



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^8 3^{14} 5^{12}$ ,  $bc$  делится на  $2^{12} 3^{20} 5^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{14} 3^{21} 5^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $BC$  в точке  $B$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $F$ , а катет  $AC$  – в точке  $E$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AD : DB = 5 : 2$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABC$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$ .
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8xz} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-16; 80)$ ,  $Q(2; 80)$  и  $R(18; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 100,  $SA = BC = 16$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 4$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N1

$$ab = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$$

$$bc = 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{14}$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$$

$$\frac{ab \cdot bc \cdot ac}{(abc)^2} =$$

$$\frac{2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68}}{2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68}} =$$

$$1$$

$$1$$

Пусть тогда  $ab = d \cdot (2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12})$

$bc = \beta \cdot (2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{14})$ ,  $ac = \gamma \cdot (2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39})$ ,

где  $d, \beta$  и  $\gamma$  — взаимно простые числа.

Тогда  $ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 = d\beta\gamma \cdot 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68}$

Пусть  $d\beta\gamma < 3$ . Тогда  $d\beta\gamma$  — не делится на 3. Но это значит, что в

разложении на простые множители взаимно простого числа  $(abc)^2$  число 3 будет в нечетной степени, что противоречит факту, что  $(abc)^2$  — полное квадрат.

Поэтому  $d\beta\gamma \geq 3$ . Тогда  $(abc)^2 \geq 2^{34} \cdot 3^{56} \cdot 5^{68}$

Так как  $abc > 0$ , то верно  $abc \geq 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{34}$

Но известно, что  $ac = 5^{39}$  поэтому  $abc \geq 2^{14} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$

Равенство достигается при  $a = 2^5 \cdot 3^{28} \cdot 5^{12}$ ,  $b = 2^3 \cdot 3^6$ ,

$$c = 2^3 \cdot 3^{14} \cdot 5^{24}$$

Ответ:  $2^{14} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

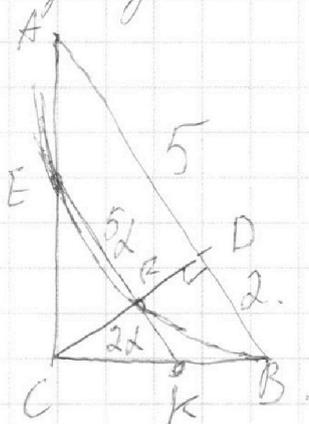
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 2

Не ограничивая общности предположим, что ширина параллелограмма равна 4.



Положим высоту  $h$  от  $A$  на отрезки 5 и 2.

Найдем  $BC$  косинус

$$AB^2 + BC^2 = 49$$

$$\frac{BC}{4} = \frac{\sqrt{10}}{BC}$$

здесь  $a$  — косинус угла, формулу  $CD^2 = AD \cdot BF$ .

$$BC = \frac{AC}{4\sqrt{10}}$$

$$BC^2 + \frac{10}{49} BC^2 = 49$$

$$\frac{59}{49} BC^2 = 49$$

$$CD = \sqrt{10}$$

$$\frac{2}{BC} = \frac{BC}{4} \text{ — по подобью } \triangle ABC \text{ и } \triangle BCD.$$

$$BC^2 = 114$$

$$BC = \sqrt{114}$$

~~Пусть  $CK = 2\sqrt{114}$ , где  $CK = EF \cap BC$ .~~

Пусть  $CK = 2\sqrt{114}$ , где  $CK = EF \cap BC$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

тогда  $\frac{CK}{BE} = d$ .

$$KB = (1-d)\sqrt{14}$$

$$KR = 2d$$

$$EF = 5d$$

} — из подобия  $\triangle CEK$  и  $\triangle ABC$

Квадрат катетовый равен произведению

секунды на ее внешнюю часть:

$$2d \cdot 4d = ((1-d)\sqrt{14})^2$$

$$14d^2 = 14(1-d)^2$$

$$d^2 = (1-d)^2$$

$$d = \frac{1}{2}$$

тогда  $\triangle CEK$  вдвое меньше  $\triangle ABC$ . Тогда  $S_{\triangle CEK} = \frac{S_{\triangle ABC}}{4}$

$$\text{Тогда } S_{\triangle CEF} = S_{\triangle CEK} \cdot \frac{5}{7} = \frac{5}{28} S_{\triangle ABC}$$

(но меньше абсолютными  
значениями)

$$\text{Ответ: } \frac{28}{5}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 3

$$90 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$90 \left(\arcsin\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)\right) = \pi - 2x$$

$$\arcsin\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = \frac{\pi}{90} - \frac{2x}{5}$$

$$\sin\left(\arcsin\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)\right) = \sin\left(\frac{\pi}{90} - \frac{2x}{5}\right)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{90} - \frac{2x}{5}\right)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\pi}{2} - x = \frac{\pi}{90} - \frac{2x}{5} + 2\pi n \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\pi}{2} - x = \pi - \left(\frac{\pi}{90} - \frac{2x}{5}\right) + 2\pi k, \quad n, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{2x}{5} + 2\pi n = \frac{2\pi}{5} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{6x}{5} + 2\pi k = \frac{\pi}{2} - \frac{8\pi}{90} = -\frac{2\pi}{5}, \quad n, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi n}{2} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{3} - \frac{5\pi k}{3}, \quad n, k \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 2\pi \alpha \\ x = 2\pi \beta \end{array} \right. \quad \alpha, \beta \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

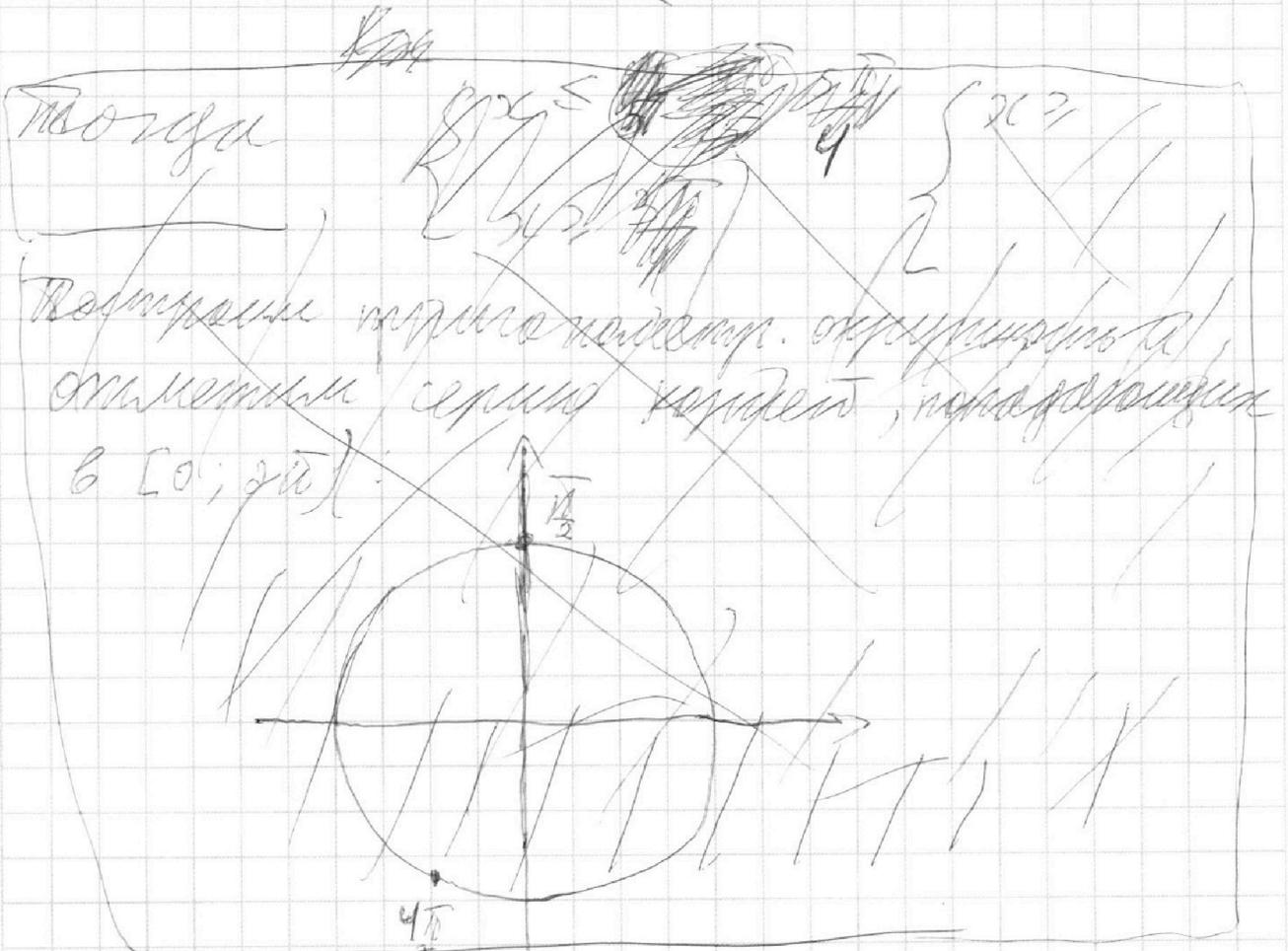
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\arcsin(x)$  принимает значения от  $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$   
 Тогда надо отобразить корни,  
 такие, что  $-\frac{\pi}{2} - 2\pi \leq \frac{\sqrt{3} - 10}{2} \leq \frac{\pi}{2} - 2\pi$



Тогда  $\begin{cases} x \geq -2\pi \\ x \leq 3\pi \end{cases}$  В эти промежутки попадают только корни, соответствующие значениям  $n=1, n=0, n=-1, k=1, k=0, k=-1$

Ответ:  $-2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{3}; 3\pi$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 4.

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 \\ x^2 + y^2 - 20y + 64 + 36 - 36 = 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3} \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

Важно заметить о том, что решениями являются все точки пересечения прямой

$$\begin{cases} y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3} \\ x^2 + (y - 10)^2 = 36 \end{cases}$$

окружностью  $x^2 + y^2 = 1$   
и  $x^2 + (y - 10)^2 = 36$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

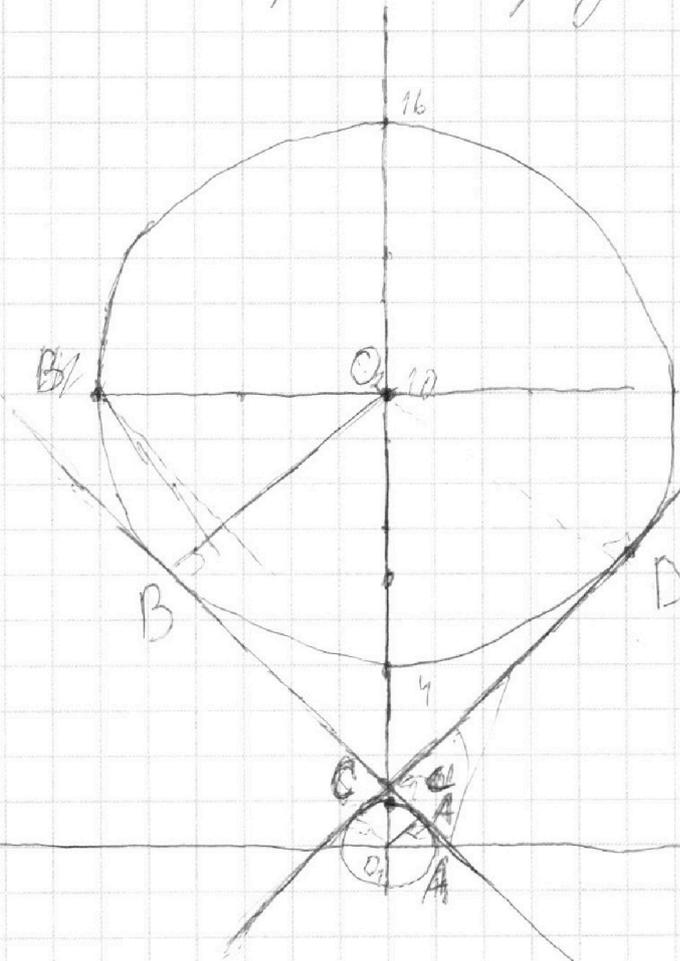
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Формулы окружности:



Используем формулы,  
чтобы найти координаты  
центра окружности  
 $y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3}$  ищем  
точку пересечения  
этой прямой с осью  
ординат

Найдем точку пересечения осей  
касательных из подобия треугольников  
она делит отрезок между центрами  
в отношении, равном отношению  
радиусов. Тогда  $\frac{C}{40-C} = \frac{1}{6}$

$$6C = 40 - C$$

$$C = \frac{40}{7}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что если угол наклона  
прямой  $y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3}$  больше угла  
наклона  $OA$  и меньше угла  
наклона  $AB$ , то при  $b = \frac{15}{14}$  ( $\frac{3b}{4} = \frac{10}{4}$ )  
прямая  $y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3}$  пройдет через  
точку пересечения окружностей касательных  
и пересечет каждую окружность в двух  
точках. Поэтому все  $\theta$ , соответствующие таким  
углам наклона, удовлетворяют  
углу наклона лежит  
между углами наклона касательных,  
то когда мы построим прямую  
 $y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3}$ , приняв  $b = \frac{15}{14}$ , ~~то~~ одна окружность  
будет целиком выше прямой, а  
другая - целиком ниже. Тогда  
лежит  $b$ , т.е. формула ~~прямой~~  
вверх или вниз, мы не сможем  
добиться пересечения с двумя окруж-  
ностями сразу. А с одной окружностью

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

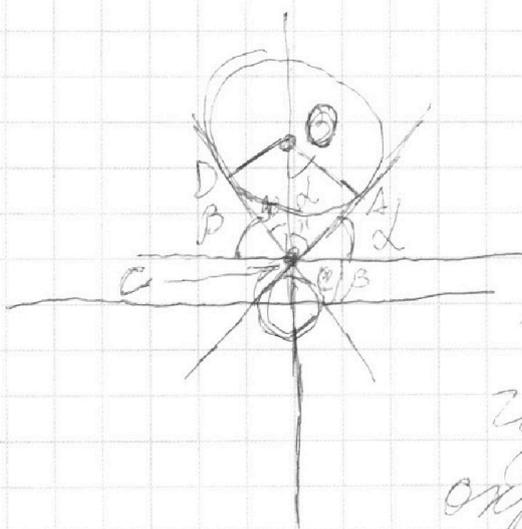


1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\alpha$  прямой не может быть больше  
двух обобщенных точек. Если же углом  
прямой  $\alpha = \frac{a}{3} \times \frac{4}{3}$  совпадают с  
каждой из  $\alpha$  параллельных,  
то по аналогичным соображениям  
мы никогда не получим больше  
3х обобщенных точек. Тогда ответом  
будет интервал с границами,  
равным углу наклона обобщенных  
параллельных



Из рисунка видно,  
что если провести  
угол одной касательной  
за  $\alpha$ , а другой - за  $(-\beta)$ ,  
то  $\alpha = \beta$  и  $\tan \alpha = \frac{AC}{AO}$

где  $O$  - ~~центр~~ центр окружности,  
окружности,  $A$  - точка  
касания с кривой,  $C$  - точка

пересечения обобщенных касательных.

По теореме Пифагора  $AC^2 = OC^2 - OA^2 =$   
 $= (10 - \frac{10}{3})^2 - 6^2 = \frac{3600}{9} - 36 = \frac{36 \cdot 51}{9}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$AC = \frac{6}{4} \sqrt{51} \quad \text{tg} \alpha = \frac{AC}{AO} = \frac{\sqrt{51}}{3}$$

$$\frac{a}{3} \in \left( -\frac{\sqrt{51}}{3}, \frac{\sqrt{51}}{3} \right)$$

$$a \in \left( -\frac{3\sqrt{51}}{4}, \frac{3\sqrt{51}}{4} \right) \quad \text{Ответ: } a \in \left( -\frac{3\sqrt{51}}{4}, \frac{3\sqrt{51}}{4} \right)$$

$$\text{Ответ: } a \in \left( -\frac{3\sqrt{51}}{4}, \frac{3\sqrt{51}}{4} \right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 5

$$\text{Пусть } f(t) = \log_5^4 t - \frac{13}{3} \log_5 t.$$

$$\text{Тогда } f'(t) = \frac{4 \log_5^3 t}{t \ln 5} + \frac{13 \ln 5}{3 t (\ln 5)}, \text{ при } t \rightarrow 1 \text{ она}$$

определена и строго возрастает.

Заметим, что первое равенство равносильно

$$f(2x) = -3.$$

действительно,

$$\log_5^4 2x - 3 \log_5 2x = \log_5^4 3625 - 3$$

$$\log_5^4 2x - 3 \log_5 2x = \frac{4}{3} \log_5 2x - 3$$

$$\log_5^4 2x - \frac{13}{3} \log_5 2x = -3.$$

Второе равенство равносильно,

$$f\left(\frac{1}{y}\right) = -3. \text{ действительно:}$$

~~$$\log_5^4 \frac{1}{y} = \log_5^4 y$$~~

$$\log_5^4 y + 4 \log_5 y = \log_5^4 3625 - 3$$

$$\log_5^5 y + 4 \log_5 y = -\frac{1}{3} \log_5 y - 3$$

$$\log_5^5 y + \frac{13}{3} \log_5 y = -3$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_5^4\left(\frac{1}{9}\right) - \frac{13}{3} \log_{\frac{1}{9}} 5 = -3.$$

Проведем перенос вверх, получим

$$\log_5 \frac{1}{9} = -\log_{\frac{1}{9}} 5 \Rightarrow \log_5^4 \frac{1}{9} = \log_5 \frac{1}{9}$$

$$\text{и } \log_5 \frac{1}{9} = -\log_9 5.$$

Кроме того, так как в точках  $2x$  и  $\frac{1}{9}$   $f(x)$  принимает отрицательные значения, то  $2x > 1$  и  $\frac{1}{9} > 1$ .

Действительно, если  $\log_5^4 t = -\frac{13}{3} \log_{\frac{1}{9}} 5$ ,  
то  $-\frac{13}{3} \log_{\frac{1}{9}} 5 < 0$ , тогда  $\log_9 5 > 0$ ,  $t > 1$ .

Но при аргументах, больших 1,  
 $f$  строго возрастает. Поэтому  
из равенства ~~аргументов~~ <sup>значений</sup> следует  
равенство аргументов:

$$f(2x) = f\left(\frac{1}{9}\right) = -3 \Rightarrow 2x = \frac{1}{9} \quad xy = \frac{1}{2}.$$

Ответ:  $\frac{1}{2}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

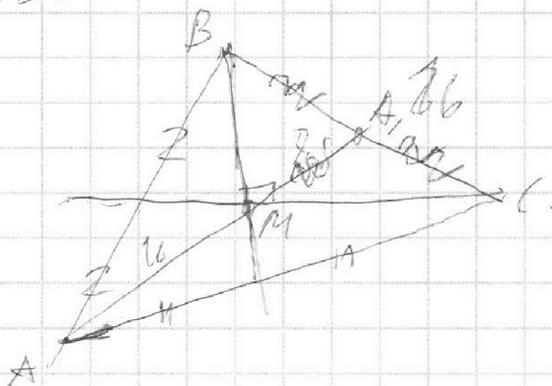
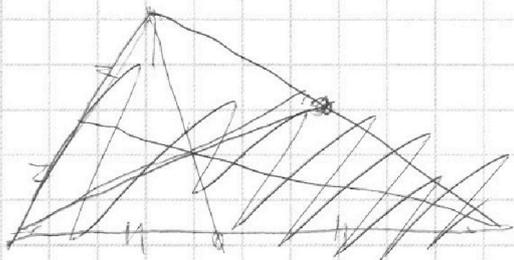
- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Решение задачи 7



$BB_1, BMC, MA_1$  - медиана,  $MA_1 = \frac{BC}{2}$ .

Тогда  $\angle BMC = 90^\circ$ .

$\frac{S_{\triangle BMC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AM}{AA_1} = \frac{1}{3}$  - по формуле отношения площадей.

Тогда  $\Rightarrow S_{\triangle BMC} = \frac{100}{3}$ .

Но  $S_{\triangle BMC} = \frac{1}{2} BM \cdot MC = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} BB_1 \cdot \frac{2}{3} CC_1$ .

Тогда  $BB_1 \cdot CC_1 = \frac{45}{2}$ .

Тогда  $AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = \frac{45}{2} \cdot 24 = 45 \cdot 12 = 9000$ .

Ответ: 9000.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

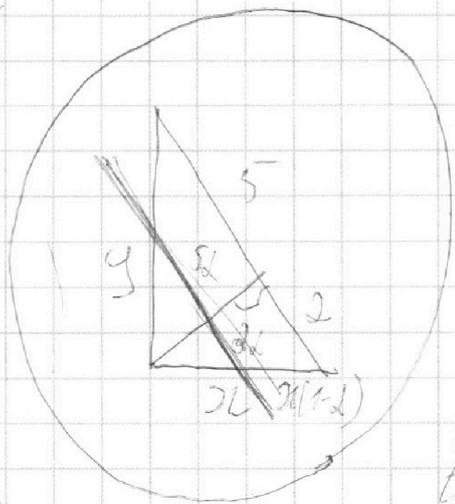
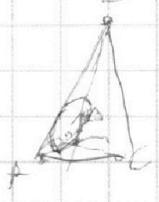
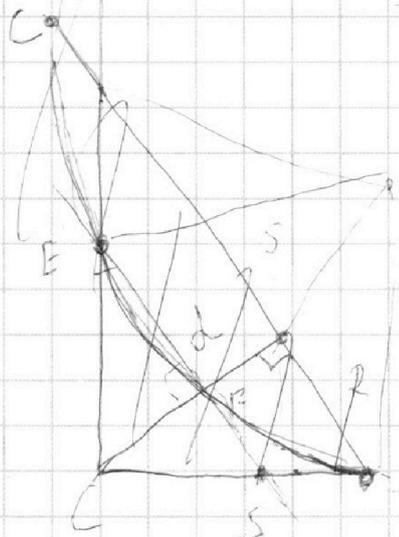
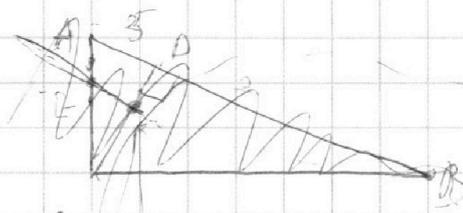
- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

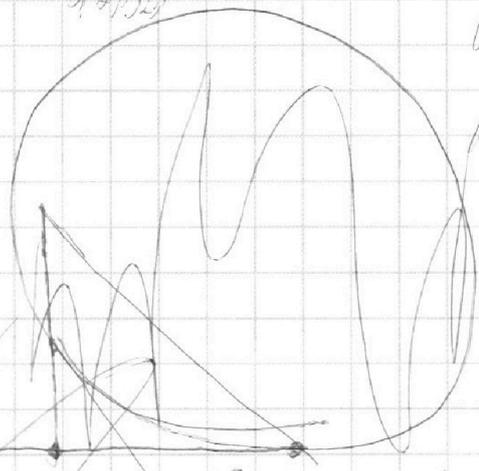


№2



$\frac{5}{2}y$

$$f(x,y) = f(x_2, y_2)$$



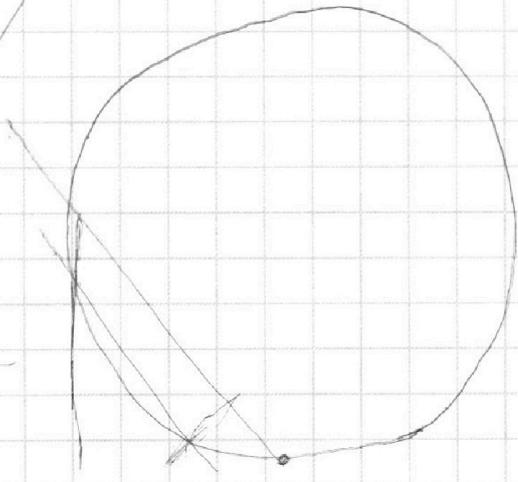
$\frac{2}{3}x$   
 $\frac{7}{6}y$

$$5(x_2 - x_1) = \frac{5}{2}y$$

$$25d^2 = x(1-d)$$

$$5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$$

$$5(x_2, y_2)$$



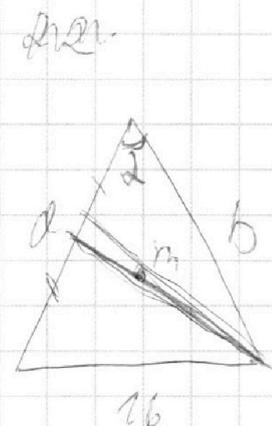
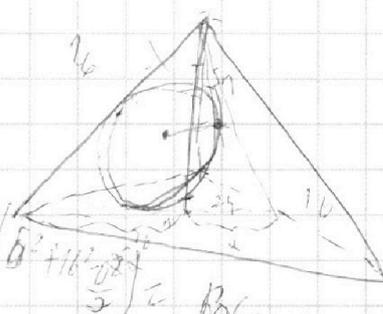
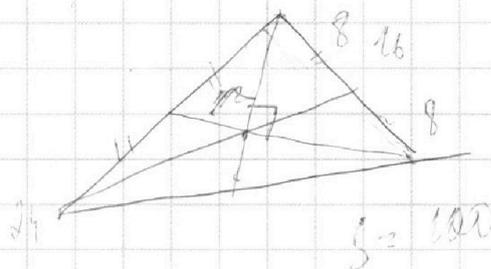
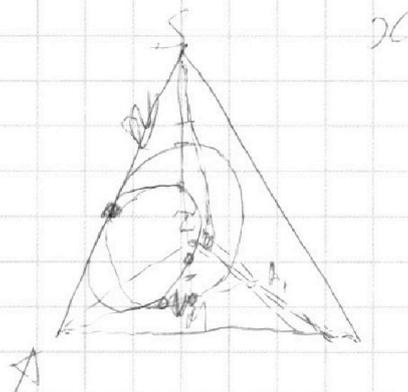
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{1}{9} (a^2 + b^2 - \frac{b^2}{2}) \cdot \frac{1}{2} (b^2 + 16^2 - a^2)$$

$$= \frac{1}{4} (a^2 b^2 + \frac{a^2 b^2}{2} + \dots)$$

$$\cos \alpha = \frac{a^2 + b^2 - 16^2}{2ab}$$

$$\frac{b^2 + a^2}{2} = 24^2 - \frac{16^2}{4}$$

$$\frac{b^2}{2} + \frac{16^2}{2} - \frac{a^2}{4}$$

$$b^2 + a^2 = 2 \cdot 24^2 - \frac{16^2}{2}$$

$$\frac{1}{4} (a^2 + b^2 + \frac{16^2}{2}) (\frac{a^2 + 16^2}{2} - 2)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

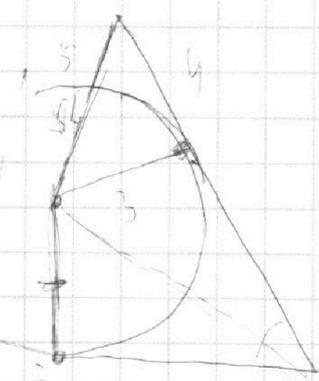
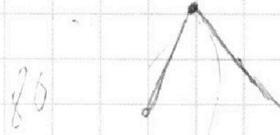
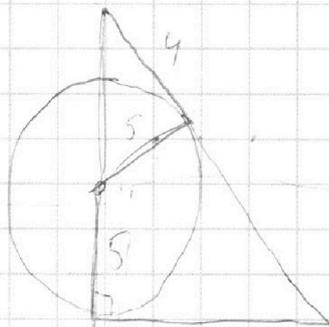
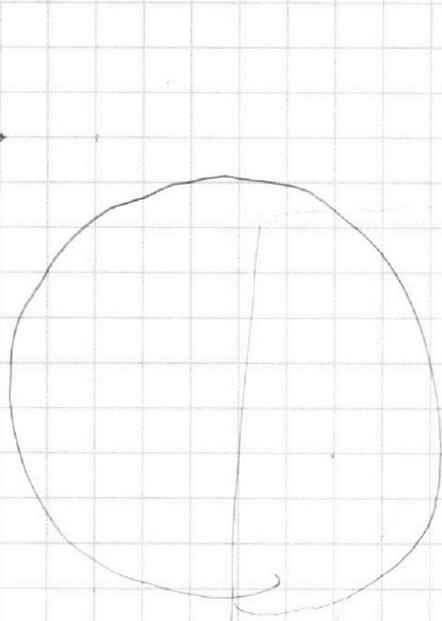
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

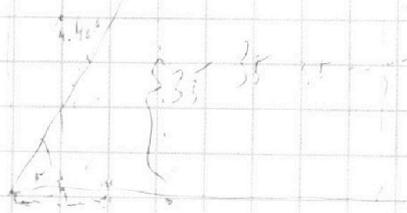


$x = \cos$   
 $x = 0$   
 $y = \sin$

$2x^2 = 0 - 35 \cdot 9$

$x = 1$

$0 \neq 1$





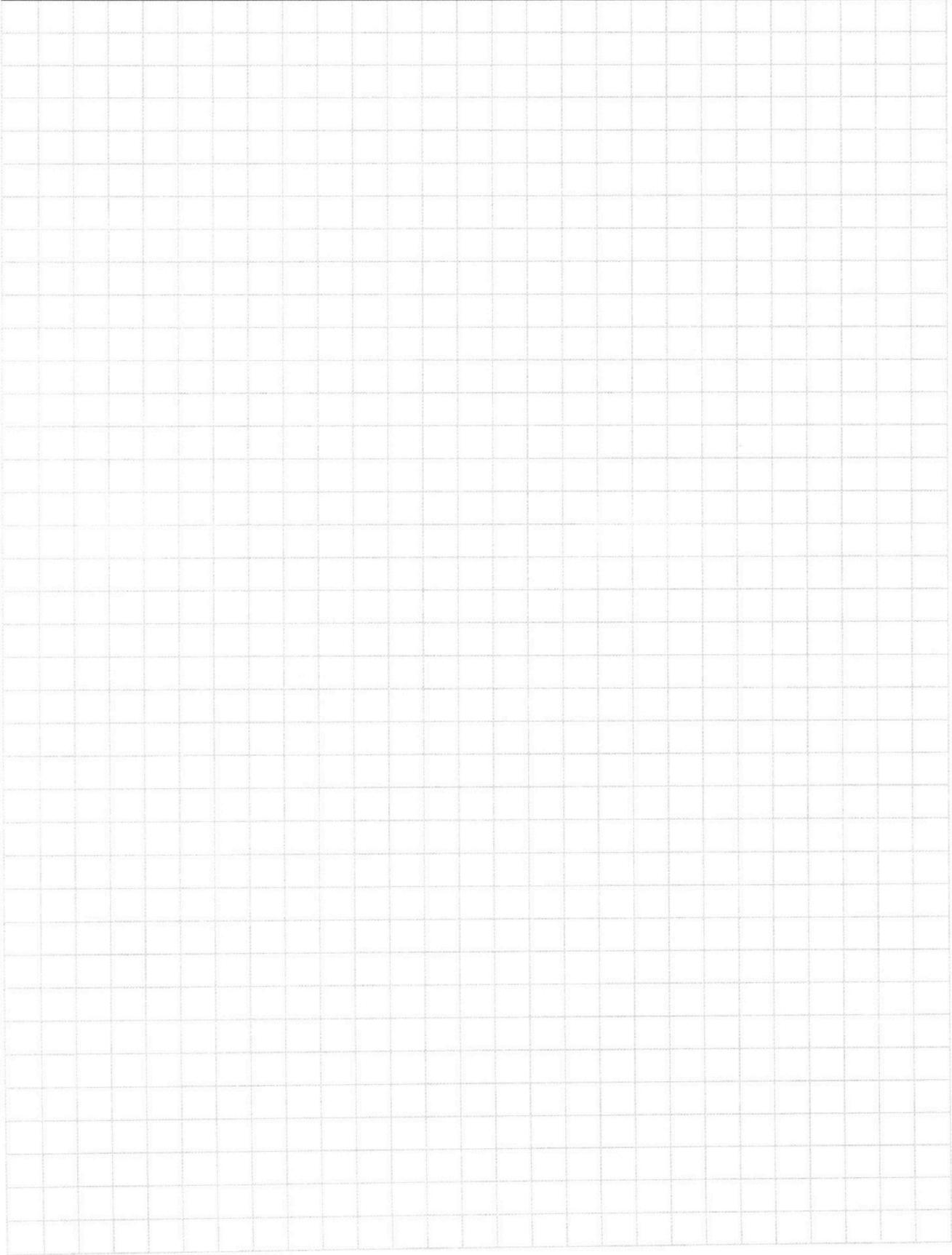
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



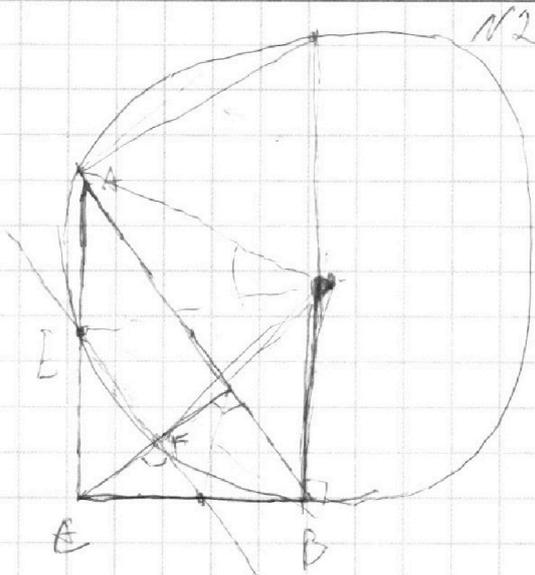
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{d}{dt} \log_5^4 t = \log_5^3 t \cdot \frac{1}{t \ln 5}$$

$$\Rightarrow \log_5^4 \frac{1}{2x} = -1 \log_5$$

$$\begin{cases} \log_5^4 2x - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x} 3625 - 3 \\ \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^2} 102 - 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_5^4 2x - 3 \log_{2x} 5 = \frac{4}{3} \log_{2x} 5 - 3 \\ \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \frac{-1}{3} \log_y 5 - 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_5^4 2x - \frac{13}{3} \log_{2x} 5 = -3 \\ \log_5^4 y + \frac{13}{3} \log_y 5 = -3 \end{cases}$$

$t = \frac{1}{2x}$   
 $2x > 1$   
 $\frac{1}{y} > 1$   
 $\frac{d}{dt} \log_5 t = \frac{1}{t \ln 5}$

$$\frac{d}{dx} \log_{2x} 5 = \frac{\ln 5}{\ln 2x} = \frac{\ln 5}{x(\ln 2)^2} \frac{d}{dx} \ln 2x = \frac{-5}{x(\ln 2)^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 5.

Применим  $f(t) = \log_5^4(t) + \frac{13}{3} \log_5 t$

При  $t > 0, t \neq 1$   $\log_5(t)$  возрастает,  
 $t^4$  возрастает, поэтому  $\log_5^4(t)$  возрастает.  
 Также  $-\frac{13}{3} \log_5 t$  уб.

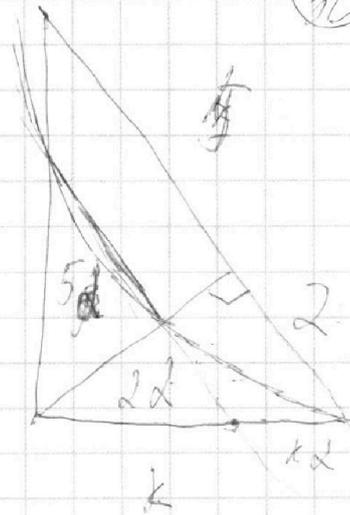
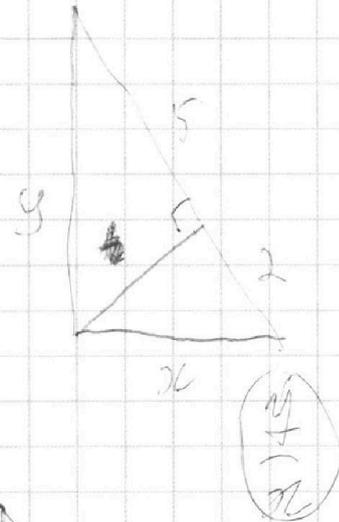
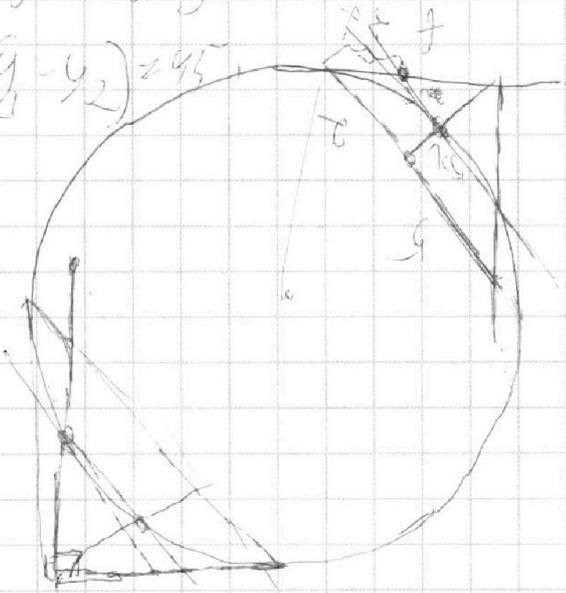
$$dx - 3y + 4z = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1) = 0.$$

$$x^2 + y^2 - 20z + 100 = 36$$

$$5(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 4z$$

$x_1, y_1, x_2$



$$xz = 40x^2$$

