



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^6 3^{13} 5^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{21} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{16} 3^{25} 5^{28}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1,4$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .

3. [4 балла] Решите уравнение  $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$ .

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-15;90)$ ,  $Q(2;90)$  и  $R(17;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$ .

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 180,  $SA = BC = 20$ .

а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .

б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BSC$  в точке  $N$ ,  $SN = 6$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}$$

$$bc : 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}$$

$$ac : 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \quad a, b, c \in \mathbb{N}$$

$$(abc)^2 : 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52}$$

1) т.к.  $a, b, c \in \mathbb{N} \Rightarrow abc \in \mathbb{N} \Rightarrow$  из числа  $(abc)^2$   
~~можно из числа  $(abc)^2$  найти~~

2) минимальное

число ~~будет~~

$$2^{36} \cdot 3^{60} \cdot 5^{52} = (abc)^2$$

извлекается корень  $\Rightarrow$  все простые

числа, из произведения которых

состоит число  $(abc)^2$ , должны быть в

четной степени.

$$\min_{a, b, c} abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$$

$$\text{Ответ: } abc_{\min} = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$$

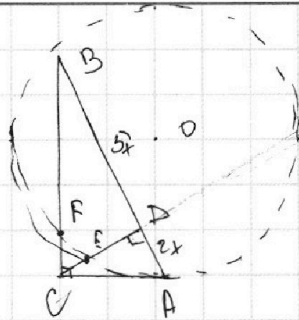
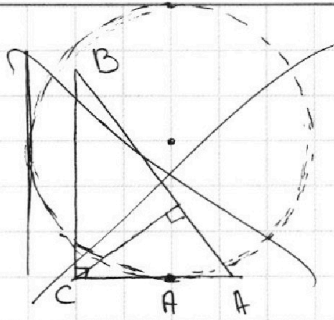
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$FE \parallel AB \quad \frac{BA}{BD} = \frac{7}{5}$$

$$CD^2 = BD \cdot DA \quad (\text{высота в прам. } \triangle)$$

$$\triangle CEF \sim \triangle CDB \Rightarrow \frac{S_{CEF}}{S_{CDB}} = k^2 = \left(\frac{CE}{CD}\right)^2$$

т.к.  
 $\angle BCD = \angle CFE$   
 $\angle CBD = \angle CFE$  (по т.п.  $FE \parallel BD$ )  
 (CB-общ.)

$$CD = x\sqrt{10}$$

т.к.

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CBD}} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \left(\frac{CD}{CE}\right)^2 \cdot \frac{2}{5} = \frac{4x^2}{CE^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$\arccos(\sin x) \in [0; \pi]$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x)$$

$$9\pi - 2x \in [0; 10\pi]$$

$$5\pi - 10 \arcsin(\sin x) \geq 9\pi - 2x$$

$$0 \leq 9\pi - 2x \leq 10\pi \quad | -9\pi$$

$$\begin{cases} 5\pi - 10x = 9\pi - 2x \\ x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \end{cases}$$

$$-9\pi \leq -2x \leq \pi \quad | \cdot (-2)$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{9\pi}{2}$$

$$\begin{cases} -8x = 4\pi \\ x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \end{cases}$$

$$x = -\frac{\pi}{2}$$

$$\text{Ответ: } x = -\frac{\pi}{2}$$



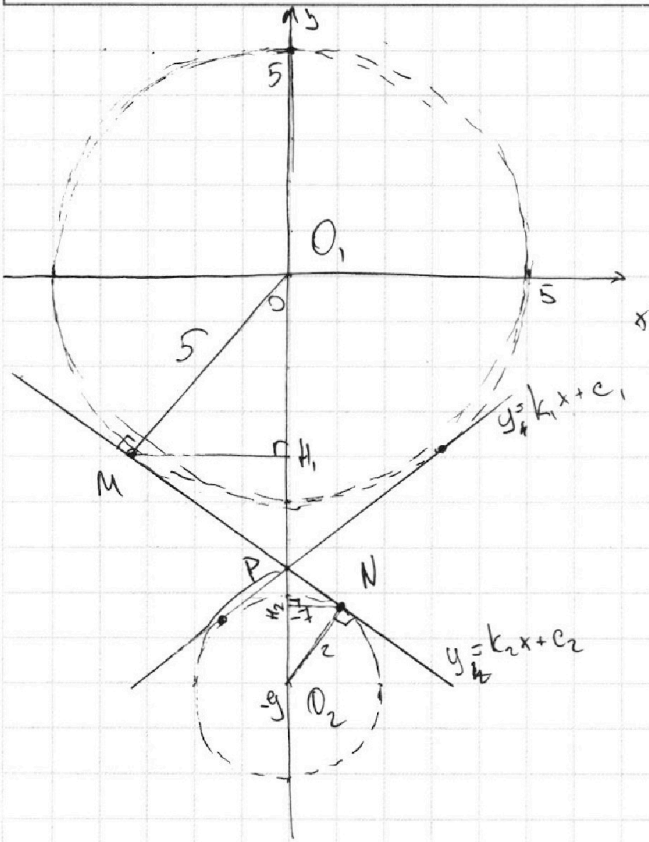
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



а-?

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 & (2) \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 & (1) \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + (y + 9)^2 = 22 \end{cases}$$

$x^2 + y^2 = 25$  - граф. окр.

с ц. (0; 0) R=5

$x^2 + (y + 9)^2 = 22$  - граф. окр.

с ц. (0; -9) R=√22

$$2) 5x + 6ay - b = 0$$

$$y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$$

от b зависит только сдвиг вниз и вверх,

а от 'a' угол и угол наклона

чтобы было и реш. нулю, чтобы

коэф наклона был  $\geq k_1$  или  $\leq k_2$ ,

тогда можно подобрать b,

чтобы было и реш. т.к

от b не зависи = коэф.

т.к картинка сим. отн Oy

$k_1 = -k_2$  и прямые

$y = k_1x + c_1$  и  $y = k_2x + c_2$  перес на проме Oy

$\Rightarrow \triangle MO_1P \cup \triangle PNO_2 \Rightarrow k = \frac{2}{5}$

$$O_1P = \frac{5 \cdot 9}{7} \leftarrow \frac{O_1P}{PO_2} = \frac{5}{2}$$

$$O_1P = \frac{18}{7} \quad O_1O_2 = 9$$

1) расем  $\triangle MO_1P$  и  $\triangle PNO_2$

1)  $\angle O_1MP = \angle PNO_2$  (радиус и кас.)

2)  $\angle O_1PM = \angle PNO_2$  (верт)

$$2) MN = \sqrt{O_1O_2^2 - (O_1M + O_2N)^2} = 4\sqrt{2}$$

$$MP = \frac{20\sqrt{2}}{7}$$

$$PN = \frac{8\sqrt{2}}{7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



3) из  $\Delta O_1MP$  найдем высоту  $MP$ ,  $MP = \frac{MO_1 \cdot MP}{O_1P} = \frac{5 \cdot 20\sqrt{2} \cdot 7}{7 \cdot 5 \cdot 9} = \frac{20\sqrt{2}}{9}$

из  $\Delta MP_1O_1$   $O_1M_1 = \sqrt{25 - \frac{800}{81}} = \frac{35}{9}$  (из  $\Delta MP_1O_1$ )

$\Rightarrow$   
 $M\left(-\frac{20\sqrt{2}}{9}; -\frac{35}{9}\right)$

4) из  $\Delta O_2NP$

$$NP = \frac{PO_2 \cdot NO_2}{PO_2} = \frac{2 \cdot \frac{8\sqrt{2}}{7}}{18} = \frac{8\sqrt{2}}{9}$$

$$O_2N = \sqrt{4 - \frac{128}{81}} = \frac{14}{9}$$

$$\Rightarrow N\left(\frac{8\sqrt{2}}{9}; -9 + \frac{14}{9}\right)$$
$$N\left(\frac{8\sqrt{2}}{9}; -\frac{67}{9}\right)$$

5)  $k_2 = \frac{y_N - y_M}{x_N - x_M} = \frac{-\frac{67}{9} + \frac{35}{9}}{\frac{8\sqrt{2}}{9} + \frac{20\sqrt{2}}{9}} = -\frac{4\sqrt{2}}{7}$

$$-\frac{5}{6a} < -\frac{4\sqrt{2}}{7}$$

$$a_1 < \frac{35}{24\sqrt{2}} \Rightarrow k_1 = \frac{4\sqrt{2}}{7} \Rightarrow a_2 > -\frac{35}{24\sqrt{2}}$$

$$\text{Ответ: } a \in \left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}; \frac{35}{24\sqrt{2}}\right)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^2} 11^{-2} - 5 \\ \log_{11}^4 \frac{y}{2} + \log_{\frac{y}{2}} 11 = \log_{\left(\frac{y}{2}\right)^2} 11^{-3} - 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ y > 0 \\ y \neq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_{11}^4 x - \frac{16}{3} \log_x 11 = -5 \\ \log_{11}^4 \frac{y}{2} + \frac{16}{3} \log_{\frac{y}{2}} 11 = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_{11}^4 x - \frac{16}{3} \log_x 11 = -5 \\ \log_{11}^4 \frac{2}{y} - \frac{16}{3} \log_{\frac{2}{y}} 11 = -5 \end{cases}$$

$$\log_{11}^4 \frac{2}{y} - \log_{\frac{2}{y}} 11$$

$$\stackrel{11}{x} = \frac{2}{y} \Rightarrow xy = 2$$

$$\log_{11}^4 x - \log_{\frac{2}{y}} 11 = \frac{16}{3} (\log_{\frac{2}{y}} 11 - \log_x 11)$$

$$f(x) = \log_{11}^4 x - \frac{16}{3} \log_x 11$$

$$\log_{11}^4 x \nearrow$$

$$f(x) \nearrow \left| \log_x 11 \searrow \Rightarrow \log_x 11 \nearrow \right.$$

$$f(x) \nearrow \quad g(x) = 5 - \text{const} \Rightarrow 1 \text{ pair}$$

$$\text{Ответ: } xy = 2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



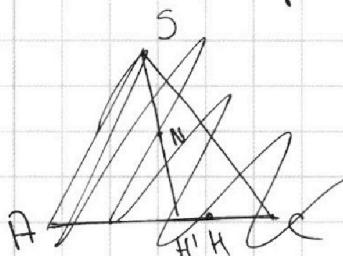
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 3\sqrt{10} \cdot 9\sqrt{10} \cdot 30 = 270 \cdot 30 = 8100$$

б)  $SN = 6$   $N$ -точка касания  $S$  грани  $BCS$   $SN = SL_1 = 6$   
 $R = 8$

сфера касается двух граней, между которыми надо найти угол, а этот угол будет равен  $\angle NAK$  ( $N$  и  $K$ -точки касания граней  $KH$ , - высота к  $BC$ )

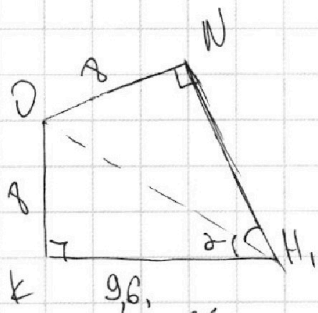
$ON \perp (SCA)$   
 $AC \subset (SCA) \Rightarrow ON \perp AC$



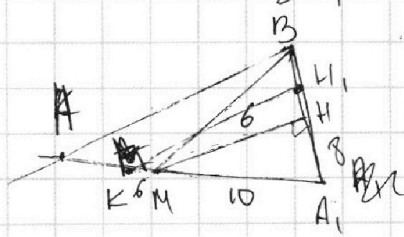
$ON \perp (SCA)$  т.к. сфера касается грани  
 $SN \subset (SCA)$   
 $ON \perp SN$

~~поэтому проведем по 3-м точкам~~

$A, N, N$   $SN \perp ON \Rightarrow SO = \sqrt{SN^2 + ON^2} = 10$



$SL_1 = MK = 6$  и в  $\triangle ABA_1$



$\cos \angle ABA_1 = \frac{4}{5}$

$\frac{MA_1}{MK} = \frac{AH}{H_1A_1}$   
 $\frac{5}{3} = \frac{8}{H_1A_1}$

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{8 \cdot 10}{16 \cdot 6} = \frac{5}{6}$

$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{\frac{5}{3}}{1 - \frac{25}{36}} = \frac{5}{3} \cdot \frac{36}{11} = \frac{60}{11}$

$\frac{MA_1}{A_1K} = \frac{MH}{KH_1}$   
 $KH_1 = \frac{16 \cdot 6}{10} = 9,6$

$\angle KH_1N = \arctg \frac{60}{11}$

Ответ:  $\omega AA_1, BB_1, CC_1 = 8100$   
 $\delta) \angle SEBA = \arctg \frac{60}{11}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

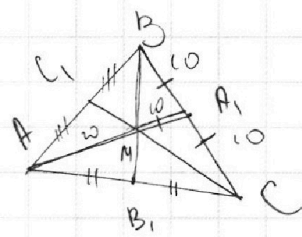
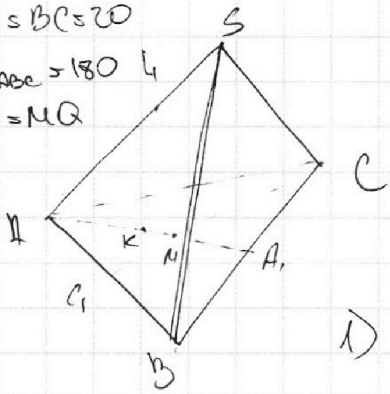
- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

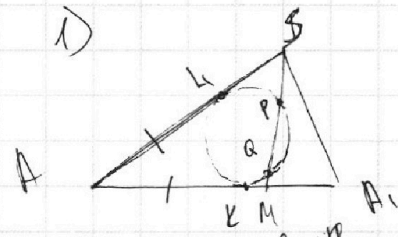
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$SA = BC = 20$   
 $S_{\triangle ABC} = 180$   
 $SP = MQ$



а)  $AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = ?$



$KM^2 = MQ \cdot MP$

$SK^2 = SP \cdot SQ$

т.к.  $MQ = SP$   
 $PM = SQ$

$AK = KM$  (св-во  $\angle A$  опис.  $\Delta$ -ка  $AKM$ )

$AS = AM \approx KM \approx SK$   
 $\approx 20$

2) в  $\triangle ABC$

М-перс. мед  $\Rightarrow \frac{AM}{MA_1} = \frac{2}{1} \Rightarrow MA_1 = 10$   
(св-во мед)

в  $\triangle BMC$

мед равна половине стороны, которую она делит  $\Rightarrow \triangle BMC$  прямоуго.

$\begin{cases} BM^2 + MC^2 = 400 \\ MB \cdot MC = 120 \end{cases}$   
 $BM = \frac{120}{MC}$

3)  $S_{\triangle ABC} = 180$

$S_{C,BC} = \frac{S_{ABC}}{2} = 90$ ,  $S_{BMC} = \frac{2}{3} S_{C,BC} = 60$

$S_{BMC} = \frac{BM \cdot MC}{2} \Rightarrow MB \cdot MC = 120$

$\frac{120^2}{MC^2} + MC^2 = 400$

$MC^2 = t$   
 $t \geq 0$

$MC = \begin{cases} 25\sqrt{10} \\ 6\sqrt{10} \end{cases}$ 
 $MB = \begin{cases} 6\sqrt{10} \\ 25\sqrt{10} \end{cases}$

$t^2 - 400t + 120^2 = 0$

$\frac{D}{4} = 200^2 - 120^2 = 80 \cdot 320 = 160^2$

$t = 200 \pm 160 \Rightarrow \begin{cases} 40 \\ 360 \end{cases}$

всё будет одинаково в зависимости какой выберем катет

$MC = 25\sqrt{10}$   $MB = 6\sqrt{10}$   
 $AA_1 = 35\sqrt{10}$   $BB_1 = 9\sqrt{10}$

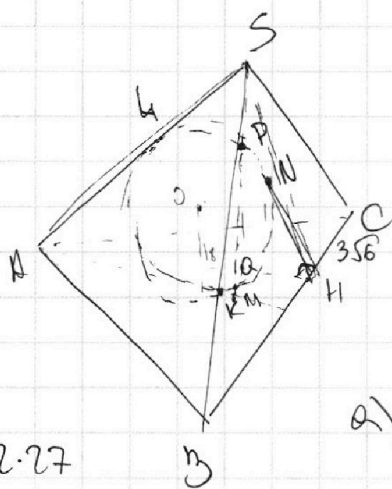
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

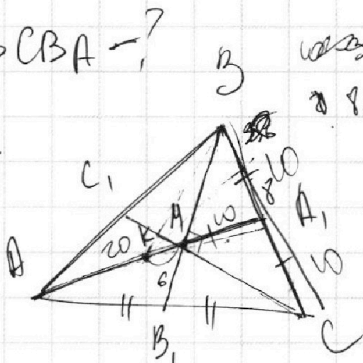


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\angle SCBA = ?$

$\frac{5}{3} \cdot \frac{36}{11}$



16.6  
96  
SP = QM

$S_{ABC} = 180$

SA = BC = 20

2.27

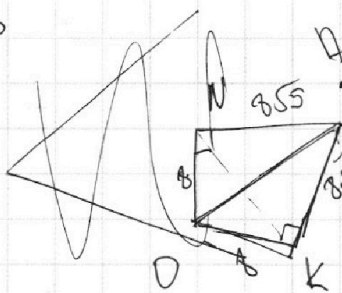
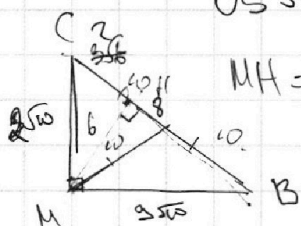
a) AA<sub>1</sub>, BB<sub>1</sub>, CC<sub>1</sub> = ?

$\frac{AM}{MA_1} = \frac{2}{1}$

ON = 8 SN = 6

OS = 10

MH = 6



$KM^2 = NQ \cdot PM$   
 $SL^2 = SP \cdot SQ$

$15^2 + 15^2 = 0$

$\frac{16}{3} + 15 = -5$

$3t^2 + 15t - 16 = 0$

$S_{BCC_1} = 90$

$S_{BMC} = 60$

$KM = SL \Rightarrow AM = 10$

$AA_1 = 30$

H

$CH = \sqrt{90 - 36} =$

$= \sqrt{54} = 3.56$

$BC \cdot MC = \frac{120}{2}$

$BC \cdot MC = 120$

$BC = \frac{120}{MC}$

$BC^2 + MC^2 = 400$

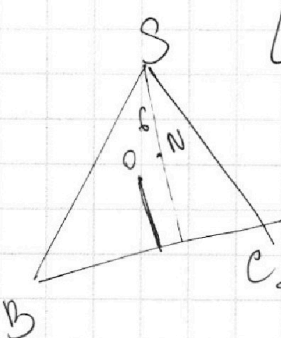
$\log_{11}^4 x - \frac{16}{3} \log_x^{11} = -5$

14400

$\log_{11}^4 \frac{x}{3} - \frac{16}{3} \log_{\frac{x}{3}}^{11} = -5$

$\frac{14400}{MC^2} + MC^2 = 100$

$t^2 - 1100t + 14400 = 0$



$\frac{1000}{t} = 2500$

$\frac{\phi}{u} = 40000 - 14400 =$   
 $= 200^2 - 120^2 =$   
 $= 80 \cdot 320 = 160^2$

$t = 200 \pm 120 = \begin{cases} 320 \\ 80 \end{cases}$

$\sqrt{350 \cdot 950 \cdot 30} = 8100$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$N(15; 30)$   $Q(12; 30)$   $A(x_1; y_1)$   $B(x_2; y_2)$   
 $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$   
 $x_1, y_1, x_2, y_2 \in \mathbb{Z}$   
 $6(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 48$   
 $(y_2 - y_1) \div 6$

$\log_x u = \frac{\ln u}{\ln x}$   
 $\log_x u = \frac{1}{x} \cdot \frac{\ln u}{\ln x}$   
 $\log_x u = \frac{1}{x}$

$NH_2 = \frac{2 \cdot 85}{7 \cdot 2 \cdot 9} = \frac{85}{9}$   
 $O_2 H_2 = \sqrt{4 - \frac{178}{81}}$   
 $\sqrt{1 - \frac{32}{81}} = \frac{2 \cdot 2}{9} = \frac{4}{9}$

$9 - \frac{14}{9} = \frac{81 - 14}{9} = \frac{67}{9}$   
 $O_1 P = \frac{5}{7} \cdot 9$   $O_2 P = \frac{2}{7} \cdot 9$   
 $MP = \frac{5}{7} \cdot 4\sqrt{2} = \frac{20\sqrt{2}}{7}$   
 $MH_1 = \frac{\frac{20\sqrt{2}}{7}}{\frac{5 \cdot 9}{7}} = \frac{20\sqrt{2}}{9}$

$(25 + 2)^2$   
 $800$   $429$

$O_1 H_1 = 5$   
 $N(\frac{32}{9}, \frac{67}{9})$   $625 + 800 + 4$   
 $O_1 H_1 = \sqrt{25 - \frac{800}{81}} =$   
 $= \sqrt{25(1 - \frac{32}{81})} = 5 \cdot \frac{7}{9} = \frac{35}{9}$

$\frac{\ln u}{\ln x} \cdot \frac{1}{x} = 0$   
 $f(x) = \log_x u$

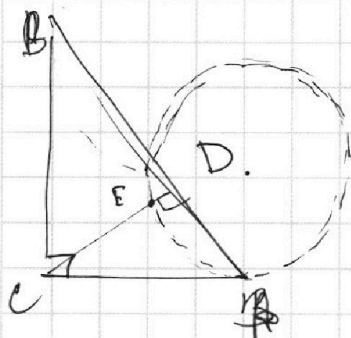
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

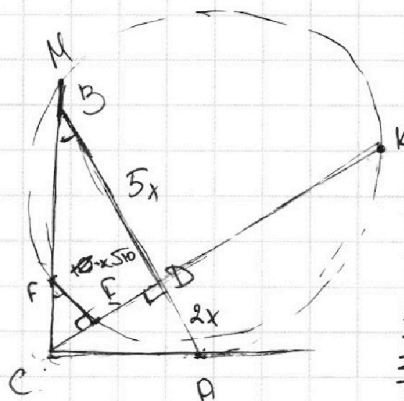
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$CA = 8\sqrt{10}$$

$$CB = 8\sqrt{35}$$



$$AB \parallel EF$$

$$\frac{AB}{BD} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = ?$$

$$S_{ACD} = CD \cdot AD \cdot \frac{1}{2}$$

$$S_{CEF} = CE \cdot EF \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{CD \cdot AD}{CE \cdot EF}$$

$$CA^2 = CE \cdot CD$$

$$CD = 10x^2$$

$$CA^2 = 8\sqrt{10} \cdot CE$$

$$S_{CBD} = S_{CEF} \cdot \left(\frac{CD}{CE}\right)^2$$

$$CB = \sqrt{25x^2 + 10x^2} = x\sqrt{35}$$

$$CA = \sqrt{49x^2 - 35x^2} = x\sqrt{14}$$

$$CA^2 = 14x^2 = CE \cdot x\sqrt{10}$$

$$CE = \frac{14}{\sqrt{10}}x = \frac{7\sqrt{10}}{5}x$$

$$\triangle CEF \sim \triangle CBD$$

$$\frac{S_{CEF}}{S_{CBD}} = \left(\frac{CE}{CD}\right)^2$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CBD}} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{CE}{CD}\right)^2$$

$$\frac{CB}{CD} = \frac{7\sqrt{10}}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{2}{5} \cdot \frac{149}{25} = \frac{98}{125}$$

$$k \cdot \frac{-\frac{67}{5} + \frac{35}{5}}{\frac{8\sqrt{2}}{5} + \frac{10\sqrt{2}}{5}} = \frac{-\frac{32}{8}}{\frac{88\sqrt{2}}{8}} = -\frac{8}{88\sqrt{2}} = -\frac{1}{11\sqrt{2}}$$

$$\frac{+5}{6a} = \frac{4\sqrt{2}}{7}$$

$$a = \frac{35}{24\sqrt{2}}$$

$$k \cdot \frac{b}{6a} = \frac{4\sqrt{2}}{35}$$

$$b = \frac{160 - 140\sqrt{2}}{63}$$

$$b = \frac{2(80 - 70\sqrt{2})}{63} = \frac{2(80 - 70\sqrt{2})}{63}$$

$$\begin{array}{r} kx + c = y \\ \frac{20\sqrt{2}}{5} = \frac{35}{5} + \frac{4\sqrt{2}}{7} \cdot \frac{20\sqrt{2}}{5} \\ \frac{140\sqrt{2} - 160}{63} \\ \frac{140\sqrt{2} - 160}{63} \\ \frac{140\sqrt{2} - 160}{63} \\ \frac{140\sqrt{2} - 160}{63} \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~3

$$\text{arccos}(\sin x) = \pi - 2x \quad \text{arccos} \in [0; \pi]$$

$$\text{arccos}(\sin x) \in [0; \pi]$$

$$0 \leq \pi - 2x \leq \pi \quad | -\pi$$

$$-\pi \leq -2x \leq 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$\pi \leq 2x \leq \pi \quad x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\text{arccos}(\sin x) = \frac{\pi}{2} - \text{arcsin}(\sin x)$$

$$\pi - \text{arcsin}(\sin x) = \pi - 2x \quad x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$-x = \pi - 2x$$

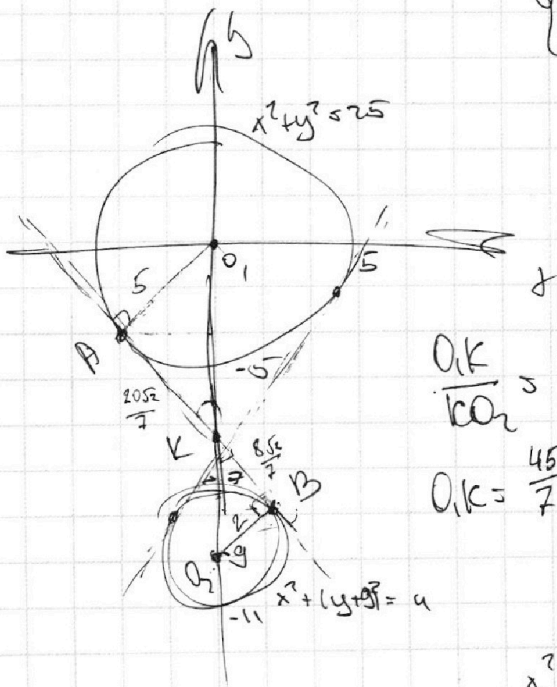
$$x = -\pi$$

$$x = -\frac{\pi}{2}$$

и при  $x = \dots$  ?

$$\begin{cases} 5x + 6ay - 6 = 0 \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} x^2 + y^2 = 25 & x^2 + (y+9)^2 = 4 \end{matrix}$$



$$5x + 6ay = 6$$

и при  $y = 0$

$$5x = 6 \quad x = \frac{6}{5}$$

$$y = \frac{6 - 5x}{6a} = -\frac{5}{6a}x + \frac{6}{6a}$$

$$x^2 + \frac{6^2 - 10bx + 25x^2}{36a^2} - 25 = 0$$

$$x^2 \left(1 + \frac{25}{36a^2}\right) - \frac{10b}{36a^2}x - 25 + \frac{6^2}{36a^2} = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{\phi}{u} = \frac{25b^2}{36a^2} - \left(1 + \frac{25}{36a^2}\right) \left(\frac{b^2}{36a^2} - 2x\right) = \frac{25^2}{36a^2} + 25 - \frac{b^2}{36a^2} - 50$$

$$\frac{b^2}{36a^2} + \frac{10b^2}{36a^2} - 25 - \frac{25^2}{36a^2}$$

$$\left(\frac{25}{6a}\right)^2 + 5^2 = \left(\frac{b}{6a}\right)^2$$

$$81 - 4a = 32 \quad (u/2)^2 \quad \text{5.39}$$

$$x^2 - 25 + (x-9)^2 - 81 = 32$$

$$2x^2 - 18x - 57 = 0 \quad \frac{x}{u} = 81 + 11u = 195$$

$$y^2 = 25 - x^2$$

$$y = \sqrt{25 - x^2} \Rightarrow y' = \frac{1}{\sqrt{25 - x^2}} \cdot (-2x) = -\frac{2x}{\sqrt{25 - x^2}} = -\frac{5}{6a}$$

$$(u/2)^2 = 4 - x^2 \quad y + a = \sqrt{4 - x^2} \quad y = \sqrt{4 - x^2} - 9 \quad y' = \frac{-2x}{\sqrt{4 - x^2}} = -\frac{5}{6a}$$

$$x \left( \frac{1}{\sqrt{25 - x^2}} - \frac{1}{\sqrt{4 - x^2}} \right) = 0$$

$$\sqrt{25 - x^2} = \sqrt{4 - x^2}$$

$$\frac{2x}{5x} = 7x = 9 \quad x = \frac{9}{7}$$

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

$$25 - x_0^2 + \frac{-2x_0}{\sqrt{25 - x_0^2}}(x - x_0) =$$

$$\frac{-2x}{\sqrt{4 - x^2}} = \frac{5}{6a}$$

$$\frac{2x}{\sqrt{25 - x^2}} = \frac{5}{6a}$$

$$12ax = 5\sqrt{25 - x^2}$$

$$\text{Max} = 5\sqrt{4 - x^2}$$

$$a = \frac{5\sqrt{4 - x^2}}{12x}$$

$$a = \frac{5\sqrt{25 - x^2}}{12x}$$

$$25 - x_1^2 = 4 - x_2^2$$

$$x_1^2 - x_2^2 = 21$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



NS

$$\log_{11}^u - 6 \log_x^{11} = \log_x = \frac{1}{11} - 5 \quad (1)$$

$$\log_{11}^u \left(\frac{1}{2}y\right) + \log_{\left(\frac{1}{2}y\right)}^{11} = \log_{\left(\frac{1}{2}y\right)} \left(11^{-13}\right) - 5 \quad (2)$$

$x, y > 0$   
 $x \neq 1$   
 $y \neq 2$

$$1) \log_{11}^4 x - \frac{6}{\log_{11}^u x} = -\frac{2}{3} \log_x^{11} - 5$$

$$\frac{1}{\log_x^{11}} - 6 \log_x^{11} = -\frac{2}{3} \log_x^{11} - 5$$

$\log_x^{11} = t$   
 $\log_{\frac{1}{2}y}^{11} = m$

$$\frac{1}{t^u} - 6t = -\frac{2}{3}t - 5$$

$$2) \frac{1}{\log_{\frac{1}{2}y}^{11}} + \log_{\frac{1}{2}y}^{11} = 6$$

$$= -\frac{13}{3} \log_{\frac{1}{2}y}^{11} - 5$$

$$\frac{1}{t^u} - \frac{16}{3}t + 5 = 0$$

$$\frac{1}{m^u} + m = -\frac{13}{3}m - 5$$

(2)-(1)

$$\frac{1}{m^u} - \frac{1}{t^u} + \frac{16}{3}(m+t) = 0$$

$$\frac{1}{m^u} + \frac{16}{3}m + 5 = 0$$

$$m^u - m t^u + \frac{16}{3} \left( \frac{m_1+t_1}{m_1 t_1} \right) = 0$$

$\frac{1}{m} = m'$      $\frac{1}{t} = t'$   
 $\log_x^{11}$      $\log_{11}^{\frac{1}{2}}$

$$(m_1+t_1)(m_1-t_1)(m_1^2+t_1^2)$$

$$(m_1+t_1) \left( \log_{11}^{\frac{2x}{3}} (m_1^2+t_1^2) + \frac{16}{3m_1 t_1} \right) = 0$$

$$\log_{11}^{\frac{2x}{3}} \left( \log_{11}^{\frac{2x}{3}} (m_1^2+t_1^2) - 2m_1 t_1 \right) + \frac{16}{3m_1 t_1} = 0$$

$xy = 2$

$$\log_{11}^{\frac{2x}{3}} \left( \log_{11}^{\frac{2x}{3}} (m_1^2+t_1^2) - 2m_1 t_1 \right) + \frac{16}{3m_1 t_1} = 0$$

$$\log_{11} (m_1-t_1) \left( (m_1+t_1)^2 - 2m_1 t_1 \right) + \frac{16}{3m_1 t_1}$$