



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^9 3^{10} 5^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{13} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{19} 3^{18} 5^{30}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $BC$  в точке  $B$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $F$ , а катет  $AC$  – в точке  $E$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AD : DB = 3 : 1$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABC$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$ .
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-14; 42)$ ,  $Q(6; 42)$  и  $R(20; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 90,  $SA = BC = 12$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 4$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) Рассмотрим числа  $a, b, c$ , такие что:  $a = 2^{x_1} 3^{y_1} 5^{z_1}$ ;  $b = 2^{x_2} 3^{y_2} 5^{z_2}$ ;  $c = 2^{x_3} 3^{y_3} 5^{z_3}$ .

2) Поскольку нам нужно получить минимальное значение  $abc \Rightarrow$  произведения  $ab, bc$  и  $ac$  также должны быть минимальны.  $\Rightarrow$

Рассмотрим:  $ab = 2^9 3^{10} 5^{10}$ ;  $bc = 2^{14} 3^{13} 5^{13}$ ;  $ac = 2^{19} 3^{18} 5^{30}$ .

Перепишем в виде: 1. 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 9 \\ x_2 + x_3 = 14 \\ x_3 + x_1 = 19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 - x_2 - x_3 + x_3 + x_1 = 9 - 14 + 19 \\ 2x_1 = 14 \\ x_1 = 7 \Rightarrow x_2 = 2 \Rightarrow x_3 = 12. \end{cases}$$

2. 
$$\begin{cases} y_1 + y_2 = 10 \\ y_2 + y_3 = 13 \\ y_3 + y_1 = 18 \end{cases} \Rightarrow 2y_1 = 15 \Rightarrow y_1 \notin \mathbb{Z}, \text{ но по усл. } a, b, c \in \mathbb{N} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  Есть 3 варианта:  $y_1 + y_2 = 11$ ;  $y_2 + y_3 = 14$ ;  $y_3 + y_1 = 19$  ( $ab, bc$  или  $ac$  дополнительно кратно 3).

$y_1 + y_2 = 11 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2 \\ y_2 = 3 \\ y_3 = 10 \end{cases}$   $y_3 + y_1 = 19 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 8 \\ y_2 = 3 \\ y_3 = 11 \end{cases}$

$y_2 + y_3 = 14 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 7 \\ y_2 = 3 \\ y_3 = 11 \end{cases} \Rightarrow$  нужно сравнить  $3^8$

3. 
$$\begin{cases} z_1 + z_2 = 10 \\ z_2 + z_3 = 13 \\ z_3 + z_1 = 30 \end{cases} \Rightarrow 2z_1 = 27 \Rightarrow z_1 \notin \mathbb{Z}, \text{ но } z_1 = \text{если } z_1 = 13,5, \text{ то } z_2 = -3,5, \Rightarrow \text{а поскольку}$$

$z_1, z_2$  и  $z_3 > 0$ , и так как  $a, b, c \in \mathbb{N}$ , то либо  $ab : 5^7 \Rightarrow$

$z_1 + z_2 = 17 \Rightarrow \begin{cases} z_1 = 17 \\ z_2 = 0 \\ z_3 = 13 \end{cases}$ , либо  $bc : 5^7 \Rightarrow z_1 + z_3 = 20$

тогда  $abc = 2^{x_1+x_2+x_3} 3^{y_1+y_2+y_3} 5^{z_1+z_2+z_3} = 2^{21} 3^{24} 5^{30}$

Ответ:  $2^{21} 3^{24} 5^{30}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

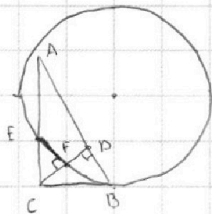
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Пусть  $x$  - длина  $BD \rightarrow AD = 3x$ .

2)  $CD = \sqrt{AD \cdot DB} = \sqrt{3x \cdot x} = \sqrt{3}x$  (как высота из прямого угла).

3)  $CB = \sqrt{CD^2 + DB^2} = \sqrt{3x^2 + x^2} = 2x$  (по т. Пифагора)  
 $CA = \sqrt{CD^2 + AD^2} = \sqrt{3x^2 + 9x^2} = 2\sqrt{3}x$  (по т. Пифагора)

4)  $CE^2 = CA \cdot CE$  (по т. о касательной и секущей)

$CE = \frac{CB^2}{CA} = \frac{4x^2}{2\sqrt{3}x} = \frac{2x}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}x}{3}$

5)  $EF \cdot CD = CB^2$  (по т. о кас. и сек.)  $\Rightarrow EF = \frac{CB^2}{CD} = \frac{4x^2}{\sqrt{3}x} = \frac{4\sqrt{3}}{3}x$

6)  $S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot CB = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3}x \cdot 2x = 2\sqrt{3}x^2$

7)  $AB \parallel EF$   
 $AB \perp CD \Rightarrow EF \perp CD \Rightarrow \angle EFC = 90^\circ$

8)  $EF^2 = \sqrt{EC^2 - CF^2} = \frac{4x^2}{3}$

4)  $\angle BAC = 30^\circ$ , т.к.  $CB = \frac{1}{2} AB$

$\Rightarrow \angle CEF = 30^\circ$

5)  $AB \parallel EF$   
 $AB \perp CD \Rightarrow EF \perp CD \Rightarrow \angle EFC = 90^\circ$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



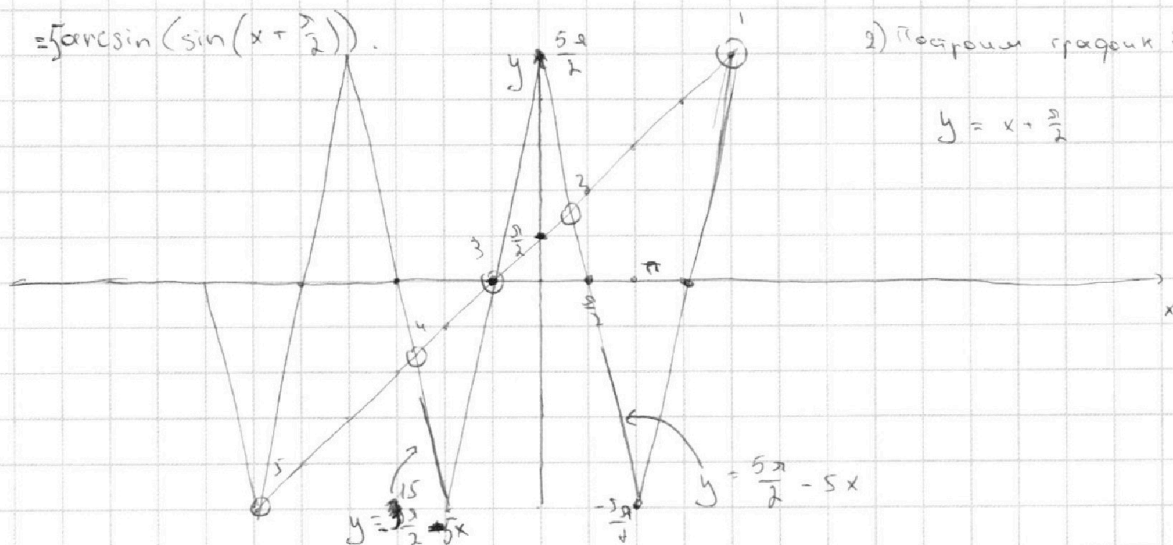
$$5 \arcsin(\cos(x)) = x + \frac{\pi}{2}$$

1) Построим график функции  $y = f(x) = 5 \arcsin(\cos(x)) =$

$$= 5 \arcsin(\sin(x + \frac{\pi}{2}))$$

2) Построим график:

$$y = x + \frac{\pi}{2}$$



3) По рисунку сразу видно ①, ⑤ и ③ корни:  $x = 2\pi$ ;  $x = -\frac{\pi}{2}$ ;

$$x = -\frac{6\pi}{2} = -3\pi \text{ соответственно.}$$

4) Теперь найдём корни оставшиеся:

② - точка пересечения  $y = x + \frac{\pi}{2}$  и  $y = \frac{5\pi}{2} - 5x$ .

$$6x = 2\pi$$

$$x = \frac{2\pi}{3}$$

④ - т. пересечения  $y = x + \frac{\pi}{2}$  и  $y = -\frac{15\pi}{2} - 5x$

$$6x = -8\pi$$

$$x = -\frac{4\pi}{3}$$

$$\text{Ответ: } x = 2\pi; -\frac{\pi}{2}; -3\pi; \frac{2\pi}{3}; -\frac{4\pi}{3}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax + 2y + 3b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ x^2 + y^2 - 12x + 32 = 0 \end{cases}$$

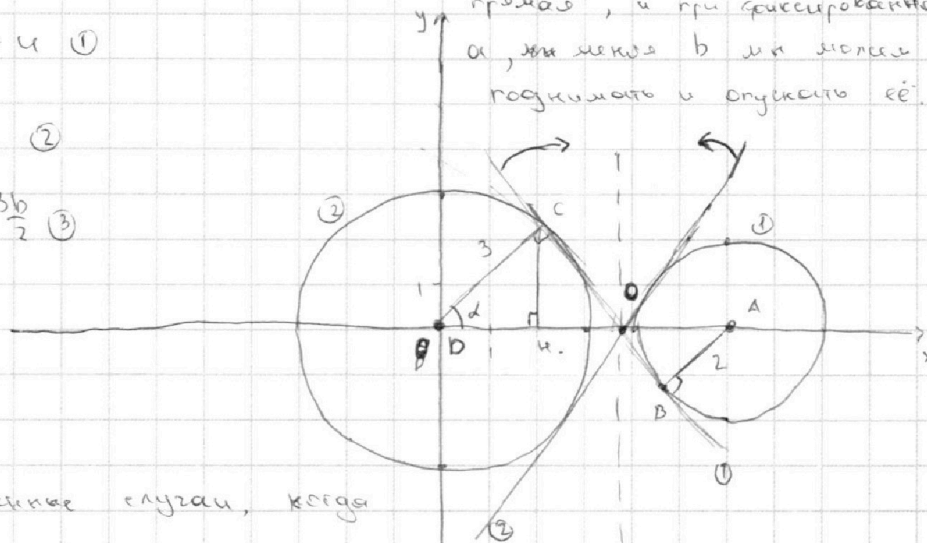
$$x^2 - 12x + 36 + y^2 = 4$$

$$(x-6)^2 + y^2 = 4 \quad (1)$$

$$x^2 + y^2 = 9 \quad (2)$$

$$y = -\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2} \quad (3)$$

1) Заметим, что график (3) - прямая, и при фиксированном  $a$ , при изменении  $b$  мы можем поднимать и опускать её.



2) Т.е. единственные случаи, когда

прямая не касается окружности за раз, это когда

её угол наклона больше  $\geq$  угла наклона общей касательной к обеим окружностям.

3)  $\triangle DCO \sim \triangle ABO$  ( $\angle C = \angle B = 90^\circ$ ;  $\angle DOC = \angle BOA$  как верт.)  $\Rightarrow$

$$\text{по подобию } AO = 2x : \frac{AO}{OD} = \frac{AB}{OC} = \frac{2}{3} \Rightarrow OD = 3x.$$

$$AO + OD = AD = 6$$

$$2x + 3x = 6$$

$$x = \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow OD = \frac{18}{5} \Rightarrow \left(\frac{18}{5}; 0\right) \in y \Rightarrow 0 = -\frac{18}{5} \cdot \frac{a}{2} + \frac{3b}{2}$$

$$4) \sin \alpha = (\alpha - \text{угол } \angle CDO) = \frac{CO}{DO} = \frac{\sqrt{AO^2 - OD^2}}{OD} = \frac{\sqrt{\frac{324}{25} - 9}}{\frac{18}{5}} =$$

$$= \frac{3\sqrt{11}}{5} \cdot \frac{5}{18} = \frac{\sqrt{11}}{6} \Rightarrow \frac{CH}{CP} = \frac{\sqrt{11}}{6} \Rightarrow CH = \frac{\sqrt{11}}{2} \Rightarrow PH = \sqrt{9 - \frac{11}{4}} = \frac{5}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\left(\frac{5}{2}; \frac{\sqrt{11}}{2}\right) \in y \rightarrow \frac{\sqrt{11}}{2} = -\frac{a}{2} \cdot \frac{5}{2} + \frac{3b}{2} \quad | \cdot 4$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\sqrt{11} = -5a + 6b \\ 0 = -18a + 15b \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 10\sqrt{11} = -25a + 30b \\ 0 = -6a + 5b \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10\sqrt{11} = 11a \Rightarrow a_1 = \frac{10}{\sqrt{11}}$$

Поскольку рисунок симм. отн.  $Ox \Rightarrow a_2 = -\frac{10}{\sqrt{11}}$ .

1. Поскольку кас. подходит все прямые  $y$  которых касаются. касаются  $\Rightarrow$

$$a \in \left(-\infty; -\frac{10}{\sqrt{11}}\right] \cup \left[\frac{10}{\sqrt{11}}; +\infty\right).$$

Значит все прямые, которые будут иметь и решение:

$$a \in \left(-\frac{10}{\sqrt{11}}; \frac{10}{\sqrt{11}}\right).$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \log_3^4 x + 6 \log_3 x = \log_{25} 243 - 8$$

$$2) \log_3^4(5y) + \log_3^4(5y) + 2 \log_3 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8$$

$$x > 0; x \neq 1$$

$$y > 0; y \neq \frac{1}{5}$$

Пусть  $\log_3 x = t$ , а  $\log_3 y = p$

Заметим, что для того, чтобы узнать какие значения

принимает  $xy$ , достаточно узнать какие значения

принимает  $t+p$ .

$$1) t^4 + \frac{6}{t} = \frac{5}{2t} - 8$$

$$p^4 + \frac{2}{p} = \frac{11}{2p} - 8$$

$$f(t) = 2t^5 + 16t + 7 = 0$$

$$g(p) = 2p^5 + 16p - 7 = 0$$

$$f'(t) = 10t^4 + 16 \neq 0$$

$$g'(p) = 10p^4 + 16 = 0$$

$$t \in \mathbb{R} \Rightarrow$$

$$p \in \mathbb{R} \Rightarrow$$

функция  $f(t)$  - возрастает на  
всем промежутке, при этом  
 $f(-1) < 0$ ;  $f(0) > 0 \Rightarrow$  она имеет  
единственный корень

$\Rightarrow$  Аналогично и для функции  
 $g(p)$ , только  $g(0) < 0$  и  $g(1) > 0 \Rightarrow$   
она имеет единств. корень.

$$2(t^5 + p^5) + 16(t+p) = 0$$

Заметим, что  $t+p=0$  является решением данного уравнения,

а поскольку (по п.1) есть единств.  $t$  и единств.  $p \Rightarrow t+p$

также единственное  $\Rightarrow t+p=0$  - единств. решение  $\Rightarrow$  ответ  $1$   
 $xy = 1$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



|                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(y_1 = 0)$$

№9) Возьмем  $A(0; 0) \Rightarrow 3x_2 + y_2 = 33 \Rightarrow y_2 = 33 - 3x_2$  - прямая,

// стороне параллелограмма. Заметим, что при  $A(3; 0)$  эта прямая

совпадает со стороной параллелограмма. Придем к выводу

из таких прямых вырежется 14 точек с целыми координатами  $\Rightarrow$

$\hookrightarrow$  при  $x_1 = 0$ :  $3 \cdot 14 = 56$  точек как подходит.

2) Если мы увеличиваем  $y_1 = 1$ , то нам надо точек

$A(0; 1)$  и  $A(1; 1)$  и  $A(2; 1)$  - подойдут уже только 3 прямые,

т.к. 4-ая выйдет за рамки пар-ма  $\Rightarrow 3 \cdot 14 = 42$  точек

как подойдет.

3)  $y_1 = 2$  аналогично для случая 2  $\Rightarrow 3 \cdot 14 = 42$  точек.

4)  $y_1 = 3$ . аналогично для случая 2  $\Rightarrow 3 \cdot 14 = 42$  точек.

$y_1 = 4$ ;  $y_1 = 5$  - аналогичные ситуации  $\Rightarrow 3 \cdot 14 + 3 \cdot 14 = 84$  точки

5)  $y_1 = 6; 7; 8 \Rightarrow 3 \cdot 3 \cdot 14 = 126$  точек.

6)  $y_1 = 9; 10; 11 \Rightarrow 3 \cdot 3 \cdot 14 = 126$  точек.

7)  $y_1 = 12; 13; 14 \Rightarrow$  нам подойдут уже 2 прямые, т.к.

3-я выйдет за пределы пар-ма  $\Rightarrow 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 14 = 84$  точек.

8)  $y_1 = 15; 16; 17$  и  $18; 19; 20 \Rightarrow 3 \cdot 2 \cdot 14 + 3 \cdot 2 \cdot 14 = 168$

9)  $y_1 = 21; 22; 23$  и  $24; 25; 26 \Rightarrow$  нам подойдет уже 1

прямая; т.к. последние касаются за границей пар-ма  $\Rightarrow$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow 3 \cdot 1114 + 3 \cdot 114 = 42 + 42 = 84.$$

$$(10) y_1 = 27; 28; 29 \Rightarrow 3 \cdot 114 = 42.$$

$$\text{Итого: } 56 + 3 \cdot 42 + 84 + 2 \cdot 126 + 84 + 168 + 84 + 42.$$



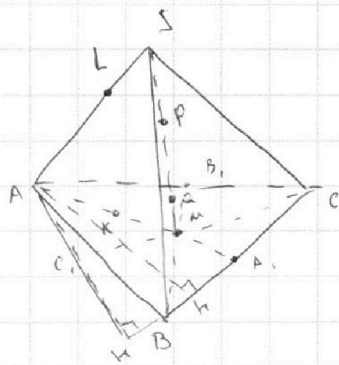
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1.  $AL = AK$ , как касательные.

2.  $MK^2 = MQ \cdot MP$   
 $SL^2 = SQ \cdot SP$   $\Rightarrow MK = SL$  (по т. о кас. и сев.)  
 $SP = MQ$

3)  $AL = AK \Rightarrow AS = AM = BC = 12$   
 $MK = SL$

4)  $AM = 2MA_1 \Rightarrow MA_1 = 6 \Rightarrow AA_1 = 18$

5)  $S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC \Rightarrow AH = \frac{2 \cdot 90}{12} = 15$

или  $AA_1 = \sqrt{18^2 - 15^2} = 9\sqrt{3} > 18A_1 \Rightarrow$  т.к. вне  $\triangle ABC$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

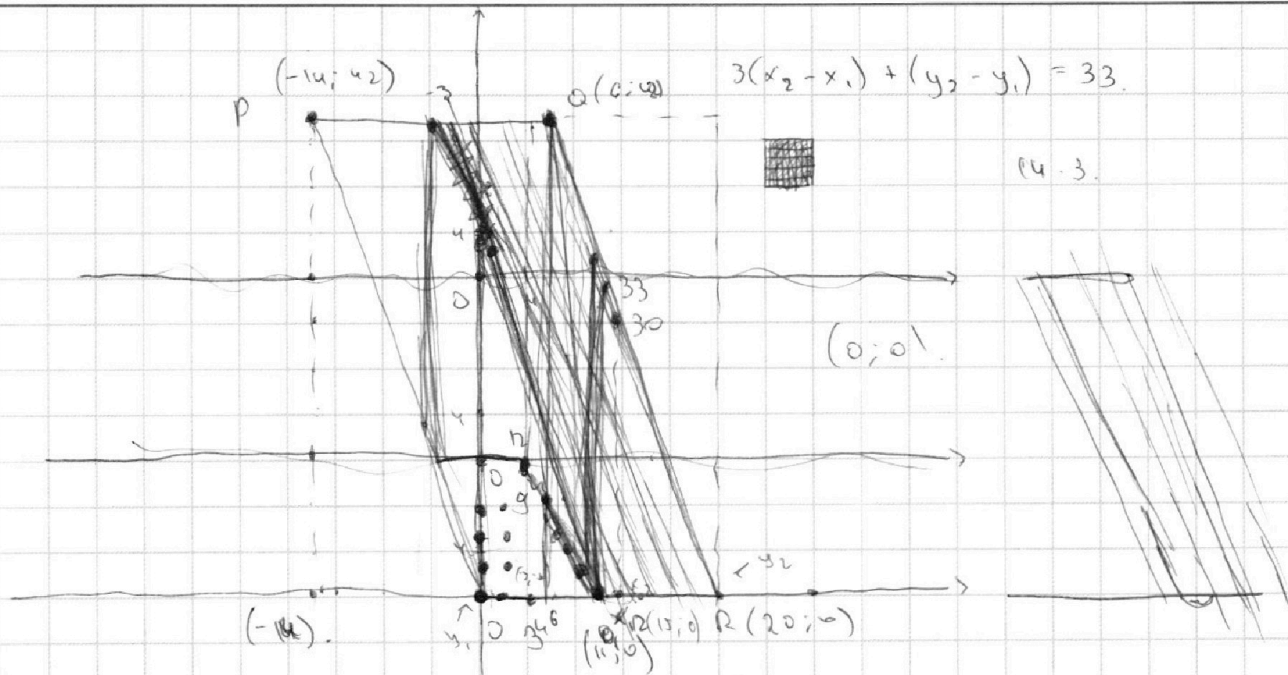
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x_2 - x_1 = 0 \Rightarrow y_2 - y_1 = 33 \Rightarrow y_1 = 0 \Rightarrow y_2 = 33$$

$$x_2 - x_1 = 1 \Rightarrow y_2 - y_1 = 30 \Rightarrow y_1 = 1 \Rightarrow y_2 = 31$$

$$x_2 - x_1 = 2 \Rightarrow y_2 - y_1 = 27 \Rightarrow y_1 = 0 \Rightarrow y_2 = 27$$

$$20 \cdot 42 = 840$$

$$3x_2 + y_2 = 34$$

$$3x_2 + y_2 = 33$$

$$y_2 = 33 - 3x_2$$

$$y_2 = 34 - 3x_2$$

$$3x_2 + y_2 = 33 \Rightarrow 3x_2 - 3 + y_2 = 33 \Rightarrow 3x_2 + y_2 = 36$$

$$3x_2 + y_2 = 35 \quad | \cdot 2$$

$$3x_2 + y_2 = 36$$

$$3x_2 + y_2 = 36$$

$$3x_2 - 9 + y_2 = 33 \Rightarrow 3x_2 + y_2 = 42$$

$$3x_2 + y_2 = 45$$

$$3x_2 + y_2 = 42$$

$$y_2 = 45 - 3x_2$$

11; 14; 17; 20; 23; 26; 29;

15; 18; 19...

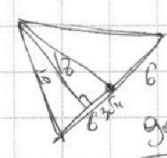
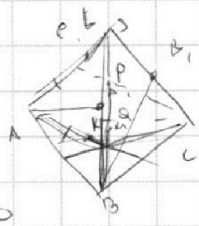
12; 15; 18;

13; 16; 19;

17; 20

12; 13;

14; 17; 20



$$\frac{90 \cdot 2}{12} = \frac{90}{6} = 15$$

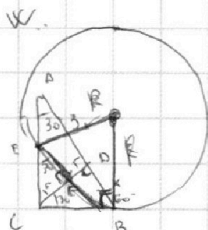
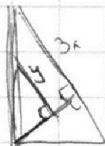
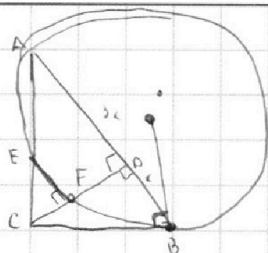
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle CEF}}$$

$$AC = 2\sqrt{3}x$$

$$CD = \sqrt{3}x$$

$$\frac{CB}{AB} = \frac{DB}{CB}$$

$$CB^2 = AD \cdot DB = 4x^2$$

$$CB = 2x$$

$$\frac{CE}{\sqrt{3}x} = \frac{y}{3x}$$

$$CE = \frac{y \cdot \sqrt{3}}{3} = \frac{y}{\sqrt{3}} \quad CD = \sqrt{3}x$$

$$CE = \frac{y \cdot \sqrt{3}}{3} = \frac{y}{\sqrt{3}} \quad AC = 16x^2 - 4x^2 = 12x^2 = 2\sqrt{3}x$$

$$CE = \frac{y}{\sqrt{3}} \cdot 2\sqrt{3}x = 2y$$

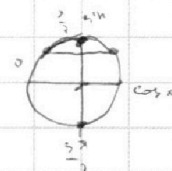
$$CE = \frac{2y\sqrt{3}}{3} = \frac{2y}{\sqrt{3}} \quad CB^2 = AC \cdot EC$$

$$\arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{4y^2}{3} = \frac{y^2}{3} + y^2$$

$$\frac{3y}{2} = \frac{-2x + b}{2}$$

$$b = \frac{3y}{2}$$

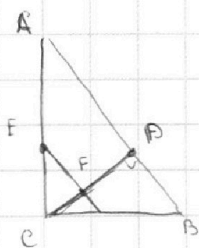
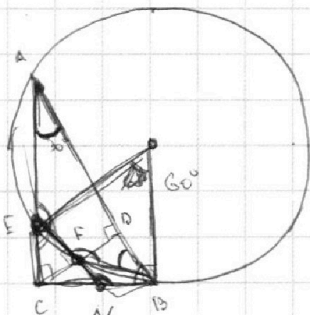
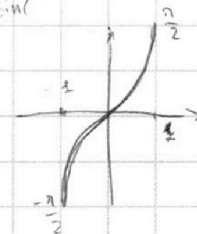


$$\arcsin(-1)$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{2} - x$$

$$\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} + x)) = \frac{\pi}{2} + x$$

$$\sin^2$$



$$-\frac{5\sqrt{2}}{2}k = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$k = -5$$

$$b = -\frac{15\sqrt{2}}{2}$$

$$b = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$k \cdot (-\frac{\sqrt{2}}{2}) + b = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$b = (-\frac{3\sqrt{2}}{2})k + b = 0$$

$$b = \frac{3\sqrt{2}}{2}k$$

$$\frac{b}{2} - 5x = x + \frac{\pi}{2}$$

$$2x = 6x$$

$$x = \frac{\pi}{3}$$

$$\cos(6x) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\pi}{6} \cdot 5 = \frac{5\pi}{3}$$

$$2x = \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{5\sqrt{2}}{2} - \frac{5\sqrt{2}}{3} = \frac{5\sqrt{2}}{6}$$

$$\sin(\frac{5\sqrt{2}}{6}) = \frac{5\sqrt{2}}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

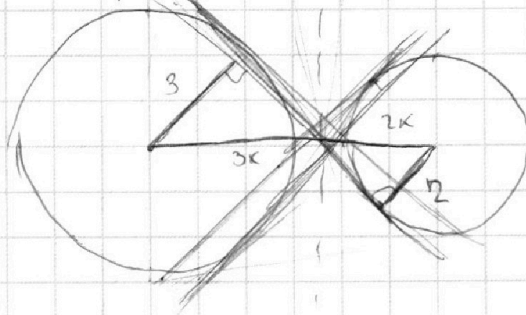
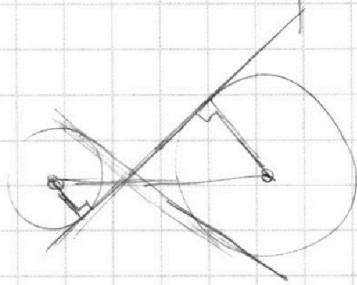
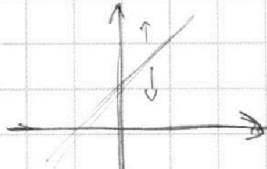
1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax + 2y + 3b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 72) = 0 \end{cases}$$



$$y = -\frac{a}{3}x + \frac{3b}{2}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 121 \\ 1331 \\ 14641 \\ 1510105125 \dots \\ 250 - 25 = \\ = 225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 360 \\ 36 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 12 \\ \hline 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$t^4 + 6t = \frac{8}{t} - 8$$

$$36 - 11 = 25$$

$$\begin{array}{r} 324 \\ 225 \\ \hline 99 \end{array}$$

$$t^5 + 6t^2 + 8t - 3 = 0$$

$$243 = 3 \cdot 81 = 3 \cdot 3 \cdot 27 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$$

$$t^4 + 12t + 8$$

$$= 3^5$$

$$t^3 + 12 = 0$$

$$t = -\sqrt[3]{12}$$

$$t^4 + 6 = \frac{5}{t} - 8$$

81

$$p^4 + \frac{2}{p} = \frac{11}{2p} - 8$$

$$t + p = ?$$

$$(p+t)^5 = p^5 + 5p^4t + 10p^3t^2 + 10p^2t^3 + 5pt^4 + t^5$$

$$t^5 + 8t + 6 - \frac{5}{t} = 0$$

$$2t^5 + 16t + 7 = 0$$

$$p^5 - \frac{7}{2p} + 2p = 0$$

$-1 + 5$

$$12t^4 + 16 = 0$$

$$7p^5 + 16p - 7 = 0$$

$$2t^5 + 16t + 7 = 0$$

$$t \cdot p = 0$$

$$2(p^5 + t^5) + 8(t+p) = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$ab : 2^9 3^{10} 5^{10}$ ;  $bc : 2^{14} 3^{13} 5^{13}$ ,  $ac : 2^{10} 3^{18} 5^{30}$

$10 : 5$   
 $8 : 4 \rightarrow 20 : 20$

$\min(abc) = ?$

(5) (K)

$a^2 b^2 c^2 : 2^{44} 3^{51} 5^{53}$

$a = 2^8 3^4 5^2 \cdot F$

$b = 2^7 3^2 5^2 \cdot G$

$c = 2^5 3^3 5^3 \cdot H$

$x_1 + y_1 + z_1 = 9$

$x_1 + y_2 = 9$

$y_1 + y_2 = 10$

$x_1 + z_2 = 10$

$x_2 + x_3 = 14$

$y_2 + y_3 = 13$

$z_2 + z_3 = 13$

$x_2 + x_3 = 19$

$y_3 + y_1 = 18$

$z_3 + z_1 = 30$

$\begin{array}{r} 70 \\ + 14 \\ \hline 84 \\ + 34 \\ \hline 118 \\ + 2 \\ \hline 120 \end{array}$

$\begin{array}{r} 10 \\ + 13 \\ \hline 23 \\ + 18 \\ \hline 41 \\ + 2 \\ \hline 43 \end{array}$

$6 \div 2 \cdot 3 \cdot x_1 = 2 \cdot 3$

$y_2 = 3 \cdot 5$

$x_2 = 2$

$x^2 y^2 z^2 : 2^2 3^3$

$6 \cdot 2 \cdot 45 =$

$= 540$

$z(x_1, x_2, z)$

$2x_1 + y_1 + z_1 + x_2 + y_2 + z_2 +$

$\min(2x_1 + y_1 + z_1)$

(2)

(1)

$y_1 + y_2 = 10$

$y_2 + y_3 = 13$

$y_3 + y_1 = 18$

$x_1 + x_2 = 9$

$x_2 + x_3 = 14$

$x_3 + x_1 = 19$

$x_1 + y_2 + x_2 + y_3 + x_3 + y_1 = 9 + 14 + 19$

$2x_1 = 14$

$y_1 + y_2 + y_2 + y_3 + y_3 + y_1 = 10 + 13 + 18 = x_1 = 7, x_2 = 2$

$x_3 = 12$

качур

$2y_1 = 15$

$y_1 = 12/13$

$y_1 = 7$

$y_2 = 3$

$y_3 = 10$

$y_1 = 8$

$y_2 = 2$

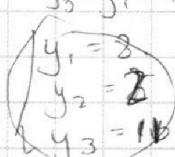
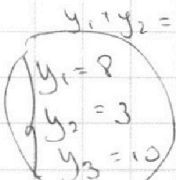
$y_3 = 10$

$y_3 + y_1 = 19$

$y_1 = 8$

$y_2 = 2$

$y_3 = 10$



(3)

$z_1 + z_2 = 10 - 13 + 30 = 27$

$z_1 + z_2 = 11 \quad 13 \quad 15 \quad z_1 + z_3 = 31$

$z_1 = 14 \quad 15 \quad 16 \quad z_1 = 14$

$z_2 = -3$  - не качур.  $-2 \quad -1 \quad 0, z_2 = -4$  - не качур.

$\begin{cases} z_1 + z_2 = 10 \\ z_2 + z_3 = 13 \\ z_3 + z_1 = 30 \end{cases}$

$13.5$

$z_2 = -3.5$

$z_3 = 16.5$

качур

$z_1 + z_3 = 16$

$10 + 16 + 30 = 56 = 12$

$z_2 + z_3 = 20$

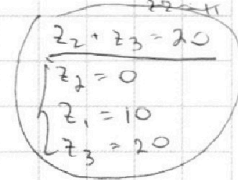
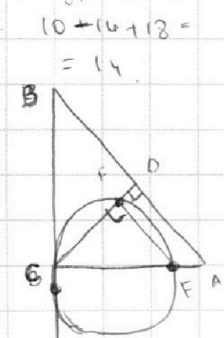
$z_2 = 0$

$z_1 = 10$

$z_3 = 20$

$2^7 \cdot 3^2 \cdot 5^{12} \cdot 2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^{10}$

$3^3 \cdot 5^{10}$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

