



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .

3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 1

$$\begin{cases} a, b: 2^7 3^{11} 5^{14} \\ bc: 2^{13} 3^{15} 5^{18} \\ ac: 2^{14} 3^{17} 5^{13} \end{cases}; a, b, c \in \mathbb{N}$$

Заметим, что, очевидно, ~~abc~~ разложение abc не содержит лишних элементов кроме 2, 3, 5, т.к. это не противоречит заданной системе, пусть

$$a = 2^{A_1} \cdot 3^{A_2} \cdot 5^{A_3}, \quad b = 2^{B_1} \cdot 3^{B_2} \cdot 5^{B_3}, \quad c = 2^{C_1} \cdot 3^{C_2} \cdot 5^{C_3}, \text{ где}$$

$A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3, C_1, C_2, C_3$ - целые ~~или~~ положительные

числа, т.к. a, b, c - натуральные. ~~Допустим, что~~

лишних элементов нет, т.к. в ~~противном~~ случае abc будет

большее b раз, где n - это еще один элемент. Тогда по b -ой степени: для A_1, B_1, C_1 :

$$\begin{cases} A_1 + B_1 \geq 7 \\ B_1 + C_1 \geq 13 \\ A_1 + C_1 \geq 14 \end{cases}, \quad a \cdot b \cdot c = 2^{A_1+B_1+C_1} \cdot 3^{A_2+B_2+C_2} \cdot 5^{A_3+B_3+C_3}, \text{ тогда:}$$

$$\begin{cases} A_1 + B_1 \geq 7 \\ B_1 + C_1 \geq 13 \\ A_1 + C_1 \geq 14 \end{cases} \Rightarrow A_1 + B_1 + C_1 + B_1 + A_1 + C_1 \geq 7 + 13 + 14 \Leftrightarrow A_1 + B_1 + C_1 \geq 17$$

пример: $A_1 = 4; B_1 = 3; C_1 = 10$

Аналогично для A_2, B_2, C_2 и A_3, B_3, C_3 :

$$\begin{cases} A_2 + B_2 \geq 11 \\ B_2 + C_2 \geq 15 \\ A_2 + C_2 \geq 17 \\ A_3 + B_3 \geq 14 \\ B_3 + C_3 \geq 18 \\ A_3 + C_3 \geq 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_2 + B_2 + C_2 \geq 21,5 \\ A_3 + B_3 + C_3 \geq 27,5 \end{cases}, \text{ т.к. } A_2, B_2, C_2, C_3, A_3, B_3 \text{ - целые и положительные}$$

$$\begin{cases} A_2 + B_2 + C_2 \geq 22 \\ A_3 + B_3 + C_3 \geq 28 \end{cases}, \text{ пример: } \begin{cases} A_2 = 7; B_2 = 4; C_2 = 11 \\ A_3 = 19; B_3 = 0; C_3 = 24 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1 (стр. 2)

С_n-но наименьшее abc = $2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$, возможно, например

прм:

$$a = 2^9 \cdot 3^7 \cdot 5^{13}$$

$$b = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^0$$

$$c = 2^{10} \cdot 3^{11} \cdot 5^{24}$$

$$\text{Ответ: } abc_{\min} = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 2 (стр. 2)

то cd - вы средней линии Δ : $S_{\triangle CEF} = \frac{1}{4} S_{\triangle CDB}$

т.к. $\frac{AB}{BD} = \frac{1,3}{1}$, то $а$ -но $\frac{AD}{BD} = \frac{0,3}{1}$, по cd -вы $\triangle CDB$ с

высотой h и cd основанием на одной прямой:

$$\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle CDB}} = \frac{AD}{DB} = \frac{0,3}{1}, \text{ а-но } S_{\triangle ACD} = \frac{0,3}{1,3} S_{\triangle ABC} = \frac{3}{13} S_{\triangle ABC},$$

$$\text{а } S_{\triangle CDB} = \frac{10}{13} S_{\triangle ABC} \text{ (т.к. } S_{\triangle ACD} + S_{\triangle CDB} = S_{\triangle ABC}), \text{ а-но}$$

$$S_{\triangle CEF} = \frac{1}{4} \cdot \frac{10}{13} S_{\triangle ABC} = \frac{5}{26} S_{\triangle ABC}, \text{ откуда искомого}$$

$$\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle CEF}} = \frac{\frac{3}{13} S_{\triangle ABC}}{\frac{5}{26} S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{3}{13}}{\frac{5}{26}} = \frac{6}{5} = 1,2$$

Ответ: площадь треугольника ACD и треугольника CEF

относится как $1,2 : 1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

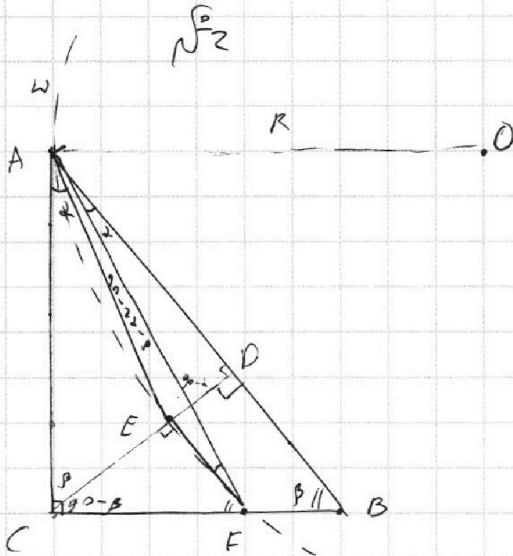
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$\triangle ABC$; $\angle C = 90^\circ$
 CD - высота
 $(O; R) - \omega$
 ω касается AC
 в точке A
 $\omega \cap CD = E$
 $\omega \cap BC = F$
 $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{3}$
 $\frac{BD}{AB} \parallel EF$
 $\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle CEF}} = ?$



т.к. $CD \perp AB$ и $AB \parallel EF$, то $CD \perp EF$
 т.к. A - точка касания ω с AC - касательная к ω , тогда AE - хорда из той же точки и по свойству: $(FE \omega) \angle CAE = \angle AFE$
 получим $\angle CAE = \angle AFE = \alpha$

т.к. $EF \parallel AB$, то $\angle A$ - смежные и $\angle EFA = \angle FAB = \alpha$, как накрест-лежащие. получим $\angle ABC = \beta$, тогда $\angle DCB = 90 - \beta$, $\triangle CDB$

т.к. сумма $\angle D = 180^\circ$ и $\angle CDB = 90^\circ$, аналогично для $\triangle CEF$, $\angle CEF = 90^\circ$ (т.к. $CE \perp EF$) и $\angle ECF = 90 - \beta$, т.к.

$\angle CFC = \beta$. т.к. $\angle ACB = 90^\circ$, тогда, тогда $\angle ACE = 90 - \angle ECF = \beta$

т.к. по $\triangle ACE \sim \triangle ABF$ по двум углам ($\angle CAE = \alpha = \angle FAB$; $\angle ACB = \beta = \angle AFE$)

Отсюда: $\frac{CE}{AC} = \frac{FB}{AB}$; $\triangle CEF \sim \triangle CDB$ по двум углам ($\angle CEF = \angle CDB = 90^\circ$; $\angle CFE = \angle CBD$)

Отсюда: $\frac{CE}{CD} = \frac{CF}{CB}$, т.к. $CB = CF + FB$ то $\frac{CE}{CD} = \frac{CB - FB}{CB}$, т.е.

$FB = -CE \cdot \frac{CB}{CD} + CB$, из $\triangle ACE$ и $\triangle ABF$: $FB = \frac{CE \cdot AB}{AC}$, т.е.:

$CB - CE \cdot \frac{CB}{CD} = CE \cdot \frac{AB}{AC}$ (2) $CB = CE \left(\frac{AB}{AC} + \frac{CB}{CD} \right)$

Из прямоуг. $\triangle ABC$: $\sin \beta = \frac{AC}{AB}$, т.е. $\frac{AB}{AC} = \frac{1}{\sin \beta}$; из $\triangle CDB$: $\sin \beta = \frac{CD}{CB}$,

т.е. $\frac{CB}{CD} = \frac{1}{\sin \beta}$, т.к. $CB = \frac{2CE}{\sin \beta}$ (2) $\sin \beta = \frac{2CE}{CB}$, т.к.

$\sin \beta = \frac{CD}{CB}$, то $CD = 2CE$, т.е. E - сеп. CD , т.к. EF - ср. линия $\triangle CDB$, т.к. $EF \parallel DB$ и E - сеп. CD

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3}$$

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x, \text{ заметим, что:}$$

$$\begin{cases} \arccos(\sin x) = \frac{\pi}{2} - x + 2\pi n, \text{ где } n \in \mathbb{Z} \\ 0 \leq \frac{\pi}{2} - x + 2\pi n \leq \pi \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \arccos(\sin x) = \frac{\pi}{2} - x + 2\pi n, \text{ где } n \in \mathbb{Z} \\ 2\pi n + \frac{\pi}{2} \geq x \geq -\frac{\pi}{2} + 2\pi n \end{cases}, \text{ заметим}$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{\pi}{2} - x + 2\pi n \text{ в исходное уравнение:}$$

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x; \quad 5 \left(\frac{\pi}{2} - x + 2\pi n \right) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\frac{5\pi}{2} - 5x + 10\pi n = \frac{3\pi}{2} + x; \quad 6x = 10\pi n + \pi, \text{ т.е. } x = \frac{10\pi n + \pi}{6},$$

сделаем выборку по x :

$$2\pi n + \frac{\pi}{2} \geq \frac{10\pi n + \pi}{6} \geq -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$12\pi n + 3\pi \geq 10\pi n + \pi \geq -3\pi + 12\pi n$$

$$3\pi \geq -2\pi n + \pi \geq -3\pi; \quad 2\pi \geq -2\pi n \geq -4\pi, \text{ т.е.}$$

$$\begin{cases} n=0 \\ n=-1 \\ n=1 \\ n=2 \end{cases}, \text{ т.е. } \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} \\ x = -\frac{3\pi}{2} \\ x = \frac{11\pi}{6} \\ x = \frac{7\pi}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{\pi}{6}; \quad x = -\frac{3\pi}{2}; \quad x = \frac{11\pi}{6}; \quad x = \frac{7\pi}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{a} \leq 4 \text{ (формула 4)}$$

т.е.

$$\begin{cases} -\frac{1}{3a} < \frac{5}{2\sqrt{6}} \\ -\frac{1}{3a} > -\frac{5}{2\sqrt{6}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{3a} > \frac{-5}{2\sqrt{6}} \\ \frac{1}{3a} < \frac{5}{2\sqrt{6}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{a} > \frac{-5}{6\sqrt{6}} \\ \frac{1}{a} < \frac{5}{6\sqrt{6}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a > 0 \\ 1 > -\frac{5}{6\sqrt{6}} a \\ 1 < \frac{5}{6\sqrt{6}} a \end{cases};$$

$$\begin{cases} a > 0 \\ a > \frac{6\sqrt{6}}{5} \\ a < 0 \\ a < -\frac{6\sqrt{6}}{5} \\ a < \frac{6\sqrt{6}}{5} \end{cases}$$

$$; a \in (-\infty; -\frac{6\sqrt{6}}{5}) \cup (\frac{6\sqrt{6}}{5}; +\infty)$$

Ответ: при $a \in (-\infty; \frac{6\sqrt{6}}{5}) \cup (\frac{6\sqrt{6}}{5}; +\infty)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2} \approx 1.41$ (стр. 3)

<p>1.1)</p> $21A = 5C$ <p style="font-size: small;">$(C > 7A - 690)$</p> $ C = 3\sqrt{A^2 + B^2}$ $-C = 3\sqrt{A^2 + B^2}$ $-\frac{21}{5}A = 3\sqrt{A^2 + B^2}$ <p>$A < 0$:</p> $\frac{21^2}{25}A^2 = 9A^2 + 9B^2$ <p>Handwritten scribbles</p> <p>н-но уравнения:</p> $Ax - 4\sqrt{3}Ay + \frac{21}{5} = 0; \text{ м.е.}$ $x - 4\sqrt{3}y + 21 = 0$ <p>и $Ax + 4\sqrt{3}Ay + 21A = 0, \text{ м.е.}$</p> $x + 4\sqrt{3}y + 21 = 0$	<p>1.2)</p> $21A = C$ <p style="font-size: small;">$(C < 7A - 690)$</p> $ C = 3\sqrt{A^2 + B^2}$ $-C = 3\sqrt{A^2 + B^2}$ <p>Handwritten scribbles</p> $-21A = 3\sqrt{A^2 + B^2}$ <p>$A < 0$:</p> $21^2 A^2 = 9A^2 + 9B^2$ $B^2 = 48A^2$ $B = -4\sqrt{3}A$ $B = 4\sqrt{3}A$ <p>н-но уравнения:</p>	<p>2.1)</p> $21A = C$ <p style="font-size: small;">$(C > 7A - 690)$</p> $ C = 3\sqrt{A^2 + B^2}$ $C = 3\sqrt{A^2 + B^2}$ $21A = 3\sqrt{A^2 + B^2}$ <p>$A > 0$</p> $21^2 A^2 = 9A^2 + 9B^2$ $B^2 = 48A^2$ $B = -4\sqrt{3}A$ $B = 4\sqrt{3}A$ <p>н-но:</p> $Ax + By + C = 0 \Leftrightarrow$ $\begin{cases} x - 4\sqrt{3}y + 21 = 0 \\ x + 4\sqrt{3}y + 21 = 0 \end{cases}$	<p>2.2)</p> $21A = 5C$ <p style="font-size: small;">$(C < 7A - 690)$</p> $ C = 3\sqrt{A^2 + B^2}$ $*C = 3\sqrt{A^2 + B^2}$ <p>Handwritten scribbles</p> $\frac{21}{5}A = 3\sqrt{A^2 + B^2}$ <p>$A > 0$:</p> $\frac{21^2}{25}A^2 = 9A^2 + 9B^2$ <p>Handwritten scribbles</p>
---	--	--	--

1.1) ~~Handwritten scribbles~~ 2.2)

Выводим (1.1) и (2.2):

$$\frac{21^2}{25}A^2 - 9A^2 = 9B^2 \Leftrightarrow 9B^2 = \frac{B \cdot 36A^2}{25}; B^2 = \frac{64A^2}{25}; B = \pm \frac{2\sqrt{6}}{5}A$$

н.е. $\begin{cases} x - \frac{2\sqrt{6}}{5}y + \frac{21}{5} = 0 \\ x + \frac{2\sqrt{6}}{5}y + \frac{21}{5} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 2\sqrt{6}y + 21 = 0 \\ 5x + 2\sqrt{6}y + 21 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{5}{2\sqrt{6}}x + \frac{21}{2\sqrt{6}} \\ y = -\frac{5}{2\sqrt{6}}x - \frac{21}{2\sqrt{6}} \end{cases}$

н-но уравнения l_1, l_2, l_3, l_4 :

$$\begin{cases} y = \frac{1}{4\sqrt{3}}x + \frac{21}{4\sqrt{3}} \\ y = -\frac{1}{4\sqrt{3}}x - \frac{21}{4\sqrt{3}} \\ y = \frac{5}{2\sqrt{6}}x + \frac{21}{2\sqrt{6}} \\ y = -\frac{5}{2\sqrt{6}}x - \frac{21}{2\sqrt{6}} \end{cases}$$

н-но $k = \frac{1}{4\sqrt{3}} < \frac{5}{2\sqrt{6}}$, н-но $\alpha = \frac{5}{2\sqrt{6}}$, н.е. $k \in (-\frac{5}{2\sqrt{6}}; \frac{5}{2\sqrt{6}})$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 4 (стр. 2)

Прямые l_1 и l_4 - прямые, которые внутренне касаются окружности \odot , а l_2 и l_3 внешне. Тогда, в силу симметрии относительно оси OX , l_1 имеет угловой наклон $k = \alpha$, а l_4 тогда $k = -\alpha$

Из геометрии очевидно, что при $k \in (-\sigma; -\alpha) \cup (\alpha; +\infty)$ решений (т.е. пересечений прямой с окружностью) будет не более 2, а при $k \in \{-\alpha\} \cup \{\alpha\}$ решений будет не более 2. Но исконая область $k \in (-\alpha; \alpha)$

Заметим, что l_3 и l_2 имеют наклон $k = -\beta$ и $k = \beta$ соответственно, к этому $0 < \beta < \alpha$

Заметим систему для $Ax + Bx + C = 0$, относящуюся к l_1, l_2, l_3 (пользуясь тем, что расстояние от центра окружности до прямой это радиус)

$$\begin{cases} \frac{|A \cdot (-7) + B \cdot 0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = 2 \\ \frac{|A \cdot 0 + B \cdot 0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{|C - 7A|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = 2 \\ \frac{|C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = 3 \end{cases}, \text{ т.е. } \begin{cases} A^2 + B^2 \neq 0 \\ C \neq 0 \\ C - 7A \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3|C - 7A| = 2|C| \\ |C| = 3\sqrt{A^2 + B^2} \end{cases}$$

1) $C \leq 0$:

$$\begin{array}{l|l} 1.1) & 3|C - 7A| = -2C \\ & C \geq 7A \quad | \quad 1.2) \quad C < 7A \\ & 3C - 21A = -2C \quad | \quad 21A - 3C = -2C \end{array}$$

2) $C > 0$

$$\begin{array}{l|l} & 3|C - 7A| = 2C \\ 2.1) & C \geq 7A \quad | \quad 2.2) \quad C < 7A \\ & 3C - 21A = 2C \quad | \quad 21A - 3C = 2C \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{0} = 4$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \end{cases}$$

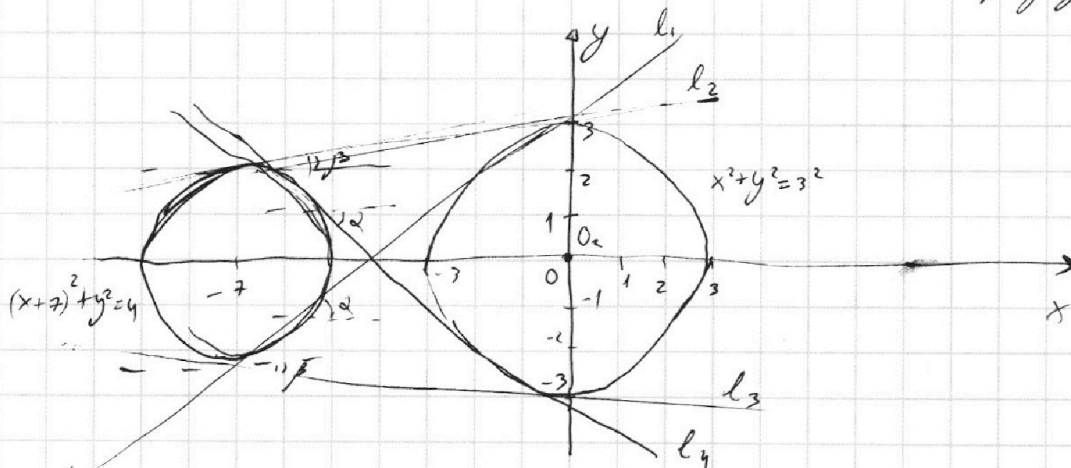
$$\textcircled{1} (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0$$

Рассмотрим ~~то~~ уравнение $\textcircled{1}$:

$$(x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0;$$

$$\begin{cases} x^2 + 14x + y^2 + 45 = 0 \\ x^2 + y^2 - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} (x+7)^2 + y^2 = 2^2 & \text{уравнение окружности} \\ & \text{с центром } O_1(-7; 0) \\ & \text{и радиусом } r = 2 \\ x^2 + y^2 = 3^2 & \text{уравнение окружности} \\ & \text{с центром } O_2(0; 0) \\ & \text{радиусом } R = 3 \end{cases}$$



т.е. решениями $\textcircled{1}$ являются две окружности

Рассмотрим $\textcircled{2}$: $x + 3ay - 7b = 0$ - уравнение прямой

Заметим, что при $a = 0$, $x - 7b = 0$ - параллельна оси Oy и a -но уравнение никогда не имеет, и по $a \neq 0$:

$$y = -\frac{1}{3a}x + \frac{7b}{3a}, \text{ пусть } k = -\frac{1}{3a}, k \text{ не зависит от } b, \text{ при том } \frac{7b}{3a} \text{ при любом } a \text{ (кроме } a = 0) \text{ принимает все значения}$$

т.е. при любом a уравнение $x + 3ay - 7b = 0$ это множество точек с угловым коэффициентом $k = -\frac{1}{3a}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_7^4(6x) - 2 \frac{1}{\log_7 6x} = \frac{3}{2} \log_{6x} 7 - 4$$

$$\begin{cases} x \neq -\frac{1}{6} \\ x \neq \frac{1}{6} \\ y \neq -1 \\ y \neq 1 \end{cases}$$

$$373 = 7^3$$

$$t = \log_7 6x \quad \text{also } t \neq 0$$

$$(x^2 + 2x + 10)(x-1) = t^4 - 3,5t + 4 = 0$$

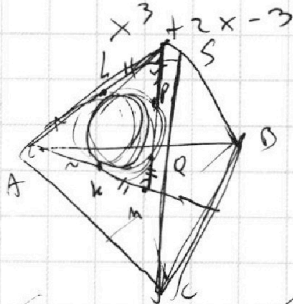
$$(x^2 + x + 3)(x-1) = x^3 + x^2 + 8x - 10 \quad \frac{7}{2}t^4 - \frac{7}{t} + 8 = 0$$

$$x^3 + x^2 + 3x - x^2 - x - 3 =$$

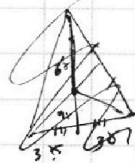
$$f(t) = 2t^5 - 7t + 8 = 0$$

$$\begin{aligned} t &= \log_{6x} 7 \\ \frac{1}{t} - 3,5t + 4 &= 0 \\ -3,5t^2 + 4t + 1 &= 0 \\ 3,5t^2 + 4t - 1 &= 0 \end{aligned}$$

$$7t^5 + 8t^2 - 2 = 0$$

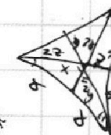
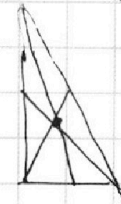


$$f'(t) = 10t^4 + 8$$



$$t^4 + 2t^2 + 1 - 2t^2 - \frac{7}{t} + 3 =$$

$$\begin{aligned} t > 0 \\ -7 & & 2+8-7=3 & t < 1 \\ 6t+8t-7=0 & & & \end{aligned}$$



$$\log_2 6x + \log_2 y = \frac{1}{16} + 4 - 7 \quad t > \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{4} \frac{3^5}{4^2} + \frac{3}{4} 6 - 7 =$$

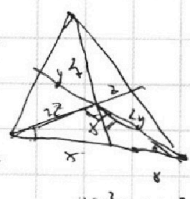
$$\log_2 6x = y$$

$$\frac{6}{t} = \frac{2^5}{t} - 4$$

$$\frac{3^5}{2^9} - 1$$

$$t^4 + \frac{3,5}{t} + 4 = 0$$

$$\log_2 y = 2 \log_2 y = 2t$$



$$2t^5 + 8t + 7 = 0$$

$$\log_2 6x = \log_2 6 + \log_2 x = \log_2 6 + \frac{1}{2} \log_2 x^2$$

$$2t^5 + 8t + 7 = 0$$

$$6xy = 60$$

$$2zy = \frac{h}{3} \cdot x \quad \log_2 6xy$$

$$\sin 180 - 2 \sin \frac{h}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\frac{1}{a} \frac{at}{t} > 0$
 $ay = -x + 76$
 $1 - \frac{at}{a} > 0$
 $x^2 + 14xy + y^2 + 45 = 0$
 $x^2 + 14x + 49 + y^2 = 4$
 $(x+7)^2 + y^2 = 2$
 $x^2 + y^2 = 3$
 $\frac{1}{a} \in (x, y)$
 $a = 0$
 $0 - 2 \text{ переменная}$

$\frac{1}{a} \frac{at}{t} > 0$
 $ay = -x + 76$
 $1 - \frac{at}{a} > 0$
 $x^2 + 14xy + y^2 + 45 = 0$
 $x^2 + 14x + 49 + y^2 = 4$
 $(x+7)^2 + y^2 = 2$
 $x^2 + y^2 = 3$
 $\frac{1}{a} \in (x, y)$
 $a = 0$
 $0 - 2 \text{ переменная}$

$\frac{1}{a} \frac{at}{t} > 0$
 $ay = -x + 76$
 $1 - \frac{at}{a} > 0$
 $x^2 + 14xy + y^2 + 45 = 0$
 $x^2 + 14x + 49 + y^2 = 4$
 $(x+7)^2 + y^2 = 2$
 $x^2 + y^2 = 3$
 $\frac{1}{a} \in (x, y)$
 $a = 0$
 $0 - 2 \text{ переменная}$

$\frac{1}{a} \frac{at}{t} > 0$
 $ay = -x + 76$
 $1 - \frac{at}{a} > 0$
 $x^2 + 14xy + y^2 + 45 = 0$
 $x^2 + 14x + 49 + y^2 = 4$
 $(x+7)^2 + y^2 = 2$
 $x^2 + y^2 = 3$
 $\frac{1}{a} \in (x, y)$
 $a = 0$
 $0 - 2 \text{ переменная}$

$\frac{1}{a} \frac{at}{t} > 0$
 $ay = -x + 76$
 $1 - \frac{at}{a} > 0$
 $x^2 + 14xy + y^2 + 45 = 0$
 $x^2 + 14x + 49 + y^2 = 4$
 $(x+7)^2 + y^2 = 2$
 $x^2 + y^2 = 3$
 $\frac{1}{a} \in (x, y)$
 $a = 0$
 $0 - 2 \text{ переменная}$

$\frac{1}{a} \frac{at}{t} > 0$
 $ay = -x + 76$
 $1 - \frac{at}{a} > 0$
 $x^2 + 14xy + y^2 + 45 = 0$
 $x^2 + 14x + 49 + y^2 = 4$
 $(x+7)^2 + y^2 = 2$
 $x^2 + y^2 = 3$
 $\frac{1}{a} \in (x, y)$
 $a = 0$
 $0 - 2 \text{ переменная}$

$\frac{1}{a} \frac{at}{t} > 0$
 $ay = -x + 76$
 $1 - \frac{at}{a} > 0$
 $x^2 + 14xy + y^2 + 45 = 0$
 $x^2 + 14x + 49 + y^2 = 4$
 $(x+7)^2 + y^2 = 2$
 $x^2 + y^2 = 3$
 $\frac{1}{a} \in (x, y)$
 $a = 0$
 $0 - 2 \text{ переменная}$

$\frac{1}{a} \frac{at}{t} > 0$
 $ay = -x + 76$
 $1 - \frac{at}{a} > 0$
 $x^2 + 14xy + y^2 + 45 = 0$
 $x^2 + 14x + 49 + y^2 = 4$
 $(x+7)^2 + y^2 = 2$
 $x^2 + y^2 = 3$
 $\frac{1}{a} \in (x, y)$
 $a = 0$
 $0 - 2 \text{ переменная}$

$\frac{1}{a} \frac{at}{t} > 0$
 $ay = -x + 76$
 $1 - \frac{at}{a} > 0$
 $x^2 + 14xy + y^2 + 45 = 0$
 $x^2 + 14x + 49 + y^2 = 4$
 $(x+7)^2 + y^2 = 2$
 $x^2 + y^2 = 3$
 $\frac{1}{a} \in (x, y)$
 $a = 0$
 $0 - 2 \text{ переменная}$

$\frac{1}{a} \frac{at}{t} > 0$
 $ay = -x + 76$
 $1 - \frac{at}{a} > 0$
 $x^2 + 14xy + y^2 + 45 = 0$
 $x^2 + 14x + 49 + y^2 = 4$
 $(x+7)^2 + y^2 = 2$
 $x^2 + y^2 = 3$
 $\frac{1}{a} \in (x, y)$
 $a = 0$
 $0 - 2 \text{ переменная}$

$\frac{1}{a} \frac{at}{t} > 0$
 $ay = -x + 76$
 $1 - \frac{at}{a} > 0$
 $x^2 + 14xy + y^2 + 45 = 0$
 $x^2 + 14x + 49 + y^2 = 4$
 $(x+7)^2 + y^2 = 2$
 $x^2 + y^2 = 3$
 $\frac{1}{a} \in (x, y)$
 $a = 0$
 $0 - 2 \text{ переменная}$

$\frac{1}{a} \frac{at}{t} > 0$
 $ay = -x + 76$
 $1 - \frac{at}{a} > 0$
 $x^2 + 14xy + y^2 + 45 = 0$
 $x^2 + 14x + 49 + y^2 = 4$
 $(x+7)^2 + y^2 = 2$
 $x^2 + y^2 = 3$
 $\frac{1}{a} \in (x, y)$
 $a = 0$
 $0 - 2 \text{ переменная}$

$\frac{1}{a} \frac{at}{t} > 0$
 $ay = -x + 76$
 $1 - \frac{at}{a} > 0$
 $x^2 + 14xy + y^2 + 45 = 0$
 $x^2 + 14x + 49 + y^2 = 4$
 $(x+7)^2 + y^2 = 2$
 $x^2 + y^2 = 3$
 $\frac{1}{a} \in (x, y)$
 $a = 0$
 $0 - 2 \text{ переменная}$

$\frac{1}{a} \frac{at}{t} > 0$
 $ay = -x + 76$
 $1 - \frac{at}{a} > 0$
 $x^2 + 14xy + y^2 + 45 = 0$
 $x^2 + 14x + 49 + y^2 = 4$
 $(x+7)^2 + y^2 = 2$
 $x^2 + y^2 = 3$
 $\frac{1}{a} \in (x, y)$
 $a = 0$
 $0 - 2 \text{ переменная}$

$\frac{1}{a} \frac{at}{t} > 0$
 $ay = -x + 76$
 $1 - \frac{at}{a} > 0$
 $x^2 + 14xy + y^2 + 45 = 0$
 $x^2 + 14x + 49 + y^2 = 4$
 $(x+7)^2 + y^2 = 2$
 $x^2 + y^2 = 3$
 $\frac{1}{a} \in (x, y)$
 $a = 0$
 $0 - 2 \text{ переменная}$

$\frac{1}{a} \frac{at}{t} > 0$
 $ay = -x + 76$
 $1 - \frac{at}{a} > 0$
 $x^2 + 14xy + y^2 + 45 = 0$
 $x^2 + 14x + 49 + y^2 = 4$
 $(x+7)^2 + y^2 = 2$
 $x^2 + y^2 = 3$
 $\frac{1}{a} \in (x, y)$
 $a = 0$
 $0 - 2 \text{ переменная}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



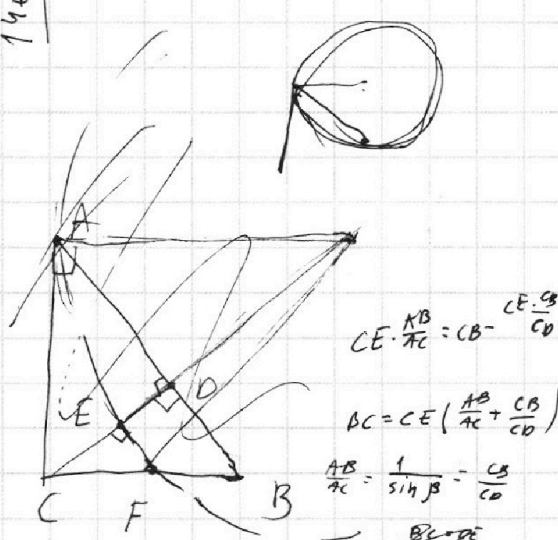
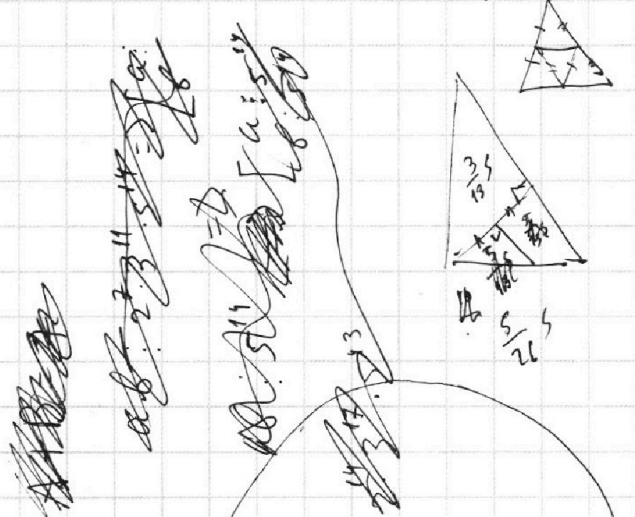
~~AB = 7~~
~~B + C = 13~~
~~C + A = 14~~

~~A + B + C = 17~~
~~C = 10~~
~~A = 4~~
~~B = 3~~

~~11 + 15 + 15 = 21,5~~
~~11 + 15 + 17 = 23,5~~

~~7 + 9 + 20 + 1,5 = 27,5~~
~~16 + 20 + 1,5 = 37,5~~

~~C₂ = 11~~
~~B₂ = 4~~
~~A₂ = 7~~
~~A₃ = 24~~
~~B₃ = 19~~
~~C₃ = 4~~
~~B₃ = 0~~



$CE \cdot AC = CB \cdot CD$

$BC = CE \left(\frac{AB}{AC} + \frac{CB}{CD} \right)$

$\frac{AB}{AC} = \frac{1}{\sin \beta} = \frac{CB}{CD}$

$AB \parallel EF \Rightarrow CE \perp EF$

$AB : BD = 1,3 : 1$

$BC = \frac{2CE}{\sin \beta}$

$\sin \beta = \frac{2CE}{BC} = \frac{CD}{BC}$

$\angle CAE = \angle AFE$

$\angle CFE = \angle FAP$,
 m.k. EF || AB

$\frac{CE}{AC} = \frac{FB}{AB}$

$\frac{CE}{CB} = \frac{CB - FB}{CB}$

$FB = CE \cdot \frac{AB}{AC}$

$\frac{CE \cdot CB}{CAD} = CB - FB$

