



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже ~~велосипедиста~~ ^{мотоциклиста}. Найдите расстояние между A и B .

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~Задача 1~~ Задача ~ 1.

~~abc : 3²¹ · 7³⁸~~

пусть $a : 3^{a_1} \cdot 7^{a_2}$
 $b : 3^{b_1} \cdot 7^{b_2}$
 $c : 3^{c_1} \cdot 7^{c_2}$

$\Rightarrow$ $ab : 3^{a_1+b_1} \cdot 7^{a_2+b_2}$
 $bc : 3^{b_1+c_1} \cdot 7^{b_2+c_2}$
 $ac : 3^{a_1+c_1} \cdot 7^{a_2+c_2}$

$$\begin{aligned} a_1 + b_1 &\geq 11 \\ a_2 + b_2 &\geq 11 \\ c_1 + b_1 &\geq 18 \\ a_1 + c_1 &\geq 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_2 + b_2 &\geq 11 \\ b_2 + c_2 &\geq 16 \\ a_2 + c_2 &\geq 38 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2(a_1 + b_1 + c_1) \geq 50$$

$$a_1 + b_1 + c_1 \geq 25$$

$$2(a_2 + b_2 + c_2) \geq 65$$

$$a_2 + b_2 + c_2 \geq 32,5$$

но a, b, c — натуральные
 $\Rightarrow a, b, c$ делятся на
целые степени 7

$\Rightarrow a_2, b_2, c_2$ — целые

$\Rightarrow a_2 + b_2 + c_2$ — целое

$$\Rightarrow a_2 + b_2 + c_2 \geq 33$$

$$\Rightarrow abc : 3^{25} \cdot 7^{33}, \text{ но } ac : 3^{21} \cdot 7^{38}$$

$$\Rightarrow abc : 3^{25} \cdot 7^{38}$$

$$\Rightarrow abc \geq 3^{25} \cdot 7^{38} \quad (\text{т.к. } a, b, c - \text{натур} \Rightarrow abc \neq 0)$$

$\Rightarrow$ максимальное значение $abc = 3^{25} \cdot 7^{38}$, достигается, например,

при $a = 3^7 \cdot 7^{19}, b = 3^4 \cdot 7^0, c = 3^{14} \cdot 7^{19}$

Ответ: $3^{25} \cdot 7^{38}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задание 2

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-10ab}$$

Эту дробь можно сократить на m

$$\Rightarrow a+b : m \quad \text{и} \quad (a+b)^2-10ab : m$$

$$\Rightarrow 10ab : m$$

~~a и m не взаимнопросты~~

если $ab : m \Rightarrow a+b \not\equiv m$, т.к. $\frac{a}{b}$ несократимая дробь (т.е. a и b - взаимнопросты)

~~m~~ $\Rightarrow$ ~~a и m~~ - взаимнопросты

Аналогично докаж., что b и m - взаимнопросты

$$10ab : m \quad ab \not\equiv m \quad (\text{из ранее доказ.})$$

$$\Rightarrow 10 : m \Rightarrow m_{\max} \leq 10$$

$$\Rightarrow m_{\max} = 10$$

Пример: $a=1 \quad b=9$

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2} = \frac{10}{1-8 \cdot 9+9^2} = \frac{10}{1-72+81} = \frac{10}{10}$$

Ответ: $m_{\max} = 10$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задание ~ 3

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} 2x^2 - 3x + 4 \geq 0 \\ 2x^2 + x + 3 \geq 0 \end{cases}$$

$$2x^2 - 3x + 4 + 2x^2 + x + 3 - 2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} = 1 + 16x^2 - 8x$$

$$-2\sqrt{4x^4 + 2x^3 + 6x^2 - 6x^3 - 3x^2 - 9x + 8x^2 + 4x + 12} = 12x^2 - 6x - 6$$

$$\sqrt{4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + 12} = -6x^2 + 3x + 3$$

$$\text{ОДЗ: } 4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + 12 \geq 0$$

$$4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + 12 = 36x^4 - 18x^3 - 18x^2 - 18x^3 + 9x^2 + 9x - 18x^2 + 9x + 9$$

$$32x^4 - 32x^3 - 38x^2 + 23x - 3 = 0$$

$$16x^3(2x-3) + 8x^2(2x-3) - 7x(2x-3) + (2x-3) = 0$$

$$(16x^3 + 8x^2 - 7x + 1)(2x-3) = 0$$

$$\begin{aligned} 2x-3 &= 0 \\ x_1 &= 1.5 \end{aligned}$$

$$16x^3 + 8x^2 - 7x + 1 = 0$$

$$16x^2(x+1) + 8x(x+1) + (x+1) = 0$$

$$(16x^2 - 8x + 1)(x+1) = 0 \quad \boxed{x_2 = -1}$$

$$16x^2 - 8x + 1 = 0 \quad \Delta = 64 - 64 = 0$$

$$x_3 = \frac{8}{32} = 0.25$$

Проверка: 1) $x = 1.5$

$$\begin{aligned} \sqrt{4.5 - 4.5 + 4} - \sqrt{4.5 + 1.5 + 3} &= 1 - 6 \\ 2 - 3 &= -1 \end{aligned}$$

2) $x = -1$

$$\begin{aligned} \sqrt{2 + 3 + 4} - \sqrt{2 - 1 + 3} &= 1 + 4 \\ 3 - 2 &= 1 \end{aligned}$$

3) $x = 0.25$

$$\sqrt{\frac{1}{8} - \frac{6}{8} + \frac{32}{8}} - \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{24}{8}} = 0$$

$$\sqrt{\frac{27}{8}} - \sqrt{\frac{27}{8}} = 0$$

Ответ: $x = 0.25$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

$$3x + 2y = z$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}, \quad x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$$

$$\Rightarrow 1) \quad z^2 = 9x^2 + 4y^2 + 12xy$$

$$\Rightarrow z = \frac{2}{\frac{3x}{xy} + \frac{1}{y}} = \frac{2xy}{3y+x}$$

$$\Rightarrow 2) \quad y = 0,5z - 1,5x$$

$$y = \frac{xy}{3y+x} - 1,5x = \frac{xy - 4,5xy - 1,5x^2}{3y+x}$$

$$3y^2 + xy = xy - 4,5xy - 1,5x^2$$

$$3y^2 + 4,5xy + 1,5x^2 = 0$$

решение отн. y

$$y^2 + 1,5xy + 0,5x^2 = 0$$

(решение отн. y)

$$D = 1,5^2 x^2 - 2x^2 = 0,25x^2 > 0 \Rightarrow 2 \text{ корня}$$

$$y_1 = \frac{-1,5x + 0,5x}{2} = -0,5x$$

$$y_2 = \frac{-1,5x - 0,5x}{2} = -x$$

$$1) \quad y = -0,5x \quad \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 4y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2} = \frac{-6x^2 - 8y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2} = \frac{-6x^2 - 2x^2 + 6x^2}{x^2 - 1,5x^2} = \frac{-2x^2}{-0,5x^2} = 4$$

$$2) \quad y = -x \quad \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{-6x^2 - 8y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2} = \frac{-6x^2 - 8y^2 + 12x^2}{x^2 - 6x^2} = \frac{-4x^2}{-4x^2} = 1$$

$\Rightarrow$ наибольшее возможное значение = 4

Ответ: 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задание ~ 6

v_B - скорость велосипедиста, км/ч

v_M - скорость мотоциклиста, км/ч

S - расстояние от А до В, км

$$\frac{S}{v_B} = \frac{S}{v_M} + 2 \Rightarrow S \cdot v_M = S v_B + 2 v_M v_B$$

$$\text{т.к. } v_M > 0 \quad v_B > 0 \quad S > 0 \Rightarrow v_M > v_B$$

$$\text{① } 2 v_M v_B = S(v_M - v_B)$$

$$96 + v_B \cdot \frac{S}{v_M} = v_M \cdot \frac{S}{v_B} \Rightarrow v_M^2 S = v_B^2 S + 96 v_M v_B$$

$$96 v_M v_B = S(v_M^2 - v_B^2)$$

$$\frac{S(v_M - v_B)(v_M + v_B)}{96} = \frac{S(v_M - v_B)}{2}$$

$$\text{② } v_M + v_B = 48$$

$$\frac{S}{v_B + 6} = \frac{S}{v_M + 6} + 1,25$$

$$S v_M + 6S = S v_B + 1,25 S v_M v_B + 7,5(v_M + v_B) + 45$$

$$2 \cdot S(v_M - v_B) = 1,25 S v_M v_B + 15 \cdot 48 + 90$$

$$4 v_M v_B = 2,5 S v_M v_B + 810$$

$$\text{③ } v_M v_B = 540$$

$$\text{из ②}$$

$$v_M + v_B = 48$$

$$v_M = 48 - v_B$$

$$\text{из ③}$$

$$48 v_B - v_B^2 = 540 = 0$$

$$\Delta = 2304 - 2160 = 144$$

$$v_B = \frac{-48 \pm \sqrt{144}}{-2} = 24 \pm 6$$

$$\text{т.к. } v_M > v_B \text{ (по условию доказ.)}$$

$$v_{B1} = 30$$

$$v_{M1} = 18$$

$$v_{B2} = 18$$

$$v_{M2} = 30$$

$$\text{из ① } S = \frac{2 v_M v_B}{v_M - v_B}$$

$$= \frac{1080}{30 - 18}$$

$$= \frac{1080}{12} = 90 \text{ км}$$

Ответ: 90 км



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{10}{1-8 \cdot 9+81} = \frac{10}{1-72+81} =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$$x^2 = \frac{1}{9}z^2 + \frac{4}{9}y^2 - \frac{4}{9}yz$$

$$y^2 = \frac{1}{4}z^2 + \frac{9}{4}x^2 - \frac{3}{2}xz$$

$$z^2 = 9x^2 + 4y^2 + 12xy$$

$$x^2 = \frac{9y^2z^2}{4y^2z^2 - 4yz}$$

$$y^2 = \frac{z^2x^2}{4x^2 + 9z^2 - 12xz}$$

$$z^2 = \frac{4x^2y^2}{9y^2 + x^2 + 6xy}$$

$$y = \frac{xy}{3y+x} - \frac{1.5x}{3y+x} = \frac{xy - 4.5xy - 1.5x^2}{3y+x}$$

$$3y^2 + yx = xy - 4.5xy - 1.5x^2$$

$$3y^2 + 4.5xy + 1.5x^2 = 0$$

$$y^2 + 1.5xy + 0.5x^2 = 0$$

$$y = \frac{-1.5x \pm \sqrt{1.5^2x^2 - 2x^2}}{2} = \frac{-1.5x \pm 0.5x}{2}$$

$$y = \begin{cases} -0.5x \\ 0 \end{cases} ; -x \begin{cases} \text{root} \\ \text{root} - x(9+x) \end{cases}$$

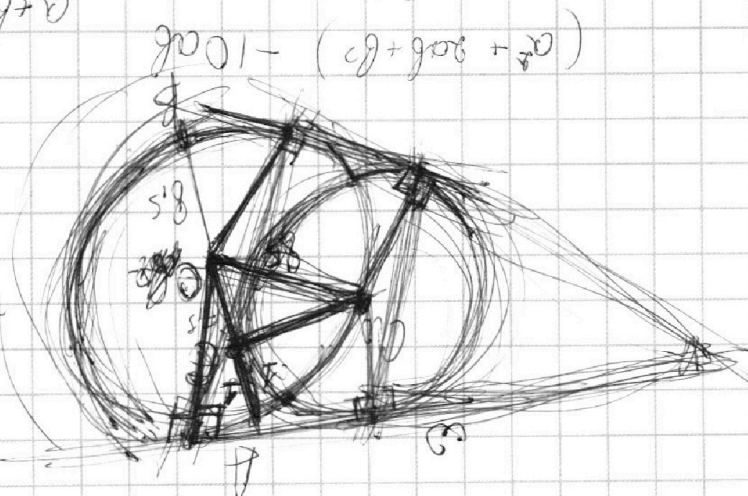
$$F < x$$

$$5.8 < 5.4 + x$$

$$(2.1.4) \ni x$$

$$9.1 > x$$

$$5.8 + 5.4 > x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задание 2 Черновик

$\frac{a}{b}$ - несократимая дробь, $a \in \mathbb{N}$ $b \in \mathbb{N}$

$\Rightarrow a$ и b - взаимнопростые числа

если дробь $\left(\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2} \right)$ можно сократить на m

$$\Rightarrow 1) a+b \equiv a^2-8ab+b^2 \pmod{m}$$

$$\Rightarrow 2) \begin{cases} m \leq a+b \\ m \leq a^2-8ab+b^2 \end{cases}$$

$\Rightarrow 3) m$ и a - взаимнопростые, m и b - взаимнопростые
(т.к. иначе $(a+b) \div m$ т.к. $a \div b$)

$$a-a^2 \equiv b^2-b-8ab \pmod{m}$$

$$a(a-1) \equiv b(b-1-8a) \pmod{m}$$

$\Rightarrow$ либо $a \div b \ominus$ (по усл.)
либо $b \div m \ominus$ (по ранее доказ.)
либо $(a-1) \div b \Rightarrow a-1 \geq b$

$$a-a^2+8ab \equiv b^2-b \pmod{m}$$

$$a(1-a+8b) \equiv b(b-1) \pmod{m}$$

$\Rightarrow$ либо $b \div a \ominus$ (по усл.)
либо $a \div m \ominus$ (по ранее доказ.)
либо $(b-1) \div a \Rightarrow b-1 \geq a \ominus$
т.к. $a-1 \geq b$ (по ранее доказ.)

$\Rightarrow (a+b)$ и $(a^2-8ab+b^2)$ - взаимнопростые

$$\Rightarrow m_{\max} = 1$$

Ответ: $m_{\max} = 1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$$b = 3^4 \cdot 7^0$$

$$a = 3^1 \cdot 7^{19}$$

$$c = 3^1 \cdot 7^{19}$$

29

$$(-6x^2+3x+3)(-6x^2+3x+3)$$

$$c_1 \geq 4$$

$$c_1 \geq 14$$

$$a_1 \geq 7$$

$$16x^4(x-3) + 8x^2(2x-3) - 7x(2x-3) + 2x-3$$

$$xy^2 = \frac{2xy^2 \cdot 2x}{(3y+x)(2y-2(2x-3))}$$

$$\frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} = \frac{a+b}{(a-b)^2-6ab}$$

$$6xy^2 = \frac{a+b+a^2-6ab+b^2}{a^2-2ab+b^2}$$

$$a^2-8ab+b^2 \neq a \neq b$$

$$2x^2-3x+4 + 2x^2+x+3 - 2\sqrt{(2x^2-3x+4)(2x^2+x+3)} = 1+16x^2-8x$$

$$-2\sqrt{4x^4+2x^3+6x^2-6x^3-3x^2-9x+8x^2+4x+12} = 12x^2-6x-6$$

$$\sqrt{4x^4-4x^3+11x^2+4x+12} = -6x^2+3x+3$$

$$4x^4-4x^3+11x^2+4x+12 = 36x^4-18x^3-18x^2-18x^3+9x^2+9x-18x^2+9x+9$$

$$4x^4-4x^3+11x^2+4x+12 = 36x^4-36x^3-27x^2+18x+9$$

$$32x^4-32x^3-16x^2+14x-3=0$$

$$32x^4(x-3) + 64x^2(x-3) + 16x^3(2x-3) + 18x^2(2x-3) + 4x(2x-3) =$$

$$x = \frac{9}{2}$$

$$2x^4-4x^3-4x^2+2x-3=0$$

$$(2x^4-6x^3) + (2x^3-6x^2) + x^2 =$$

$$a \cdot b = \frac{a^2-8ab+b^2}{x+8x}$$

$$\frac{x+8x}{8+x} =$$

$$\frac{8+x}{1} =$$

$$\frac{8+x}{1} = 8+x$$

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 100} \\ \underline{40} \\ 60 \\ \underline{60} \\ 0 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

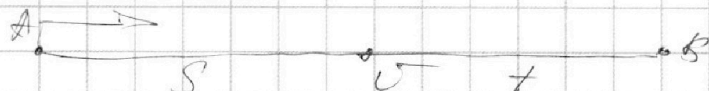
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



B

M

$$\begin{array}{r} 1080 \\ - 108 \\ \hline 972 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1080 \\ - 96 \\ \hline 984 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,25 \\ - 12 \\ \hline 0,625 \end{array}$$

$$\frac{S}{U_B} = \frac{S + 2U_M}{U_M} \Rightarrow U_M S = U_B S + 2U_M U_B$$

$$U_B S = U_M S - 2U_M U_B$$

$$2U_M U_B = -U_B S + U_M S$$

$$\frac{U_B S + 96U_M}{U_M} = \frac{U_M S}{U_B} \Rightarrow U_M^2 S = U_B^2 S + 96U_M U_B$$

$$\frac{S}{U_B + 6} = \frac{S + 1,25U_M + 7,5}{U_M + 6}$$

$$S U_M + 6S = S U_B + 1,25U_M U_B + 7,5U_B + 6S + 7,5U_M + 45$$

$$1,25U_M U_B + 7,5U_B + 6,5U_M + 45 = S U_M - S U_B$$

$$(1,625U_M S - 0,625U_B S) + 7,5U_B + 6,5U_M + 45 = S(U_M - U_B)$$

$$810 \quad || \cdot 15$$

$$U_M U_B = \frac{U_M^2 S - U_B^2 S}{96} = \frac{U_M S - U_B S}{2}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 15 \\ \hline 240 \\ 48 \\ \hline 720 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 270 \\ \times 2 \\ \hline 540 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2304 \\ - 2160 \\ \hline 144 \end{array}$$

$$(U_M - U_B)(U_M + U_B) = S(U_M - U_B) \cdot 48$$

$$U_M + U_B = 48$$

$$2S(U_M - U_B) = 2,5U_M U_B + 15(U_B + U_M) + 45$$

$$6U_M U_B = 2,5U_M U_B + 765$$

$$3,5U_M U_B = 765$$

$$U_M U_B = 218,57$$

$$\begin{array}{r} 132 \\ \times 2 \\ \hline 264 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 48 \\ \hline 2304 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 765 \\ \times 3 \\ \hline 2295 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1590 \\ - 15 \\ \hline 1575 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 48 \\ \hline 720 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 24 \\ \hline 576 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x = \frac{1}{3}z - \frac{2}{3}y$$

$$y = \frac{1}{2}z - \frac{3}{2}x$$

$$z = 3x + 2y$$

Черновик

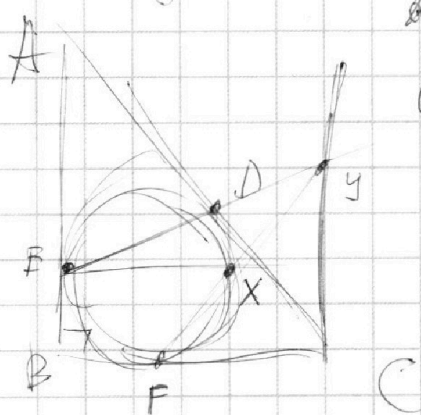
$$\frac{z}{2} = \frac{3x + 2y}{2} = \frac{2xy}{3y + x}$$

$$\frac{x}{3} = \frac{\frac{2y}{2x} - \frac{1z}{xz}}{\frac{2y}{2x} - \frac{1z}{xz}} = \frac{3yz}{2y - z}$$

$$y = \frac{1}{\frac{2x}{2x} - \frac{3z}{xz}} = \frac{1xz}{2x - 3z}$$

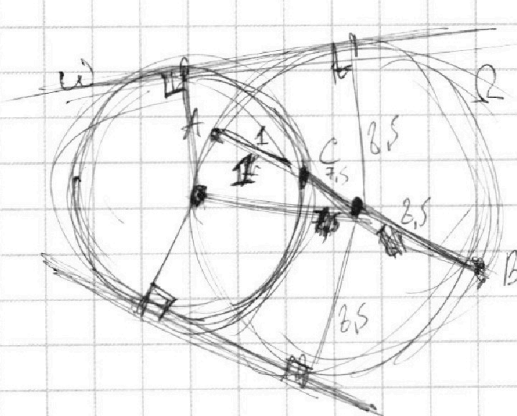
$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 4y^2 - 24xy}{x^2 - 6y^2} =$$

$$= \frac{-6x^2 - 8y^2 - 24xy}{x^2 - 6y^2} =$$



$a(1-a) \equiv b(b-1) - 6ay$

$$Ex = 2\sqrt{2} \cdot xy$$



$$r\Omega = 85$$

$$d\Omega = 17$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 5

Черновик

$$3x + 2y = z$$

$$\Rightarrow 1) x = \frac{1}{3}z - \frac{2}{3}y$$

$$2) y = \frac{1}{2}z - \frac{3}{2}x$$

$$3) z = 3x + 2y$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}, \quad x, y, z \neq 0$$

$$\Rightarrow 1) z = \frac{2}{\frac{3y}{xy} + \frac{x}{yx}} = \frac{2xy}{3y+x}$$

$$2) x = \frac{3}{\frac{2y}{zy} - \frac{z}{y^2}} = \frac{3y^2}{2y-z}$$

$$3) y = \frac{1}{\frac{2x}{2x} - \frac{3z}{2x}} = \frac{2x}{2x-3z}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2 - 4y^2 - (3x+2y)^2}{x^2 - 6y^2} = \\
 & = \frac{3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 4y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2} = \frac{-6x^2 - 8y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2} = \\
 & = -2 + \frac{4x^2 - 4y^2}{x^2 - 6y^2} = -2 + \frac{4(x^2 - y^2)}{x^2 - 6y^2} = \\
 & = -2 + \frac{4(x-y)(x+y)}{(x-3y)(x+3y)} = -2 + \frac{4(x-y)}{x+3y}
 \end{aligned}$$