то } z_2 = -3,5, \Rightarrow \text{а поскольку}$$

z_1, z_2 и $z_3 > 0$, и так как $a, b, c \in \mathbb{N}$, то либо ab ; $5^7 \Rightarrow$

$z_1 + z_2 = 17 \Rightarrow \begin{cases} z_1 = 17 \\ z_2 = 0 \\ z_3 = 13 \end{cases}$, либо bc : $5^7 \Rightarrow z_1 + z_2 = 20$

тогда $abc = 2^{x_1+x_2+x_3} 3^{y_1+y_2+y_3} 5^{z_1+z_2+z_3} = 2^{21} 3^{24} 5^{30}$

Ответ: $2^{21} 3^{24} 5^{30}$.



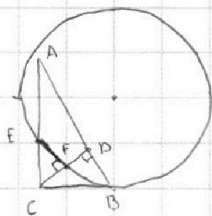
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Пусть x - длина $BD \rightarrow AD = 3x$.

2) $CD = \sqrt{AD \cdot DB} = \sqrt{3x \cdot x} = \sqrt{3}x$ (как высота из прямого угла).

3) $CB = \sqrt{CD^2 + DB^2} = \sqrt{3x^2 + x^2} = 2x$ (по т. Пифагора)

$CA = \sqrt{CD^2 + AD^2} = \sqrt{3x^2 + 9x^2} = 2\sqrt{3}x$ (по т. Пифагора)

4) $CB^2 = CA \cdot CE$ (по т. о касательной и секущей)

$CE = \frac{CB^2}{CA} = \frac{4x^2}{2\sqrt{3}x} = \frac{2x}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}x}{3}$

5) $EF \cdot CD = CB^2$ (по т. о кас. и сек.) $\Rightarrow EF = \frac{CB^2}{CD} = \frac{4x^2}{\sqrt{3}x} = \frac{4\sqrt{3}}{3}x$

6) $S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot CB = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3}x \cdot 2x = 2\sqrt{3}x^2$

7) $AB \parallel EF$
 $AB \perp CB \Rightarrow EF \perp CD \Rightarrow \angle EFC = 90^\circ$

8) $EF^2 = EC^2 - CF^2 = \frac{4x^2}{3}$

9) $\angle BAC = 30^\circ$, т.к. $CB = \frac{1}{2} AB$

$\Rightarrow \angle CEF = 30^\circ$

5) $AB \parallel EF$
 $AB \perp CB \Rightarrow EF \perp CD \Rightarrow \angle EFC = 90^\circ$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



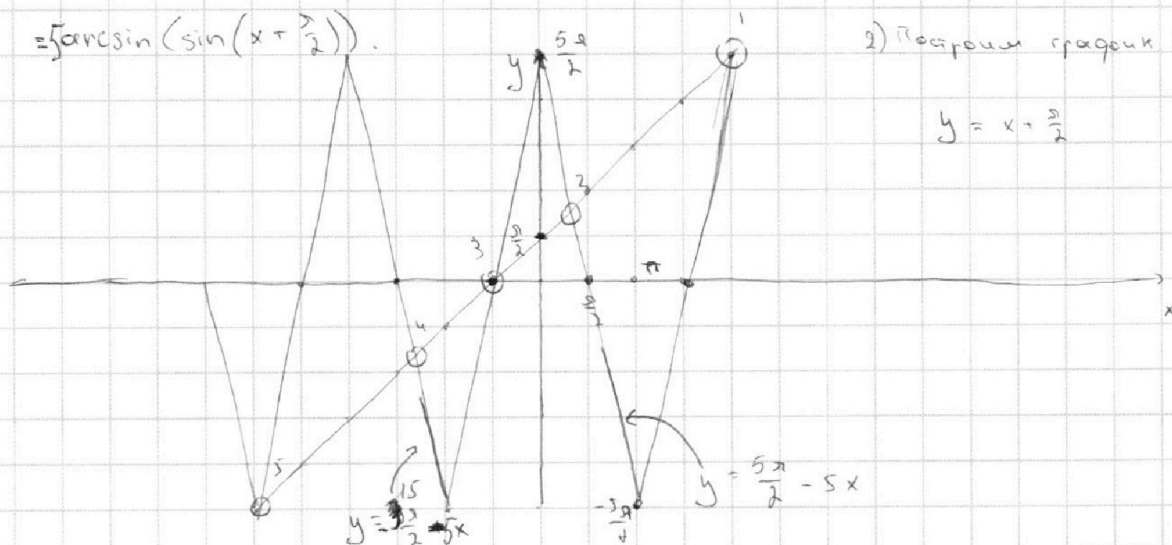
$$5 \arcsin(\cos(x)) = x + \frac{\pi}{2}$$

1) Построим график функции $y = f(x) = 5 \arcsin(\cos(x)) =$

$$= 5 \arcsin(\sin(x + \frac{\pi}{2}))$$

2) Построим график:

$$y = x + \frac{\pi}{2}$$



3) По рисунку сразу видно ①, ④ и ⑤ корни: $x = 2\pi$; $x = -\frac{\pi}{2}$;

$$x = -\frac{6\pi}{2} = -3\pi \text{ соответственно.}$$

4) Теперь найдем корни оставшиеся:

② - точка пересечения $y = x + \frac{\pi}{2}$ и $y = \frac{5\pi}{2} - 5x$.

$$6x = 2\pi$$

$$x = \frac{\pi}{3}$$

③ - т. пересечения $y = x + \frac{\pi}{2}$ и $y = -\frac{5\pi}{2} - 5x$

$$6x = -8\pi$$

$$x = -\frac{4\pi}{3}$$

$$\text{Ответ: } x = 2\pi, -\frac{\pi}{2}, -3\pi, \frac{\pi}{3}, -\frac{4\pi}{3}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax + 2y + 3b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

$$y = -\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2}$$

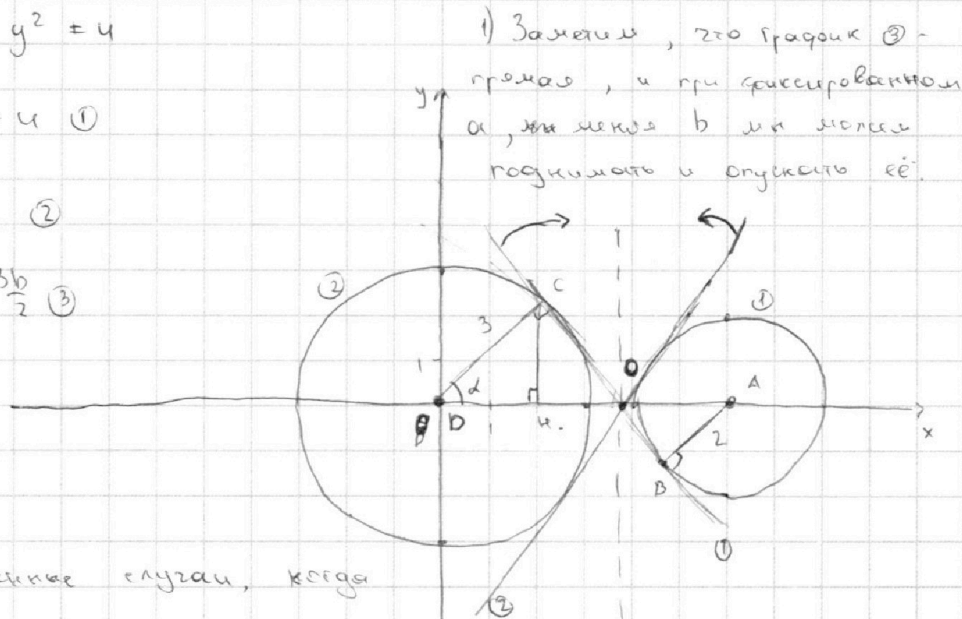
$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ x^2 + y^2 - 12x + 32 = 0 \end{cases}$$

$$x^2 - 12x + 36 + y^2 = 4$$

$$\begin{cases} (x-6)^2 + y^2 = 4 & ① \\ x^2 + y^2 = 9 & ② \\ y = -\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2} & ③ \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = 9 \quad ②$$

$$y = -\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2} \quad ③$$



2) т.е. единственные случаи, когда

прямая не выскочит перевези обе окружности за раз, это когда

её угол наклона больше $\geq$ угла наклона обеих касательных к обе окружности.

3) $\triangle DCO \sim \triangle ABO$ ($\angle C = \angle B = 90^\circ$; $\angle DOC = \angle BOA$ как верт.) $\Rightarrow$

$$\text{или из подобия } AO = 2x : \frac{AO}{OD} = \frac{AB}{OC} = \frac{2}{3} \Rightarrow OD = 3x.$$

$$AO + OD = AD = 6$$

$$2x + 3x = 6$$

$$x = \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow OD = \frac{18}{5} \Rightarrow \left(\frac{18}{5}; 0\right) \in y \Rightarrow 0 = -\frac{18}{5} \cdot \frac{a}{2} + \frac{3b}{2}$$

$$4) \sin \alpha = (\alpha - \text{угол } \angle CDO) = \frac{CO}{OD} = \frac{\sqrt{AO^2 - OD^2}}{OD} = \frac{\sqrt{36 - \frac{324}{25}}}{\frac{18}{5}} =$$

$$= \frac{3\sqrt{11}}{5} \cdot \frac{5}{18} = \frac{\sqrt{11}}{6} \Rightarrow \frac{CH}{CP} = \frac{\sqrt{11}}{6} \Rightarrow CH = \frac{\sqrt{11}}{2} \Rightarrow PH = \sqrt{9 - \frac{11}{4}} = \frac{5}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\left(\frac{5}{2}; \frac{\sqrt{11}}{2}\right) \in y \rightarrow \frac{\sqrt{11}}{2} = -\frac{a}{2} \cdot \frac{5}{2} + \frac{3b}{2} \quad \text{и.ч.}$$

$$\begin{cases} 2\sqrt{11} = -5a + 6b \\ 0 = -18a + 15b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10\sqrt{11} = -25a + 30b \\ 0 = -6a + 5b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10\sqrt{11} = -25a + 30b \\ 0 = -6a + 5b \end{cases}$$

$$\Rightarrow 10\sqrt{11} = 11a \Rightarrow a_1 = \frac{10}{\sqrt{11}}$$

Поскольку рисунок симм. отн. $Ox \Rightarrow a_2 = -\frac{10}{\sqrt{11}}$.

1. Поскольку нам подходит все прямые y которых касание. касания $\Rightarrow$

$$a \in \left(-\infty; -\frac{10}{\sqrt{11}}\right] \cup \left[\frac{10}{\sqrt{11}}; +\infty\right).$$

Значит все прямые, которые будут иметь и решение:

$$a \in \left(-\frac{10}{\sqrt{11}}; \frac{10}{\sqrt{11}}\right).$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_3^4 x + 6 \log_3 x = \log_{3^2} 243 - 8$$

$$2 \log_3^4 (xy) + 2 \log_3^4 (xy) + 2 \log_3 xy \cdot 3 = \log_{2 \cdot 3^2} (3^{11}) - 8$$

$$x > 0; x \neq 1$$

$$y > 0; y \neq \frac{1}{3}$$

Пусть $\log_3 x = t$, а $\log_3 y = p$

Заметим, что для того, чтобы узнать какие значения принимает xy , достаточно узнать какие значения принимает $t+p$.

$$1) \quad t^4 + \frac{6}{t} = \frac{5}{2t} - 8$$

$$p^4 + \frac{2}{p} = \frac{11}{2p} - 8$$

$$f(t) = 2t^5 + 10t + 7 = 0$$

$$g(p) = 2p^5 + 16p - 7 = 0$$

$$f'(t) = 10t^4 + 10 = 0$$

$$g'(p) = 10p^4 + 16 = 0$$

$$t \in \mathbb{R} \Rightarrow$$

$$p \in \mathbb{R} \Rightarrow$$

Функция $f(t)$ - возрастает на всей промежутке, при этом $f(-1) < 0$; $f(0) > 0 \Rightarrow$ она имеет единственный корень

$\Rightarrow$ Аналогично и для функции $g(p)$, только $g(0) < 0$ и $g(1) > 0 \Rightarrow$ она имеет единств. корень.

$$2(t^5 + p^5) + 16(t+p) = 0$$

Заметим, что $t+p=0$ является решением данного уравнения, а поскольку (по п.1) есть единств. t и единств. $p \Rightarrow t+p$

также единственное $\Rightarrow t+p=0$ - единств. решение $\Rightarrow$ Ответ 1
 $xy = 1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

- $(y_1 = 0)$
№ 1) Возьмем $A(0; 0) \Rightarrow 3x_2 + y_2 = 33 \Rightarrow y_2 = 33 - 3x_2$ - прямая,
|| стороне параллелограмма. Заметим, что при $A(3; 0)$ эта прямая
совпадает со стороной параллелограмма. При этом каждая
из таких прямых содержит 14 точек с целыми координатами
 $\Rightarrow$ при $x_1 = 0$: $3 \cdot 14 = 56$ точек нам подходит.
2) Если мы увеличиваем $y_1 = 1$, то нам уже точек
 $A(0; 1)$ и $A(1; 1)$ и $A(2; 1)$ - подходят уже только 3 прямые,
т.к. 4-ая выйдет за рамки пар-ма $\Rightarrow 3 \cdot 14 = 42$ точек
нам подходит.
3) $y_1 = 2$ аналогично уже сразу $2 \Rightarrow 3 \cdot 14 = 42$ точек.
4) $y_1 = 3$. аналогично уже сразу $2 \Rightarrow 3 \cdot 14 = 42$ точек.
 $y_1 = 4$; $y_1 = 5$ - аналогичные ситуации $\Rightarrow 3 \cdot 14 + 3 \cdot 14 = 84$
точки.
5) $y_1 = 6; 7; 8 \Rightarrow 3 \cdot 3 \cdot 14 = 126$ точек.
6) $y_1 = 9; 10; 11 \Rightarrow 3 \cdot 3 \cdot 14 = 126$ точек.
7) $y_1 = 12; 13; 14 \Rightarrow$ нам подходит уже 2 прямые, т.к.
3-я выйдет за пределы пар-ма $\Rightarrow 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 14 = 84$ точек.
8) $y_1 = 15; 16; 17$ и $18; 19; 20 \Rightarrow 3 \cdot 2 \cdot 14 + 3 \cdot 2 \cdot 14 = 168$
9) $y_1 = 21; 22; 23$ и $24; 25; 26 \Rightarrow$ нам подходит уже 1
прямая; т.к. следующие попадают за границы пар-ма



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow 3 \cdot 1214 + 3 \cdot 1 \cdot 14 = 42 + 42 = 84.$$

$$(10) y_1 = 27; 28; 29 \Rightarrow 3 \cdot 1 \cdot 14 = 42.$$

$$\text{Итого: } 56 + 3 \cdot 42 + 84 + 2 \cdot 126 + 84 + 168 + 84 + 42.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐

2 ☐

3 ☐

4 ☐

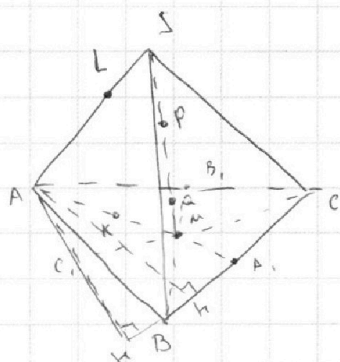
5 ☐

6 ☐

7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1. $AL = AK$, как касательные.

$$\begin{aligned} 2. \quad MK^2 &= MQ \cdot MP \\ SL^2 &= SQ \cdot SP \\ SP &= MQ \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad MK = SL \quad (\text{по т. о кас. и сев.})$$

$$3) \quad \begin{aligned} AL &= AK \\ MK &= SL \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad AS = AM = BC = 12$$

$$4) \quad AM = 2MA_1 \Rightarrow MA_1 = 6 \Rightarrow AA_1 = 18$$

$$5) \quad S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC \Rightarrow AH = \frac{2 \cdot 90}{12} = 15$$

$$\text{или } HA_1 = \sqrt{18^2 - 15^2} = 9\sqrt{3} > BA_1 \Rightarrow \text{т.к. } B \text{ не в } \alpha_{ABC}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

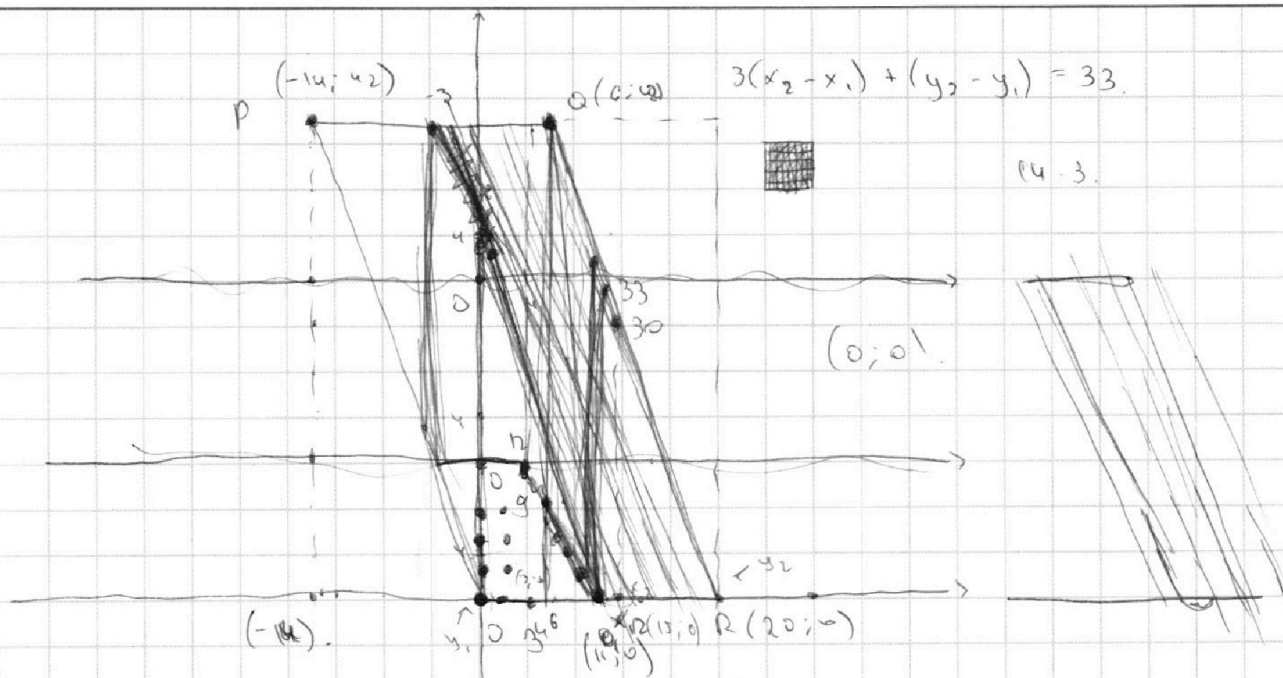
Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x_2 - x_1 = 0 \Rightarrow y_2 - y_1 = 33 \Rightarrow y_1 = 0 \Rightarrow y_2 = 33$$

$$x_2 - x_1 = 1 \Rightarrow y_2 - y_1 = 30$$

$$x_2 - x_1 = 2 \Rightarrow y_2 - y_1 = 27$$

$$20 - 14 = 6$$

$$y_1 = 1$$

$$3x_2 + y_2 = 34$$

$$y_2 = 34 - 3x_2$$

$$3x_2 + y_2 = 35 \quad | \cdot 2x$$

$$3x_2 + y_2 = 36$$

$$3x_2 + y_2 = 45$$

$$y_2 = 45 - 3x_2$$

$$3x_2 + y_2 = 33$$

$$y_2 = 33 - 3x_2$$

$$3x_2 + y_2 = 33$$

$$3x_2 + y_2 = 36$$

$$3x_2 - 9 + y_2 = 33 \quad (18 - 15) (18 - 15)$$

$$3x_2 + y_2 = 42 \quad 3 \cdot 33$$

$$11; 14; 17; 20; 23; 26; 29;$$

$$12; 15; 18;$$

$$13;$$

$$13; 16; 19;$$

$$14; 17; 20$$

$$15; 18;$$

$$16; 19$$

$$17; 20$$

$$18;$$

$$19...$$

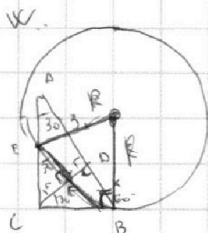
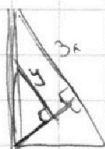
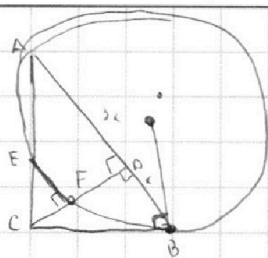
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{S_{ABC}}{S_{DEF}}$$

$$AC = 2\sqrt{3}x$$

$$CD = \sqrt{3}x$$

$$\frac{CB}{AB} = \frac{DB}{CB}$$

$$CB^2 = AD \cdot DB = 4x^2$$

$$CB = 2x$$

$$\frac{CE}{\sqrt{3}x} = \frac{y}{\sqrt{3}x}$$

$$CE = \frac{y \cdot \sqrt{3}}{3} = \frac{y}{\sqrt{3}} \quad CD = \sqrt{3}x$$

$$AC = 16x^2 - 4x^2 = 12x^2 = 2\sqrt{3}x$$

$$CE = \frac{y}{\sqrt{3}} \cdot 2\sqrt{3}x = 2y$$

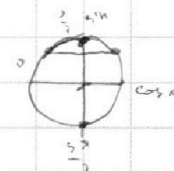
$$CB^2 = AC \cdot EC$$

$$CE = \frac{2y\sqrt{3}}{3} = \frac{2y}{\sqrt{3}}$$

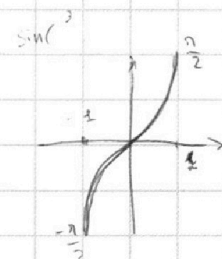
$$\arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} + x)) = \frac{\pi}{2} + x$$



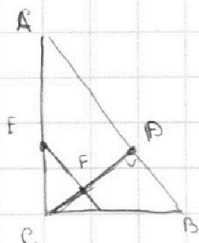
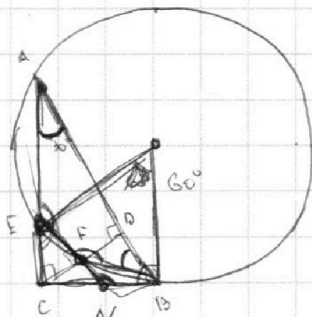
$$\arcsin(-1) = -\frac{\pi}{2}$$



$$\frac{4y^2}{3} = \frac{y^2}{3} + y^2$$

$$\frac{5y^2}{3} = -2x + 6$$

$$b = \frac{9x^2}{2}$$



$$-\frac{5x}{2}k = \frac{5x}{2}$$

$$k = -5$$

$$b = -\frac{15x}{2}$$

$$b = \frac{x}{2}$$

$$k \cdot (-\frac{5x}{2}) + b = \frac{5x}{2}$$

$$b = (-\frac{3x}{2})k + b = 0$$

$$b = \frac{3x}{2}k$$

$$\frac{5x}{2} - 5x = x + \frac{\pi}{2}$$

$$2x = 6x$$

$$x = \frac{\pi}{3}$$

$$\cos(60^\circ) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{6} \cdot 5 = \frac{5x}{3}$$

$$2x = \frac{5}{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{5x}{2} - \frac{5x}{3} = \frac{5x}{6}$$

$$\sin(\frac{5x}{6}) = x - \frac{x}{6} = \frac{5x}{6}$$

$$-\frac{15x}{2} + \frac{10x}{2} = -\frac{5x}{2}$$

$$-\frac{5x}{2}k = \frac{5x}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

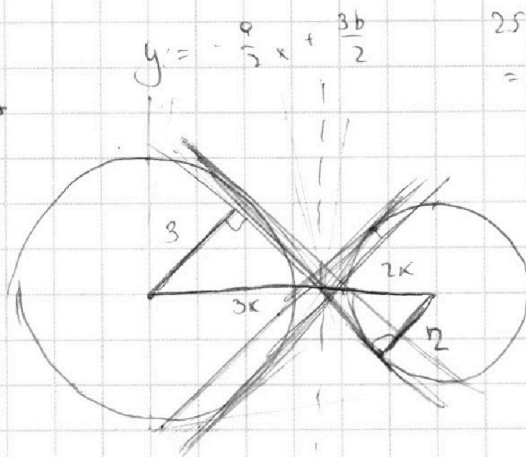
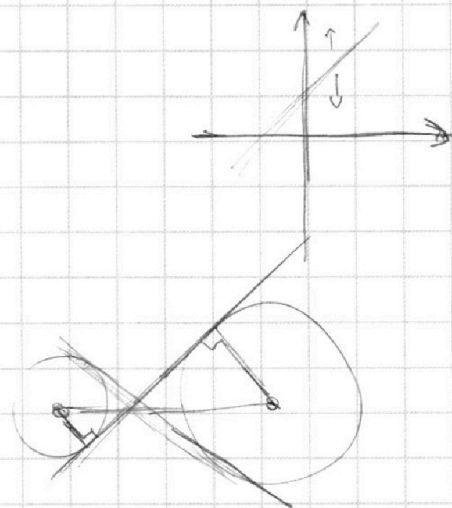
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax + 2y + 3b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 72) = 0 \end{cases}$$



$$\begin{array}{r} 11 \\ 121 \\ 1331 \\ 14641 \\ 15101051259 = \\ 250 - 25 = \\ = 225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 360 \\ 36 \\ 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 12 \\ 144 \\ 18 \\ 324 \end{array}$$

$$t^4 + 6t = \frac{5}{2}t - 8$$

$$36 - 11 = 25$$

$$\begin{array}{r} 324 \\ - 225 \\ \hline 99 \end{array}$$

$$t^5 + 6t^2 + 8t - 3 = 0$$

$$243 = 3 \cdot 81 = 3 \cdot 3 \cdot 27 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$$

$$t^4 + 12t + 8$$

$$250 - 25 = 225 = 3^5$$

$$t^3 + 12 = 0$$

$$t = -\sqrt[3]{12}$$

$$t^4 + 6t = \frac{5}{2}t - 8$$

$$8t$$

$$p^4 + \frac{2}{p} = \frac{11}{2p} - 8$$

$$(p+t)^5 = p^5 + 5p^4t + 10p^3t^2 + 10p^2t^3 + 5pt^4 + t^5$$

$$t^5 + 8t + 6 - \frac{5}{2}t = 0$$

$$p^5 - \frac{7}{2p} + 2p = 0$$

$$12t^4 + 16 = 0$$

$$7p^5 + 16p - 7 = 0$$

$$2t^3 + 16t + 2 = 0$$

$$t \cdot p = 0$$

$$2(p^5 + t^5) + 8(t+p) = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab : 2^9 3^{10} 5^{10}; \quad bc : 2^{14} 3^{13} 5^{13}, \quad ac : 2^{10} 3^{18} 5^{30}$$

$$\min(abc) = ?$$

(5)(K)

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{18} 3^{40} 5^{50}$$

$$a = 2^9 3^{10} 5^{10} \cdot F$$

$$b = 2^{14} 3^{13} 5^{13} \cdot G$$

$$c = 2^{10} 3^{18} 5^{30} \cdot H$$

$$x_1 + y_1 + z_1 = 9$$

$$x_1 + y_2 = 9$$

$$y_1 + y_2 = 10$$

$$x_1 + z_2 = 10$$

$$x_2 + x_3 = 14$$

$$y_2 + y_3 = 13$$

$$z_2 + z_3 = 13$$

$$x_2 + x_3 = 19$$

$$y_3 + y_1 = 18$$

$$z_3 + z_1 = 30$$

$$\begin{array}{l} 10 : 5 \\ 8 : 4 \end{array} \rightarrow 80 : 20$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ +14 \\ \hline 84 \\ +34 \\ \hline 118 \\ +42 \\ \hline 160 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ +13 \\ \hline 23 \\ +18 \\ \hline 41 \\ +38 \\ \hline 79 \end{array}$$

$$6 : 2 \cdot 3 \quad x_1 : 2 \cdot 3$$

$$y_2 : 3 \cdot 5$$

$$x_2 : 2$$

$$x^2 y^2 z^2 : 2^2 3^2 5^2$$

$$6 \cdot 2 \cdot 45 =$$

$$= 540$$

$$2(x_1 + x_2)$$

$$2(x_1 + y_1 + z_1 + x_2 + y_2 + z_2)$$

$$\min(2(x_1 + y_1 + z_1))$$

(2)

(1)

$$y_1 + y_2 = 10$$

$$y_2 + y_3 = 13$$

$$y_3 + y_1 = 18$$

$$y_1 + y_2 + y_2 + y_3 + y_3 + y_1 = 10 + 13 + 18 = 41$$

$$2y_1 = 15$$

$$y_1 = 12/13$$

$$y_1 = 7$$

$$y_2 = 3$$

$$y_3 = 10$$

$$2x_1 = 14$$

$$x_1 = 7, \quad x_2 = 2$$

$$x_3 = 12$$

$$\begin{array}{l} y_1 = 8 \\ y_2 = 2 \\ y_3 = 10 \end{array}$$

(3)

$$2z_1 + z_2 = 10 - 13 + 30 = 27$$

$$2 \cdot 2z_2 = 11$$

$$13$$

$$15$$

$$2z_1 + z_3 = 31$$

$$z_1 = 14$$

$$15$$

$$16$$

$$z_1 = 14$$

$$z_2 = -3 \text{ - не натур. } -2 \quad -1 \quad 0, \quad z_2 = -4 \text{ - не натур.}$$

$$2 \cdot 7 \cdot 3^2 \cdot 5^{12} \cdot 2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^{10}$$

$$3^2 \cdot 8^{10}$$

$$3$$

$$5^5$$

$$3^2 \cdot 5^4$$

$$\begin{array}{l} z_1 + z_2 = 10 \\ z_2 + z_3 = 13 \\ z_3 + z_1 = 30 \end{array}$$

$$13.5$$

$$z_2 = -3.5$$

$$z_3 = 16.5$$

$$14$$

$$2z_2 + z_3 = 16$$

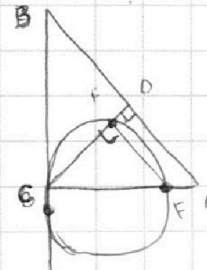
$$10 - 16 + 30 = 24 = 12$$

$$2z_2 + z_3 = 20$$

$$z_2 = 0$$

$$z_1 = 10$$

$$z_3 = 20$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

