



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 4

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
- [6 баллов] Данна треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№

Ключевые моменты переписать тут:

$$\left. \begin{array}{l} (1) \quad \text{ord}_2(a) + \text{ord}_2(b) \geq 6 \\ \text{ord}_2(a) + \text{ord}_2(c) \geq 16 \\ \text{ord}_2(b) + \text{ord}_2(c) \geq 14 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{ord}_2(abc) = \\ \text{ord}_2(a) + \text{ord}_2(b) + \text{ord}_2(c) \geq \\ \frac{6+16+14}{2} = 18 \end{array}$$

п-ко въен. при $\text{ord}_2(a) = 4, \text{ord}_2(b) = 2, \text{ord}_2(c) = 12$.
(все члн. нец. при этом собл.)

$$\left. \begin{array}{l} (2) \quad \text{ord}_5(a) + \text{ord}_5(b) \geq 11 \\ \text{ord}_5(b) + \text{ord}_5(c) \geq 13 \\ \text{ord}_5(a) + \text{ord}_5(c) \geq 28 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{ord}_5(abc) = \\ \text{ord}_5(a) + \text{ord}_5(b) + \text{ord}_5(c) \geq \\ \text{ord}_5(a) + \text{ord}_5(c) \geq 28 \end{array}$$

п-ко въен. при $\text{ord}_5(a) = 14, \text{ord}_5(b) = 0, \text{ord}_5(c) = 14$.
(все члн. нец. при этом собл.)

$$\left. \begin{array}{l} (3) \quad \text{ord}_3(a) + \text{ord}_3(b) \geq 13 \\ \text{ord}_3(b) + \text{ord}_3(c) \geq 21 \\ \text{ord}_3(a) + \text{ord}_3(c) \geq 25 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{ord}_3(abc) = \\ \text{ord}_3(a) + \text{ord}_3(b) + \text{ord}_3(c) \geq \\ \frac{25+21+13}{2} = \frac{59}{2} = 29,5 \\ \Rightarrow \text{ord}_3(abc) \geq 30 \\ (\text{члн. } \text{ord}_3(abc) \in \mathbb{N}) \end{array}$$

п-ко въен. при $\text{ord}_3(a) = 8, \text{ord}_3(b) = 5, \text{ord}_3(c) = 17$.
(все члн. нец. собледены)

Число, чмно abc: $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28} \Rightarrow abc \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$.

abc = $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$ подг. под въен. члн. при
 $a = 2^4 \cdot 3^8 \cdot 5^{14}, b = 2^2 \cdot 3^5, c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{14}$.

Отвтв: ~~2¹⁸ · 3³⁰ · 5²⁸~~.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

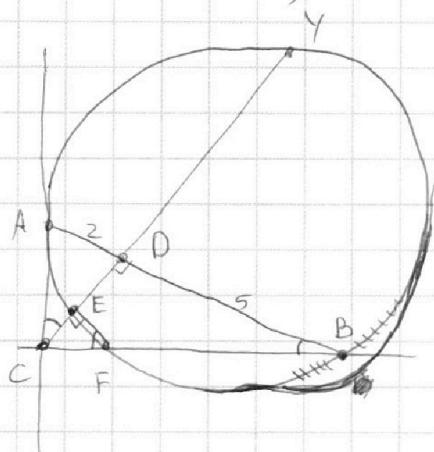
- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N2 (часть 1)



Обозначим длину AD как
2. у.е., тогда и.и. $\frac{AB}{BD} = \frac{7}{5} \Leftrightarrow$
 $\frac{AD}{DB} = \frac{2}{5} \Rightarrow$ длина DB равна 5 у.е.
Далее получим ~~1~~ длины и полука-
заны будем производить аналогично
в у.е. и $(y.e.)^2$ соотв. и ищущий
результат уменьшается у.е. не будут.

$$1) \frac{AD}{CD} = \frac{DC}{BD} \Rightarrow DC^2 = AD \cdot BD = 10 \Rightarrow DC = \sqrt{10} \quad (\text{поскольку } \Delta \text{ образован высотой в } \Delta)$$

$$AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{4+10} = \sqrt{14}$$

$$CB = \sqrt{CD^2 + DB^2} = \sqrt{25+10} = \sqrt{35}$$

(теор. Пиф.)

2) Продолжим CE до второго пересеч. Y с окр. Y (AEFB).

$$\text{Тогда } \deg(D) = 2 \cdot 5 = AD \cdot BD = ED \cdot DY = (CD - CE) \cdot DY = (\sqrt{10} - CE) \cdot DY$$

$$\deg(C) = AC^2 = 14 = CE \cdot CY = CE (\cancel{CD} + DY) = CE (\sqrt{10} + DY)$$

$$\Rightarrow \text{направим систем. } \begin{cases} 10 = (\sqrt{10} - CE) \cdot DY \\ 14 = CE (\sqrt{10} + DY) \end{cases}$$

для удобства $CE = a, DY = b$

$$\begin{cases} 10 = \sqrt{10}b - ab \\ 14 = ab + \sqrt{10}a \end{cases} \Rightarrow 24 = \sqrt{10}(a+b) \Rightarrow b = \frac{24}{\sqrt{10}} - a > 0$$

$$\Rightarrow 14 = a \left(\frac{24}{\sqrt{10}} - a \right) + \sqrt{10}a = -a^2 + \left(\frac{24}{\sqrt{10}} + \sqrt{10} \right) a = -a^2 + \frac{34}{\sqrt{10}} a$$

$$\Rightarrow a^2 - \frac{34}{\sqrt{10}} a + 14 = 0$$

$$D_a = \frac{34^2}{10} - 4 \cdot 14 = \frac{1156 - 560}{10} = \frac{596}{10}$$

$$a = \frac{\frac{34}{\sqrt{10}} \pm \sqrt{D_a}}{2} = \frac{\frac{34}{\sqrt{10}} \pm \sqrt{\frac{596}{10}}}{2} = \frac{17 \pm \sqrt{\frac{149}{10}}}{\sqrt{10}} \Rightarrow \begin{cases} \frac{17 + \sqrt{149}}{\sqrt{10}} \\ \frac{17 - \sqrt{149}}{\sqrt{10}} \end{cases}$$

$$\text{Если } a = \frac{17 + \sqrt{149}}{\sqrt{10}} \rightarrow \text{но } a < \frac{24}{\sqrt{10}} \Rightarrow 17 + \sqrt{149} < 24 \Rightarrow \frac{17 + \sqrt{149}}{\sqrt{10}} < 7 \Rightarrow 149 < 49 \Rightarrow \\ a \neq \frac{17 + \sqrt{149}}{\sqrt{10}} \Rightarrow a = \frac{17 - \sqrt{149}}{\sqrt{10}} > 0 \Rightarrow CE = \frac{17 - \sqrt{149}}{\sqrt{10}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N^o 2 (часть 2)

3) $\Delta ACD \sim \Delta CBD$ (CD - высота в Δ)

$\Delta CEF \sim \Delta CDB$ (EF и OB ч се однай)

$$\Rightarrow \Delta ACD \sim \Delta CFE \Rightarrow \frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = k^2 \text{ подобия} = \frac{AD^2}{CE^2} =$$

$$\frac{4}{(17 - \sqrt{149})^2} = \frac{40}{289 - 34\sqrt{149} + 149} = \frac{40}{438 - 34\sqrt{149}} = \frac{20}{219 - 17\sqrt{149}}$$

Объем: $\frac{20}{219 - 17\sqrt{149}}$

I-



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 3

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{9\pi - 2x}{10}$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{2} - x + 2\pi k = \frac{9\pi - 2x}{10} \Leftrightarrow 5\pi - 10x + 20\pi k = 9\pi - 2x \Leftrightarrow 8x = 20\pi k - 4\pi \\ \frac{\pi}{2} - x + 2\pi k \in [0; \pi], k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}\pi k - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{\pi}{2} + x + 2\pi k = \frac{9\pi - 2x}{10} \Leftrightarrow -5\pi + 10x + 20\pi k = 9\pi - 2x \Leftrightarrow 12x = 14\pi - 20\pi k \\ -\frac{\pi}{2} + x + 2\pi k \in [0; \pi], k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{7}{6}\pi - \frac{5}{3}\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{5}{2}\pi k - \frac{\pi}{2} \\ \left(\frac{\pi}{2} - \frac{5}{2}\pi k + \frac{\pi}{2} + 2\pi k \in [0; \pi] \right), k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \pi - \frac{\pi k}{5} \in [0; \pi], k \in \mathbb{Z} \\ \Leftrightarrow 1 - \frac{k}{5} \in [0; 1], k \in \mathbb{Z} \\ \Leftrightarrow k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{7}{6}\pi - \frac{5}{3}\pi k \\ -\frac{\pi}{2} + \frac{7}{6}\pi - \frac{5}{3}\pi k + 2\pi k \in [0; \pi], k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{2}{3}\pi + \frac{7k}{6} \in [0; \pi], k \in \mathbb{Z} \\ \Leftrightarrow \frac{2}{3} + \frac{k}{3} \in [0; 1], k \in \mathbb{Z} \\ \Leftrightarrow k \in \{0, 1, -1, -2\} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{5}{2}\pi k - \frac{\pi}{2}, k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \\ x = \frac{7}{6}\pi - \frac{5\pi k}{3}, k \in \{-2, -1, 0, 1\} \end{cases}$$

Ответ:

$$\begin{cases} x = \frac{5}{2}\pi k - \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}, k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \\ x = \frac{7}{6}\pi - \frac{5\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}, k \in \{-2, -1, 0, 1\} \end{cases}$$

I-

I-

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

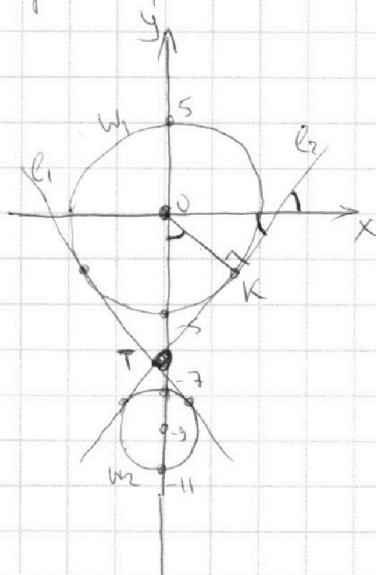


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N4 (решение)

Второе ур-ние: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + y^2 + 18y + 81 = 81 - 77 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + (y+9)^2 = 4 \end{cases}$

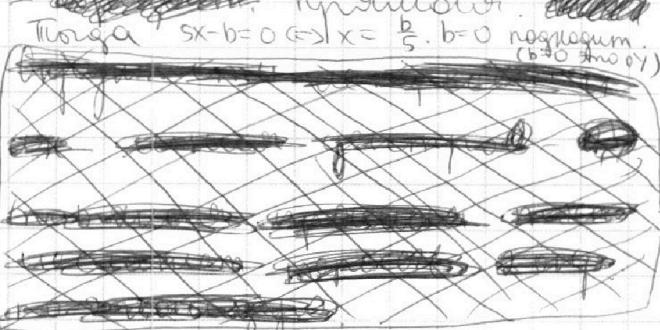
где окр-тии с ц. (0; 0) и $r=5$ и с ц. (0, -9), $r=2$.



Если $a=0$ то первое ур-ние

вертико

представит



Чтобы $a \neq 0 \Rightarrow$ перв

ур-ние представит в виде

$$ay = b - sx \Leftrightarrow y = -\frac{s}{a}x + \frac{b}{a}$$

Проведём 2 линии l_1 и l_2 , которые будут образовывать окр-тий, с. имеем отриц. начин, а l_2 - положит. Они пересекутся в точке $T \in OY$ в силу симм. относит. о. OY .

Рисунок O_1 -центр окр-тии W_1 с ц. (0; 0) и $r=5$, а O_2 -центр окр-тии W_2 с ц. (0, -9) и $r=2$.
Изображение

$$\frac{O_1T}{O_2T} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{5}{2} \Rightarrow O_1T = \frac{5}{2} O_2T$$

$$\text{значит } O_1T + TO_2 = 9 \Rightarrow \frac{7}{2} O_2T = 9 \Rightarrow O_2T = \frac{18}{7}$$
$$\Rightarrow O_1T = 9 - \frac{18}{7} = \frac{63-18}{7} = \frac{45}{7} \Rightarrow T(0; \frac{45}{7})$$

Рисунок l_2 как окр-тии W_1 и K $\Rightarrow OK^2 + KT^2 = TO_1^2$ (теор.

треуг., $\angle OKT = 90^\circ$ (изу падан.)

$$\Rightarrow TK^2 = O_1T^2 - OK^2 = \frac{45^2}{49} - r_1^2 = \frac{45^2}{49} - 25 = \frac{45^2 - 35^2}{49} = \frac{10 \cdot 80}{49} = \frac{800}{49}$$

$$\Rightarrow TK = \sqrt{\frac{800}{49}} = \frac{20\sqrt{2}}{7}$$



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4 (часть 2)

Номер решения $\ell_2 = \operatorname{tg} \angle (\ell_2; OX) = \operatorname{tg} \angle T_0 K$

(в силу теоремы Δ образ. высотой в Δ)

$$= \frac{T_0 K}{O_0 K} = \frac{\frac{20\sqrt{2}}{7}}{5} = \frac{4\sqrt{2}}{7}$$

В ~~силу~~ сим. ℓ_1 , ℓ_2 отл. о x , номер решения ℓ_1 — $-\frac{4\sqrt{2}}{7}$.

Вернёмся к прямой Γ ур-ния $y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$.

Пусть $-\frac{5}{6a} \in \left[\frac{4\sqrt{2}}{7}; \frac{4\sqrt{2}}{5} \right]$. Тогда прямая

принадлежит с данным решением через Т

(единственное это значение, т.к. $-\frac{b}{6a}$ может быть любым и мы можем провести единую прямую с решением $-\frac{5}{6a}$ через любую точку на о x).

Тогда, в силу $-\frac{5}{6a} \in \left[\frac{4\sqrt{2}}{7}; \frac{4\sqrt{2}}{5} \right]$, прямая

Γ ур-ния будет более пологой, чем исходная, но отстоящим от о x , и не пересекет ни одну из окр-тий, ~~или~~ или в точности совпадёт с ней из исходных. Если пересеч. о x ,

то суться кривые с одинак. решением извергут, мы не сможем пересечь W_2 и наоборот. Мы не сможем пересечь её с обеими окр-тиями и получим ч. пересеч. (и 4 реш. лин.). Исходное ур-ние с исходными:

если, они не пересекутся, то перестанут находиться друг от друга из окр-тий.

Значит, $-\frac{5}{6a} \in (-\infty, \frac{4\sqrt{2}}{7}) \cup (\frac{4\sqrt{2}}{5}, +\infty)$. В частности

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N4 (задача 3)

сумме, проведите прямую Γ урчию через T ,
она будет лежать ниже чем обе пасеки. Ч
пересечет обе пасеки прямой по 2 раза, а
значит такой пар. в школе будет
найдено.

~~Условие~~ Учеба имеем:

$$\begin{cases} \frac{5}{6a} < -\frac{4\sqrt{2}}{7}, a \neq 0 \\ -\frac{5}{6a} > \frac{4\sqrt{2}}{7}, a \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} > \frac{4\sqrt{2}}{7} \cdot \frac{6}{5}, a \neq 0 \\ \frac{1}{a} < -\frac{4\sqrt{2}}{7} \cdot \frac{6}{5}, a \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = 0$$

$$\begin{cases} \frac{1}{a} > \frac{24\sqrt{2}}{35}, a \neq 0 \\ \frac{1}{a} < -\frac{24\sqrt{2}}{35}, a \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a < \frac{35}{24\sqrt{2}} \\ 0 > a > -\frac{35}{24\sqrt{2}} \end{cases} \Leftrightarrow a = 0$$

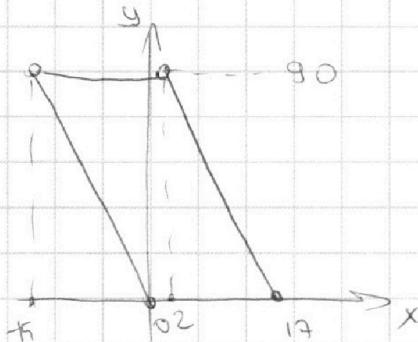
$$a \in \left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}, \frac{35}{24\sqrt{2}}\right).$$

Ответ: $\left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}, \frac{35}{24\sqrt{2}}\right)$.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6



учебные $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$
 $\Leftrightarrow y_2 = (48 + y_1 - 6x_1) - 6x_2 -$
 прямые с наклоном -6
 с общими y_1, x_1 .
 прямая пересекает ось x —
 уменьшительное.

Положение и прямые n -тическим методом. Использовано 6:
 $y = -6x$, $y = 102 - 6x$.

Используя, что точки, лежащие на прямой $y = kx + b$,
 что по простоту можно называть лежащими на
 отрезках, будем $y = k - 6x$, $k \in \mathbb{Z}$, $y \in [0; 90]$.

Остальное посчитаем с помощью учебника.
 Могут на пятидцати из 91 точек отрезок, и
 заслуживающие внимания.

Заметим, что при $k_1 \leq k_2$, то отрезок
 $y = k_1 - 6x$, $y = k_2 - 6x$ ($y \in [0; 90]$) будет одина-
 ковое количество точек, т.к. эти точки
 будут сдвигнуты на вектор $(1, 0)$ и уменьшатся.
 Точки не поменяются.

Всего 16 отр. с $k \leq 0$, и 15 отр.
 всех ост. к.

На отрезке $y = k - 6x$ будем считать не, сколько
 и на отр. $y = -6x$ ($y \in [0; 90]$). Возьмём любой $x \in \mathbb{Z}$
 и $0 \leq 6x \leq 90$ и никакой другой x . Всего 16 точек.
 Аналогично рассуждаем именем для отр. $k \geq 1$
 и ост. 15 точек.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6 (решение)

Осталось только подсчитать сколько
тигров будет подходит y_1, x_1 , для каждого
 $k = 48 + y_1 + 6x_1 \in [0, 90]$. Помогив начин x_1 ,
мы сразу определили $y_1 = 48 + k - 6x_1$ однозначно,
т.е. начиная с предмета.

Учился как-то ~~много~~ способов предмет,
или чисто $48 + y_1 + 6x_1$ ~~выбрал~~ мы учимши
помидор помидор ~~чеснок~~ и он (6 при $k \leq 0$)
и 15 (при $k \geq 0$), склонни, и получим
результат.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

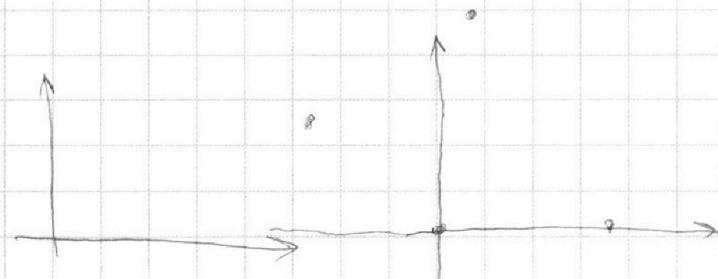
5

6

7

МФТИ

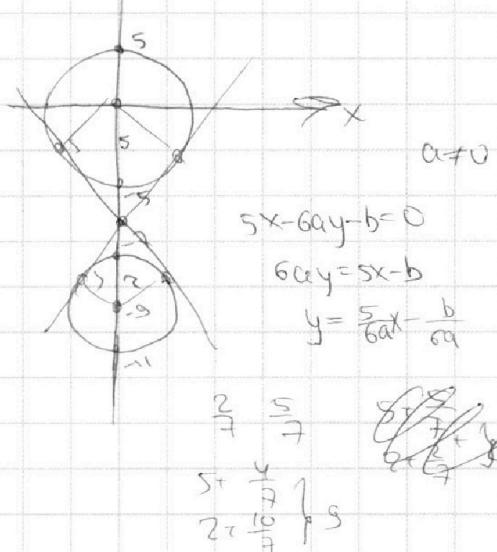
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} & \text{Graph shows two lines intersecting at } (1, 2). \\ & \text{Equation of the first line: } y = -6x + 6. \\ & \text{Equation of the second line: } y = 6x - 6. \\ & \text{Solving the system: } \\ & \begin{aligned} & -6x + 6 = 6x - 6 \\ & 12x = 12 \\ & x = 1 \end{aligned} \\ & \text{Substituting } x = 1 \text{ into either equation: } \\ & y = 6(1) - 6 = 0 \end{aligned}$$

$$y_2 - y_1 = 6$$

$$(y+9)^2 + x^2 = 81 - 77 = 4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

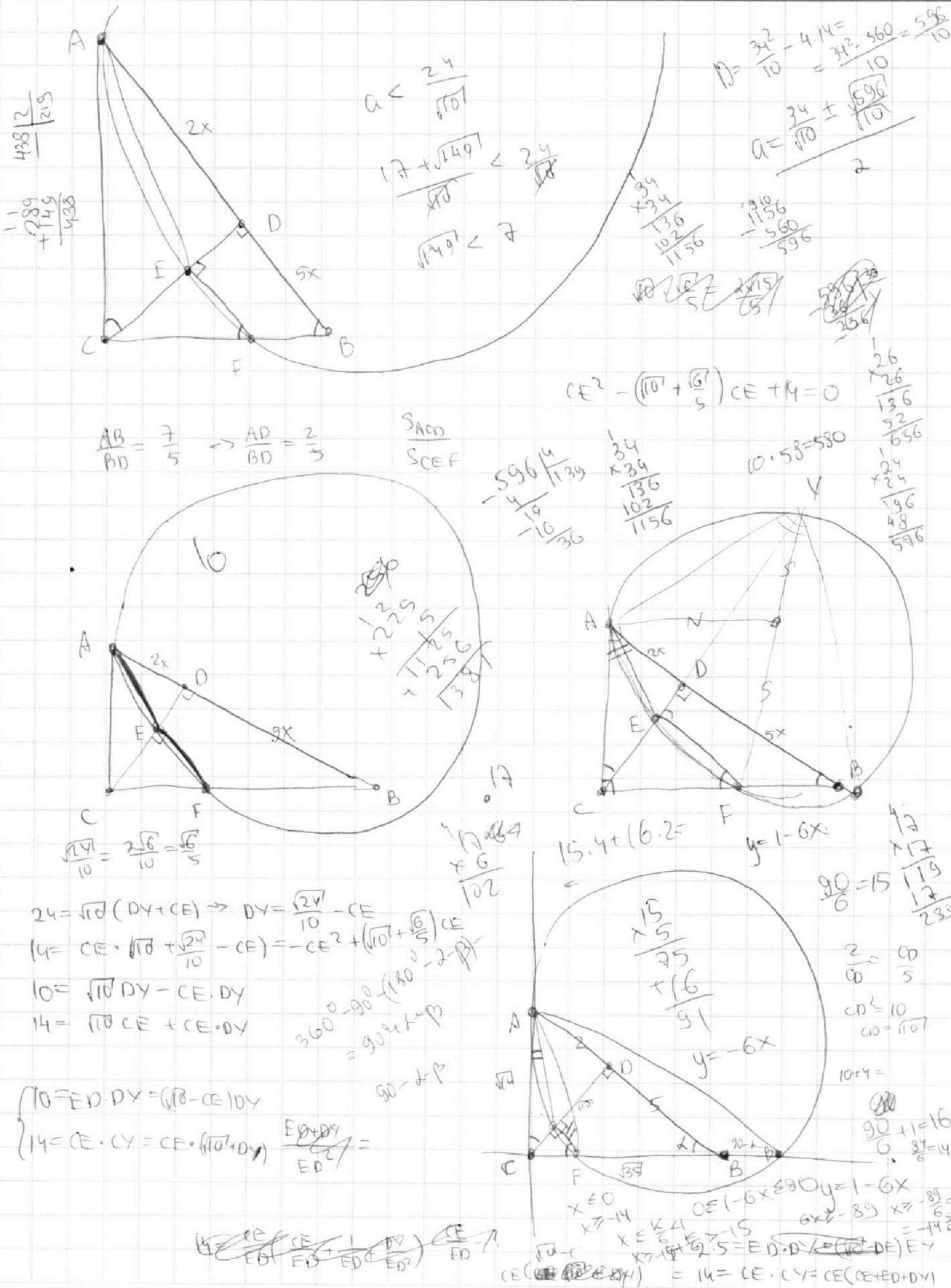
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^6 3^{13} 5^{11}$$

$$bc : 2^{14} 3^{21} 5^{13}$$

$$ac : 2^{16} 3^{25} 5^{28}$$

~~abc~~ ~~min~~

$$\begin{aligned} \text{1: } a+b=6 & \quad ? \quad a+b+c=18 \\ b+c=14 & \quad c=12 \\ a=4 & \\ a+c=16 & \quad b=2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3: } a+b \geq 13 & \quad a+b+d=59 \\ b+c \geq 21 & \quad 60 \quad 30 \\ a+c \geq 25 & \quad a=8 \\ & \quad b=5 \\ & \quad c=17 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{5: } a+b=11 & \quad a+b+c=\frac{53}{2}=26 \\ b+c=13 & \quad b=2 \\ a+c=28 & \quad c=15 \\ a=13 & \end{aligned}$$

$$100 \arccos(\sin x) < 9\pi - 2x$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{9\pi - 2x}{10}$$

~~arccos~~

$$\arccos(\sin x) = \arccos(\cos(\frac{\pi}{2}-x))$$

тогда $x \in [0, \pi]$

$$\arccos(\cos(\frac{\pi}{2}-x)) =$$

$$=\frac{\pi}{2}-x+2\pi k$$

$$\arccos(-\frac{\pi}{2}+x+2\pi k)$$

$$\frac{\pi}{2}-x+2\pi k = \frac{9\pi - 2x}{10}$$

$$5\pi + 20\pi k - 10x - 2x - 9\pi = 0$$

$$8x = -4\pi + 20\pi k$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + \frac{5}{2}\pi k$$

$$\frac{\pi}{2}-x+2\pi k \in [0, \pi] \Rightarrow$$

$$-\frac{\pi}{2}+x+2\pi k = \frac{9\pi - 2x}{10}$$

$$-5\pi + 10x + 20\pi k = 9\pi - 2x$$

$$12x = 14\pi - 20\pi k$$

$$x = \frac{7}{6}\pi - \frac{5}{3}\pi k$$

$$T(-5 - \frac{10}{7})$$

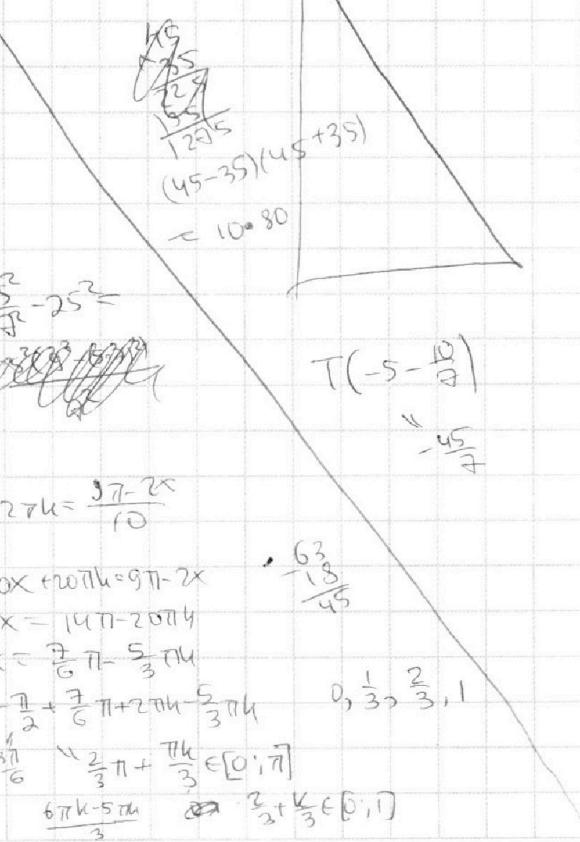
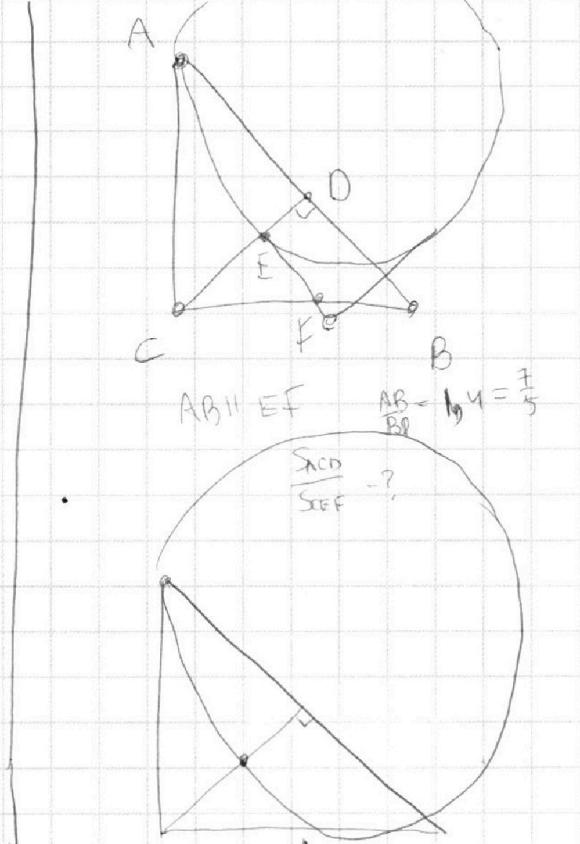
$$-\frac{45}{7}$$

$$-\frac{7}{2} + \frac{7}{6}\pi + 2\pi k - \frac{5}{3}\pi k = \frac{63}{18} \quad \frac{18}{45}$$

$$0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1$$

$$-\frac{7}{2} + \frac{7}{6}\pi + 2\pi k - \frac{5}{3}\pi k \in [0, \pi]$$

$$\frac{6\pi k - 5\pi}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} + \frac{k}{3} \in [0, 1]$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

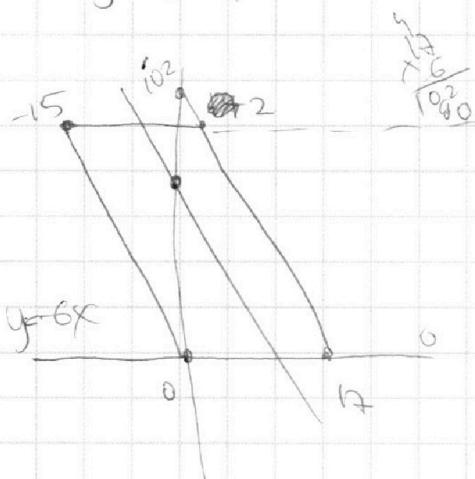
$$\log_{x^3}(11^{-2}) = -\frac{2}{3} \log_x(11) = \frac{-\frac{2}{3}}{\log_{11}x}$$

$$0,54 \rightarrow a$$

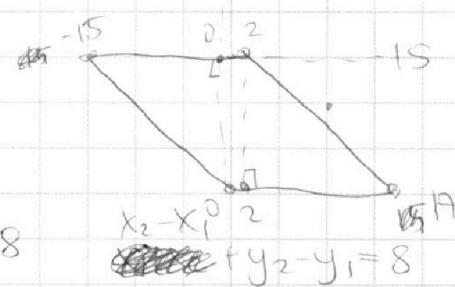
$$\log_{11}^4 x - 6 \log_{11} 11 - \log_{11} \frac{1}{121} = (\log_{11}^4(a) + \log_a 11 - \log_a 11)$$

$$-5 = \log_{11}^4 x - \frac{6}{\log_{11} x} + \frac{2/3}{\log_{11} x} = \log_{11}^4 a + \frac{1}{\log_{11} a} + \frac{13/3}{\log_{11} a}$$

$$\log_{11}^4(xa)$$



$$x_2 - x_1 = 8$$



$$y_2 - y_1 = 48 - 6(x_2 - x_1)$$

$$x_2 - x_1 \in [32; 32]$$

$$y_2 - y_1 = 48 - 6(x_2 - x_1) \in [90; 90]$$

$$48 - 6(x_2 - x_1) \geq -90$$

$$6(x_2 - x_1) \leq 138$$

$$x_2 - x_1 \leq 23$$

$$48 - 6(x_2 - x_1) \leq 90$$

$$-42 \leq 6(x_2 - x_1)$$

$$x_2 - x_1 \leq 7$$

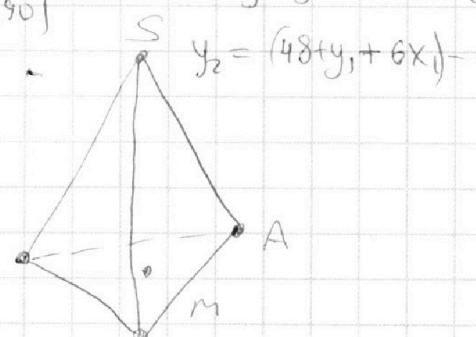
$$x_2 - x_1 \in [7; 23]$$

$$6(a_2 - a_1)$$

$$y - k = 6x$$

$$k \in [0; 102]$$

$$x = \frac{k}{6}$$



$$y = 12 - 6x$$

- 16 минуты ушло.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

