



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $3^{11}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $3^{18}7^{16}$ ,  $ac$  делится на  $3^{21}7^{38}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , диаметр  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC=1$  и  $BC=16$ . Найдите длину общей касательной к окружностям  $\omega$  и  $\Omega$ .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения  $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$ .

6. [5 баллов] Из пункта  $A$  в пункт  $B$  выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт  $B$  на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от  $A$  к  $B$ , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в  $B$  на 1 час 15 минут позже ~~велосипедиста~~ <sup>мотоциклиста</sup>. Найдите расстояние между  $A$  и  $B$ .

7. [6 баллов] Вписанная окружность  $\omega$  прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $B$  касается его сторон  $CA, AB, BC$  в точках  $D, E, F$  соответственно. Луч  $ED$  пересекает прямую, перпендикулярную  $BC$ , проходящую через вершину  $C$ , в точке  $Y$ ;  $X$  – вторая точка пересечения прямой  $FY$  с окружностью  $\omega$ . Известно, что  $EX=2\sqrt{2}XY$ . Найдите отношение  $AD:DC$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~Решение~~ Задача № 1.

~~abc : 3<sup>21</sup> · 7<sup>38</sup>~~

пусть  $a_1, 3^{a_1} \cdot 7^{a_2}$   
 $b_1, 3^{b_1} \cdot 7^{b_2}$   
 $c_1, 3^{c_1} \cdot 7^{c_2}$  }  $\Rightarrow$   $ab : 3^{a_1+b_1} \cdot 7^{a_2+b_2}$   
 $bc : 3^{b_1+c_1} \cdot 7^{b_2+c_2}$   
 $ac : 3^{a_1+c_1} \cdot 7^{a_2+c_2}$

$$\begin{aligned} a_1 + b_1 &\geq 11 \\ a_2 + b_2 &\geq 11 \\ c_1 + b_1 &\geq 18 \\ a_1 + c_1 &\geq 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_2 + b_2 &\geq 11 \\ b_2 + c_2 &\geq 16 \\ a_2 + c_2 &\geq 38 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2(a_1 + b_1 + c_1) \geq 50$$

$$2(a_2 + b_2 + c_2) \geq 65$$

$$a_1 + b_1 + c_1 \geq 25$$

$$a_2 + b_2 + c_2 \geq 32,5$$

но  $a, b, c$  — натуральные  
 $\Rightarrow a, b, c$  делится на  
целые степени 7  
 $\Rightarrow a_2, b_2, c_2$  — целые  
 $\Rightarrow a_2 + b_2 + c_2$  — целое  
 $\Rightarrow a_2 + b_2 + c_2 \geq 33$

$$\Rightarrow abc : 3^{25} \cdot 7^{33}, \text{ но } ac : 3^{21} \cdot 7^{38}$$

$$\Rightarrow abc : 3^{25} \cdot 7^{38}$$

$$\Rightarrow abc \geq 3^{25} \cdot 7^{38} \text{ (т.к. } a, b, c \text{ — натур } \Rightarrow abc \neq 0)$$

$\Rightarrow$  максимальное значение  $abc = 3^{25} \cdot 7^{38}$ , достигается, например,

при  $a = 3^7 \cdot 7^{19}, b = 3^4 \cdot 7^0, c = 3^{14} \cdot 7^{19}$

Ответ:  $3^{25} \cdot 7^{38}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-10ab}$$

Эту дробь можно сократить на  $m$

$$\Rightarrow a+b : m \quad \text{и} \quad (a+b)^2 - 10ab : m$$

$$\Rightarrow 10ab : m$$

~~$a$  и  $m$  взаимнопросты~~

если  $ab : m \Rightarrow a+b \not\equiv m$ , т.к.  $\frac{a}{b}$  несократимая дробь (т.е.  $a$  и  $b$  - взаимнопросты)

~~$m$~~   $\Rightarrow$   ~~$a$  и  $m$~~  взаимнопросты

Аналогично докажем, что  $b$  и  $m$  - взаимнопросты

$10ab : m \quad ab \not\equiv m$  (упрощая дробь)

$$10 : m \Rightarrow m_{\max} \leq 10$$

$$\Rightarrow 10 : m \Rightarrow m_{\max} \leq 10$$

$$\Rightarrow m_{\max} = 10$$

Пример:  $a=1 \quad b=9$

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2} = \frac{10}{1-8 \cdot 9+9^2} = \frac{10}{1-72+81} = \frac{10}{10}$$

Ответ:  $m_{\max} = 10$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 3

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

ОДЗ:  $2x^2 - 3x + 4 \geq 0$   
 $2x^2 + x + 3 \geq 0$

$$2x^2 - 3x + 4 + 2x^2 + x + 3 - 2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} = 1 + 16x^2 - 8x$$

$$2\sqrt{4x^4 + 2x^3 + 6x^2 - 6x^3 - 3x^2 - 9x + 8x^2 + 4x + 12} = 12x^2 - 6x - 6$$

$$\sqrt{4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + 12} = -6x^2 + 3x + 3$$

ОДЗ:  $4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + 12 \geq 0$

$$4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + 12 = 36x^4 - 18x^3 - 18x^2 - 18x^3 + 9x^2 + 9x - 18x^2 + 9x + 9$$

$$32x^4 - 32x^3 - 36x^2 + 23x - 3 = 0$$

$$16x^3(2x-3) + 8x^2(2x-3) - 7x(2x-3) + (2x-3) = 0$$

$$(16x^3 + 8x^2 - 7x + 1)(2x-3) = 0$$

$$2x-3 = 0 \Rightarrow x_1 = 1,5$$

$$16x^3 + 8x^2 - 7x + 1 = 0$$

$$16x^2(x+1) + 8x(x+1) + (x+1) = 0$$

$$(16x^2 + 8x + 1)(x+1) = 0$$

$$x_2 = -1$$

$$16x^2 + 8x + 1 = 0 \quad \Delta = 64 - 64 = 0$$

$$x_3 = \frac{-8}{32} = -0,25$$

Проверка: 1)  $x = 1,5$

$$\sqrt{4,5 - 4,5 + 4} - \sqrt{4,5 + 1,5 + 3} = 1 - 6$$
$$2 - 3 = -1 = -5 \ominus$$

2)  $x = -1$

$$\sqrt{2 + 3 + 4} - \sqrt{2 - 1 + 3} = 1 + 4$$
$$3 - 2 = 1 = 5 \ominus$$

3)  $x = 0,25$

$$\sqrt{\frac{1}{8} - \frac{6}{8} + \frac{32}{8}} - \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{24}{8}} = 0$$

$$\sqrt{\frac{27}{8}} - \sqrt{\frac{27}{8}} = 0 \oplus$$

Ответ:  $x = 0,25$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

$$3x + 2y = z$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}, \quad x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$$

$$\Rightarrow 1) z^2 = 9x^2 + 4y^2 + 12xy$$

$$\Rightarrow z = \frac{2}{\frac{3x}{xy} + \frac{1}{y}} = \frac{2xy}{3y+x}$$

$$\Rightarrow 2) y = 0,5z - 1,5x$$

$$y = \frac{xy}{3y+x} - 1,5x = \frac{xy - 4,5xy - 1,5x^2}{3y+x}$$

$$3y^2 + xy = xy - 4,5xy - 1,5x^2$$

$$3y^2 + 4,5xy + 1,5x^2 = 0$$

решение отн. y

$$y^2 + 1,5xy + 0,5x^2 = 0$$

(решение отн. y)

$$D = 1,5^2 x^2 - 2x^2 = 0,25x^2 > 0 \Rightarrow 2 \text{ корня}$$

$$y_1 = \frac{-1,5x + 0,5x}{2} = -0,5x$$

$$y_2 = \frac{-1,5x - 0,5x}{2} = -x$$

$$1) \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 4y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2} = \frac{-6x^2 - 8y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2} = \frac{-6x^2 - 2x^2 + 6x^2}{x^2 - 1,5x^2}$$

$$= \frac{-2x^2}{-0,5x^2} = 4$$

$$2) \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{-6x^2 - 8y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2} = \frac{-6x^2 - 8y^2 + 12x^2}{x^2 - 6x^2} = \frac{-4x^2}{-4x^2} = 1$$

$\Rightarrow$  наибольшее возможное значение = 4

Ответ: 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задание ~ 6

$v_B$  - скорость велосипедиста, км/ч

$v_M$  - скорость мотоциклиста, км/ч

$S$  - расстояние от А до В, км

$$\frac{S}{v_B} = \frac{S}{v_M} + 2 \Rightarrow S \cdot v_M = S v_B + 2 v_M v_B$$

$$\Leftrightarrow \textcircled{1} 2 v_M v_B = S(v_M - v_B)$$

т.к.  $v_M > 0$   $v_B > 0$   $S > 0 \Rightarrow v_M > v_B$

$$96 + v_B \cdot \frac{S}{v_M} = v_M \cdot \frac{S}{v_B} \Rightarrow v_M^2 S = v_B^2 S + 96 v_M v_B$$

$$96 v_M v_B = S(v_M^2 - v_B^2)$$

$$\frac{S(v_M - v_B)(v_M + v_B)}{96} = \frac{S(v_M - v_B)}{2}$$

$$\textcircled{2} v_M + v_B = 48$$

$$\frac{S}{v_B + 6} = \frac{S}{v_M + 6} + 1,25$$

$$S v_M + \underline{6S} = \underline{6S} + S v_B + 1,25 S v_M v_B + 7,5(v_M + v_B) + 4S$$

$$2 \cdot S(v_M - v_B) = 1,25 S v_M v_B + 15 \cdot 48 + 90$$

$$4 v_M v_B = 1,25 v_M v_B + 810$$

$$\textcircled{3} v_M v_B = 540$$

из  $\textcircled{2}$   $v_M + v_B = 48$

$$v_M + v_B = 48$$

$$v_M = 48 - v_B$$

из  $\textcircled{3}$

$$48 v_B - v_B^2 - 540 = 0$$

$$\Delta = 2304 - 2160 = 144$$

$$v_B = \frac{-48 \pm \sqrt{144}}{-2} = 24 \pm 6$$

т.к.  $v_M > v_B$  (по условию задачи)

$$v_{B1} = 30$$

$$v_{M1} = 18$$

$$v_{B2} = 18$$

$$v_{M2} = 30$$

$$\text{из } \textcircled{1} \quad S = \frac{2 v_M v_B}{v_M - v_B} = \frac{1080}{30 - 18} = \frac{1080}{12} = 90 \text{ км}$$

Ответ: 90 км



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{10}{1-8 \cdot 9+81} = \frac{10}{1-72+81} =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



*Черновик*

$$x^2 = \frac{1}{9}z^2 + \frac{4}{9}y^2 - \frac{2}{3}yz$$

$$y^2 = \frac{1}{4}z^2 + \frac{9}{4}x^2 - \frac{3}{2}xz$$

$$z^2 = 9x^2 + 4y^2 + 12xy$$

$$x^2 = \frac{9y^2z^2}{4y^2+z^2-4yz}$$

$$y^2 = \frac{z^2x^2}{4x^2+9z^2-12xz}$$

$$z^2 = \frac{4x^2y^2}{9y^2+x^2+6xy}$$

$$y = \frac{xy}{3y+x} - \frac{1.5x}{3y+x} = \frac{xy - 4.5xy - 1.5x^2}{3y+x}$$

$$3y^2 + yx = xy - 4.5xy - 1.5x^2$$

$$3y^2 + 4.5xy + 1.5x^2 = 0$$

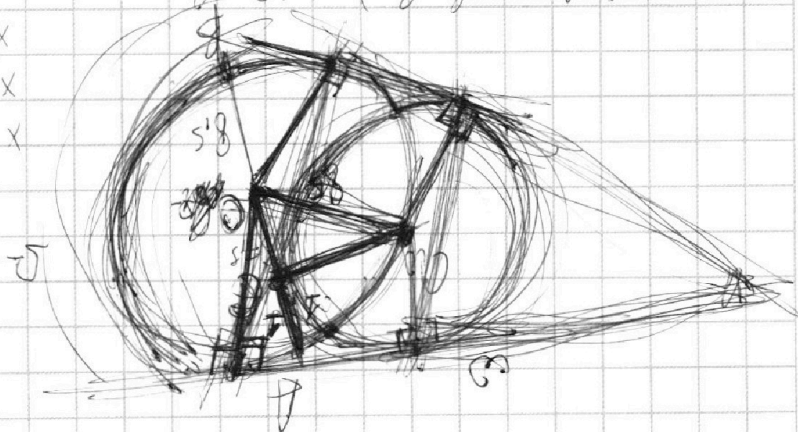
$$y^2 + 1.5xy + 0.5x^2 = 0$$

$$y = \frac{-1.5x \pm \sqrt{1.5^2x^2 - 2x^2}}{2} = \frac{-1.5x \pm 0.5x}{2}$$

$$y = \frac{-0.5x}{2} \quad ; \quad -x \quad ; \quad \frac{1000}{1000} - 1000 \quad ; \quad \frac{1000}{1000} - 1000$$

$$1000 - (1000 + 1000 + 1000)$$

$5.8 < 5.8 + x$   
 $5.8 > 5.8 + x$   
 $5.8 > 5.8 + x$   
 $5.8 > 5.8 + x$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2 Черновик

$\frac{a}{b}$  - несократимая дробь,  $a \in \mathbb{N}$   $b \in \mathbb{N}$

$\Rightarrow a$  и  $b$  - взаимнопростые числа

Если дробь  $\left(\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}\right)$  можно сократить на  $m$

$$\Rightarrow 1) a+b \equiv a^2-8ab+b^2 \equiv 0 \pmod{m}$$

$$\Rightarrow 2) \begin{cases} m \leq a+b \\ m \leq a^2-8ab+b^2 \end{cases}$$

$\Rightarrow 3) m$  и  $a$  - взаимнопростые,  $m$  и  $b$  - взаимнопростые  
 $a-a^2 \equiv b^2-b-8ab \pmod{m}$  (+к. умнож.  $(a+b) \not\equiv m$  т.к.  $a \not\equiv b$ )

$$a(a-1) \equiv b(b-1-8a) \pmod{m}$$

$\Rightarrow$  либо  $a : b \equiv 0$  (по усл.)  
либо  $b : m \equiv 0$  (по ранее доказ.)  
либо  $(a-1) : b \Rightarrow a-1 \geq b$

$$a-a^2+8ab \equiv b^2-b \pmod{m}$$

$$a(1-a+8b) \equiv b(b-1) \pmod{m}$$

$\Rightarrow$  либо  $b : a \equiv 0$  (по усл.)  
либо  $a : m \equiv 0$  (по ранее доказ.)  
либо  $(b-1) : a \Rightarrow b-1 \geq a$  (т.к.  $a-1 \geq b$  по ранее доказ.)

$\Rightarrow (a+b)$  и  $(a^2-8ab+b^2)$  - взаимнопростые

$$\Rightarrow m_{\max} = 1$$

Ответ:  $m_{\max} = 1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$$b = 3^4 \cdot 7^0$$

$$a = 3^0 \cdot 7^{19}$$

$$c = 3^1 \cdot 7^{19}$$

$$(-6x^2+3x+3)(-6x^2+3x+3)$$

29

$$c_1 \geq 4$$

$$c_2 \geq 14$$

$$a_1 \geq 7$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ + 18 \\ \hline 39 \\ + 11 \\ \hline 50 \end{array}$$

$$16x^2(x-3) + 8x^2(2x-3) - 7x(2x-3) + 2x-3$$

$$\frac{2xy \cdot 3y^2 \cdot 2x}{(3y+x)(2y-2(2x-3))}$$

$$\frac{a+b}{(a^2-2ab+b^2) = cab} \rightarrow \frac{a+b}{(a-b)^2 - cab}$$

$$6xy^2 = \frac{a+b+a^2-2ab+b^2}{a^2-2ab+b^2}$$

$$a^2-2ab+b^2 \neq a \cdot b$$

$$2x^2-3x+4 + 2x^2+x+3 - 2\sqrt{(2x^2-3x+4)(2x^2+x+3)} = 1+16x^2-8x$$

$$-2\sqrt{4x^4+2x^3+6x^2-6x^3-3x^2-9x+8x^2+4x+12} = 12x^2-6x-6$$

$$\sqrt{4x^4-4x^3+11x^2+4x+12} = -6x^2+3x+3$$

$$4x^4-4x^3+11x^2+4x+12 = 36x^4-18x^3-18x^2-18x^3+9x^2+9x-18x^2+9x+9$$

$$4x^4-4x^3+11x^2+4x+12 = 36x^4-36x^3-27x^2+18x+9$$

$$32x^4-32x^3-16x^2+14x-3=0$$

$$30x^3(x-3) + 64x^2(x-3) + 16x^3(2x-3) + 18x^2(2x-3) + 4x(2x-3) =$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$2x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 7x - 3 = 0$$

$$(2x^4 - 6x^3) + (2x^3 - 6x^2) + 7x - 3 = 0$$

$$a-b = \frac{a^2-2ab+b^2}{x+3}$$

$$\frac{h+x}{x+h} = \frac{h+x}{1} = h+x$$

$$h+x = h+x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

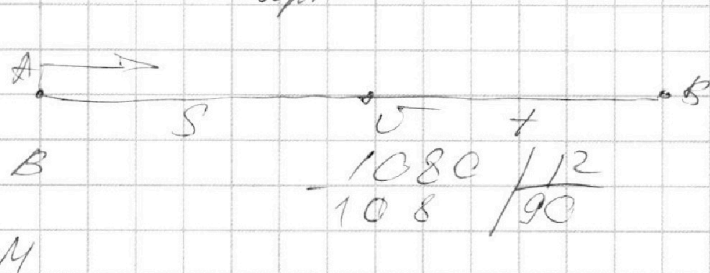
- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



*Черновик*



$$\begin{array}{r} 1,25 \\ -12 \quad | \quad 2 \\ \hline 0,625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1080 \\ -96 \\ \hline 1920 \end{array}$$

$$\frac{S}{U_B} = \frac{S + 2U_M}{U_M} \Rightarrow U_M S = U_B S + 2U_M U_B$$

$$U_B S = U_M S - 2U_M U_B$$

$$2U_M U_B = -U_B S + U_M S$$

$$\frac{U_B S + 96U_M}{U_M} = \frac{U_M S}{U_B} \Rightarrow U_M^2 S = U_B^2 S + 96U_M U_B$$

$$\frac{S}{U_B + 6} = \frac{S + 1,25U_M + 7,5}{U_M + 6}$$

$$S U_M + 6S = S U_B + 1,25U_M U_B + 7,5U_B + 6S + 7,5U_M + 45$$

$$1,25U_M U_B + 7,5U_B + 6,5U_M + 45 = S U_M - S U_B$$

$$(0,625U_M S - 0,625U_B S) + 7,5U_B + 6,5U_M + 45 = S(U_M - U_B)$$

810

$$U_M U_B = \frac{U_M^2 S - U_B^2 S}{96} = \frac{U_M S - U_B S}{2}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 15 \\ \hline 240 \\ 48 \\ \hline 720 \end{array}$$

$$270 \times \frac{2}{540} = \frac{2160S}{144} (U_M - U_B)(U_M + U_B) = S(U_M - U_B) \cdot 48$$

$$U_M + U_B = 48$$

$$2S(U_M - U_B) = 2,5U_M U_B + 15(U_B + U_M) + 45$$

$$\begin{array}{r} \times 15 \\ 48 \\ \hline 120 \\ 60 \\ \hline 720 \end{array}$$

$$4U_M U_B = 2,5U_M U_B + 76,5$$

$$1,5U_M U_B = 76,5$$

$$U_M U_B = 510$$

$$\begin{array}{r} 132 \\ \times 2 \\ \hline 66 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 48 \\ \hline 48 \\ 192 \\ \hline 2304 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 765 \\ 2 \\ \hline 1530 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1530 \\ -15 \\ \hline 1515 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 48 \\ \hline 384 \\ 192 \\ \hline 2304 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2304 \\ -2040 \\ \hline 264 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2304 \\ -2040 \\ \hline 264 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 24 \\ 24 \\ \hline 96 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 24 \\ 48 \\ \hline 576 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



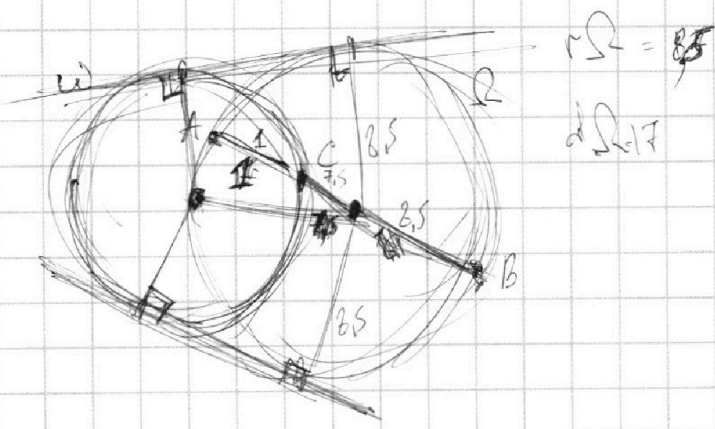
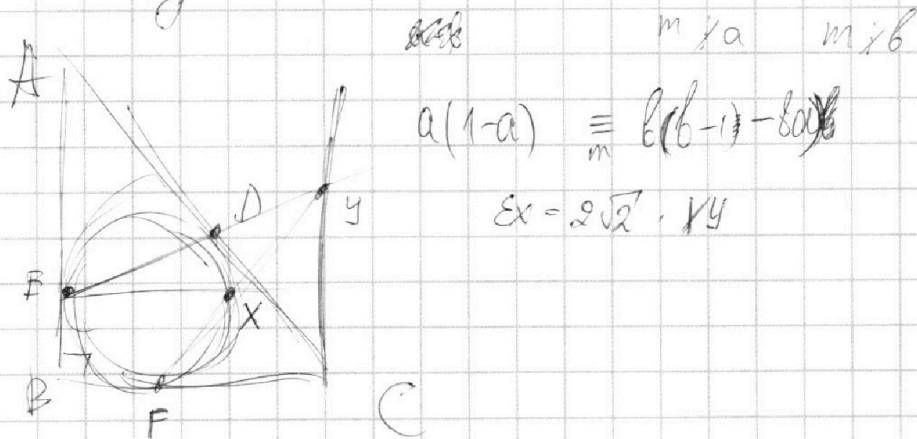
Чертовская

$$x = \frac{1}{3}z - \frac{2}{3}y$$

$$y = \frac{1}{2}z - \frac{3}{2}x$$

$$z = 3x + 2y$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 4y^2 - 24xy}{x^2 - 6y^2} = \frac{-6x^2 - 8y^2 - 24xy}{x^2 - 6y^2}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1     2     3     4     5     6     7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 5

Черновик

$$3x + 2y = z$$

$$\Rightarrow 1) \quad x = \frac{1}{3}z - \frac{2}{3}y$$

$$2) \quad y = \frac{1}{2}z - \frac{3}{2}x$$

$$3) \quad z = 3x + 2y$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}, \quad x, y, z \neq 0$$

$$\Rightarrow 1) \quad z = \frac{2}{\frac{3y}{xy} + \frac{x}{yx}} = \frac{2xy}{3y+x}$$

$$2) \quad x = \frac{3}{\frac{2y}{zy} - \frac{z}{y^2}} = \frac{3y^2}{2y-z}$$

$$3) \quad y = \frac{1}{\frac{2x}{2x} + \frac{3z}{2x}} = \frac{2x}{2x-3z}$$

~~$$\begin{aligned}
 & \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2 - 4y^2 - (3x+2y)^2}{x^2 - 6y^2} \\
 & = \frac{3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 4y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2} = \frac{-6x^2 - 8y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2} \\
 & = -2 + \frac{4x^2 - 4y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2} \\
 & = -2 + \frac{4(x^2 - y^2 - 3xy)}{x^2 - 6y^2}
 \end{aligned}$$~~

$2 \cdot 3 \cdot 0,5 \cdot x \cdot x^2$