



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-15; 90)$, $Q(2; 90)$ и $R(17; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Условие можно переписать так:

$$\begin{cases} \textcircled{1} \text{ord}_2(a) + \text{ord}_2(b) \geq 6 \\ \text{ord}_2(a) + \text{ord}_2(c) \geq 16 \\ \text{ord}_2(b) + \text{ord}_2(c) \geq 14 \end{cases} \Rightarrow \text{ord}_2(abc) = \frac{6+16+14}{2} = 18$$

p -во \forall в \mathbb{N} при $\text{ord}_2(a) = 4, \text{ord}_2(b) = 2, \text{ord}_2(c) = 12$.
(\forall в \mathbb{N} \mathbb{N} -сист. при этом содв.)

$$\begin{cases} \textcircled{2} \text{ord}_5(a) + \text{ord}_5(b) \geq 11 \\ \text{ord}_5(b) + \text{ord}_5(c) \geq 13 \\ \text{ord}_5(a) + \text{ord}_5(c) \geq 28 \end{cases} \Rightarrow \text{ord}_5(abc) = \frac{11+13+28}{2} = 28$$

p -во \forall в \mathbb{N} при $\text{ord}_5(a) = 14, \text{ord}_5(b) = 0, \text{ord}_5(c) = 14$.
(\forall в \mathbb{N} \mathbb{N} -сист. при этом содв.)

$$\begin{cases} \textcircled{3} \text{ord}_3(a) + \text{ord}_3(b) \geq 13 \\ \text{ord}_3(b) + \text{ord}_3(c) \geq 21 \\ \text{ord}_3(a) + \text{ord}_3(c) \geq 25 \end{cases} \Rightarrow \text{ord}_3(abc) = \frac{25+21+13}{2} = 29,5$$

$\Rightarrow \text{ord}_3(abc) \geq 30$
с.н. $\text{ord}_3(abc) \in \mathbb{N}$

p -во \forall в \mathbb{N} при $\text{ord}_3(a) = 8, \text{ord}_3(b) = 5, \text{ord}_3(c) = 17$.
(\forall в \mathbb{N} \mathbb{N} -сист. содв.)

Имеем, что $abc : 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28} \Rightarrow abc \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

$abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$ тогда, тогда \forall в \mathbb{N} \mathbb{N} -сист. при

$$a = 2^4 \cdot 3^8 \cdot 5^{14}, b = 2^2 \cdot 3^5, c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{14}$$

Ответ: $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

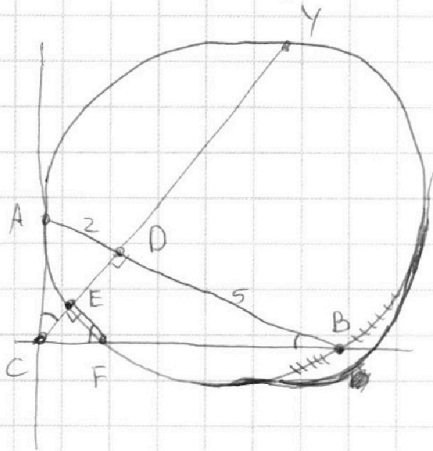
1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№2 (часть 1)



Обозначим длину AD как 2 у.е., тогда т.к. $\frac{AD}{DB} = \frac{7}{5} \Leftrightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{2}{5} \Rightarrow$ длина DB равна 5 у.е. Далее рассмотрим Δ длин и площадей будет произведение соответственных в у.е. и (у.е.)² соответ. и лишние раз увеличатся у.е. не будут.

1) $\frac{AD}{CD} = \frac{PC}{BD} \Rightarrow DC^2 = AD \cdot BD = 10 \Rightarrow DC = \sqrt{10}$ (по подобию Δ образ. высотой в Δ)
 $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{4 + 10} = \sqrt{14}$ (теор. Пиф.)
 $CB = \sqrt{CD^2 + DB^2} = \sqrt{25 + 10} = \sqrt{35}$

2) Продлим CE до второго пересек. Y с окружностью (AEFY). Тогда $\deg(D) = 2 \cdot 5 = AD \cdot BD = ED \cdot DY = (CD - CE) \cdot DY = (\sqrt{10} - CE) \cdot DY$
 $\deg(C) = AC^2 = 14 = CE \cdot CY = CE \cdot (CD + DY) = CE(\sqrt{10} + DY)$

\Rightarrow получаем сист. $\begin{cases} 10 = (\sqrt{10} - CE) \cdot DY \\ 14 = CE(\sqrt{10} + DY) \end{cases}$

для удобства $CE = a, DY = b$

$\begin{cases} 10 = \sqrt{10}b - ab \\ 14 = ab + \sqrt{10}a \end{cases} \Rightarrow 24 = \sqrt{10}(a+b) \Rightarrow b = \frac{24}{\sqrt{10}} - a > 0$

$\Rightarrow 14 = a\left(\frac{24}{\sqrt{10}} - a\right) + \sqrt{10}a = -a^2 + \left(\frac{24}{\sqrt{10}} + \sqrt{10}\right)a = -a^2 + \frac{34}{\sqrt{10}}a$

$\Rightarrow a^2 - \frac{34}{\sqrt{10}}a + 14 = 0$

$D_a = \frac{34^2}{10} - 4 \cdot 14 = \frac{1156 - 560}{10} = \frac{596}{10}$

$a = \frac{\frac{34}{\sqrt{10}} \pm \sqrt{D_a}}{2} = \frac{\frac{34}{\sqrt{10}} \pm \frac{\sqrt{596}}{\sqrt{10}}}{2} = \frac{17 \pm \sqrt{149}}{\sqrt{10}}$

Если $a = \frac{17 + \sqrt{149}}{\sqrt{10}}$ т.к. $\sqrt{a} < \frac{24}{\sqrt{10}} \Rightarrow 17 + \sqrt{149} < 24 \Rightarrow \sqrt{149} < 7 \Rightarrow 149 < 49 \Rightarrow$
 $a \neq \frac{17 + \sqrt{149}}{\sqrt{10}} \Rightarrow a = \frac{17 - \sqrt{149}}{\sqrt{10}} > 0 \Rightarrow CE = \frac{17 - \sqrt{149}}{\sqrt{10}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2 (часть 2)

3) $\triangle ACD \sim \triangle CBD$ (CD - высота в \triangle)

$\triangle CEF \sim \triangle CDB$ (EF || DB и \angle общий)

$\Rightarrow \triangle ACD \sim \triangle CFE \Rightarrow \frac{S_{ACD}}{S_{CFE}} = k^2_{подобия} = \frac{AD^2}{CE^2} =$

$$\frac{4}{\frac{(17 - \sqrt{149})^2}{10}} = \frac{40}{289 - 34\sqrt{149} + 149} = \frac{40}{438 - 34\sqrt{149}} = \frac{20}{219 - 17\sqrt{149}}$$

Ответ: $\frac{20}{219 - 17\sqrt{149}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

 МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{9\pi - 2x}{10}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\pi}{2} - x + 2\pi k = \frac{9\pi - 2x}{10} \Leftrightarrow 5\pi - 10x + 20\pi k = 9\pi - 2x \Leftrightarrow 8x = 20\pi k - 4\pi \\ \frac{\pi}{2} - x + 2\pi k \in [0; \pi], k \in \mathbb{Z} \end{array} \right. \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}\pi k - \frac{\pi}{2}$$
$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\pi}{2} + x + 2\pi k = \frac{9\pi - 2x}{10} \Leftrightarrow -5\pi + 10x + 20\pi k = 9\pi - 2x \Leftrightarrow 12x = 14\pi - 20\pi k \\ -\frac{\pi}{2} + x + 2\pi k \in [0; \pi], k \in \mathbb{Z} \end{array} \right. \Leftrightarrow x = \frac{7}{6}\pi - \frac{5}{3}\pi k$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{5}{2}\pi k - \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{2} - \frac{5}{2}\pi k + \frac{\pi}{2} + 2\pi k \in [0; \pi], k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \pi - \frac{\pi k}{5} \in [0; \pi], k \in \mathbb{Z} \\ \Leftrightarrow 1 - \frac{k}{5} \in [0; 1], k \in \mathbb{Z} \\ \Leftrightarrow k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \end{array} \right.$$
$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{7}{6}\pi - \frac{5}{3}\pi k \\ -\frac{\pi}{2} + \frac{7}{6}\pi - \frac{5}{3}\pi k + 2\pi k \in [0; \pi], k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{2}{3}\pi + \frac{\pi k}{3} \in [0; \pi], k \in \mathbb{Z} \\ \Leftrightarrow \frac{2}{3} + \frac{k}{3} \in [0; 1], k \in \mathbb{Z} \\ \Leftrightarrow k \in \{0, 1, -1, -2\} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{5}{2}\pi k - \frac{\pi}{2}, k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \\ x = \frac{7}{6}\pi - \frac{5\pi k}{3}, k \in \{2, 1, 0, 1\} \end{array} \right.$$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} x = \frac{5}{2}\pi k - \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}, k \in [0; 5] \\ x = \frac{7}{6}\pi - \frac{5\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}, k \in [2; 1] \end{array} \right.$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



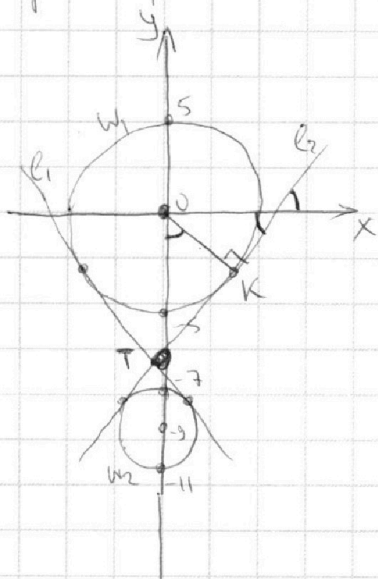
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№4 (часть 1)

Второе ур-ние:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + y^2 + 18y + 81 = 81 - 77 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + (y+9)^2 = 4 \end{cases}$$

две окр-ти с у. $(0; 0)$ и $r=5$ и с у. $(0; -9)$, $r=2$.



Если $a=0$, то первое ур-ние ~~вертикаль~~ ~~прямая~~.

Тогда $bx-b=0 \Leftrightarrow x = \frac{b}{b}$, $b=0$ ~~не подходит~~ ~~(b=0 это 0)~~

~~.....~~

~~.....~~

~~.....~~

~~.....~~

Пусть $a \neq 0 \Rightarrow$ перв-ое ур-ние представим в виде

$$bay = b \cdot sx \Leftrightarrow y = -\frac{s}{6a}x + \frac{b}{6a}$$

Проведем 2 касат. l_1 и l_2 , которые будут касаться окр-тей, l_1 имеет отриц. наклон, а l_2 - положит. Они пересекут. в точке $T \in OY$ в силу симм. относит. OY .

Пусть O_1 - центр окр-ти W_1 с у. $(0; 0)$ и $r=5$, а O_2 - центр окр-ти W_2 с у. $(0; -9)$ и $r=2$.

Тогда $\frac{O_1T}{O_2T} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{5}{2} \Rightarrow O_1T = \frac{5}{2}O_2T$

также $O_1T + TO_2 = 9 \Rightarrow \frac{7}{2}O_2T = 9 \Rightarrow O_2T = \frac{18}{7}$
 $\Rightarrow O_1T = 9 - \frac{18}{7} = \frac{63-18}{7} = \frac{45}{7} \Rightarrow T(0; -\frac{45}{7})$

Пусть l_2 касат. W_1 в $K \Rightarrow OK^2 + KT^2 = TO_1^2$ (теор. Пиф., $\angle OKT = 90^\circ$ в силу касат.)

$\Rightarrow TK^2 = O_1T^2 - O_1K^2 = \frac{45^2}{49} - r_1^2 = \frac{45^2}{49} - 25 = \frac{45^2 - 35^2}{49} = \frac{10 \cdot 80}{49} = \frac{800}{49}$
 $\Rightarrow TK = \frac{\sqrt{800}}{7} = \frac{20\sqrt{2}}{7}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N4 (часть 2)

Котр. наклона $\ell_2 = \text{tg} \angle (\ell_2, OX) = \text{tg} \angle \tau_{0,k}$

(в силу подобия Δ образ. высотой b Δ)

$$= \frac{TK}{OK} = \frac{20\sqrt{2}}{5} = \frac{4\sqrt{2}}{1}$$

В ~~силу~~ силу симм. ℓ_1, ℓ_2 отн. OY , котр. наклона ℓ_1 - $-\frac{4\sqrt{2}}{1}$.

Вернемся к прямой Γ ур-ния $y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$.

Пусть $-\frac{5}{6a} \in \left[\frac{4\sqrt{2}}{1}; \frac{4\sqrt{2}}{1} \right]$. Тогда проведем

прямую с данным наклоном через T

(сделать это можно, т.к. $-\frac{b}{6a}$ может быть

любым и мы можем провести функцию прямой с наклоном $-\frac{5}{6a}$ через любую точку на OX).

Тогда, в силу $-\frac{5}{6a} \in \left[\frac{4\sqrt{2}}{1}; \frac{4\sqrt{2}}{1} \right]$, прямая

Γ ур-ния будет более пологой, чем касат., по отношению к OX , и не пересек. ни одну окр-ть, ~~или~~ или в точности совп. с

одной из касательных. Если пересек. O ,

тогда прямая Γ сфера. наклоном ℓ_1 и ℓ_2 ,

мы не сможем пересечь ℓ_2 и наоборот. Мы

сможем пересечь её с обеими окр-тями и

получить 4 пересек. (и 4 реш. сист.), indica-

ционной с касательной: ~~или~~ при сдвиге вверх/

вниз, она моментально перестанет касать-

ся одной из окр-тей.
значит, $-\frac{5}{6a} \in \left(-\infty, -\frac{4\sqrt{2}}{1} \right) \cup \left(\frac{4\sqrt{2}}{1}, +\infty \right)$. В том же

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4 (попытка 3)
лучше, проведем прямую Эулиера через T , она будет более резкой чем обе касат. и пересечет обе окружности привели по 2 раза, а значит такой пар. b можно будет подобрать.

~~Итого имеем:~~ Итого имеем:

$$\left[\begin{array}{l} \frac{5}{6a} < -\frac{4\sqrt{2}}{7}, a \neq 0 \\ -\frac{5}{6a} > \frac{4\sqrt{2}}{7}, a \neq 0 \\ a = 0 \end{array} \right] \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{1}{a} > \frac{4\sqrt{2}}{7} \cdot \frac{6}{5}, a \neq 0 \\ \frac{1}{a} < -\frac{4\sqrt{2}}{7} \cdot \frac{6}{5}, a \neq 0 \\ a = 0 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{1}{a} > \frac{24\sqrt{2}}{35}, a \neq 0 \\ \frac{1}{a} < -\frac{24\sqrt{2}}{35}, a \neq 0 \\ a = 0 \end{array} \right] \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0 < a < \frac{35}{24\sqrt{2}} \\ 0 > a > -\frac{35}{24\sqrt{2}} \\ a = 0 \end{array} \right] \Leftrightarrow$$

$$a \in \left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}; \frac{35}{24\sqrt{2}} \right)$$

$$\text{Ответ: } \left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}; \frac{35}{24\sqrt{2}} \right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

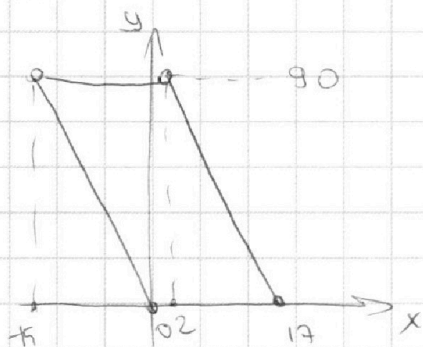
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N6



Условие $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$
 $\Leftrightarrow y_2 = (48 + y_1 + 6x_1) - 6x_2 -$
 прямая с накл. -6
 с пар. радиус y_1, x_1 .
 кривая пересек. в $OX -$
 угловом центре.

Точки и прямые n -линии имеют наклон -6 :

$y = -6x, y = 102 - 6x$. ~~.....~~

~~.....~~

Ищем, что точки, ^{кон.}удов. условию y_1 ,
это попросту точки, лежащие на
отрезках вида $y = k - 6x, k \in \mathbb{Z}, y \in [0; 90]$.

~~.....~~ Остаётся посчитать сколько точек,
точек на каждом из 91 такой отрезке, и
задача решена.

Заметим, что при $k_1 \equiv k_2 \pmod 6$ на отрезках
 $y = k_1 - 6x, y = k_2 - 6x$ ($y \in [0; 90]$) будет одина-
ковое количество точек, т.е. эти точки
блн сдвинуты на вектор $(1; 0)$ и целыми,
точек не точек.

Всего 16 отр. с $k \equiv 0 \pmod 6$, ~~.....~~ и по 15 отр.
всех ост. k .

На отрезке ~~.....~~ вида $k \equiv 0 \pmod 6$ столько же, сколько
и на отр. $y = -6x$ ($y \in [0; 90]$). Подберём любой $x \in \mathbb{Z}$
и $0 \leq -6x \leq 90$ и никакой группой x . Всего 16 точек,
аналогично рассуждая имеем для отр. $k \equiv 1 \pmod 6$
и ост. по 15 точек. ~~.....~~

~~.....~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

на (каждый)
Осталось только почитать сколько
точек будет подходить y_1, x_1 для каждого
 $k = 48 + y_1 + 6x_1 \in [0, 90]$. Положив цену x_1 ,
мы сразу определим $y_1 = 48 + k - 6x_1$ однозначно,
т.е. каждый k предств.

узнаем как-во ~~способов~~ предств,
и как $48 + y_1 + 6x_1$ ~~мы~~ мы упишем
каждое такое число от 6 (при $k \equiv 0$)
и 15 (при $k \not\equiv 0$), сложим, и получим
ответ.

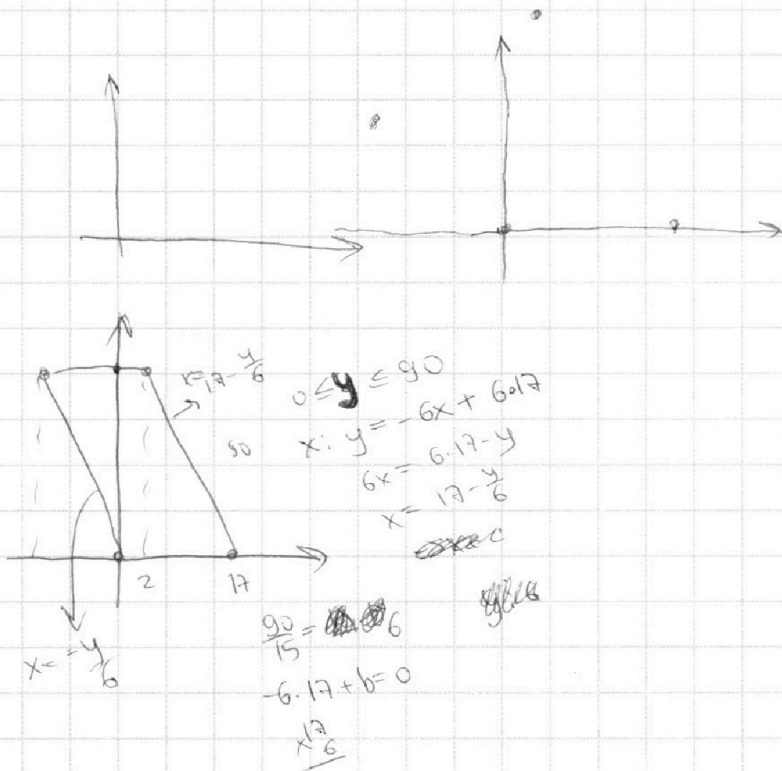
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

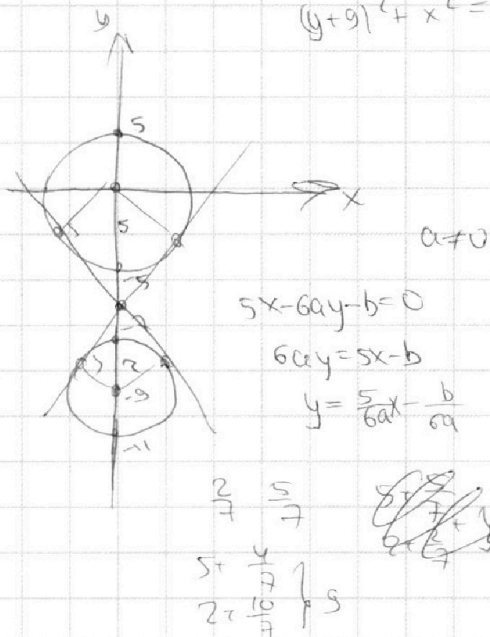


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~$y_2 - y_1 = 6$~~

$(y+9)^2 + x^2 = 81 - 77 = 4$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AB}{AD} = \frac{7}{5} \rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}}$$

$$CE^2 - (\sqrt{10} + \frac{\sqrt{6}}{5})CE + 4 = 0$$

$$\frac{596/4}{1139} = \frac{34}{136} = \frac{102}{1156}$$

$$\frac{\sqrt{14}}{10} = \frac{2\sqrt{6}}{10} = \frac{\sqrt{6}}{5}$$

$$\frac{17 \cdot 6}{102}$$

$$24 = \sqrt{10}(DY + CE) \rightarrow DY = \frac{\sqrt{10}}{10} - CE$$

$$14 = CE \cdot (\sqrt{10} + \frac{\sqrt{6}}{10} - CE) = -CE^2 + (\sqrt{10} + \frac{\sqrt{6}}{10})CE$$

$$10 = \sqrt{10}DY - CE \cdot DY$$

$$14 = \sqrt{10}CE + CE \cdot DY$$

$$360 - 90 = 90 + \alpha = \beta$$

$$90 = \alpha + \beta$$

$$\begin{cases} 10 = ED \cdot DY = (\sqrt{10} - CE)DY \\ 14 = CE \cdot CY = CE \cdot (\sqrt{10} + DY) \end{cases} \frac{ED+DY}{ED} =$$

$$14 = \frac{CE}{ED} \cdot \frac{CE}{ED} = \frac{CE^2}{ED^2}$$

$$x \in [0, 1] \rightarrow x = -14$$

$$x \in [0, 1] \rightarrow x = 15$$

$$x = 15 \rightarrow 2.5 = ED \cdot DY = (\sqrt{10} - CE)EY$$

$$CE(\sqrt{10} + DY) = 14 = CE \cdot CY = CE(CE + DY)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab: 2^6 3^{13} 5^{11}$$

$$bc: 2^{14} 3^{21} 5^{13}$$

$$ac: 2^{16} 3^{25} 5^{28}$$

$abc \rightarrow \min$

~~1: a+b+c=18~~

1: $a+b=6$? $a+b+c=18$

2: $b+c=14$ $c=12$

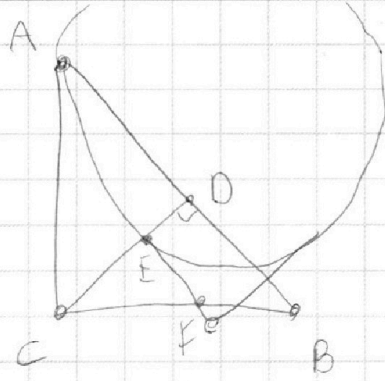
$a+c=16$ $a=4$
 $b=2$

3: $a+b \geq 13$ $2(a+b+c) = 59$

$b+c \geq 21$ $a=8$
 $a+c \geq 25$ $b=5$
 $c=17$

5: $a+b=11$ $a+b+c = \frac{52}{2} = 26$

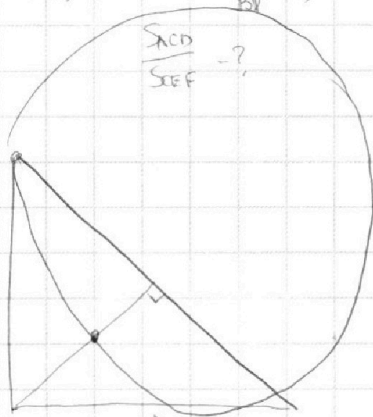
$b+c=13$ $b=2$
 $a+c=28$ $c=15$
 $a=13$



$AB \parallel EF$

$\frac{AB}{BC} = \frac{4}{5}$

$\frac{S_{ACD}}{S_{DEF}} = ?$



$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

~~$\arccos(\sin x) = \frac{9\pi - 2x}{10}$~~

$$\arccos(\sin x) = \frac{9\pi - 2x}{10}$$

~~$\arccos(\sin x) = \frac{9\pi - 2x}{10}$~~

~~$\arccos(\sin x) = \frac{9\pi - 2x}{10}$~~

$\forall x \in [0; \pi]$

~~$\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) =$~~

$= \frac{\pi}{2} - x + 2\pi k$

$-\frac{\pi}{2} + x + 2\pi k = \frac{9\pi - 2x}{10}$

~~$\forall k \in \mathbb{Z}$~~

$-5\pi + 10x + 20\pi k = 9\pi - 2x$

$\frac{\pi}{2} - x + 2\pi k = \frac{9\pi - 2x}{10}$

$12x = 14\pi - 20\pi k$

$5\pi + 20\pi k - 10x + 2x - 9\pi = 0$

$x = \frac{7}{6}\pi - \frac{5}{3}\pi k$

$8x = -4\pi + 20\pi k$

$-\frac{\pi}{2} + \frac{7}{6}\pi + 2\pi k = \frac{5}{3}\pi k$

$x = -\frac{\pi}{2} + \frac{5}{2}\pi k$

$\frac{2}{3}\pi + \frac{\pi k}{3} \in [0; \pi]$

$\frac{\pi}{2} - x + 2\pi k \in [0; \pi] \Rightarrow \frac{5}{2}\pi k + 2\pi k \in [0; \pi]$

$\frac{45}{125} = \frac{9}{25}$
 $\frac{165}{125} = \frac{33}{25}$
 $(45-35)(45+35) = 10 \cdot 80$

$\frac{45^2}{25} - 25^2 =$

$T(-5 - \frac{10}{2})$

$= -\frac{45}{4}$

$\frac{63}{18} = \frac{7}{2}$

$0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1$

$\frac{6\pi k - 5\pi}{3} \in [0; \pi]$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



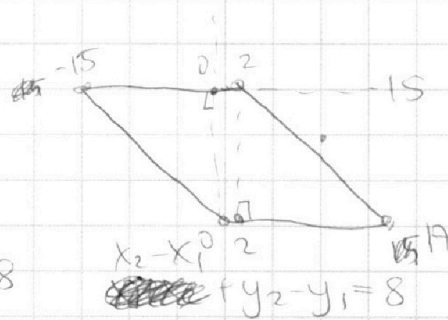
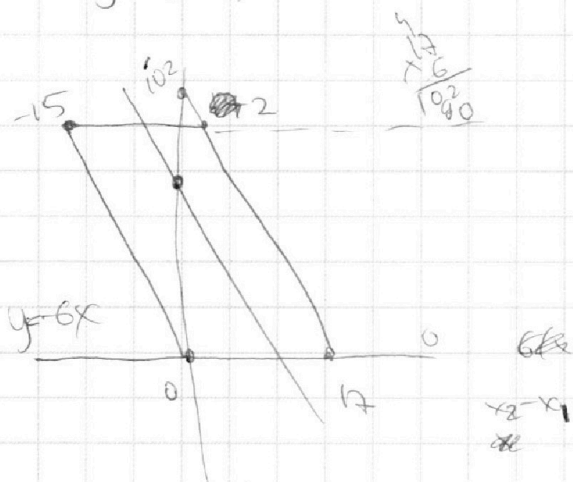
$$\log_{x^3}(11^{-2}) = -\frac{2}{3} \log_x(11) = \frac{-\frac{2}{3}}{\log_{11} x}$$

$$0,5y \rightarrow a$$

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 - \log_{x^3} \frac{1}{121} = \log_{11}^4(a) + \log_a 11 - \log_{a^3} 11^{-13}$$

$$-5 = \log_{11}^4 x - \frac{6}{\log_{11} x} + \frac{2/3}{\log_{11} x} = \log_{11}^4 a + \frac{1}{\log_{11} a} + \frac{13/3}{\log_{11} a}$$

$$\log_{11}^4(xa)$$



$$\angle = 90^\circ$$

$$x_2 - x_1 \in [-32; 32]$$

$$y_2 - y_1 = 48 - 6(x_2 - x_1) \in [90; 90]$$

$$48 - 6(x_2 - x_1) \geq -90$$

$$6(x_2 - x_1) \leq 138$$

$$x_2 - x_1 \leq 23$$

$$48 - 6(x_2 - x_1) \leq 90$$

$$-42 \leq 6(x_2 - x_1)$$

$$x_2 - x_1 \geq -7$$

$$x_2 - x_1 \in [-7; 23]$$

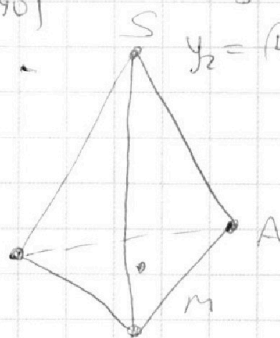
$$6(a_2 - a_1)$$

$$y = k - 6x$$

$$k \in [0; 102]$$

$$x = \frac{k}{6}$$

$$y = -6x - 16 \text{ мкс или } y = 16 \text{ мкс}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

