



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8xz} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-16; 80)$, $Q(2; 80)$ и $R(18; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N1

$$ab = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$$

$$bc = 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{14}$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$$

$$\frac{ab \cdot bc}{ac} =$$

$$\frac{2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} \cdot 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{14}}{2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}}$$

$$= 2^8 \cdot 3^{14}$$

$$= 2^8 \cdot 3^{14}$$

$$\text{Пусть тогда } ab = d \cdot (2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12})$$

$$bc = \beta \cdot (2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{14}), \quad ac = \gamma \cdot (2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}),$$

где d, β, γ - взаимно простые числа.

$$\text{Тогда } ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 = d\beta\gamma \cdot 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68}$$

Пусть $d\beta\gamma < 3$. Тогда $d\beta\gamma$ - не делится на 3. Но это значит, что в

разложении на простые множители взаимно простого числа $(abc)^2$ число 3 будет в нечетной степени, что противоречит факту, что $(abc)^2$ - полное квадрат.

$$\text{Поэтому } d\beta\gamma \geq 3. \text{ Тогда } (abc)^2 \geq 2^{34} \cdot 3^{56} \cdot 5^{68}$$

$$\text{Так как } abc > 0, \text{ то верно } abc \geq 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{34}$$

$$\text{Но известно, что } ac = 5^{39} \text{ поэтому } abc \geq 2^{14} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$$

$$\text{Равенство достигается при } a = 2^5 \cdot 3^{28} \cdot 5^{12}, \quad b = 2^3 \cdot 3^6$$

$$c = 2^3 \cdot 3^{14} \cdot 5^{24}$$

$$\text{Ответ: } 2^{14} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

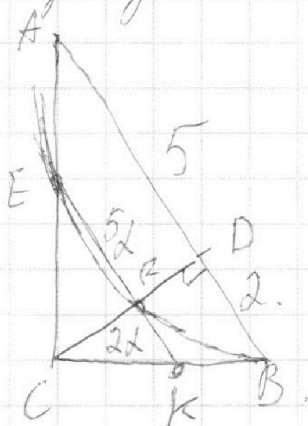
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 2

Не ограничивая общности предположим, что ширина параллелограмма равна 4.



Площадь вычислена через ее на отрезках 5 и 2.

Найдем BC и CD .

$$AB^2 + BC^2 = 49$$

$$\frac{BC}{4} = \frac{5}{BC}$$

здесь a — коэффициент при BC в формуле, что $CD^2 = AD \cdot BF$.

$$BC = \frac{AC}{4\sqrt{10}}$$

$$BC^2 + \frac{10}{49} BC^2 = 49$$

$$\frac{59}{49} BC^2 = 49$$

$$CD = \sqrt{10}$$

$$\frac{2}{BC} = \frac{BC}{4} \text{ — по подобью } \triangle ABC \text{ и } \triangle BCD.$$

$$BC^2 = 114$$

$$BC = \sqrt{114}$$

~~Пусть $CK = 2\sqrt{114}$, где $CK = EF \perp BC$.~~

Пусть $CK = 2\sqrt{114}$, где $CK = EF \perp BC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

тогда $\frac{CK}{BE} = d$.

$$KB = (1-d)\sqrt{14}$$

$$KR = 2d$$

$$EF = 5d$$

} — из подобия $\triangle CEK$ и $\triangle ABC$

Квадрат катетовый равен произведению

секунды на ее внешнюю часть:

$$2d \cdot 4d = ((1-d)\sqrt{14})^2$$

$$14d^2 = 14(1-d)^2$$

$$d^2 = (1-d)^2$$

$$d = \frac{1}{2}$$

тогда $\triangle CEK$ вдвое меньше $\triangle ABC$. Тогда $S_{\triangle CEK} = \frac{S_{\triangle ABC}}{4}$

$$\text{Тогда } S_{\triangle CEF} = S_{\triangle CEK} \cdot \frac{5}{7} = \frac{5}{28} S_{\triangle ABC}$$

(но меньше абсолютными
значениями)

$$\text{Ответ: } \frac{28}{5}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 3

$$90 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$90(\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x))) = \pi - 2x$$

$$\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{\pi}{90} - \frac{2x}{5}$$

$$\sin(\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x))) = \sin(\frac{\pi}{90} - \frac{2x}{5})$$

$$\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \sin(\frac{\pi}{90} - \frac{2x}{5})$$

$$\frac{\pi}{2} - x = \frac{\pi}{90} - \frac{2x}{5} + 2\pi n$$

$$\frac{\pi}{2} - x = \pi - (\frac{\pi}{90} - \frac{2x}{5}) + 2\pi k, \quad n, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{2x}{5} + 2\pi n = \frac{2\pi}{5}$$

$$\frac{6x}{5} + 2\pi k = \frac{\pi}{2} - \frac{8\pi}{90} = -\frac{2\pi}{5}, \quad n, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi n}{2}$$

$$x = -\frac{\pi}{3} - \frac{5\pi k}{3}, \quad n, k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = 2\pi \alpha \\ x = 2\pi \beta \end{cases}, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{Z}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

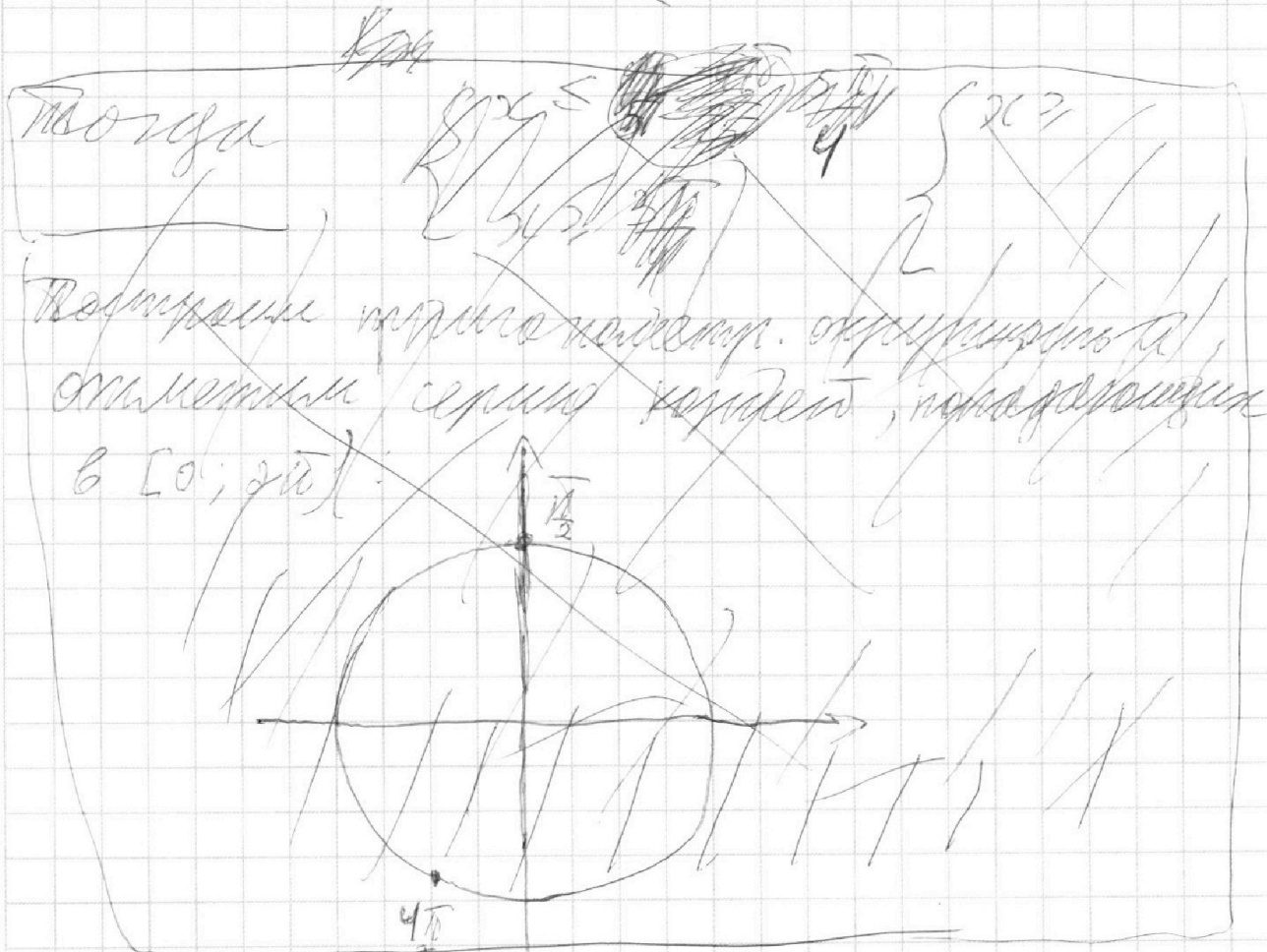
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\arcsin(x)$ принимает значения от $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

тогда надо отобразить корни,
такие, что $-\frac{\pi}{2} - 2\pi \leq \frac{\sqrt{3} - 10}{2} \leq \frac{\pi}{2} - 2\pi$



тогда $\begin{cases} x \geq -2\pi \\ x \leq 3\pi \end{cases}$ В эти промежутки
подходят только
корни, соответствующие
значениям $n=1, n=0, n=-1,$
 $k=1, k=0, k=-1$

Ответ: $-2\pi; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{3}; 3\pi.$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 4.

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 \\ x^2 + y^2 - 20y + 64 + 36 - 36 = 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3} \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

Таким образом получаем,
что решениями
данной системы являются
пересечения прямой

$$\begin{cases} y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3} \\ x^2 + (y - 10)^2 = 36 \end{cases}$$

окружностью $x^2 + y^2 = 1$
и $x^2 + (y - 10)^2 = 36$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

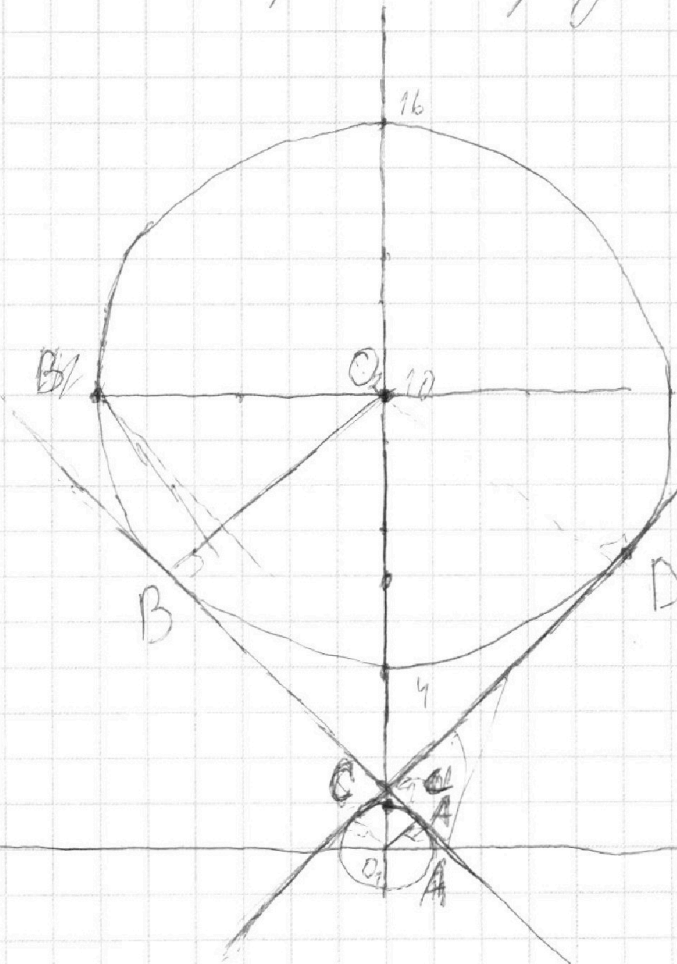
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Формулы окружности:



Используем формулы,
чтобы найти координаты
центра окружности
 $y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3}$ ищем
точку пересечения
этой прямой с
вертикальной осью

Найдем точку пересечения осей
касательных из подобия треугольников
она делит отрезок между центрами
в отношении, равном отношению
радиусов. тогда $\frac{c}{40-c} = \frac{1}{6}$

$$6c = 40 - c$$

$$c = \frac{40}{7}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что если угол наклона
прямой $y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3}$ больше угла
наклона OA и меньше угла
наклона AB , то при $b = \frac{15}{14}$ ($\frac{3b}{4} = \frac{10}{4}$)
прямая $y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3}$ пройдет через
точку пересечения окружностей касательных
и пересечет каждую окружность в двух
точках. Поэтому все θ , соответствующие таким
углам наклона, удовлетворяют
углу наклона лежит
между углами наклона касательных,
то когда мы построим прямую
 $y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3}$, приняв $b = \frac{15}{14}$, ~~то~~ одна окружность
будет целиком выше прямой, а
другая - целиком ниже. Тогда
лежит b , т.е. формула ~~прямой~~
вверх или вниз, мы не сможем
добиться пересечения с двумя окруж-
ностями сразу. А θ с одной окружностью

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

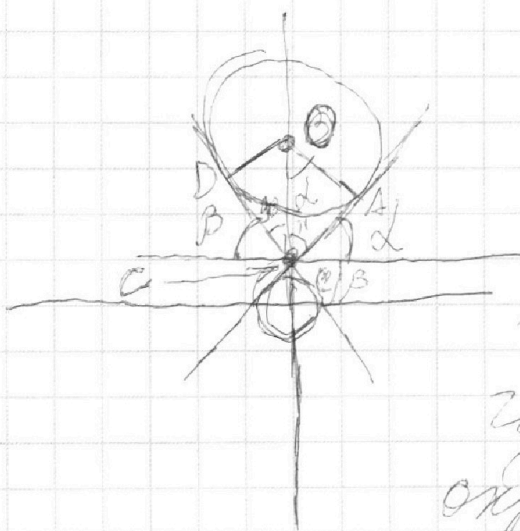


1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

У прямой не может быть больше двух общих точек. Если же мы имеем прямую $l: \frac{a}{3}x + \frac{b}{3}y + c = 0$ и параллельную ей прямую, то по стандартным соображениям мы никогда не получим больше 3х общих точек. Тогда ответом будет интервал с границами, равным углу наклона общей касательной.



Из рисунка видно, что если прямая l касательна к окружности в точке A , а другой - l_1 касательна в точке B , то $\alpha = \beta$ и $\tan \alpha = \frac{AC}{AO}$.

где O - центр окружности, A - точка касания с l , C - точка пересечения общей касательной.

По теореме Пифагора $AC^2 = OC^2 - OA^2 =$
 $= \left(10 - \frac{10}{3}\right)^2 - 6^2 = \frac{3600}{9} - 36 = \frac{36 \cdot 51}{9}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$AC = \frac{6}{4} \sqrt{51} \quad \text{tg} \alpha = \frac{AC}{AO} = \frac{\sqrt{51}}{3}$$

$$\frac{a}{3} \in \left(-\frac{\sqrt{51}}{3}, \frac{\sqrt{51}}{3} \right)$$

$$a \in \left(-\frac{3\sqrt{51}}{4}, \frac{3\sqrt{51}}{4} \right) \quad \text{Ответ: } a \in \left(-\frac{3\sqrt{51}}{4}, \frac{3\sqrt{51}}{4} \right)$$

$$\text{Ответ: } a \in \left(-\frac{3\sqrt{51}}{4}, \frac{3\sqrt{51}}{4} \right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 5

$$\text{Пусть } f(t) = \log_5^4 t - \frac{13}{3} \log_{t^5} 5.$$

$$\text{Тогда } f'(t) = \frac{4 \log_5^3 t}{t \ln 5} + \frac{13 \ln 5}{3 t (\ln^2 t)}, \text{ при } t \rightarrow 1 \text{ она}$$

определена и строго возрастает.

Заметим, что первое равенство равносильно

$$f(2x) = -3.$$

действительно,

$$\log_5^4 2x - 3 \log_{2x} 5 = \log_{2x} 3625 - 3$$

$$\log_5^4 2x - 3 \log_{2x} 5 = \frac{4}{3} \log_{2x} 5 - 3$$

$$\log_5^4 2x - \frac{13}{3} \log_{2x} 5 = -3.$$

Второе равенство равносильно,

$$f\left(\frac{1}{y}\right) = -3. \text{ действительно:}$$

~~$$\log_5^4 \left(\frac{1}{y}\right) = \log_5^4 y$$~~

$$\log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_y 3625 - 3$$

$$\log_5^5 y + 4 \log_y 5 = -\frac{1}{3} \log_y 5 - 3$$

$$\log_5^5 y + \frac{13}{3} \log_y 5 = -3$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_5^4\left(\frac{1}{9}\right) - \frac{13}{3} \log_{\frac{1}{9}} 5 = -3.$$

Проведем перенос вверх, получим

$$\log_5 \frac{1}{9} = -\log_{\frac{1}{9}} 5 \Rightarrow \log_5^4 \frac{1}{9} = \log_5 \frac{1}{9}$$

$$\text{и } \log_{\frac{1}{9}} 5 = -\log_9 5.$$

Кроме того, так как в точках $2x$ и $\frac{1}{9}$ $f(x)$ принимает отрицательные значения, то ~~$2x > 1$ и $\frac{1}{9} > 1$~~ , $2x > 1$ и $\frac{1}{9} > 1$.

Действительно, если $\log_5^4 t \neq -\frac{13}{3} \log_{\frac{1}{9}} 5$,
то $-\frac{13}{3} \log_{\frac{1}{9}} 5 < 0$, тогда $\log_{\frac{1}{9}} 5 > 0$, $t > 1$.

Но при аргументах, больших 1,
 f строго возрастает. Поэтому
из равенства ~~значений~~ ~~аргументов~~ следует
равенство аргументов:

$$f(2x) = f\left(\frac{1}{9}\right) = -3 \Rightarrow 2x = \frac{1}{9} \quad xy = \frac{1}{2}.$$

Ответ: $\frac{1}{2}$.

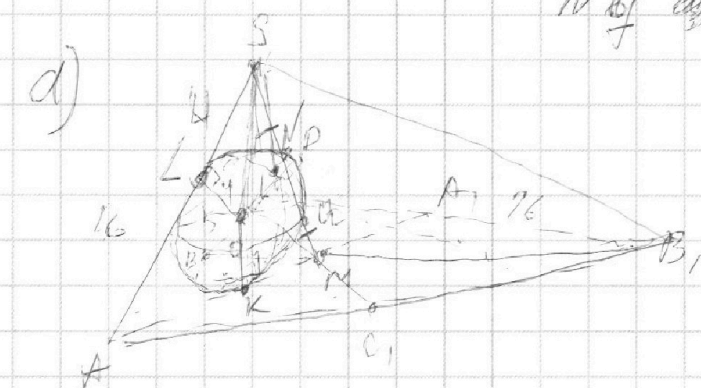
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что сечение конуса SAA_1 , сферы Ω - это окружность, касающаяся AS и AA_1 .

Вспомогательной касательной к окружности сечения из внешней точки S провести.

$$SL^2 = PS \cdot (PS + PQ)$$

$$MK^2 = MQ \cdot (MQ + PQ)$$

$$MQ = PS \Rightarrow SL = MK.$$

$AL = AK$ - как отрезки касательных

из A .

Поэтому $AM = AS = 16$. Поэтому $AA_1 = \frac{3}{2} AM = 24$

Поэтому $MA_1 = \frac{AM}{2} = 8$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

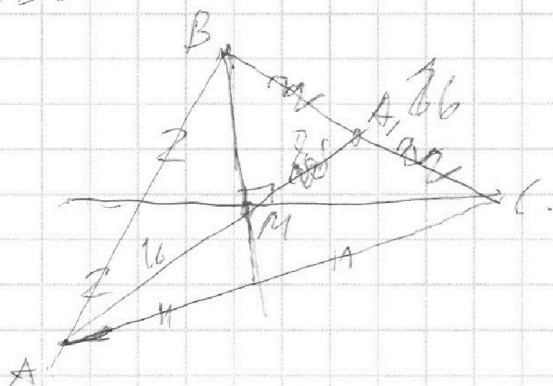
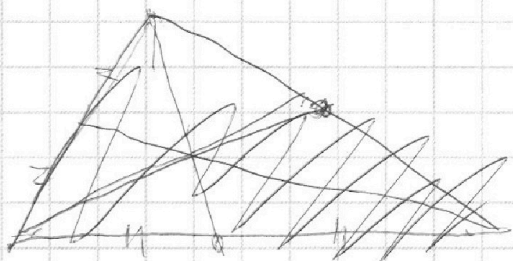
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Решение задачи 7



В $\triangle BMC$ MA_1 - медиана, $MA_1 = \frac{BC}{2}$.

Тогда $\angle BMC = 90^\circ$.

$\frac{S_{\triangle BMC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AM}{AA_1} = \frac{1}{3}$ - по формуле отношения площадей.

Тогда $S_{\triangle BMC} = \frac{100}{3}$.

Но $S_{\triangle BMC} = \frac{1}{2} BM \cdot MC = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} BB_1 \cdot \frac{2}{3} CC_1$.

Тогда $BB_1 \cdot CC_1 = \frac{45}{2}$.

Тогда $AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = \frac{45}{2} \cdot 24 = 45 \cdot 12 = 9000$.

Ответ: 9000.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

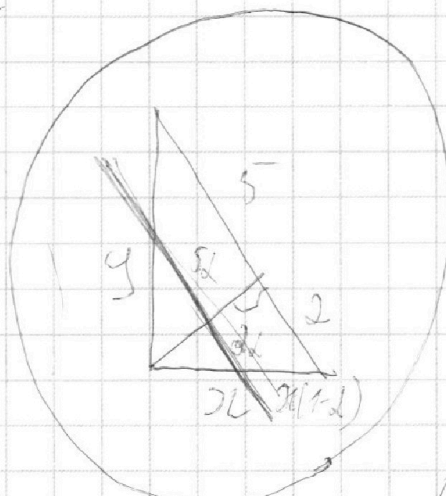
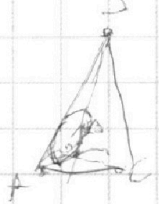
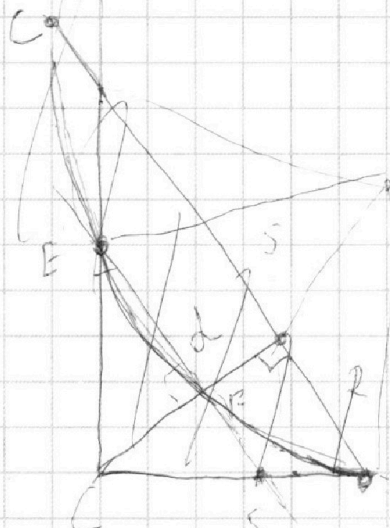
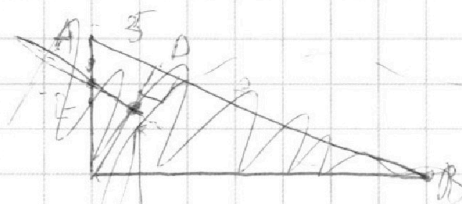
- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



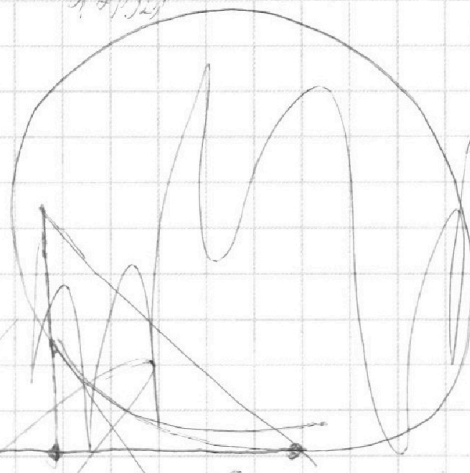
№2



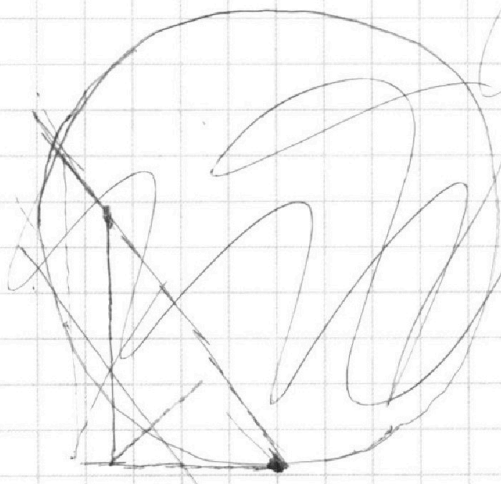
$\frac{5}{2y}$

$f(x,y) = f(x_2, y_2)$

$\frac{2x}{2y}$

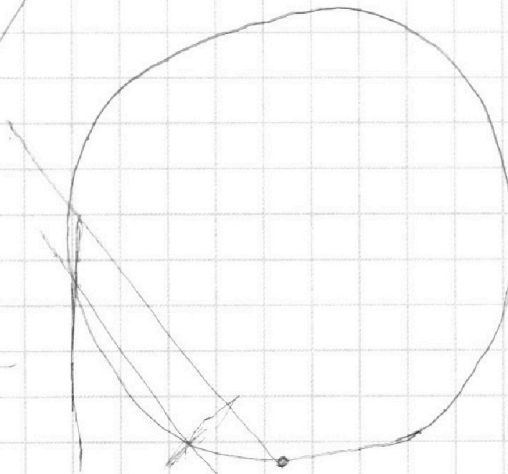


$20d^2 = x(1-d)$



$5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$

$B(x_2, 5(x_2, y_1))$



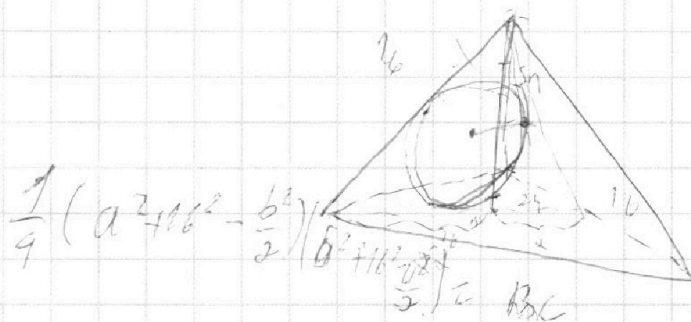
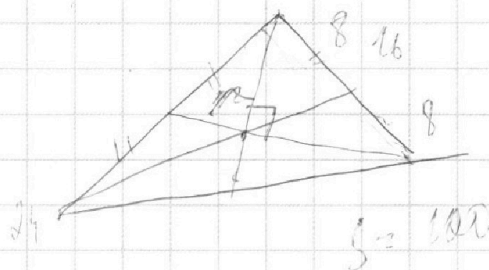
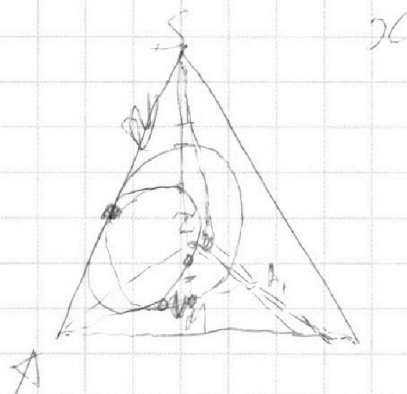
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

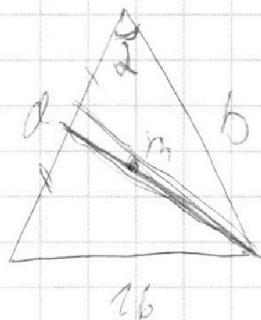
1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



242



$$= \frac{1}{4} \left(a^2 b^2 + \frac{a^2 b^2}{2} \right)$$

$$\cos \alpha = \frac{a^2 + b^2 - 16^2}{2ab}$$

$$\frac{b^2 + a^2}{2} = 24^2 - \frac{16^2}{4}$$

$$m = \frac{b^2 + a^2}{4} - \frac{a^2 + b^2 - 16^2}{2}$$

$$b^2 + a^2 = 2 \cdot 24^2 - \frac{16^2}{2}$$

$$\frac{b^2}{2} + \frac{16^2}{2} - \frac{a^2}{4}$$

2

$$\frac{1}{4} \left(\frac{a^2 + b^2 + 16^2}{2} \right) \left(-\frac{a^2}{4} + \frac{16^2}{2} \right) = 2$$

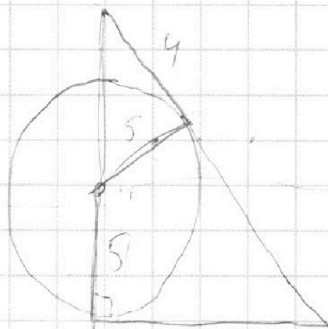
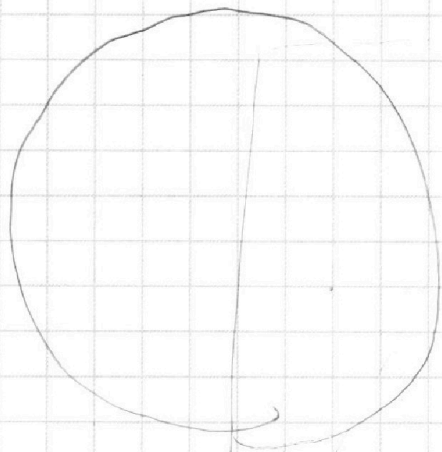
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

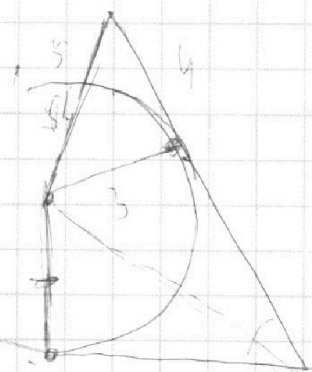
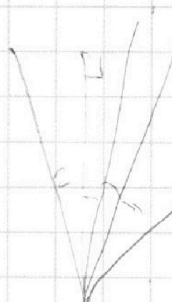
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



80



$x = 0.2$

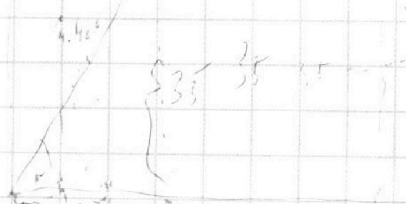
$x = 0$

$y = 0.5$

$2x + y = 0 - 35.9$

$x = 1$

$y = 7$





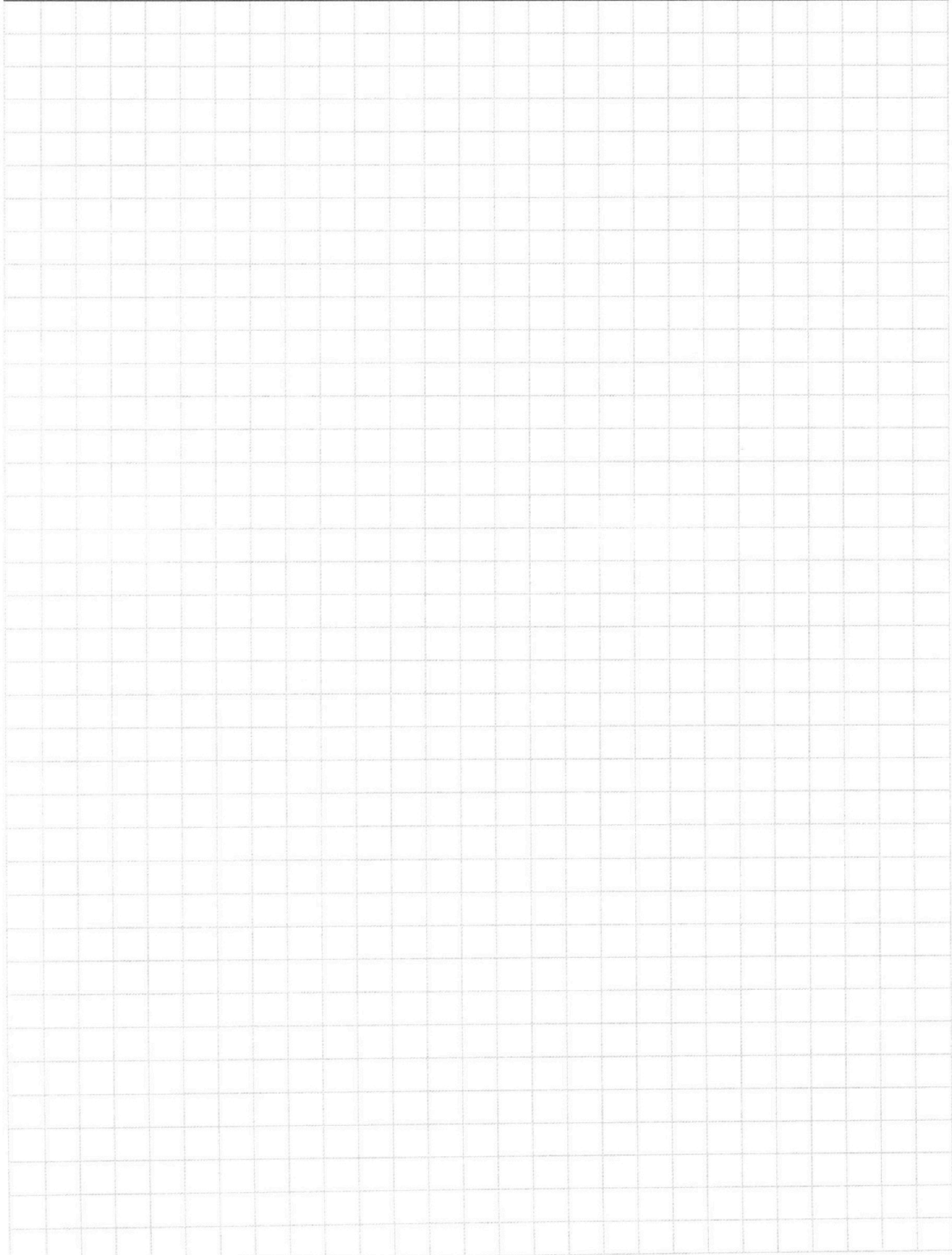
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



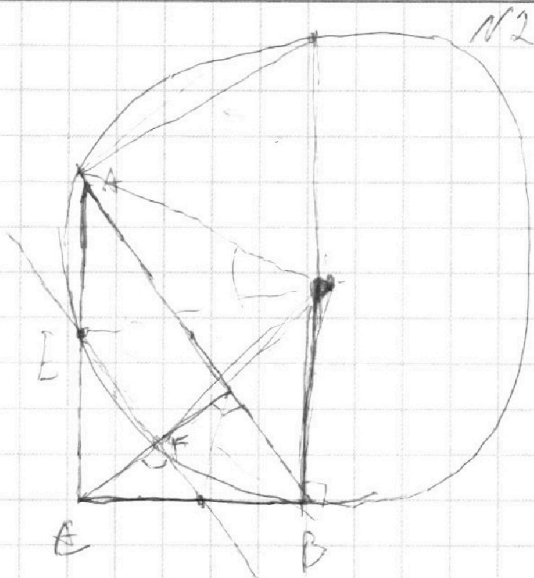
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{d}{dt} \log_5^4 t = \log_5^3 t \cdot \frac{1}{t \ln 5}$$

$$\Rightarrow \log_5^3 \frac{1}{2x} = -1 \log_5$$

$$\begin{cases} \log_5^4 2x - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x} 3625 - 3 \\ \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^2} 102 - 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_5^4 2x - 3 \log_{2x} 5 = \frac{4}{3} \log_{2x} 5 - 3 \\ \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \frac{-1}{3} \log_y 5 - 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_5^4 2x - \frac{13}{3} \log_{2x} 5 = -3 \\ \log_5^4 y + \frac{13}{3} \log_y 5 = -3 \end{cases}$$

$t = \frac{1}{2x}$
 $2x > 1$
 $\frac{1}{y} > 1$
 $\frac{d}{dt} \log_5 t = \frac{d}{dt} \log_5 t$
 L'nd

$$\frac{d}{dx} \log_{2x} 5 = \frac{\log_5 5}{\ln 2x} = \frac{-\ln 5}{x(\ln 2)^2} \frac{d}{dx} \ln 5 = \frac{-5}{x(\ln 2)^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 5.

Рассмотрим $f(t) = \log_5^4(t) + \frac{13}{3} \log_5 t$

При $t > 0, t \neq 1$ $\log_5(t)$ возрастает,
 t^4 возрастает, поэтому $\log_5^4(t)$ возрастает.

Также $-\frac{13}{3} \log_5 t$ уб.

$$dx - 3y + 4z = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1) = 0.$$

$$x^2 + y^2 - 20z + 100 = 36$$

$$5(x_1 - x_2) + (y_1 - y_2) = 4z$$

x_1, y_1, x_2

