МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

# 11 КЛАСС. Вариант 2

1. [4 балла] Натуральные числа $a$, $b$, $c$ таковы, что $ab$ делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, $bc$ делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, $ac$ делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения $abc$.

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник $ABC$. Окружность, касающаяся прямой $AC$ в точке $A$, пересекает высоту $CD$, проведённую к гипотенузе, в точке $E$, а катет $BC$ – в точке $F$. Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1{,}3$. Найдите отношение площади треугольника $ACD$ к площади треугольника $CEF$.

3. [4 балла] Решите уравнение $5\arccos(\sin x) = \dfrac{3\pi}{2} + x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра $a$, для каждого из которых найдётся значение параметра $b$, при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ \left(x^2 + 14x + y^2 + 45\right)\left(x^2 + y^2 - 9\right) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа $x$ и $y$ удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2\log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6\log_y 7 = \log_{y^2}\left(7^5\right) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения $xy$.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы $AA_1$, $BB_1$ и $CC_1$ треугольника $ABC$ пересекаются в точке $M$. Сфера $\Omega$ касается ребра $AS$ в точке $L$ и касается плоскости основания пирамиды в точке $K$, лежащей на отрезке $AM$. Сфера $\Omega$ пересекает отрезок $SM$ в точках $P$ и $Q$. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника $ABC$ равна 60, $SA = BC = 10$.

   а) Найдите произведение длин медиан $AA_1$, $BB_1$ и $CC_1$.

   б) Найдите двугранный угол при ребре $BC$ пирамиды, если дополнительно известно, что $\Omega$ касается грани $BCS$ в точке $N$, $SN = 3$, а радиус сферы $\Omega$ равен 4.

№ 1

По условию
$a, b, c \in \mathbb{N}$

$$\begin{cases} ab \vdots 2^{7} \cdot 3^{11} \cdot 5^{14} \\ bc \vdots 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} \\ ac \vdots 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43} \end{cases}$$

Перемножив получаем $(abc)^2 \vdots 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75}$ (1)

Отсюда путем взятия корня получаем:

$abc \vdots 2^{17} \cdot 3^{\frac{43}{2}} \cdot 5^{\frac{75}{2}}$ Поскольку для натуральных дробные степени невозможны, а значит их необходимо округлить в большую сторону (иначе условие (1) не выполнится)

Итого получаем

$abc \vdots 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$

Это и есть наименьшее возможное значение произведения, поскольку при добавлении в качестве множителей иных простых чисел значение увеличивается, а при изменении степеней двойки, тройки и пятерки либо не соблюдается условие (1) (при уменьшении), либо число увеличивается (при увеличении)

Ответ: $2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№3

$5\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$

Учтем ограничение $0 \le \arccos y \le \pi$

$0 \le 5\arccos y \le 5\pi$

$\Downarrow$

$0 \le \frac{3\pi}{2} + x \le 5\pi$

$-\frac{3\pi}{2} \le x \le \frac{7\pi}{2}$

$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}$

$\cos(\arccos(\sin x)) = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$

$\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$

$\left[\begin{array}{l} \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2} - x + 2\pi k \\ \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} = x - \frac{\pi}{2} + 2\pi n \end{array}\right.$ $n, k \in \mathbb{Z}$

$\left[\begin{array}{l} 3\pi + 2x = 5\pi - 10x + 20\pi k \\ 3\pi + 2x = 10x - 5\pi + 20\pi n \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} 12x = 2\pi + 20\pi k \\ 8x = 8\pi - 20\pi n \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + \frac{5}{3}\pi k \\ x = \pi - \frac{5}{2}\pi n \end{array}\right.$

Проверим ограничение

1) $-\frac{3\pi}{2} \le \frac{\pi}{6} + \frac{5}{3}\pi k \le \frac{7\pi}{2}$

$-9 \le 1 + 10k \le 21$

$-10 \le 10k \le 20$

$k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} k = -1 \\ k = 0 \\ k = 1 \\ k = 2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{3\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{6} \\ x = \frac{11\pi}{6} \\ x = \frac{7\pi}{2} \end{array}\right.$

2) $-\frac{3\pi}{2} \le \pi - \frac{5}{2}\pi n \le \frac{7\pi}{2}$

$-3 \le 2 - 5n \le 7$

$-5 \le -5n \le 5$

$n \in \mathbb{Z} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} n = -1 \\ n = 0 \\ n = 1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{7\pi}{2} \\ x = \pi \\ x = -\frac{3\pi}{2} \end{array}\right.$

Исключив повторяющиеся корни получим ответ.

Ответ: $-\frac{3\pi}{2}$, $\frac{\pi}{6}$, $\pi$, $\frac{11\pi}{6}$, $\frac{7\pi}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

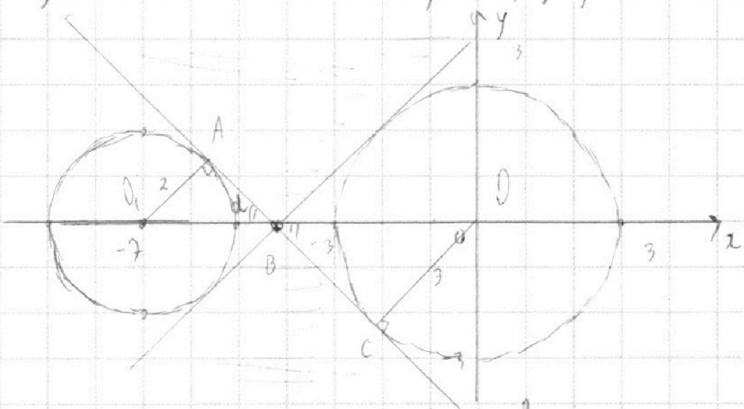
№ 4

$$\begin{cases} x+3ay-7b=0 \\ (x^2+14x+y^2+45)(x^2+y^2-9)=0 \end{cases}$$

Решим второе уравнение графически

$$\left[\begin{array}{l} x^2+14x+y^2+45=0 \\ x^2+y^2-9=0 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{ll} (x+7)^2+y^2=2^2 & Окр\ ((-7;0);2) \\ x^2+y^2=3^2 & Окр\ ((0;0);3) \end{array}\right.$$




Заметим, что для наличия ровно 4 решений необходимо и достаточно, чтобы прямая $x+3ay-7b=0$ пересекала обе окружности ровно в 2-ух точках. Проведем 2 общие касательные, симметричные относительно $Ox$

Для ограничения возможных значений $a$ найдем $tg(\alpha)$

1) Проведем радиусы $OC$ и $O_1A$, перпендикулярные касательным

$\angle O_1AB = \angle OCB = 90°$

2) $\angle O_1BA = OBC$ как вертикальные

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) $\triangle OCB \sim \triangle O_1AB$ по 2-ум углам

а) $\angle O_1AB = \angle OCB$ пункт 1

б) $\angle O_1BA = \angle OBC$ п. 2.

4) $OO_1 = 7$ Пусть $O_1B = x$ $OB = 7 - x$

5) Из подобия $\triangle$ п. 3:

$$\frac{O_1B}{OB} = \frac{O_1A}{OC} \qquad \frac{x}{7-x} = \frac{2}{3}$$

$3x = 14 - 2x$

$5x = 14$

$x = \frac{14}{5}$

6) По теореме Пифагора в $\triangle O_1AB$

$$O_1A^2 + AB^2 = O_1B^2$$

$$AB = \sqrt{\frac{196}{25} - \frac{100}{25}} \qquad AB = \frac{4\sqrt{6}}{5}$$

$$tg\,\alpha = \frac{O_1A}{AB} \qquad tg\,\alpha = \frac{2}{\frac{4\sqrt{6}}{5}} \qquad tg\,\alpha = \frac{10}{4\sqrt{6}}$$

$$tg\,\alpha = \frac{5}{2\sqrt{6}}$$

Рассмотрим прямые вида $y = kx + c$

Известно, что $k$ - коэффициент наклона прямой, равный тангенсу угла.

Заметим, что при $k \geq tg\,\alpha$ и $k \leq -tg\,\alpha$ прямая будет располагаться в запрещенной зоне (с различными смещениями вверх-вниз)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

для различных $c$). Таким образом она будет иметь с 2-мя окружностями суммарно не более 3-ёх общих точек. Все остальные значения тангенса при различных значениях $c$ могут иметь с окружностями от 0 до 4-ёх общих точек включительно (поскольку значений $c$ бесконечно.

(Кроме $tg\,\alpha = 0$ где нет общих точек с 2-мя окр. сразу)

В нашем случае прямая имеет вид:

$$x + 3ay - 7b = 0$$

$$3ay = -x + 7b$$

$$y = -\frac{1}{3a}x + \frac{7b}{3a}$$

Откуда для наличия 4-ёх корней при каком-то $b$ необходимо и достаточно соблюдение условий: (при $a \neq 0$, при котором условие не выполняется)

$$\begin{cases} -\frac{1}{3a} < tg\,\alpha \\ -\frac{1}{3a} > -tg\,\alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{3a} < \frac{5}{2\sqrt{6}} \\ -\frac{1}{3a} > -\frac{5}{2\sqrt{6}} \end{cases}$$

1) $3a > 0$

$$\begin{cases} \frac{15}{2\sqrt{6}} \cdot a > -1 \\ -\frac{15}{2\sqrt{6}} \cdot a < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -\frac{2\sqrt{6}}{15} \\ a > \frac{2\sqrt{6}}{15} \end{cases} \Rightarrow a > \frac{2\sqrt{6}}{15}$$

Объединение двух случаев и есть ответ.

2) $3a < 0$

$$\begin{cases} \frac{15}{2\sqrt{6}} \cdot a < -1 \\ -\frac{15}{2\sqrt{6}} a > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < -\frac{2\sqrt{6}}{15} \\ a < \frac{2\sqrt{6}}{15} \end{cases} \Rightarrow a < -\frac{2\sqrt{6}}{15}$$

Ответ: $\left(-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{15}\right) \cup \left(\frac{2\sqrt{6}}{15}; +\infty\right)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№5

$$\begin{cases} \log_7^4(6x) - 2\log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4 \\ \log_7^4 y + 6\log_y 7 = \log_{y^2}(7^5) - 4 \end{cases}$$

ОДЗ $\begin{cases} x, y > 0 \\ x \neq \pm\frac{1}{6} \\ y \neq \pm 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} \log_7^4(6x) - 2\cdot\frac{1}{\log_7 6x} - \frac{1}{2}\cdot 3\cdot\frac{1}{\log_7 6x} + 4 = 0 \\ \log_7^4 y + 6\cdot\frac{1}{\log_7 y} - \frac{1}{2}\cdot 5\cdot\frac{1}{\log_7 y} + 4 = 0 \end{cases}$$

Замена $a = \log_7 6x$ $\quad b = \log_7 y$ $\quad a + b = \log_7(6x\,y)$

$a, b \neq 0$ из ОДЗ

$$\begin{cases} a^4 - \frac{7}{2a} + 4 = 0 \\ b^4 + \frac{7}{2b} + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^5 + 4a - 7 = 0 & (а) \\ b^5 + 4b + 7 = 0 & (б) \end{cases}$$

(1) Заметим, что $a > 0$, иначе все слагаемые в выражении (а) $< 0$, и их сумма не может равняться нулю. Аналогично докажем $b < 0$

Сложим уравнения

$a^5 + b^5 + 4a + 4b - 7 + 7 = 0$

$(a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4) + 4(a+b) = 0$

$(a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 + 4) = 0$

Получаем 2 случая

$\underline{I}$ $a + b = 0$

$\log_7 6x + \log_7 y = 0$

$\log_7 6xy = 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$6xy = 1$

$xy = \frac{1}{6}$

II $a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 + 4 = 0$

Применим утверждение (1). Получаем:

$$\left.\begin{array}{l} a^4 > 0 \\ -a^3b > 0 \\ a^2b^2 > 0 \\ -ab^3 > 0 \\ b^4 > 0 \\ 4 > 0 \end{array}\right| \Rightarrow$$

их сумма тоже больше нуля => не равна нулю. Значит случай невозможен.

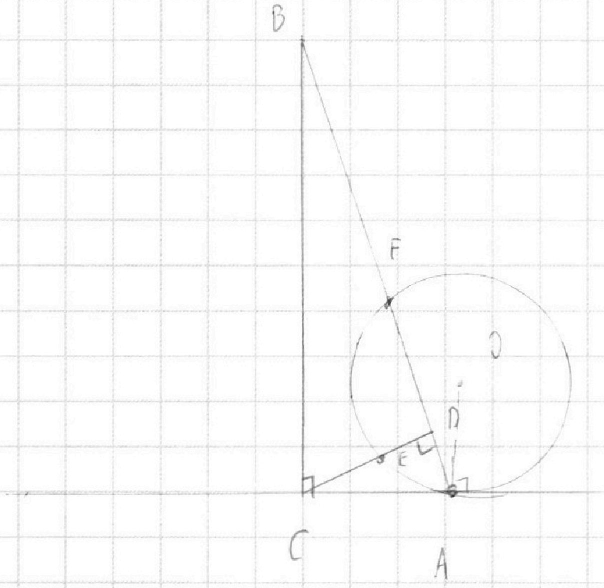
Ответ: $\frac{1}{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

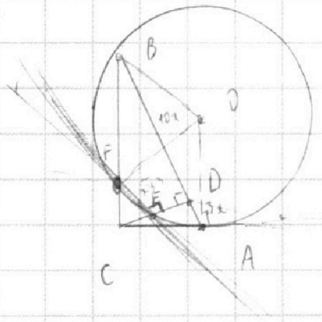
1 2 3 4 5 6 7

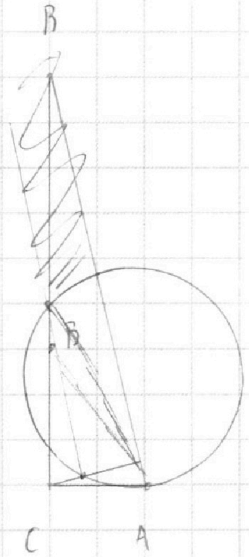
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ




$AB = BD = \frac{13}{10}$ $AB \parallel EF$




$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

$ab \,\vdots\, 2^{7} \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$

$bc \,\vdots\, 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$

$ac \,\vdots\, 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$

$\Rightarrow a^2b^2c^2 \,\vdots\, 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75}$

$abc \,\vdots\, 2^{17} \cdot 3^{21\frac{1}{2}} \cdot 5^{37\frac{1}{2}}$

$\Downarrow$

$abc = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$

Ответ: $2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$

№3

$5\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$

$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}$

$\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$

$\cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

$\arccos \in [0;\pi] \qquad 5\arccos \in [0;5\pi]$

$0 \le \frac{3\pi}{2} + x \le 5\pi \quad \left(\frac{10\pi}{2}\right)$

$-\frac{3\pi}{2} \le x \le \frac{7\pi}{2}$

$\left[\begin{array}{l} \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} = \frac{\pi}{2} - x + 2\pi k \\ \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} = x - \frac{\pi}{2} + 2\pi k \end{array}\right. \quad k \in \mathbb{Z} \qquad \left[\begin{array}{l} 3\pi + 2x = 5\pi - 10x + 20\pi k \\ 3\pi + 2x = 10x - 5\pi + 20\pi k \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} 12x = 2\pi + 20\pi k \\ 8x = 8\pi - 20\pi k \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + \frac{5}{3}\pi k \\ x = \pi - \frac{5}{2}\pi k \end{array}\right. \quad k \in \mathbb{Z} \qquad k \in [-1;1]$

Ограничение: 1) $-\frac{3\pi}{2} \le \frac{\pi}{6} + \frac{5}{3}\pi k \le \frac{7\pi}{2}$

$-9 \le 1 + 10k \le 21$

$-10 \le 10k \le 20$

$-1 \le k \le 2 \qquad k = -1;\ 0;\ 1$

2) $-\frac{3\pi}{2} \le \pi - \frac{5}{2}\pi k \le \frac{7\pi}{2}$

$-7 \le 5k - 2 \le 3$

$-5 \le 5k \le 5$

$-1 \le k \le 1$

Ответ: $\frac{\pi}{6} + \frac{5}{3}\pi k$; $\pi - \frac{5}{3}\pi k$ $\quad k = -1;\ 0;\ 1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№4

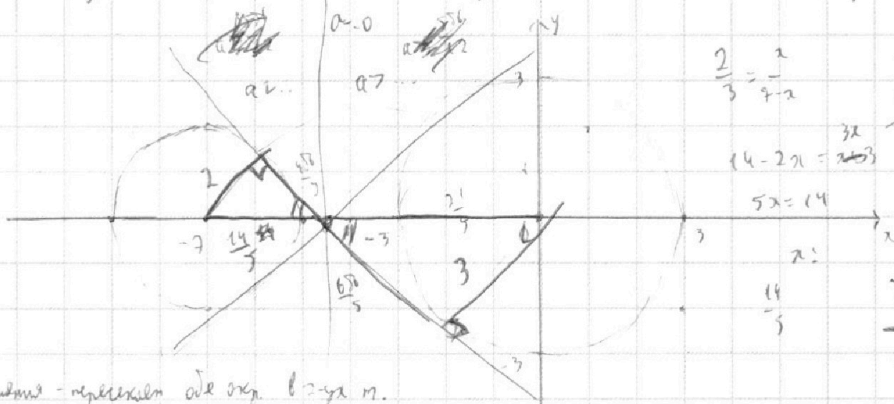
$$\begin{cases} x+3ay-7b=0 \\ (x^2+14x+y^2+45)(x^2+y^2-9)=0 \end{cases}$$

нужно второе графически

$O_{кр}(-7;0;2)$

$$\begin{cases} x^2+14x+y^2+45=0 \\ x^2+y^2-9=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2+14x+49+y^2=4 \\ x^2+y^2=9 \end{cases} \quad \begin{cases} (x+7)^2+y^2=2^2 \\ x^2+y^2=3^2 \end{cases}$$

$O_{кр}(0;0;3)$



$\frac{2}{3}=\frac{x}{7-x}$

$14-2x=3x$

$5x=14$

$x:\frac{14}{5}$

а) $y=\sqrt{-x^2-14x-45}$

б) $y=-\sqrt{9-x^2}$

через произв.

Чтобы решения - пересекает обе окр. в 2-х т.

Кас $y=kx+c$

$y^2=k^2x^2+2kxc+c^2$

$k^2x^2+2kcx+c^2=-x^2-14x-45$

$x+3ay-7b=0$

$y=-\frac{x}{3a}+\frac{7b}{3a}$

$y=\frac{7b}{3a}-\frac{x}{3a}$

а) $y'=\frac{-2x-14}{2\sqrt{-x^2-14x-45}}$

б) $y'=\frac{-2x}{2\sqrt{9-x^2}}$

$y=\frac{1}{6}$

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1

$\log_7 6x=\log_7 y$ $\quad 6x=y$

№5

$$\log_7^4 6x-2\cdot\frac{1}{\log_7 6x}=\frac{1}{2}\cdot 3\log\cdot\frac{1}{\log_7 6x}-4$$

$$\log_7^4 y+\frac{6}{\log_7 y}=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot\frac{1}{\log_7 y}-4$$

$a^4-\frac{7}{2a}+4=0$ $\quad a=\log_7 x$

$b^4+\frac{7}{2b}+4=0$ $\quad b=\log_7 y$

$2a^5+8a=7$

$2a^5+8a-7=0$

$2b^5+8b=-7$

$2b^5+8b+7=0$

$a=b$ всегда

$2a^5-2b^5+8a-8b=0$

$a^5-b^5+4a-4b=0$

$a^5+b^5+4a+4b=7$

все?

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\frac{-x-7}{\sqrt{-x^2-14x-45}} = \frac{-x}{\sqrt{9-x^2}}$$

$$\frac{x^2+14x+49}{-x^2-14x-45} = \frac{x^2}{9-x^2}$$

$$9x^2+126x+441-x^4-14x^3-49x^2 = -x^4-14x^3-45x^2$$

$$\cancel{54x^2+126x+441=0}$$

$$\cancel{6x^2+14x+49=0}$$

$$5x^2+126x+441=0$$

$$D_1 = 63^2 - 5\cdot 441 = 3969-2205 = 1764 = 42^2$$

$$x = \frac{-63-42}{5} \qquad x=-21$$

$$x = \frac{-63+42}{5} \qquad x = -\frac{21}{5}$$

$1764 \mid 2$, $882 \mid 2$, $441$

$42\cdot 42$: $84$, $168$, $1764$

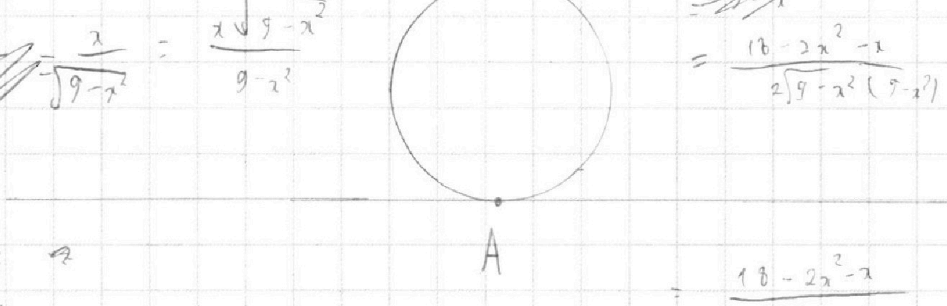
$63\cdot 63$: $189$, $378$, $3969$

$441\cdot 5 = 2205$

$$\frac{-x_1-7}{\sqrt{-x_1^2-14x_1-45}} = k = \frac{1}{\sqrt{9-x_2^2}} = \frac{\sqrt{9-x^2} - \frac{x}{2\sqrt{9-x^2}}}{9-x^2} =$$

$$-\frac{x}{\sqrt{9-x^2}} = \frac{x\sqrt{9-x^2}}{9-x^2}$$

$$= \frac{18-2x^2-x}{2\sqrt{9-x^2}\,(9-x^2)}$$




$$= \frac{18-2x^2-x}{2\sqrt{9-x^2}\cdot(9-x^2)}$$

$$2x^2+x-18=0$$

$$D = 1+144 = 145$$

$18\cdot 8 = 144$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$a^4 - \frac{7}{4} = \frac{3}{2}a - 4$ $\quad b^4 + \frac{6}{b} = \frac{5}{\sqrt{2}b} - 4$

$a^4 + 4 - \frac{7}{2a} = 0$ $\quad b^4 + 4 + \frac{7}{2a} = 0$

$2a^5 + 8a - 7 = 0$ $\quad 2b^5 + 8b + 7 = 0$ $\quad a - b = \log_7 6x + \log_7 y \ldots$

$= \log_7 6xy < 1$

$a^5 + b^5 + 4(a+b) = 0$

$(a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 + 4) = 0$ $\quad \Leftarrow \begin{matrix} a > 0 \\ b < 0 \end{matrix}$ вторая скобка $> 0$ всегда

$a + b = 0$

$\log_7 6x + \log_7 y = 0 \quad \log_7 6xy = 0 \quad 6xy = 1 \quad xy = \frac{1}{6}$ Всё?

$a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 + 4 = 0$

$\log_7^4 6x - \log_7^3 6x \cdot \log_7 y + \log_7^2 6x \cdot \log_7^2 y - \log_7^3 y \cdot \log_7 6x + \log_7^4 y + 4 = 0$

$\log_7^3 6x(\log_7 6x - \log_7 y) - \log_7^3 y(\log_7 6x - \log_7 y) + \log_7^2 y \cdot \log_7^2 6x + 4 = 0$

$\log_7\left(\frac{6x}{y}\right) \cdot (\log_7^3 6x - \log_7 y) + (\log_7 y \cdot \log_7 6x)^2 + 4 = 0$

$\log_7\left(\frac{6x}{y}\right) \cdot \log_7\left(\frac{6x}{y}\right) \cdot (\log_7^2 6x + \log_7 6x \cdot \log_7 y + \log_7^2 y) + \log_7^2 y \cdot \log_7 6x^2 + \log_7 7^4 = 0$

$\frac{14}{14} = 196$ $\quad \frac{441}{-225}{216}$ $\quad a = \frac{4\sqrt{6}}{30}$ $\quad a = \frac{-2\sqrt{6}}{15}$

96 | 2
48 | 2
24 | 2
12 | 2
6 | 2
2 | 2

$\frac{36}{6}$ 216

$\frac{196}{25} - \frac{100}{25} = \frac{96}{25} = \frac{4\sqrt{6}}{5}$

21, ×21, 21, 42, 441

$tg = 2 \cdot \frac{4\sqrt{6}}{5} = \frac{10}{4\sqrt{6}} = \frac{5}{2\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{6}}{12}$

$\frac{441}{25} - \frac{225}{25} =$

$= 216$ $\quad a = -\frac{2\sqrt{6}}{15}$ $\quad 3 \cdot \frac{6\sqrt{6}}{5} = \frac{15}{6\sqrt{6}} = \frac{5}{2\sqrt{6}}$ $\quad -\frac{1}{2a} = \frac{5\sqrt{6}}{12}$ $\quad 3a = -\frac{12}{5\sqrt{6}}$