



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 4

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
- [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $AC = k \cdot 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$

$$BC = 2^{14} \cdot 3^{26} \cdot 5^{13} \cdot k_2$$

$$AB = 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \cdot k_3, \quad \text{где } k_1, k_2, k_3 \in \mathbb{N}$$

Тогда

$$ab \cdot bc = ab^2 c = k$$

$$ab \cdot bc = k_3 \cdot k_2 \cdot 2^{20} \cdot 3^{34} \cdot 5^{24} = ac \cdot b^2.$$

$$ac \cdot b^2 \geq ac = k$$

$$ac : 5^{28} \rightarrow ab^2 c : 5^{28}$$

Тогда $k_3 k_2 = k_4 \cdot 5^4, k_4 \in \mathbb{N}$.

$$abc = \sqrt{a^2 b^2 c^2} = \sqrt{ab \cdot bc \cdot ac} = \sqrt{k_1 k_2 k_3 \cdot 2^{36} \cdot 3^{53} \cdot 5^{52}} =$$

$$= 2^{18} \cdot 5^{26} \cdot \sqrt{3^{53} k_1 k_2 k_3} = \left\{ \begin{array}{l} k_1 k_2 = k_5 \cdot 5^4 \\ k_5 \in \mathbb{N} \end{array} \right.$$

$$= 2^{18} \cdot 5^{26} \cdot 5^{20} \cdot \sqrt{3^{53} k_5 k_4} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Заметим, что если } a_i \in \mathbb{N}, \\ a_i^2 : 3^{53}, \text{ то } a_i : 3^{30}, \text{ т.к.} \end{array} \right.$$

$$= 2^{18} \cdot 5^{28} \cdot 3^{30} \cdot \sqrt{k_5}$$

$$\sqrt{k_5} \geq 5. \quad \text{Причём при}$$

$$k_5 = 1 \text{ условие выполнено:}$$

$$abc = 2^{18} \cdot 5^{28} \cdot 3^{30}$$

заметим, что если $a_i \in \mathbb{N}$,

$$a_i^2 : 3^{53}, \text{ то } a_i : 3^{30}$$

квадрат чисел четные

следующий квадратный

всегда четное

тогда пусть $k_3 k_4 = 3 k_5, k_5 \in \mathbb{N}$.

$$a = 2^4 \cdot 3^8 \cdot 5^{13} \quad b = 2^2 \cdot 3^5 \quad c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{15} \quad \text{Все условия}$$

Ответ: $2^{18} \cdot 5^{28} \cdot 3^{30}$. выполнены.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{S_{CAD}}{S_{CEF}} = \frac{AD^2}{CE^2}, \text{ т.к. } \triangle CAD \sim \triangle FCE -$$

но $\angle CEF = \angle CDA$ и $\angle CAD = \angle FCE = 90^\circ - \angle CBD$.

$CD = \sqrt{AD \cdot DB} \Leftrightarrow (\text{т.к. } \triangle ADC \sim \triangle CDB)$.

(но 2 угла $\angle CDA = \angle CDB$ и $\angle CAD = \angle CBD$).

$$\left(\frac{CD}{AD} = \frac{DB}{CR} \right)$$

$$\text{тогда } CD = \sqrt{\frac{2}{7}AB \cdot \frac{5}{7}AB} = \frac{\sqrt{10}}{7}AB$$

$$CE = \frac{1}{2}CD = \frac{\sqrt{10}}{14}$$

$$\frac{AD^2}{CE^2} = \frac{\left(\frac{2}{7}AB\right)^2}{\left(\frac{\sqrt{10}}{14}AB\right)^2} = \frac{\frac{4}{49}A^2B^2}{\frac{10}{196}A^2B^2} = \frac{2 \cdot 2}{5} = \frac{4}{5} = \frac{8}{5}$$

$$\text{Ответ: } \frac{8}{5}.$$



- 1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$FE \wedge AC = Q$$

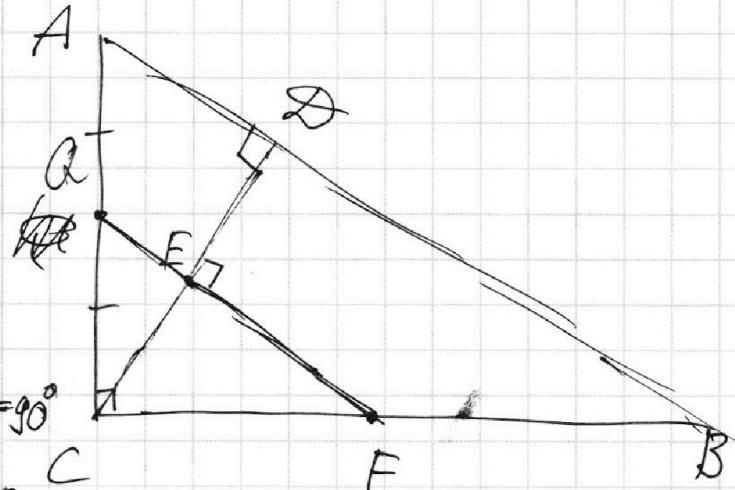
Заметим, что

в силу $EF \parallel AB$

$$\angle DEF = 180^\circ - \angle EDB = 90^\circ$$

тогда заметим, что

$$\angle QCA = 180^\circ - \angle CEF. \quad (1)$$



Отмечем окружность $\triangle CEF$ окружность.

заметим, что в силу (1) QC касается её

касается (б-бо уда) между касат. и сек.)
зная, что QC касается и опис. окр. $\triangle AEF$.

заметим, что для этих двух окружностей

EF является радикальной осью. тогда

$$\text{Pow}(Q, (AEF)) = \text{Pow}(Q, (CEF)), \text{ т.к. } Q \in FE.$$

в силу касания $AQ^2 = QC^2, AQ = QC$.

тогда в силу $QF \parallel AB$ QF - средняя линия

$\triangle ABC, CE = \frac{1}{2} CD$.

$$AB/BD = 3,4 = \frac{7}{5}$$

$$\cancel{AB = 5BD}$$

$$AD = \frac{2}{7} AB,$$

$$BD = \frac{5}{7} AB.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

62.

$$\operatorname{tg} \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$\operatorname{tg} \arccos \left(\sin \frac{\pi}{2} - x \cos \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \right) = 9\pi - 2x$$

$$\begin{cases} \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \mod_{2\pi} \in [0; \pi] \\ \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - x \right) = 9\pi - 2x \\ \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \mod_{2\pi} \in [\pi; 2\pi] \\ \operatorname{tg} \left(x - \frac{\pi}{2} \right) = 9\pi - 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \mod_{2\pi} \in [0; \pi] \\ 5\pi - 9\pi = 8x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \mod_{2\pi} \in [0; \pi] \\ \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \mod_{2\pi} \in [\pi; 2\pi] \\ 12x = 54\pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \mod_{2\pi} \in [0; \pi] \\ x = -\frac{1}{2}\pi \quad \cancel{\pi \in [0; \pi]} \quad \pi \in [0; \pi] \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \mod_{2\pi} \in [\pi; 2\pi] \\ x = \frac{7}{6}\pi \quad \cancel{\pi \in [\pi; 2\pi]} \quad \left(\frac{\pi}{2} - \frac{7}{6}\pi \right) \mod_{2\pi} \in [\pi; 2\pi] \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \frac{7}{6}\pi; -\frac{1}{2}\pi$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



В силу симметрии рисунка $k_A + k_B = 0$.

Пусть $O_1(0, 0)$, $O_2(-3, 0)$,

чр.-я окр-стей

$$x^2 + y^2 = 5^2$$

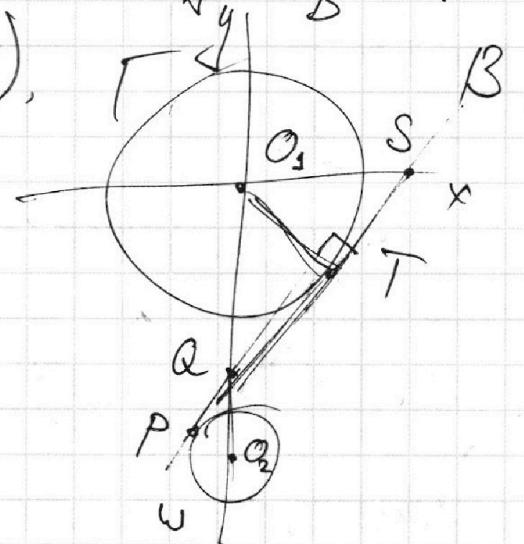
$$x^2 + (y+g)^2 = 81 = g^2$$

Решим для B :

$$\Gamma \cap B = T$$

$$B \cap W = P \quad B \cap (y=0) = S$$

$$B \cap (y=0) \quad B \cap (x=0) = Q$$



В силу гомотетичности окружностей

$\Gamma \rightarrow W$ с центром в Q и коэф-том $\frac{2}{7}$

$$\frac{O_3 Q}{O_2 Q} = \frac{5}{2}, \quad O_3 T = 5 \quad \angle Q T Q = 90^\circ, \quad O_3 Q = \frac{5}{7} \cdot 9 = \frac{45}{7}.$$

$$\sqrt{QT^2 - QT^2} = \sqrt{QO_3^2 - QT^2} = \sqrt{\left(\frac{45}{7}\right)^2 - 5^2} = 5\sqrt{\left(\frac{9}{7}\right)^2 - 1} =$$

$$= \frac{5}{7} \sqrt{9^2 - 7^2} = \frac{5}{7} \cdot \sqrt{2 \cdot 16} = \frac{20}{7} \sqrt{2}$$

$$\frac{O_3 T}{QT} = \frac{O_3 S}{O_3 Q} = \frac{5}{\frac{20}{7} \sqrt{2}} = \frac{7}{4\sqrt{2}}, \quad k_B = \frac{4\sqrt{2}}{7}.$$



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ан.

Решим сначала конструкции:

$$5x + 6ay - b = 0 \text{ - прямая. (1)}$$

4 пары решений тогда, когда она пересекает конструкцию ур-я 2 в 4 точках. т.е.
«пересекает обе окр-сти в 2 точках».
(уравнение 2 представимо на коорд.
кооскости в виде 2 окр-стей):

$$r((0;0), 5) \text{ и } w((0; -3), 2). \text{ т.е.}$$

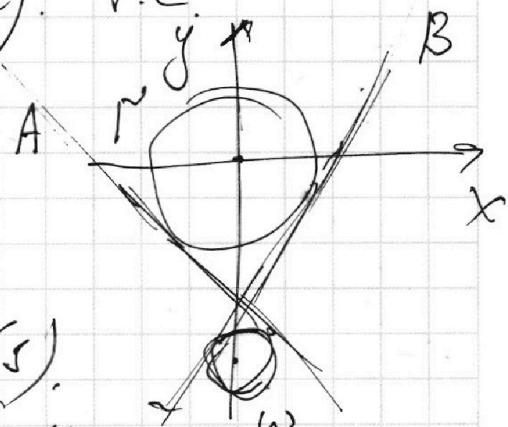
окр-сти не пересекаются

Теперь заметим что число
решений зависит в т.ч.

и от наклона прямой (1).

если она имеет наклон, близкий
прямой В или меньший прямой А,
то мы можем выбрать В так, чтобы
пересечь обе окружности.

т.е. $\left\{ \begin{array}{l} -\frac{5}{6a} < k_A < 0 \\ -\frac{5}{6a} > k_B > 0 \end{array} \right.$ найдем k_A и k_B .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$k_B = \frac{4\sqrt{2}}{7} < -\frac{5}{6a}$$

$$\cancel{\frac{4\sqrt{2}}{7} < -\frac{5}{6a}}$$

$$\text{согр. при } k_A > -\frac{4\sqrt{2}}{7} > -\frac{5}{6a}$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{7} < -\frac{5}{6a} \rightarrow a < 0$$

$$\frac{4\sqrt{2}a}{7} > -\frac{5}{6}$$

$$a > \frac{-5 \cdot 7}{6 \cdot 4\sqrt{2}} = -\frac{35}{24\sqrt{2}}$$

$$\text{согр. при } k_A > -\frac{4\sqrt{2}}{7} > -\frac{5}{6a} \quad a > 0$$

$$\frac{4\sqrt{2}a}{7} < -\frac{5}{6} \quad a < \frac{35}{24\sqrt{2}}$$

$$a \in \left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}, \frac{35}{24\sqrt{2}}\right).$$

Ответ: \nearrow

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_{55}^4 x - 6 \log_x 55 = \log_x 3 \frac{1}{125} - 5^0 \quad x > 0 \\ x \neq 5$$

$$\frac{1}{\log_x 55} - 6 \log_x 55 = \frac{1}{125} - \frac{2}{3} \log_x 55 - 5^0$$

$$\log_x 5 - 6 \log_x 55 = -\frac{2}{3} \log_x 55 - 5 \log_x 55$$

$$\frac{16}{3} \log_x 55 - 5 \log_x 55 - 5 = 0$$

$$\log_x 55 = t$$

$$16t^5 - 5 \cdot 3t^4 - 5 = 0$$

Одн. корень $t = 1$, делли на $(t-1)$

проводим аналогичные преобразования со втор.

$$0,5y = p$$

Ур-е. дл.

$$\frac{1}{\log_p 55} + 6 \log_p 55 = \frac{3}{-13} \log_p 55 - 5^0$$

$$\log_p 55 = q$$

$$1 + \log_p 55 = \frac{-3}{413} \log_p 55 - 5 \log_p 55$$

$$16q^5 - 15q^4 - 5 = 0$$

Получаем то же самое Ур-е.

Одн. корень $q = 1$, делли на $(q-1)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Решение не зависит от положения P, Q .

$$POW(S, \sqrt{2}) = POW(M, \sqrt{2}) \quad (1)$$

$$POW(S, \sqrt{2}) =$$

$$\geq PS \cdot PQ = |(\vec{PQ} + \vec{SP})|.$$

$$|\vec{SP}| = |\vec{PQ} + \vec{QM}| \cdot |\vec{QM}|,$$

но $QM = SP$, тогда

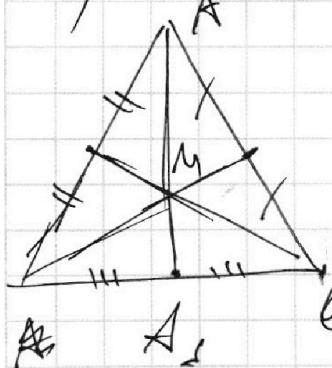
Доказано, также $AK^2 = AL^2 = POW(A, \sqrt{2})$.

$$AK^2 = AL^2. SL^2 = KM^2 \quad (\text{из } (1)). \quad \text{тогда}$$

$$SL = KM, AK = KL, AS = AM.$$

$$AM = \frac{2}{3} AA_s, AA_s = 30$$

a) Найдем S_{ABC} :



$$AA_s = 30$$

$$BC = 20 \quad S_{ABC} = 180$$

$$P(A, BC) = 9 \cdot 2 = 18$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$(abc)^2 = k \cdot 2^6 \cdot 2^{14} \cdot 2^{16} \cdot 3^{13} \cdot 3^{25} \cdot 3^{25} \cdot 5^{24} \cdot 5^{28} =$$

$$= k \cdot 2^{36} \cdot 3^{34+25=59} \cdot 5^{52}$$

$2^{18} \cdot 3^{49+25=74} \cdot 5^{26} \rightarrow 28?$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{15}$$

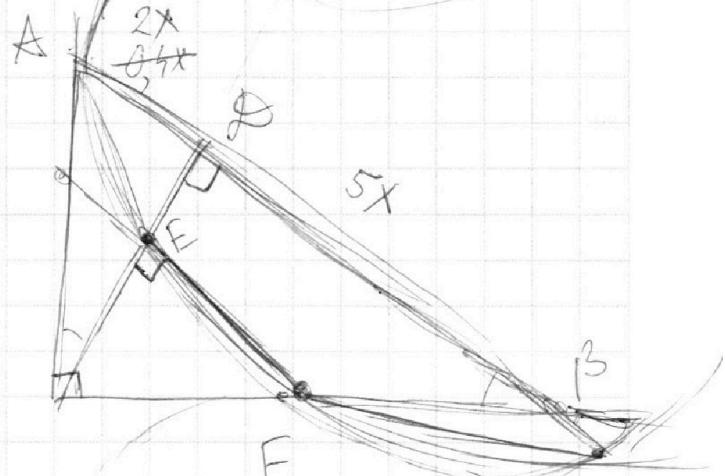
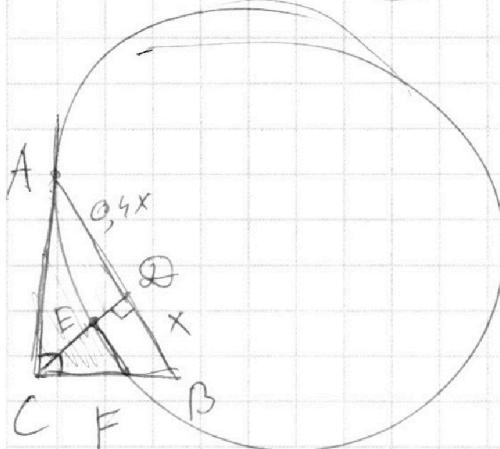
$$b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^2$$

$$a = 2^4 \cdot 3^8 \cdot 5^{13}$$

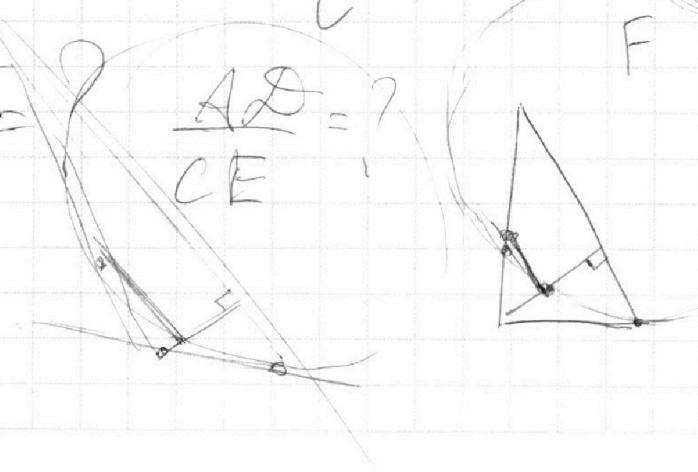
$$2^{14} \cdot 3^{22} \cdot 5^{15} = bc$$

~~$$2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{13} = ab$$~~

~~$$2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} = ac$$~~



$$\frac{CD}{FE} = ?$$





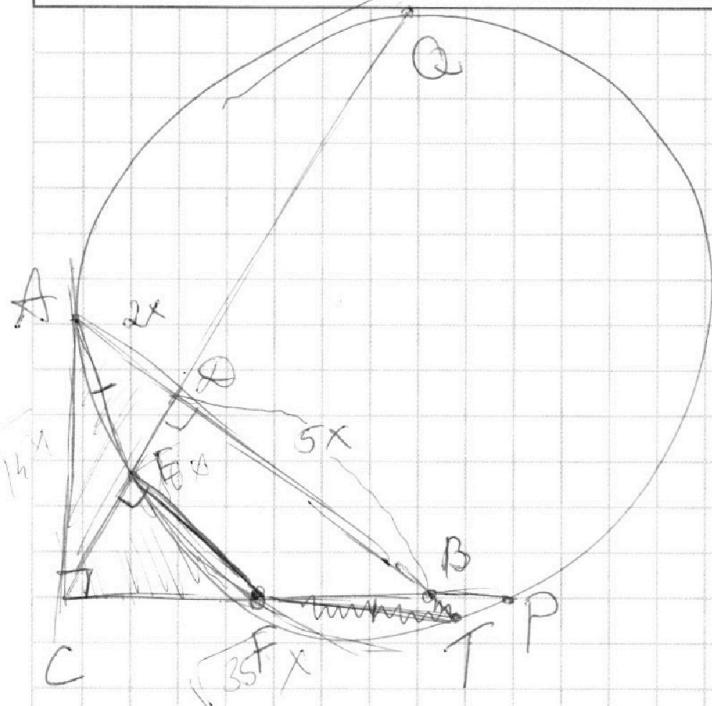
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AC^2 = QC \cdot EC = \\ = CF \cdot PC,$$

~~AB \cdot AC = AF \cdot AD~~

$$\frac{CF}{ED} = \frac{CF}{FB}$$

$$AB \cdot BA = FB \cdot PB$$

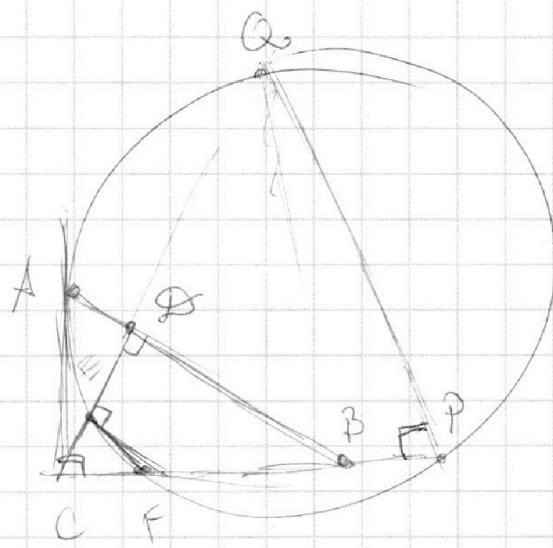
$$AC = \sqrt{14}x$$

$$CP = \sqrt{35}x$$

$$AC^2 = 14x^2 = EC \cdot QC =$$

$$= CF \cdot CP$$

$$= \frac{EC}{FC} = \frac{CP}{QC}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$0,5g = a$$

$$\log_{11}^4 a + \frac{1}{\log_{11} a} = \cancel{\frac{8}{13}}$$

P

$$= \frac{-13}{3 \log_{11} a} - 5$$

$$\log_{11}^4 a + \cancel{\frac{1}{\log_{11} a}} =$$

$$\log_a k b^n = \\ = \frac{1}{k} \log_a b$$

$$11^P = a = 0,5g$$

~~$$P^5 + 1 = -\frac{13}{3} - 5P$$~~

$$g = \frac{11^P}{2}$$

$$3P^5 + 3 = -13 - 15P$$

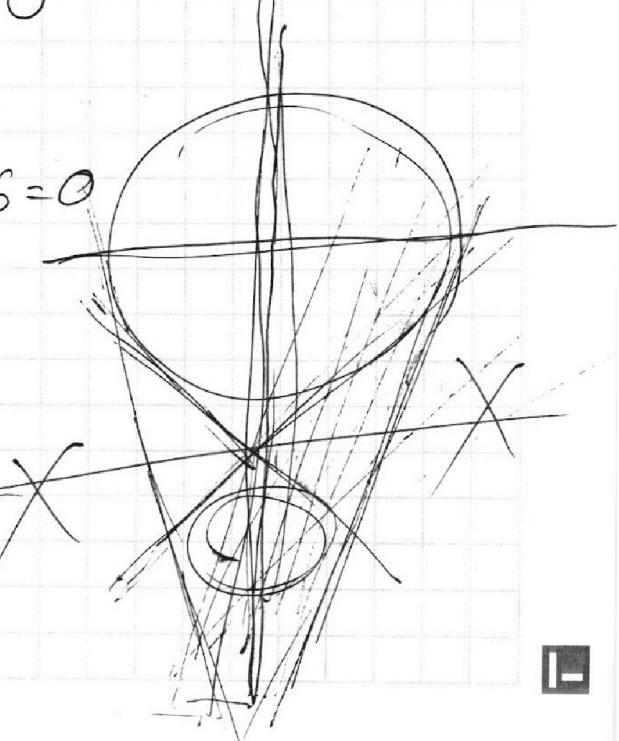
$$xy = \frac{11^{(P+t)}}{2}$$

$$3P^5 + 15P + 16 = 0$$

$$\text{II } -\frac{7}{6}\pi = -3 - \frac{2}{3}\pi \\ -3 \cdot 32 + 15 \cdot 2 + 16 = 0$$

$$x^2 + (y+g)^2 = 4 = 2^2$$

$$y^2 = \frac{-5}{6a} x + \frac{6}{6a}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c \quad a^{\log_a b} = b \quad b > 0$$

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{125} - 5^\circ \quad \text{at } 1$$

$$\log_{11}^4 x - 6/\log_{11} x = \frac{\log_x \frac{1}{125}}{3} - 5^\circ$$

$$= -\frac{\log_x 125}{3} - 5^\circ$$

$$= -\frac{2 \log_x 11}{3} - 5^\circ$$

$x \neq 1$
 $x \neq 0$

$$\log_{11}^4 x - 6/\log_{11} x = -5^\circ \quad \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$\log_{11}^4 x - 6/\log_{11} x = -\frac{2}{3 \log_{11} x} - 5^\circ$$

$$\log_{11}^4 x - 6/\log_{11} x = -\frac{2}{3 \log_{11} x} - 5^\circ$$

$$t^5 - 6 = -\frac{2}{3} - 5t \quad 11^t = x$$

$$3t^5 - 18 = -2 - 15t$$

$$3t^5 + 15t + 16 = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

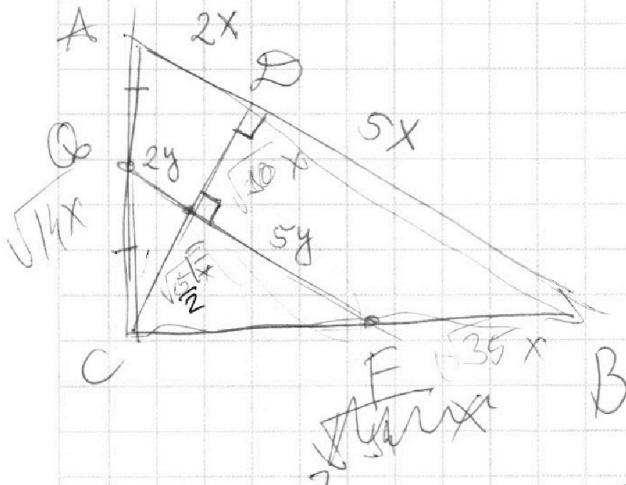
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

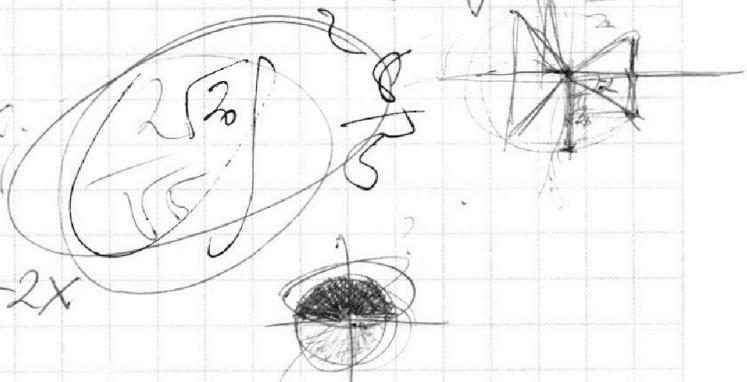
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{20}{3}\pi = 9\pi - \frac{7}{3}\pi$$

$$AQ = QE \cdot FE \quad QE \cdot QF = 2y \cdot 7y$$

$$10\arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$



$$\frac{\pi}{2} - \frac{7}{6}\pi = -\frac{2}{3}\pi$$

$$\frac{\pi}{2} - x \in [0, \pi]$$

$$\frac{\pi}{2} - x \in [\pi, 2\pi]$$

~~10\arccos~~

$$30 \cdot \frac{\pi}{2} - 30x = 9\pi - 2x$$

$$\frac{20}{3}\pi = 9\pi - 2x \quad 5\pi = 8x \quad -\pi = 2x$$

$$10x - 5\pi = 9\pi - 2x$$

$$x = -\frac{\pi}{2}$$

$$12x = 14\pi \quad x = \frac{14}{12}\pi = \frac{7}{6}\pi$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



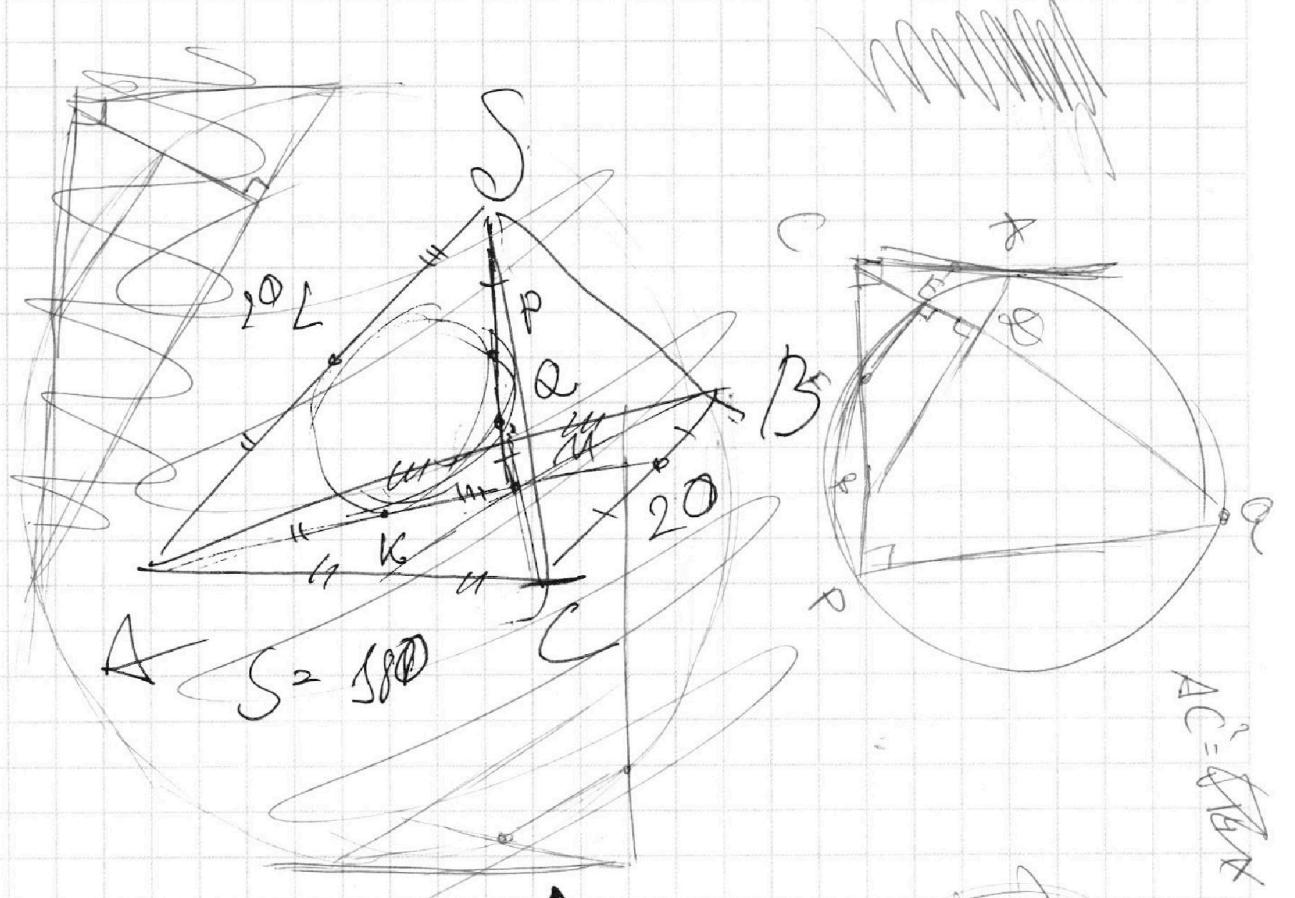
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AC^2 = \cancel{CE} \cdot \cancel{CF} \cdot 14x^2, \quad CE/\cancel{EF} = \frac{\sqrt{14}x}{\cancel{7}x} = \sqrt{\frac{2}{7}} = \frac{CP}{CQ}$$

$$CE \cdot CQ = 14x^2$$

$$AC^2 = CF \cdot CQ \cdot \sqrt{\frac{2}{7}}$$

$$14x^2 \cdot \sqrt{\frac{7}{2}} = CF \cdot CQ$$

