



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-14; 42)$, $Q(6; 42)$ и $R(20; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b, c \in \mathbb{N}$$

$$ab: 2^9 3^{10} 5^{10}$$

min abc - ?

$$bc: 2^{14} 3^{13} 5^{13}$$

$$ac: 2^{19} 3^{18} 5^{30}$$

Чтобы минимизировать abc нужно ее представить
в виде произведения $2^n \cdot 3^k \cdot 5^z$, $n, k, z \in \mathbb{N}$ и минимально
возможные.

! 5^z

$$ac: 5^{30} \Rightarrow abc: 5^{30} \Rightarrow z \geq 30$$

Заметим, что $a = 5^{15}$, $c = 5^{15}$, $b = 5^0$ если
степень 5 входящей в $a = 15$, в $c = 15$, в $b = 0$,
относительно кратности 5 выполняются, $z = 30$ ($z \geq 30$)

$$\Rightarrow z = 30 \text{ (min возможный)}$$

! 3^k

x - степень 3 входящей в a ; y - в b , z - в c

$$\begin{cases} x + y \geq 10 \\ y + z \geq 13 \\ x + z \geq 18 \end{cases}$$

$$2x + 2y + 2z \geq 10 + 13 + 18$$

$$x + y + z \geq 20,5$$

$$x, y, z \in \mathbb{Z} \Rightarrow x + y + z \geq 21$$

$$k = x + y + z$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

пример для $k=21$

$$x=7 \quad y=3 \quad z=11 \quad \Rightarrow k=21 \text{ (min возможный)}$$

при этих x, y, z кратности относительно 3 выполняются
 $! 2^n$

x - степень входящие 2 в a , y - в b , z - в c

$$\begin{cases} x+y \geq 9 \\ y+z \geq 14 \\ x+z \geq 19 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x+2y+2z \geq 42 \\ x+y+z \geq 21 \end{cases}$$

$$n = x+y+z$$

пример для $n=21$

$$x=7 \quad y=2 \quad z=12$$

при этих x, y, z кратности относительно 2 выполняются

$$\Rightarrow n=21 \text{ (min возможный)}$$

$$\text{min значение } abc = 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$$

$$\text{Ответ: } 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}$$

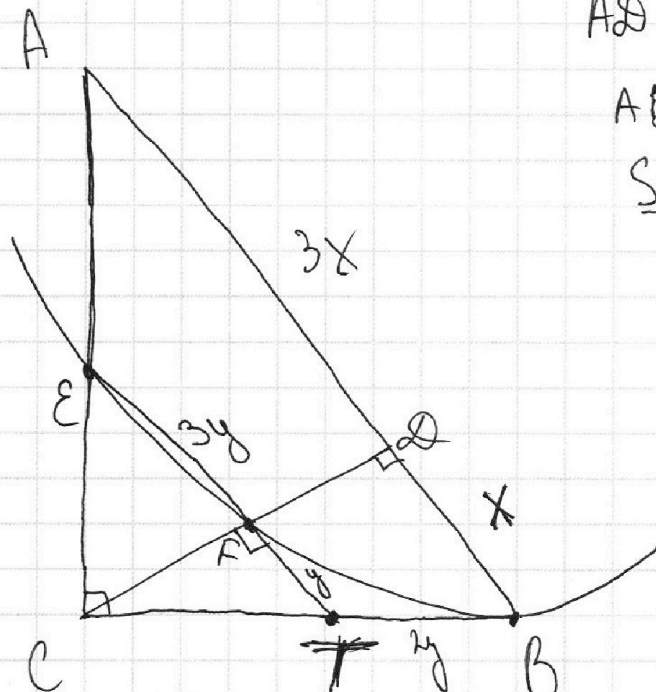
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AD : DB = 3 : 1$$

$$AB \parallel EF$$

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle CEF}} = ?$$

пусть $AD = 3x \Rightarrow DB = x$

$K = EF \cap CB$

$ET \parallel AB \Rightarrow \triangle CTE \sim \triangle CBA$

K - коэф. подобия $= \frac{4}{x}$

$\Rightarrow FT = y; FE = 3y$ (высота делит в том же отношении)

CD - высота из прямого \angle треугольника CBA

$$\Rightarrow CD = \sqrt{DB \cdot DA} = \sqrt{3x^2} = x\sqrt{3}$$

TB - кас. к ω ; TE - секущая

$$\Rightarrow TB^2 = y \cdot 4y^2 = 4y^3$$

$$\Rightarrow TB = 2y, y > 0$$

~~$\frac{1}{2} \cdot 3y \cdot \frac{1}{2} \cdot y \sqrt{3} \cdot 3y$~~
 ~~$\frac{1}{2} \cdot y \sqrt{3} \cdot 4y + \frac{1}{2} \cdot (y+1) \sqrt{3} \cdot (y+1)$~~
 ~~$= \frac{3y^2}{4y^2 + 4(y+1)^2}$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Delta CFT \sim \Delta CDB$$

$$\frac{2y + CT}{CT} = \frac{x}{y}$$

$$1 + \frac{2y}{CT} = \frac{x}{y}$$

$$\frac{2y}{CT} = \frac{x-y}{y}$$

$$CT = \frac{2y^2}{x-y}$$

$$CB = \frac{y \cdot CT}{x-y} + 2y = \frac{2y^2 + 2xy - 2y^2}{x-y} = \frac{2xy}{x-y}$$

Th Тюрингера для ΔCDB

$$3x^2 + x^2 = \frac{4x^2y^2}{(x-y)^2}$$

$$4x^2 = \frac{4x^2y^2}{(x-y)^2} \Rightarrow (x-y)^2 = y^2$$

$$x > y \Rightarrow x-y = y \Rightarrow x = 2y \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{1}{2}$$

$$S_{\Delta CFT} = \frac{1}{4} S_{\Delta ACB}$$

$$\frac{S_{\Delta CFE}}{S_{\Delta CFT}} = \frac{3y}{y} \text{ (общая высота)}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta CFE} = \frac{3}{4} S_{\Delta CFT}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta CFE} = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} S_{\Delta ACB} \Rightarrow \frac{S_{\Delta ACB}}{S_{\Delta CFE}} = \frac{16}{3}$$

Ответ: $\frac{16}{3}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5 \operatorname{arcsin}(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$5 \operatorname{arcsin}(\sin(x + \frac{\pi}{2})) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\operatorname{arcsin}(\sin(x + \frac{\pi}{2})) = \frac{1}{5}(x + \frac{\pi}{2})$$

$$\frac{1}{5}(x + \frac{\pi}{2}) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$4(x + \frac{\pi}{2}) = 0$$

$$x = -\frac{\pi}{2}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{\pi}{2}$$

$$\operatorname{arcsin}(\sin(x + \frac{\pi}{2})) = \frac{1}{5}(x + \frac{\pi}{2})$$

$$\sin(\frac{1}{5}(x + \frac{\pi}{2})) = \sin(x + \frac{\pi}{2})$$

$$\sin(x + \frac{\pi}{2}) - \sin(\frac{1}{5}(x + \frac{\pi}{2})) = 0$$

$$2 \sin(\frac{2}{5}(x + \frac{\pi}{2})) \cos(\frac{3}{5}(x + \frac{\pi}{2})) = 0$$

$$\sin(\frac{2}{5}(x + \frac{\pi}{2})) = 0$$

$$\frac{2}{5}(x + \frac{\pi}{2}) = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos(\frac{3}{5}(x + \frac{\pi}{2})) = 0$$

$$\frac{3}{5}(x + \frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x + \frac{\pi}{2} = 2,5 \pi n$$

$$x + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi k}{6} + \frac{5}{3} \pi k$$

$$-5 \leq 5 \operatorname{arcsin}(\cos x) \leq 5$$

$$\Rightarrow -5 \leq x + \frac{\pi}{2} \leq 5$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$-5 \leq 2,5\pi n \leq 5$$

$$-2 \leq \pi n \leq 2, n \in \mathbb{Z}$$

подходит только $n=0$

$$-5 \leq \frac{5\pi}{6} + \frac{5}{3}\pi k \leq 5$$

$$-5 \leq \frac{5\pi + 10\pi k}{6} \leq 5$$

$$-30 \leq 5\pi + 10\pi k \leq 30$$

$$-6 \leq \pi + 2\pi k \leq 6$$

подходит $k=-1; 0$

$$\left[\begin{array}{l} x + \frac{\pi}{2} = 0 \\ x + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6} - \frac{5\pi}{3} \\ x + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6} \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{2} \\ x = -\frac{4\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} \end{array} \right.$$

Ответ: $-\frac{4\pi}{3}; -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5ax + 2y - 3b = 0$$

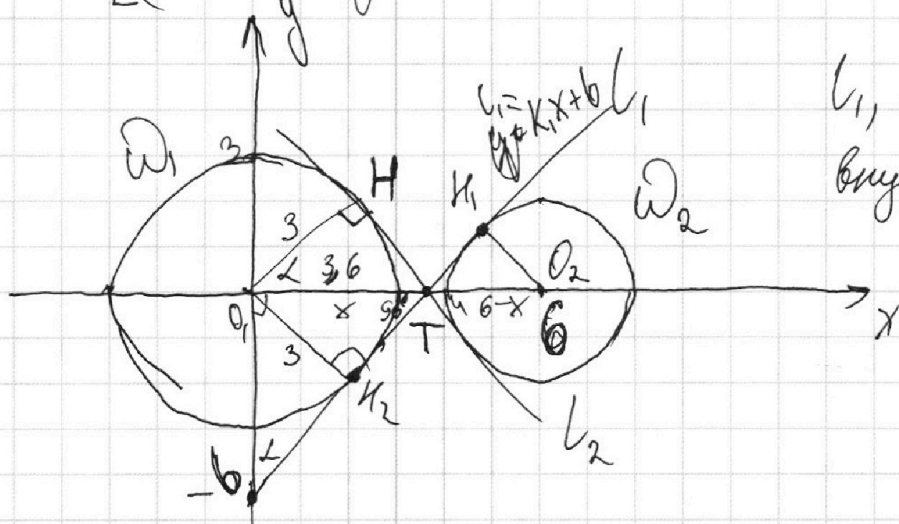
$$(x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0$$

а-? найдётся в иреш

$$(x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0$$

$$x^2 + y^2 = 9 \quad \omega_1$$

$$(x-6)^2 + y^2 = 4 \quad \omega_2$$



l_1, l_2 - общие
внутр. касательные

$$ax + 2y - 3b = 0$$

$$2y = -ax + 3b$$

$y = -\frac{a}{2}x + 1,5b$ - эта прямая должна пересекать

окружности в 4х точках, но так как ка-во
тогда Δ -я прямой и $\omega = 2 \Rightarrow$ каждую

окружность прямая должна пересечь в 2х точках

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что мы всегда можем подобрать b :
прямая пересечёт ω_1 в не точке.

ω_2 будет пересечена в 2х точках, если
 $-\frac{a}{2} > \text{коэф. } l_2$; $-\frac{a}{2} < \text{коэф. } l_1$

Заметим, что l_1 сим. l_2 отн. Ox

Пусть $\angle KO_1T = \alpha$ (см. рис.)

$\angle KO_1T = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \angle O_1TO_2 = 90^\circ - \alpha$ (из симметрии)

$\angle KO_2T = \angle O_1TO_2 = 90^\circ - \alpha$ (верт.)

$\Rightarrow \triangle O_1KO_1T \sim \triangle O_2KO_2T$ (по 2 углам)

$$\Rightarrow \frac{O_1K}{O_2K} = \frac{O_1T}{O_2T}$$

пусть $O_1T = x$
 $O_2T = 6 - x$

$$\frac{3}{2} = \frac{x}{6-x}$$

$$18 - 3x = 2x \quad 5x = 18 \quad x = \frac{18}{5} = 3,6$$

$$l_1 = k_1x + b = 0$$

$$x = \frac{-b}{k_1} = 3,6 \quad b = -3,6k_1$$

$$l_1 = k_1x - 3,6k_1$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{KT}{O_1K} = \frac{\sqrt{3,6^2 - 9}}{3} = k_1 \frac{\sqrt{3,6^2 - 9}}{3} - \frac{a}{2} \leq \frac{\sqrt{3,6^2 - 9}}{3}$$

$$\text{Ответ: } -2 \left(\frac{\sqrt{3,6^2 - 9}}{3} \right) \leq k_1 \leq 2 \left(\frac{\sqrt{3,6^2 - 9}}{3} \right)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_3^4 x + 6 \frac{1}{\log_3 x} = 2,5 \log_x 3 - 8$$

$$\log_3^4 x + 6 \frac{1}{\log_3 x} = 2,5 \frac{1}{\log_3 3} - 8$$

$$\log_3^4 x + 3,5 \frac{1}{\log_3 x} - 8$$

$$t^4 + 3,5t - 8 = 0$$

$$f'(t) = 4t^3 + 3,5$$

$$6^3 = -35$$

$$\frac{5\sqrt{6}}{6} - \frac{5\sqrt{6}}{3} = -\frac{5\sqrt{6}}{6}$$

$$\frac{5\sqrt{6}}{6} - \frac{5\sqrt{6}}{3} = -\frac{5\sqrt{6}}{6}$$

$$\frac{5\sqrt{6}}{6} - \frac{5\sqrt{6}}{3} = -\frac{5\sqrt{6}}{6}$$

$$\frac{5\sqrt{6}}{6} - \frac{5\sqrt{6}}{3} = -\frac{5\sqrt{6}}{6}$$

$$\frac{5\sqrt{6}}{6} - \frac{5\sqrt{6}}{3} = -\frac{5\sqrt{6}}{6}$$

$$\frac{5\sqrt{6}}{6} - \frac{5\sqrt{6}}{3} = -\frac{5\sqrt{6}}{6}$$

$$\frac{5\sqrt{6}}{6} - \frac{5\sqrt{6}}{3} = -\frac{5\sqrt{6}}{6}$$

$$\frac{5\sqrt{6}}{6} - \frac{5\sqrt{6}}{3} = -\frac{5\sqrt{6}}{6}$$

$$\frac{5\sqrt{6}}{6} - \frac{5\sqrt{6}}{3} = -\frac{5\sqrt{6}}{6}$$

$$\frac{5\sqrt{6}}{6} - \frac{5\sqrt{6}}{3} = -\frac{5\sqrt{6}}{6}$$

$$\frac{5\sqrt{6}}{6} - \frac{5\sqrt{6}}{3} = -\frac{5\sqrt{6}}{6}$$

$$\frac{5\sqrt{6}}{6} - \frac{5\sqrt{6}}{3} = -\frac{5\sqrt{6}}{6}$$

$$\frac{5\sqrt{6}}{6} - \frac{5\sqrt{6}}{3} = -\frac{5\sqrt{6}}{6}$$

$$\frac{5\sqrt{6}}{6} - \frac{5\sqrt{6}}{3} = -\frac{5\sqrt{6}}{6}$$

$$\frac{5\sqrt{6}}{6} - \frac{5\sqrt{6}}{3} = -\frac{5\sqrt{6}}{6}$$

$$\frac{5\sqrt{6}}{6} - \frac{5\sqrt{6}}{3} = -\frac{5\sqrt{6}}{6}$$

$$\frac{5\sqrt{6}}{6} - \frac{5\sqrt{6}}{3} = -\frac{5\sqrt{6}}{6}$$

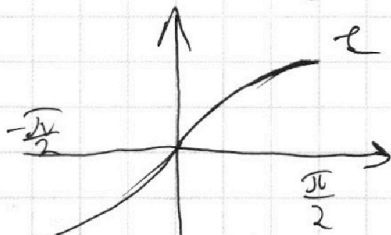
$$\frac{5\sqrt{6}}{6} - \frac{5\sqrt{6}}{3} = -\frac{5\sqrt{6}}{6}$$

$$\sin(\arcsin t) = t$$

$$\sin x = t$$

$$\arcsin(\sin t) = t$$

arcsin



$$[-1; 1]$$

$$k = -1$$

$$k = 0$$

$$-35\pi \leq 10\pi k \leq 25$$

$$-30 \leq 10\pi k + 5 \leq 30$$

$$-5 \leq \frac{10\pi k + 5}{6} \leq 5$$

$$\sqrt{9-x_0^2} + \sqrt{9-x_0^2} = \sqrt{9-x_0^2}$$

$$(\log_3 5y)^4 + \frac{2}{\log_3 5y}$$

$$\frac{\pi}{2} + \frac{5\sqrt{6}}{6} = \frac{8\sqrt{6}}{6}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(\frac{1}{5}\left(x + \frac{\pi}{2}\right)\right) = 2 \cdot \sin\left(\frac{2}{5}\left(x + \frac{\pi}{2}\right)\right) \cdot \cos\left(\frac{3}{5}\left(x + \frac{\pi}{2}\right)\right)$$

$$\sin\left(\frac{2}{5}\left(x + \frac{\pi}{2}\right)\right) = 0$$

$$\frac{2}{5}\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{5\sqrt{6}}{6} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} = \frac{5\sqrt{6}}{6}$$

$$\frac{5\sqrt{6}}{6} - \frac{\pi}{2} = \frac{5\sqrt{6}}{6} - \frac{\pi}{2} = \frac{5\sqrt{6}}{6} - \frac{\pi}{2}$$

$$= \frac{\pi}{3}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ax + 2y - 36 = 0 \quad y = 9 - x^2 \quad \frac{3}{2}$$

$$x^2 + y^2 = 9 \quad x^2 - 12x + 36 = (x-6)^2 = x^2 - 12x + 36$$

$$Kx + 6 = 0 \quad (x-6)^2 + y^2 = 4 \quad 3 = \sqrt{3,6 \cdot k^2 + 1}$$

$$K_1 x = -6 \quad 3 \frac{3}{5} = 3,6 \quad 9 = 3,6 \cdot k^2 + 1$$

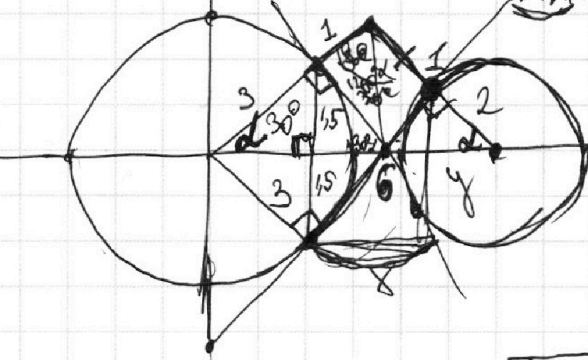
$$y_{кас} = \sqrt{-x^2 + 12x - 32} + \frac{6-x}{\sqrt{x^2 + 12x + 32}} (x-x_0)$$

$$u = x_0 + k^2 x_0^2 \quad y_{кас} = \sqrt{9-x_0^2} + \frac{-x_0}{\sqrt{9-x_0^2}} (x-x_0)$$

$$\frac{1}{2} \frac{1}{\log 5} = \frac{1}{\log 5} - 35$$

$$\frac{1}{\log 5} = \frac{1}{\log 5} - 35$$

$$\frac{1}{\log 5} = \frac{1}{\log 5} - 35$$



$$ax + 2y - 36 = 0 \quad \sqrt{36-1} = \sqrt{35} \quad x = \frac{-b}{K} = 3,6$$

$$2y = -ax + 36 \quad \sqrt{36-25} = \sqrt{11} \quad -b = 3,6K$$

$$y = -\frac{a}{2}x + 1,56 = 900 + 360 + 36 = 1296$$

$$x^2 + y^2 = 9 \quad 12,96 - 9 = 3,96 \quad y \in \sqrt{x^2 - 12x + 36}$$

$$y = \sqrt{9-x^2} \quad y = \sqrt{-x^2 + 12x - 32}$$

$$y' = \frac{-2x}{2\sqrt{9-x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{9-x^2}} \quad y' = \frac{-2x+12}{2\sqrt{-x^2+12x-32}}$$

$$\frac{-x_0}{\sqrt{9-x_0^2}} = \frac{6-x_1}{\sqrt{-x_1^2+12x_1-32}} \quad \geq \frac{6-x}{\sqrt{-x^2+12x-32}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

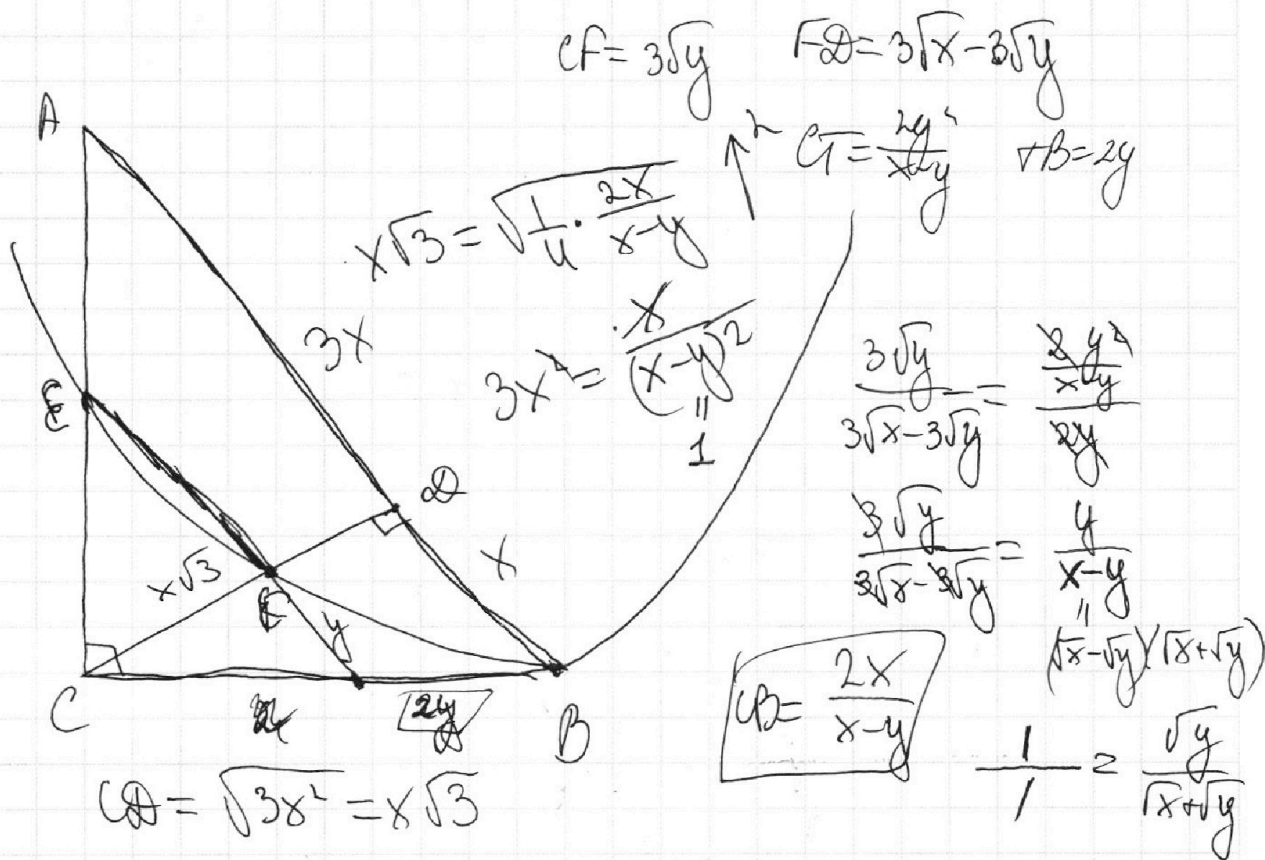
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$CA = \sqrt{3x^2} = x\sqrt{3}$$

$$CB = \frac{2x}{x-y}$$

$$\frac{1}{1} = \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x+y}}$$

$$\frac{4x^2}{(x-y)^2} = 3x^2 + 4x^2 - \frac{4x^2 + 4x^2}{3 \cdot 2} \quad CB = \frac{2y+2}{1} = \boxed{2y+2}$$

$$= \frac{-8x + 3x = -5x}{6} \quad CT = 2 \quad x=1$$

$$\frac{1}{(x-y)^2} = 1$$

$$(x-y)^2 = 1$$

$$\frac{2}{2y+2} = \frac{1}{y+1}$$

$$x-y = 1$$

$$x = y + 1$$

$$\frac{2y^2}{x-y} + 2y = \frac{2xy}{x-y}$$

$$CF = 3\sqrt{y}$$

$$CT = \frac{2y^2}{x-y}$$

$$\frac{4y^2}{(x-y)^2} = 3y^2 + y^2$$

$$(x-y)^2 = 1$$

$$\frac{y^2}{x^2} = \frac{y^2}{(y^2+1)^2}$$

$$\frac{x^2}{y^2} = \frac{(y^2+1)^2}{y^2} = \frac{y^2+2y+1}{y^2}$$

$$= 1 + \frac{2}{y} + \frac{1}{y^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(\log_3 X)^4 + 6 \log_x 3 = \log_x 243 - 8 \quad \text{ОДЗ: } x > 0, x \neq 1$$

$$(\log_3 X)^4 + \frac{6}{\log_3 X} = \frac{5}{2} \log_x 3 - 8 \quad \log_x 3 = t$$

$$t^4 + \frac{6}{t} = 2,5t - 8 \quad | \cdot t$$

$$t^5 - 2,5t^2 + 8t + 6 = 0 \quad \text{AA } t=1 \quad 1 - 2,5 + 8 + 6 = 0$$

$$f'(t) = 5t^4 - 5t + 8 = 0 \quad \text{AA } 5t^4 + 16t + 12 = 0$$

$$5t(t^3 - \frac{1}{5}) + 8 > 0 \quad \text{AA } t = -1$$

$$(5t^4 - 5t)' = 20t^3 - 5 = 0$$

$$t^3 = \frac{1}{4} \quad t < 1$$

↑
min

$$-1 - 2,5 - 8 + 6 < 0$$

$$t = -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{25} - 2,5 \cdot \frac{1}{4} - 4 + 6$$

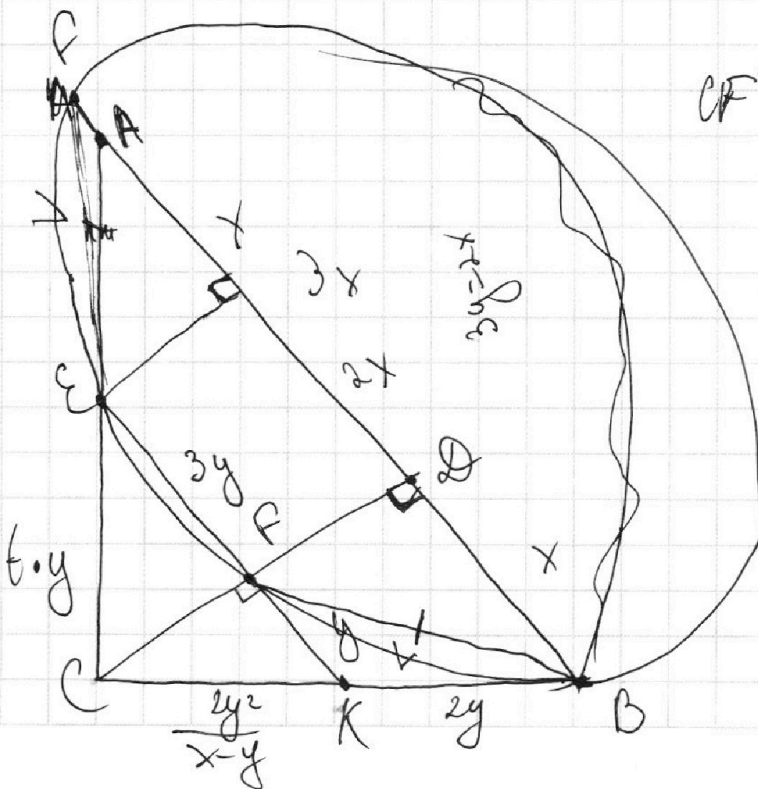
$$CK^2 = \frac{xy^4}{x^2y^2} - y^2 = \frac{xy^2}{x-y} + 2y = \frac{2xy}{x-y}$$

$$\frac{CK}{y} = \frac{CK + 2y}{x}$$

$$\frac{x}{y} = 1 + \frac{2y}{CK}$$

$$\frac{x-y}{y} = \frac{2y}{CK}$$

$$CK = \frac{2y^2}{x-y}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$ab: 2^9 3^{10} 5^{10}$
 $bc: 2^{14} 3^{13} 5^{13}$
 $ac: 2^{19} 3^{18} 5^{30}$

Найти abc

a
b
c

$10+13+30$

$53:2 = 26,5$

$19+14 = 33+5 = 42$

$$\begin{cases} a+b \geq 10 \\ b+c \geq 13 \\ a+c \geq 18 \end{cases}$$

$41:2$

20

$28+14 = 42$

21

$2a+2b+2c \geq$

$$\begin{cases} a+b \geq 9 \\ b+c \geq 14 \\ a+c \geq 19 \end{cases}$$

$a-x(3)$

$c-18-x$

$10-x = 10-x$

$13-18+x = x-5$

$10-x = x-5$

$2x = 15 \quad x = 7,5$

$x=7 \quad x=8$

$\min = 3 \quad \min = 3$

$x-5 = 9-x$

$2x = 14 \quad x = 7$

$\frac{1}{\log_3 x} = \frac{1}{\log_3 x}$

$abc: 5^{30}$

~~$a-5^{10} \quad c-5^{20} \quad b-5^3$~~

~~$a-5^{15} \quad c-5^{15}$~~

$b+a \geq 10$

$b+c \geq 13$

$a+c \geq 18$

$\frac{5}{2} \log_3 3 - x$

$\frac{6}{\log_3 x} = \frac{6}{\log_3 x}$

$8 + 10 + 13 = 41$

$\log_3 3 = \log_3 2 + \log_3 2 + \log_3 3 - 8$

2^{19}

$a-x$

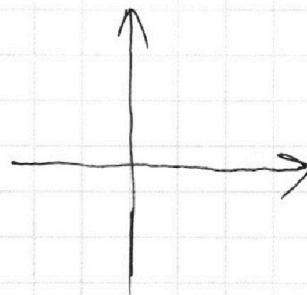
$c-19-x$

$a=7 \quad c=12 \quad b=2$

$b = 14 - 19 + x = x - 5$

$b = 9 - x = 9 - x$

$a=7 \quad c=12 \quad b=2$

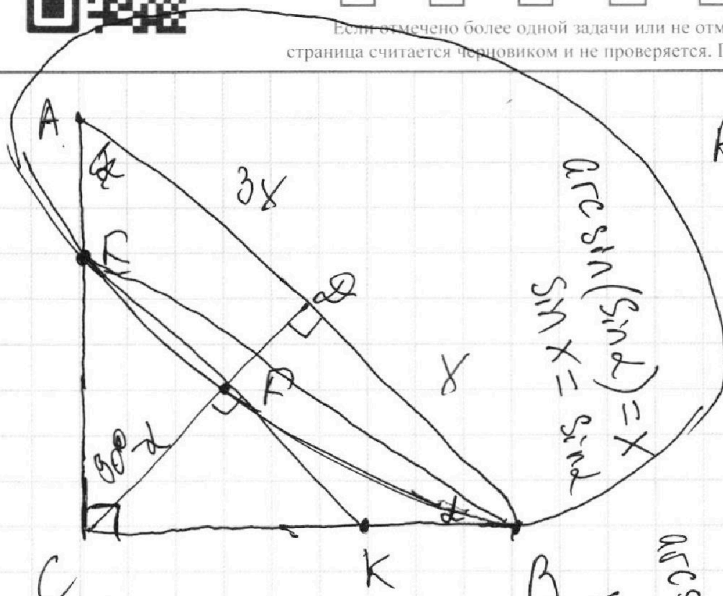


На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



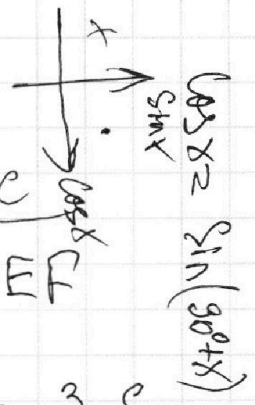
$\arcsin(\sin 2) = x$
 $\sin x = \sin 2$

$AB \parallel EF$

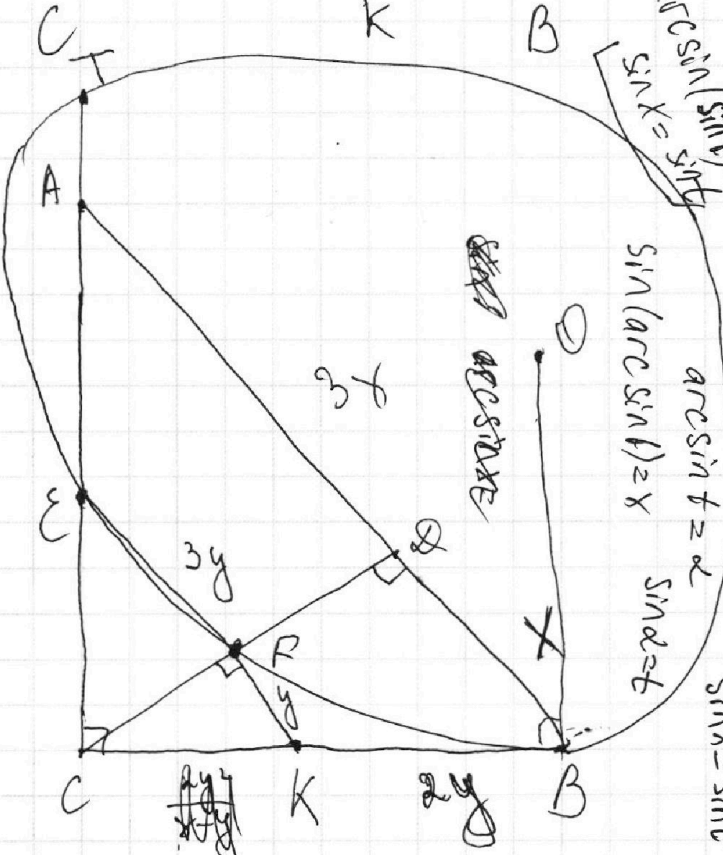
$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle CEF}} = \dots$

$S_{\triangle CEF} = \frac{3}{4} S_{\triangle CEK}$

$AC^2 = 16x^2 - 4x^2 + 4x^2$



$\arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$
 $\cos 46^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $\sin 43^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$



$\arcsin(\sin t) = x$
 $\sin(\arcsin t) = x$
 $\arcsin t = x$
 $\sin x = \sin t$

$\frac{x}{y} = k$

$KB^2 = y \cdot 4y = 4y^2$

$KB = 2y$

$CB = \frac{2y^2}{x} + 2y = \frac{2y^2 + 2xy}{x}$
 $= \frac{2y(x+y)}{x}$

$\arcsin(\sin(\theta)) = 0$
 $\frac{5}{x + \frac{\pi}{2}} = x + \frac{\pi}{2}$

$\frac{y}{x} = \frac{CK}{CK + 2y}$

$\frac{CB}{CK} = \frac{x}{y}$

$\frac{CK + 2y}{CK} = \frac{x}{y}$
 $CK = \frac{2y^2}{x - y}$

$x = -\frac{\pi}{2}$
 $1 + \frac{2y}{CK} = \frac{x}{y}$
 $\frac{2y}{CK} = \frac{x - y}{y}$