МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC. Окружность, касающаяся прямой BC в точке B, пересекает высоту CD, проведённую к гипотенузе, в точке F, а катет AC – в точке E. Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF.

3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \dfrac{\pi}{2}$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4 (5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} \left(3^{11}\right) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-14;42)$, $Q(6;42)$ и $R(20;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K, лежащей на отрезке AM. Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1.

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N, $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1 Для минимизации abc нам хватит, что они состоят только из $2^{k_1}\cdot 3^{k_2}\cdot 5^{k_3}$

$a=2^{\alpha_1}\cdot 3^{\alpha_2}\cdot 5^{\alpha_3}$ $b=2^{\beta_1}\cdot 3^{\beta_2}\cdot 5^{\beta_3}$ $c=2^{\gamma_1}\cdot 3^{\gamma_2}\cdot 5^{\gamma_3}$ (, где $\alpha_k\ \beta_k\ \gamma_k \in N_0$), тогда

$ab \vdots 2^9 3^{10} 5^{10} \Rightarrow \begin{cases}\alpha_1+\beta_1\geq 9\\ \alpha_2+\beta_2\geq 10\\ \alpha_3+\beta_3\geq 10\end{cases}$, аналогично получаем с bc и ac

$\begin{cases}\beta_1+\gamma_1\geq 14\\ \beta_2+\gamma_2\geq 13\\ \beta_3+\gamma_3\geq 13\end{cases}$ $\begin{cases}\alpha_1+\gamma_1\geq 19\\ \alpha_2+\gamma_2\geq 18\\ \alpha_3+\gamma_3\geq 30\end{cases}$ $\Rightarrow$ получаем 3 системы

① $\begin{cases}\alpha_1+\beta_1\geq 9\\ \beta_1+\gamma_1\geq 14\\ \alpha_1+\gamma_1\geq 19\end{cases}$ ② $\begin{cases}\alpha_2+\beta_2\geq 10\\ \beta_2+\gamma_2\geq \cancel{18}\ 13\\ \alpha_2+\gamma_2\geq 18\end{cases}$ ③ $\begin{cases}\alpha_3+\beta_3\geq 10\\ \beta_3+\gamma_3\geq 13\\ \alpha_3+\gamma_3\geq 30\end{cases}$

$\Downarrow$

$\alpha_1=7$ $\beta_1=2$ $\gamma_1=12$
минимум

$\Downarrow$

$\alpha_2\geq 7,5$
$\beta_2\geq 2,5$
$\gamma_2\geq 10,5$
$\cancel{\alpha_2=8\ \beta_2=3\ \gamma_2=11}$

$\Downarrow$

$\gamma_3\geq 16,5$
$\beta_3\geq -3,5$
$\alpha_3\geq 13,5$
$\cancel{\alpha_3=14\ \gamma_3=17\ \beta_3=0}$, ~~и если~~ $\beta_3=0$, то $\alpha_3+\gamma_3+\beta_3=$
$=\alpha_3+\gamma_3=30$

$\cancel{abc=2^{\alpha_1+\beta_1+\gamma_1}\cdot 3^{\alpha_2+\beta_2+\gamma_2}\cdot 5^{\alpha_3+\gamma_3+\beta_3}=2^{21}\cdot 3^{22}\cdot 5^{31}}$

① $\alpha_1+\beta_1+\gamma_1=21$ ② $\alpha_2+\beta_2+\gamma_2\geq 20,5$
$\alpha_2+\beta_2+\gamma_2=21$ при
$\alpha=8$ $\beta=3$ $\gamma=10$

③ т.к. $\beta_3\geq 0$, то $\alpha_3+\beta_3+\gamma_3\geq 30$
$\alpha_3+\beta_3+\gamma_3=30$ при $\beta_3=0$ $\alpha_3=14$ $\gamma_3=16$

$\min abc=2^{\alpha_1+\beta_1+\gamma_1}\cdot 3^{\alpha_2+\beta_2+\gamma_2}\cdot 5^{\alpha_3+\gamma_3+\beta_3}=2^{21}\cdot 3^{21}\cdot 5^{30}$

Ответ: $2^{21}\cdot 3^{21}\cdot 5^{30}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3 $5\arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$ $\arcsin\alpha + \arccos\alpha = \frac{\pi}{2}$

$\frac{5\pi}{2} - 5\arccos(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$

$x + 5\arccos(\cos x) = 2\pi$, т.к. $0 \le 5\arccos(\cos x) \le 5\pi$, то $x: -3\pi \le x \le 2\pi$

1) $0 \le x \le \pi$: $x + 5x = 2\pi$; $x = \frac{\pi}{3}$

2) $\pi < x \le 2\pi$: $\arccos(\cos x) = 2\pi - x$; $-4x = -8\pi$ $x = 2\pi$

3) $-\pi \le x < 0$: $\arccos(\cos x) = -x$; $-4x = 2\pi$; $x = -\frac{\pi}{2}$

4) $-2\pi \le x < -\pi$: $\arccos(\cos x) = 2\pi + x$; $6x = -8\pi$; $x = -\frac{8\pi}{6}$

5) $-3\pi \le x < -2\pi$: $\arccos(\cos x) = -x - 2\pi$; $-4x = 12\pi$; $x = -3\pi$

Ответ: $\{-3\pi; -\frac{8\pi}{6}; -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{3}; 2\pi\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

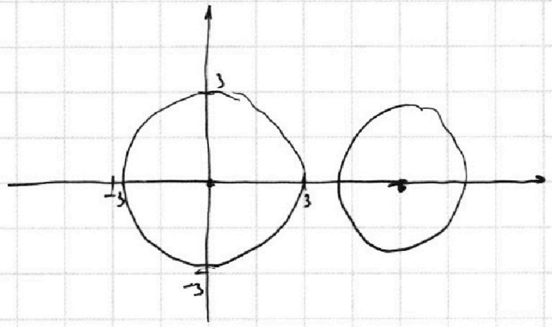
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№ 4 $\begin{cases} ax+2y-3b=0 \\ (x^2+y^2-9)(x^2+y^2-12x+32)=0 \end{cases}$

Второе уравнение – две окружности $x^2+y^2=9$ и $(x-6)^2+y^2=4$



Первое уравнение прямая, которую мы можем двигать ↑↓ с помощью ~~если~~ b, если мы найдём a, при которых прямая будет касательной к двум окружностям, то немного поменяв a и b, мы сможем получить 4 пересечения. Найдём эти две a (они будут противоположны), значит все a между ними будут подходить. $y=-\frac{a}{2}x+\frac{3}{2}b$. Касание будет при $-\frac{a}{2}=\pm\frac{R}{R}$ $=\pm\frac{3}{2}=\pm\frac{R_1}{R_2}$ $a=\pm3$, т.е. нам подходят

$a\in(-3;3)$, мы сможем получить 4 точки, т.к. поменялось между крайними, одну окружность мы пересекаем, тогда подберем b_2 как $b_2=b_1+\varepsilon$, так, что будем пересекать и вторую окружность

Ответ: $(-3;3)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$x>0\ y>0$
$x\neq 1\ \ y\neq \frac{1}{5}$

№5 $\log_3^4 x + 6\log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8$ $\qquad \log_3^4(5y) + 2\log_{5y} 3 = \log_{25y^2} 3^{11} - 8$

$\log_3^4 x + \frac{7}{2}\log_x 3 + 8 = 0$ $\qquad \log_3^4(5y) - \frac{7}{2}\log_{5y} 3 + 8 = 0$

$\log_3^4 x + \frac{7}{2}\log_x 3 = \log_3^4(5y) - \frac{7}{2}(\log_{5y} 3)$

$\log_3^4 \frac{1}{x} - \frac{7}{2}\log_{\frac{1}{x}} 3$ Пусть $f(s) = \log_3^4 s - \frac{7}{2}\log_s 3$ $\quad \log_3 s = t$, тогда

~~Пусть $f(t)$~~: получаем $f(t) = t^4 - \frac{7}{2t}$, возьмём производную

т.к. $\log_3 s$ возраст., получаем $f'(t) = 4t^3 + \frac{7\cdot 2}{4}t^{-2} = 4t^3 + \frac{14}{4t^2}$

$4t^3 + \frac{14}{4t^2} = 0 \qquad 4t^5 = \frac{-14}{4}$ $\quad \cancel{t<0}$ $\quad t = -\sqrt[5]{\frac{14}{16}}$, тогда мы получаем

равенств ф-ий если равны аргументы $\frac{1}{x} = 5y \qquad xy = \frac{1}{5}$

Ответ: $\{\frac{1}{5}\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6

Если нам подходит точка $(x_1; y_1)$, то подойдет ей $(x_1; y_1+33)$ и все точки, лежащие на прямой с $k=-3$ и проходящая через (x_1, y_1+33), будем двигаться с точки $(20,0)$ влево, начнут появляться совпадения с точки $(9;0)$ до точки $(0,0)$, везде по 14 точек(пар) (т.к. $42/3=14$) т.е. $10 \cdot 14 = 140$ пар, также будет и у других 42 строк, т.е. всего пар $140 \cdot 43$

Каждая пара посчитана 1 раз, т.к. мы смотрим одностороннее расположение относительно точки, чтобы не было повтора, когда 2 точки подсчитаны 2 раза, как одна пара прямой содержащей другую и наоборот

Ответ: $140 \cdot 43$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\log_3^4 x + 3{,}5\log_x 3 + 8 = 0$ $\qquad$ $\log_3^4 5y - 3{,}5\log_{5y} 3 + 8 = 0$

$\log_3 x = t$ $\qquad$ $\log_3 5y = s$

$t^4 + \frac{3{,}5}{t} + 8 = 0$ $\qquad$ $s^4 - \frac{3{,}5}{s} + 8 = 0$

$t^5 + 8t + 3{,}5 = 0$ $\qquad$ $s^5 + 8s - 3{,}5 = 0$

$2t^5 + 16t + 7 = 0$ $\qquad$ $2s^5 + 16s - 7 = 0$

$\log_3^5 x + 16\log_3 x = 16\log_3 5y - \log_3^5 5y$

$\log_3^4 x + \frac{3{,}5}{\log_3 x} = \log_3^4 5y - \frac{3{,}5}{\log_3 5y}$

$\alpha_2 + \beta_2 = 10$

$\alpha_2 + \gamma_2 = 18$

$\gamma_2 + \beta_2 = 13$

$\alpha_2 - \beta_2 = 5$

$\alpha = 7{,}5$

$\beta_2 = 2{,}5$

$\gamma = 10{,}5$

$\alpha \geq 7{,}5$

$\beta \geq 2{,}5$

143
140
172
43
6020

$\beta + \frac{\gamma}{2} - 1$

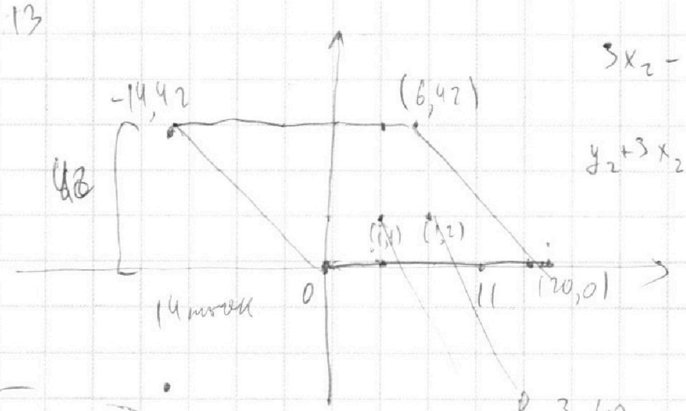
140

$\gamma_2 - \beta_2 \geq 8$

$2\gamma_2 \geq 21$

$\gamma \geq 10{,}5$

20 − 13



$3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$

$y_2 + 3x_2 = y_1 + 3x_1 + 33$

$\alpha_3 - \beta_3 \geq 20$

$2\gamma_3 \geq 33$

$\gamma_3 \geq 16{,}5$

$\beta_3 \geq -3{,}5$

$\alpha_3 \geq 13{,}5$

γ 3 10
α β γ

$\alpha + \beta + \gamma = 21$

$\alpha + \beta \geq 10$

$\beta + \gamma \geq 13$

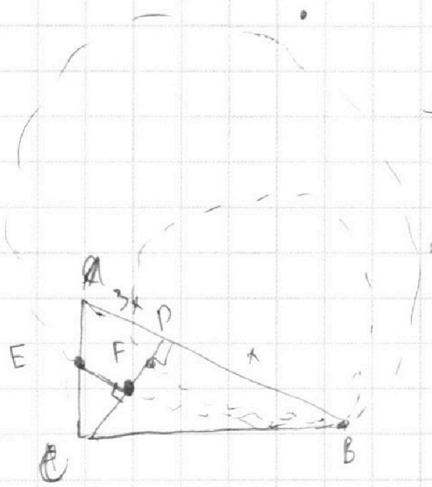
$\alpha + \gamma \geq 18$

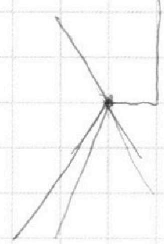
$\gamma - \beta = 8$

$2\gamma = 10{,}5$

$\alpha = 7{,}5$

$\beta = 2{,}5$





$tg = -\frac{1}{3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$18k^2-7b^2+9=0$

$64k^2+24kb-7-7b^2=0$

$46k^2+24kb-16=0$

$23k^2+12kb-8=0$

$x^2+y^2=3^2 \qquad y=kx+b$

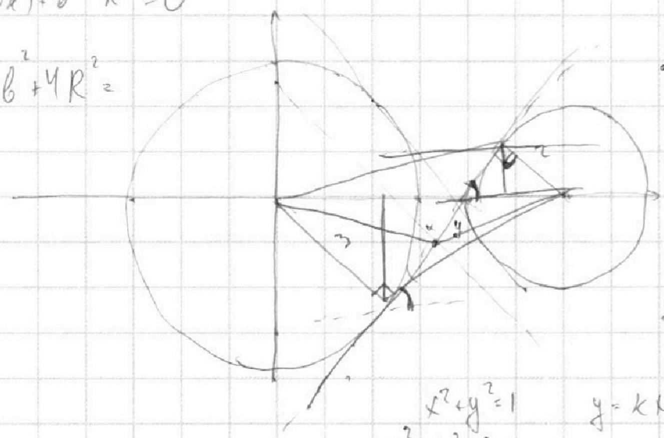
$y^2=3^2-x^2 \qquad y^2=k^2x^2+kb2x+b^2$

$x^2(k^2+1)+x(2bk)+b^2-R^2=0$

$D=0=4b^2k^2-4bk^2-4b^2+4R^2=$

$=4R^2-4b^2=0$

$b=\pm R$



$3(3+x)=2(2+y)$

$3x+9=4+2y$

$3x=2y-5$

$x=\frac{2y}{3}-\frac{5}{3}$

$y=\frac{3x+5}{2}$

$y=\frac{3}{2}x+b$

$x^2+\frac{9}{4}x^2-9+3bx+b^2=0$

$x^2+y^2=R$

$x^2\left(\frac{13}{4}\right)+x(3b)+b^2-9$

$D=9b^2-13b^2+13\cdot 9=$

$=4b^2=13\cdot 9=$

$b=\frac{3\sqrt{13}}{2}>3$

$\frac{9\cdot 13}{4}=2$

$x^2+y^2=1 \qquad y=kx+1 \quad -\frac{3}{2}\le a\le\frac{3}{2}$

$x^2+k^2x^2+1+2kx=1$

$x^2(k^2+1)+x(2k)$

$4k^2-4k^2-4$

$y=kx+b \qquad x^2+y^2=3^2$

$x^2+k^2x^2+b^2+2kxb-9=0$

$x^2(k^2+1)+(2kb)x-9+b^2=0$

$D=4k^2b^2-4(k^2+1)(b^2-9)=$

$=-4b^2+36+36k^2=0$

$9k^2-b^2+9=0$

$(x-6)^2+y^2=2^2$

$x^2-12x+32+k^2x^2+b^2+2kxb=0$

$x^2(k^2+1)+x(2kb-12)+32+b^2=0$

$D=4k^2b^2-48kb+144-4(k^2+1)(32+b^2)=$

$=-48kb+144-128-4b^2-128k^2=0$

$-128k^2-48kb+14$

$64k^2+24kb-7-2b^2=0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

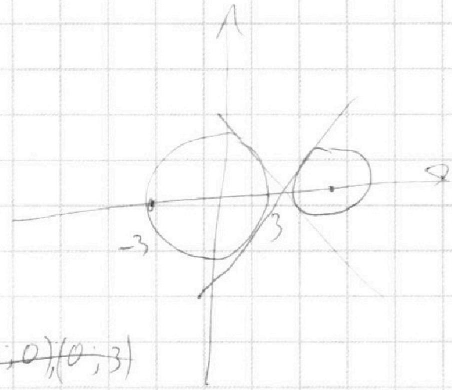
$$\begin{cases} ax+2y-3b=0 \\ (x^2+y^2-9)(x^2+y^2-12x+32)=0 \end{cases}$$

$y=kx+b$

$x^2+y^2=3^2$ $(x-6)^2+y^2=2^2$

$2y=3b-ax$

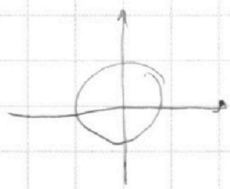
$y=\frac{3}{2}b-\frac{a}{2}x$ $\frac{3}{2}b=c$ $\frac{a}{2}=k$



$\cancel{(-3;0)},(0;3)$

$x^2+y^2=1$ $y=x+k$

$y^2=1-x^2$ $y^2=x^2+2kx+k^2$



$2x^2+2kx+k^2-1=0$

$D=4k^2-4k^2+4=0$

$x=\frac{-2k\pm2}{4}=\frac{-k\pm1}{2}$

~ 5 $243=3^5$ $x>0$ $y>0$ $x\neq1$ $y\neq\frac{1}{5}$

$\log_3^4 x+6\log_x 3=\log_{x^2} 243-8$ $\log_3^4(5y)+2\log_{5y}3=\log_{25y^2}(3^{11})-8$

$\frac{5}{2}\log_x 3$

$\log_3^4 x+3{,}5\log_3 x+8=0$ $\log_3(5y)+2\log_{5y}3=\frac{11}{2}\log_{5y}3-8$

$t=\log_3 x$ $t^4+\frac{7}{2}t+8=0$ $\log_3 5y-\frac{7}{2}\log_{5y}3+8=0$

$2t^4+7t+16=0$ $\frac{2}{t^4}+7t+16=0$

$16t^4+7t^5+2=0$ $\log_3^4 x+3{,}5\log_x 3=\log_3^4 5y-3{,}5\log_{5y}3$

$2^8+2^5\cdot7+2=0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$ab : 2^{9} \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$ $bc : 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$ $ac : 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{-30}$ min abc

~~a·b~~ $a = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\alpha_2} \cdot 5^{\alpha_3}$ $b = 2^{\beta_1} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\beta_3}$ $c = 2^{\gamma_1} \cdot 3^{\gamma_2} \cdot 5^{\gamma_3}$

$\alpha_1 + \beta_1 = 9$ $\gamma_1 - \beta_1 = 10$ $\gamma_1 = 12$ $\beta_1 = 2$ $\alpha_1 = 7$

$\alpha_1 + \gamma_1 = 19$ $\gamma + \beta_1 = 14$

$\gamma_1 + \beta_1 = 14$

$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = \frac{42}{2} = 21$ $13 + 10 + 18 = \frac{41}{2} = 21$

$30 + 13 + 10 = \frac{53}{2} = 27$ $2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{27}$

№3 $5\arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$ $\varnothing$

$5\left(\frac{\pi}{2} - \arccos(\cos x)\right)$

$0 \le \arccos \le \pi$

$\frac{5\pi}{2} - x = x + \frac{\pi}{2}$ $x + \arccos(\cos x)) = 2\pi$ $\pi \le x \le 2\pi$

$x = \pi$ $x = 2\pi$ $\left[x + x = 2\pi \right.$; $0 < x < \pi$

$\gamma_3 - \beta_3 = 20$

$\gamma_3 + \beta_3 = 13$

$2\gamma_3 = 33$

$\gamma = 16,5$

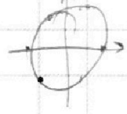
$\beta = -3,5$

$x + 5\arccos(\cos x) = 2\pi$

$0 \le 5\arccos(\cos x) \le 5\pi$

$-3\pi \le x \le 2\pi$

1) $0 \le x \le \pi$ $6x = 2\pi$ $x = \frac{\pi}{3}$ v



2) $\pi < x \le 2\pi$ $-4x = 2\pi$ $x = -\frac{\pi}{2}$ $\varnothing$

$2\pi - x$

3) $-\pi \le x \le 0$ $-4x = 2\pi$ $x = -\frac{\pi}{2}$ v

4) $-2\pi < x < -\pi$ $\arccos(\cos x) = x + 2\pi$ $6x + 10\pi = 2\pi$ $x = -\frac{8\pi}{6}$ v

5) $-3\pi \le x < -2\pi$ $\arccos(\cos x) = -x - 2\pi$ $-4x - 10\pi = 2\pi$ $x = -3\pi$ v

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\log_3^4 x + 6\log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8$ $\quad \log_3^4(5y) - 2\log_{5y} 3 = \log_{25y^2} 3^{11}$

$\log_3^4 x + \frac{7}{2}\log_x 3 + 8 = 0$ $\quad \log_3^4(5y) - \frac{7}{2}\log_{5y} 3 + 8 = 0$

$(\log_3^4 x - \log_3^4(5y)) = \frac{7}{2}(\log_x 3 + \log_{5y} 3)$ $\quad \log$

$t \quad s$

$\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 5y}$ $\quad \log_3^4 \frac{1}{x} - \frac{7}{2}\log_{\frac{1}{x}} 3 + 8 = 0$

$(t^4 - s^4) = \frac{7}{2}\left(\frac{1}{t} + \frac{1}{s}\right)$ $\quad \log_3^4 5y - \frac{7}{2}\log_{5y} 3 + 8 = 0$

$\frac{s+t}{ts}$

$(t^2 - s^2)(t^2+s^2) =$
$= (t-s)(\cancel{t+s})(t^2+s^2)$

$f(t) = \log_3^4 t - \frac{7}{2}\log_t 3 \quad t^4 - \frac{7}{2t}$

$f'(x) \; \frac{4\log_3^3 t}{t\ln 3} - \frac{7}{2\ln t 3} = 0$

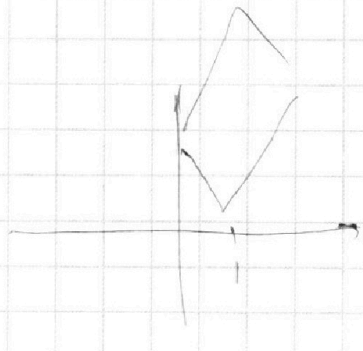
$(t^2+s^2)(t-s) = \frac{7}{2ts}$

$8\log_3 t - 7 = 0$

$\log_3 t = \frac{7}{8}$

$t^3 - t^2 s + ts^2 - s^3 = \frac{7}{2ts}$

$t = 3^{\frac{7}{8}}$



$\frac{1}{x} = 5y \quad xy = \frac{1}{5}$

$\frac{4\log_3^3 t}{t\ln 3} - \frac{7}{6\ln t}$

4

$t^4 - 7 \cdot 2t^{-1} \quad 4t^3 + \frac{14}{t^2} \quad 4t^5 + 14$

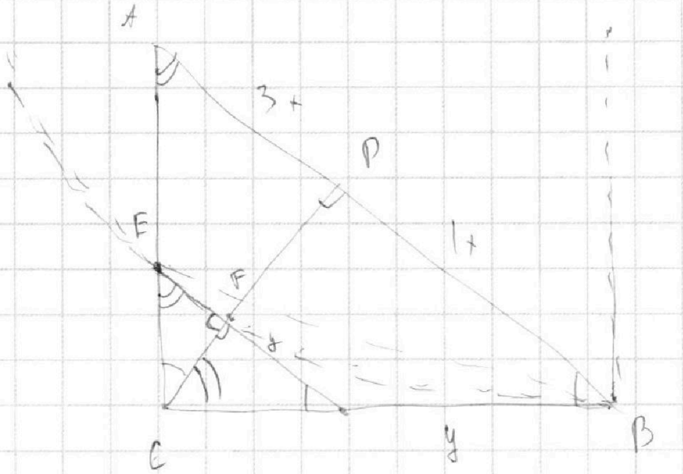
$\frac{1}{t^4} - \frac{7}{2}t \quad t = -\frac{14}{4}$

$t^{-4} - \frac{7}{2}t \quad \frac{-4}{t^{+5}} - \frac{1}{2}t^{8} = 0 \quad -\frac{1}{2}t^5 - 4 \quad t^5 = \frac{\sqrt{15}}{4}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$t^4 - \frac{7}{2t}$

$\frac{7}{2t} - t^4 = 0$

$7 - 2t^5$

$\frac{7t^{-1}}{2} - t^4$

$-\frac{7}{2t^2} - 4t^3 = 0$

$4t$