



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 3

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

$$2^{18} \cdot 3^{25} \cdot 5^{33}$$

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .

$$\rightarrow 2\sqrt{6} : \frac{\pi}{2} :$$

3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.

... .

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases} \quad a \in (-\infty; -\frac{3\sqrt{57}}{7}) \cup (\frac{3\sqrt{57}}{7}; +\infty)$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0.2 - 3. \quad \frac{1}{2}$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-16; 80)$, $Q(2; 80)$ и $R(18; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|---|---|---|---|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|-------------------------------------|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

n¹

$$\exists ab = 2^6 \cdot 3^{19} \cdot 5^{12} \cdot n, n \in N$$

$$bc = 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17} \cdot m, m \in N$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{38} \cdot k, k \in N$$

$$\frac{ab \cdot ac}{bc} = a^2 = 2^{10} \cdot 3^{15} \cdot 5^{34} \cdot \frac{n \cdot k}{m}$$

$$\frac{ab \cdot bc}{ac} = b^2 = 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{-10} \cdot \frac{nm}{k}$$

$$\frac{ac \cdot bc}{ab} = c^2 = 2^{18} \cdot 3^{27} \cdot 5^{44} \cdot \frac{mk}{n}$$

$$a = 2^5 \cdot 3^7 \cdot 5^{17} \cdot \sqrt{\frac{3nk}{m}}$$

$$b = 2^3 \cdot 3^6 \cdot \sqrt{\frac{3nm}{5^{10}k}}$$

$$c = 2^9 \cdot 3^{13} \cdot 5^{22} \cdot \sqrt{\frac{3mk}{n}}$$

$$\text{т.к. } a, b, c \in N, \text{тогда } \frac{3nk}{m}; \frac{3nm}{5^{10}k}; \frac{3mk}{n} \in N.$$

Береди из чисел n, m, k встречаются в числителях дробей \Rightarrow
 \Rightarrow нечлены чтобы вынести из под знака корня, оба из чисел
должны делиться на 3. \Rightarrow Нечлены общности

В будж из чисел a, b, c убираются
степень числа 3 на 1. Не удаляя общности, $\exists l = 3d, d \in N$,
т.к. от свободн. n, m, k произведение abc не изменится:

$$a = 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{17} \cdot \sqrt{\frac{nl}{m}}; \text{ чтобы } \frac{nl}{5^{10}e} \text{ было натуральным,}$$

$$b = 2^3 \cdot 3^6 \cdot \sqrt{\frac{nm}{5^{10}e}}, \quad mn : 5^{10} \Rightarrow \exists m = 5^a \cdot d_1; \quad d_1, d_2 \in N \text{ и}$$

$$c = 2^9 \cdot 3^{14} \cdot 5^{22} \cdot \sqrt{\frac{me}{n}}; \quad n = 5^b \cdot d_2; \quad d_1, d_2 \in N$$

т.к. $\alpha + \beta = 10$, то числа

$\exists d_1$ с делителем $\sqrt{\frac{nl}{m}}$ и $\sqrt{\frac{me}{n}}$ \Rightarrow если $\alpha \neq \beta$, то число abc с делителем
большую степень числа 5 $\Rightarrow abc$ будет больше $\Rightarrow \exists \alpha = \beta = 5 \Rightarrow$

$$\Rightarrow a = 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{17} \cdot \sqrt{\frac{d_1 \cdot l}{d_1}}, \quad b = 2^3 \cdot 3^6 \cdot \sqrt{\frac{d_1 \cdot d_2 \cdot e}{d_1}}, \quad c = 2^9 \cdot 3^{14} \cdot 5^{22} \cdot \sqrt{\frac{d_2 \cdot e}{d_2}}$$

Следует, что если $l = d_2 = d$, то число наименьшее \Rightarrow

$$\Rightarrow abc = 2^7 \cdot 3^{28} \cdot 5^{38}$$

Ответ: $abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{38}$



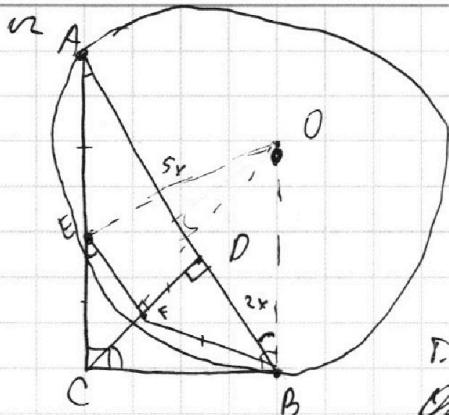
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\square AD = 5x; DB = 2x \Rightarrow CD = \sqrt{AD^2 - DB^2} = x\sqrt{21}$$

$$BC = \sqrt{CO^2 + DB^2} = x\sqrt{14}$$

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = x\sqrt{35}$$

т. А также привлекают внимание
окружающие.

$$\Rightarrow BC^2 = EC \cdot AC$$

$$16X^2 = EC \cdot \sqrt{35}X \Rightarrow EC = 2\sqrt{\frac{4}{5}}X$$

$$S_{\Delta ACD} = \frac{5}{7} S_{\Delta ABC}$$

$$\triangle ECF \sim \triangle ACD \Rightarrow \frac{S_{ECA}}{S_{BACD}} = k^2 = \left(\frac{EC}{AC}\right)^2 \Rightarrow S_{ECA} = \frac{9}{25} S_{BACD}$$

$$S_{DEF} = \frac{4}{35} S_{ABC}$$

$$\text{Ombelli: } \frac{S_{AOCF}}{S_{AACF}} = \frac{4}{35}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

n³

$$10 \arccos(\cos x) = \pi - 2x$$

$$\arccos(t) \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi - 2x}{10} \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow x \in [-2\pi; 3\pi]$$

$$\exists x = \varphi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$1. \varphi \in [0; \frac{\pi}{2}] \Rightarrow \arccos(\cos x) = \frac{\pi}{2} - \varphi$$

$$10(\frac{\pi}{2} - \varphi) = \pi - 2(\varphi + 2\pi k)$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}k \Rightarrow \cancel{x \in \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{2}k} \quad \varphi = \frac{\pi}{2}; k=0, \text{r.k. } \varphi \in [0; \frac{\pi}{2}] \Rightarrow$$

$$\cancel{x \in 2\pi}, \cancel{x = \frac{\pi}{2}}, \cancel{x = -2\pi}$$

$$2. \varphi \in (\frac{\pi}{2}; \pi] \Rightarrow \arccos(\cos x) = \frac{\pi}{2} - \varphi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10(\frac{\pi}{2} - \varphi) = \pi - 2(\varphi + 2\pi k) \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}k \Rightarrow \varphi = \pi; k=1$$

$$\Rightarrow x = \pi + 2\pi = 3\pi \quad \text{r.m. } \varphi \in (\frac{\pi}{2}; \pi] \Rightarrow$$

$$3. \varphi \in (\pi; \frac{3\pi}{2}) \Rightarrow \arccos(\cos x) = -\frac{3\pi}{2} + \varphi$$

$$10(\varphi - \frac{3\pi}{2}) = \pi - 2(\varphi + 2\pi k)$$

$$\varphi = \frac{4\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k \Rightarrow \varphi = \frac{4\pi}{3}; k=0, \text{r.k. } \varphi \in (\pi; \frac{3\pi}{2}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{4\pi}{3}$$

$$4. \varphi \in (\frac{3\pi}{2}; 2\pi] \Rightarrow \arccos(\cos x) = \varphi - 2\pi$$

$$10(\varphi - 2\pi) = \pi - 2(\varphi + 2\pi k)$$

$$\varphi = \frac{7\pi}{4} - \frac{\pi}{3}k, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \varphi = \frac{7\pi}{4}; k=0, \text{r.k. } \varphi \in (\frac{3\pi}{2}; 2\pi] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{7\pi}{4}$$

Ответ: $x = -2\pi; x = \frac{\pi}{2}; x = 3\pi; x = \frac{4\pi}{3}; x = \frac{7\pi}{4}$



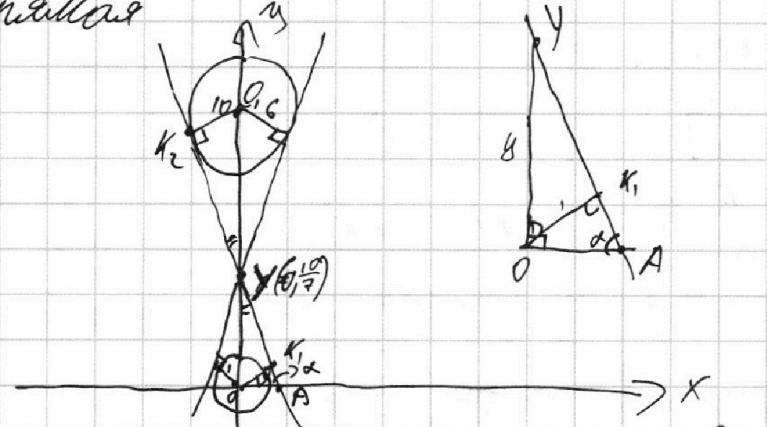
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 4 \\ \left\{ \begin{array}{l} ax - 3ay + 6 = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{array} \right. \end{cases}$$

окружности с ц. (0; 0) $r=1$
 $\text{и } (0; 10) r=6$

$$y = \frac{a}{3}x + \frac{6}{3} - \text{прямая}$$



т.к. решений 4, то прямая пересекает окр-ти в двух точках наимного. такое возможно, когда прямая приходящей с фртю ОХ имеет значения наклония углов как внутренних начальственных

$$\Delta K_1 O Y \sim \Delta K_2 O_1 Y \text{ по 2-ым углам} \Rightarrow \frac{K_2 O_1}{K_1 O} = \frac{O_1 Y}{O Y} = \frac{10 - y}{y} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{10}{7}$$

$$\alpha = \angle O A Y = \angle Y O K_1 = \arccos \frac{O K_1}{O Y} = \arccos \frac{7}{10} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \pm \sqrt{\left(\frac{1}{\left(\frac{7}{10}\right)^2} - 1\right)} = \pm \frac{\sqrt{51}}{7} \Rightarrow \text{два решения будут,}$$

когда } \operatorname{tg} \alpha > \frac{\sqrt{51}}{7}

или } \operatorname{tg} \alpha < -\frac{\sqrt{51}}{7}, \text{ но } y = \frac{a}{3}x + \frac{6}{3} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{3} \Rightarrow

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{a}{3} > \frac{\sqrt{51}}{7} \\ \frac{a}{3} < -\frac{\sqrt{51}}{7} \end{array} \right] \Rightarrow \alpha \in (-\pi; -\frac{3\sqrt{51}}{7}) \cup (\frac{3\sqrt{51}}{7}; \pi)$$

$$\text{Ответ: } \alpha \in (-\pi; -\frac{3\sqrt{51}}{7}) \cup (\frac{3\sqrt{51}}{7}; \pi)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 5

$$3 \log_5 t = \log_5 (2x); n = \log_5 y$$

$$\begin{aligned} & \text{OB3: } x > 0; y > 0 \\ & x \neq \frac{1}{2}; y \neq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} t^4 - \frac{3}{t} = \frac{4}{3t} - 3 \mid 3t > 0 \\ n^4 + \frac{4}{n} = -\frac{1}{3n} - 3 \mid 3n \neq 0 \end{cases} \begin{aligned} & \text{Если подставить } t=0 \text{ и } n=0, \text{ то есть} \\ & 2x=1 \text{ и } y=1 \text{ в исходные ур-ия,} \\ & получим не верные равенства \Rightarrow \\ & \Rightarrow t \neq 0; n \neq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 3t^5 + 3t - 13 = 0 \\ 3n^5 + 3n + 13 = 0 \end{cases}$$

т.к. $f(x) = 3x^5 + 3x$ - монотонно возрастающая функция, т.к. $f'(x) = 15x^4 + 3$, и система имеет одно решение, т.к. каждое уравнение она принимает разные раз.

$$(t+n)(t^4 - t^3n + t^2n^2 - tn^3 + n^4 + 3) = 0$$

$t+n=0$, дальше реш. нет, т.к. t и n - единственные

$$\text{обр. 31 } \log_5(2x) + \log_5(y) = 0$$

$$\log_5(2xy) = 0 \Rightarrow 2xy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{2}$$

$$\text{Отвем: } xy = \frac{1}{2}$$

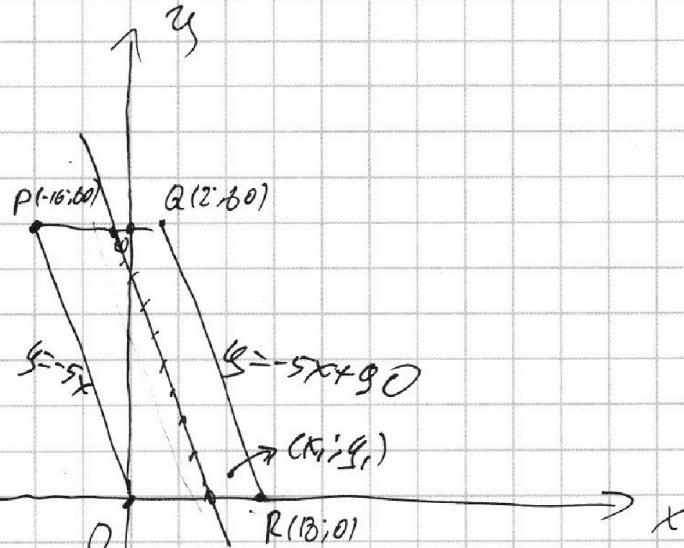


- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~6



Чтобы мы выбрали т. А ($x_1; y_1$) \Rightarrow если

$y_2 = -5x_2 + 5x_1 + y_1 + 45$ - функция $y_2(x_2)$ - заданная
найденными точек в $(x_2; y_2)$. Значит, что данная
прямая параллельна РО и QR \Rightarrow т. А ($x_1; y_1$) соответствует
окружен полученный при пересечении прямой
 $y_2(x_2)$ параллелограмма. Уголом наклона линии

Придана пересекает ею. Р. $R(x_1; y_1 + 45) \in y_2(x_2)$

Данная $y_2(x_2)$ должна лежать между $y = -5x$ и

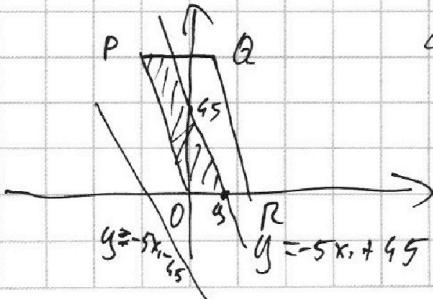
$$y = -5x + 90 \Rightarrow y_2 > -5x_2 \quad | \Rightarrow \begin{cases} 5x_1 + y_1 > -45 \\ 5x_1 + y_1 < 90 \end{cases}$$

Каждый т. $(x_1; y_1)$ соответствует 17 точек, т.к. на РО
лежит 17 т. с целочисленными координатами.)

$\Rightarrow \begin{cases} y_1 > -5x_1 - 45 \\ y_1 < -5x_1 + 90 \end{cases}$ - данные неравенства для
каждой параллели со
стороной основания 9 и высотой
80. \Rightarrow всего $10 \cdot 81 = 810$ точек \Rightarrow

$$\Rightarrow \text{Всего пар: } \frac{810 \cdot 17}{2} = 6885, \text{ т.к.}
каждую гостиницу звонят.$$

Ответ: 6885.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

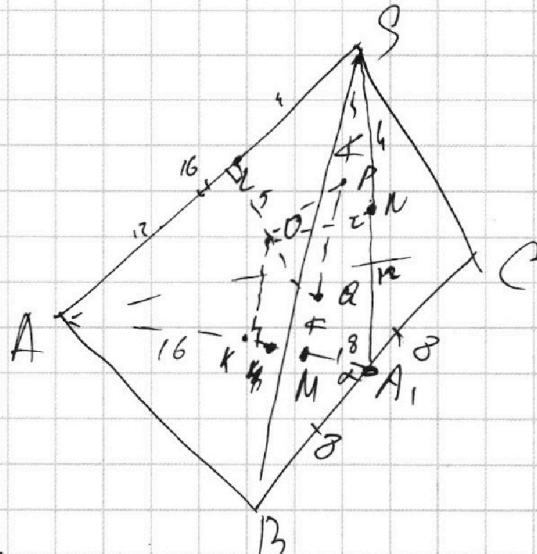
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№7



① По cb-бу о сенчущих к централ:

$$\begin{aligned} \text{1. } S : SL^2 = SP \cdot SQ \quad | \quad SL = MK \\ MK^2 = MQ \cdot MP \quad | \quad \Rightarrow SL = MK \\ AK = AL \quad (\text{7. к. отрезки наимельных}) \quad | \quad \Rightarrow AS = AM = 16 \Rightarrow \\ \Rightarrow MA_1 = \frac{1}{2}AM = 8; AA_1 = 26 \end{aligned}$$

② $\angle CA_1B = \alpha \Rightarrow \angle AA_1C = \pi - \alpha$

$$\begin{aligned} \text{1. } BM = \frac{2}{3}m_1; CM = \frac{2}{3}m_2 \Rightarrow \text{но } \Gamma \cos \text{ фиг } \Delta BMA_1 \text{ и } \Delta CMA_1; \\ \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{2}{3}m_1\right)^2 = 2 \cdot 8^2 / (1 - \cos \alpha) \\ \left(\frac{2}{3}m_2\right)^2 = 2 \cdot 8^2 / (1 + \cos \alpha) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \frac{2}{3}m_1 \cdot \frac{2}{3}m_2 = 2 \cdot 8^2 \cdot \sqrt{(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha)} \\ m_1 m_2 = \frac{3}{4} \cdot 2 \cdot 8^2 \cdot |\sin \alpha| \end{array} \end{aligned}$$

③ $S_{\Delta ABA_1} = \frac{1}{2} S_{\Delta ABC} = 50 \quad | \quad \Rightarrow AB \cdot \sin \angle ABA_1 = \frac{25}{2}$

$$S_{\Delta ABA_1} = \frac{1}{2} \cdot BA_1 \cdot AB \cdot \sin \angle ABA_1 \quad | \quad \Rightarrow AB \cdot \sin \angle ABA_1 = \frac{25}{2}$$

$$\text{Тангенс } \angle ABA_1: \frac{AB}{\sin \alpha} = \frac{AA_1}{\sin \angle ABA_1} \Rightarrow \sin \alpha = AB \cdot \sin \angle ABA_1 / 26 = \frac{25}{48} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot m_2 = \frac{3}{4} \cdot 2 \cdot 8^2 \cdot \frac{25}{48} = \frac{3 \cdot 25 \cdot 2^2}{3 \cdot 2^6} = 3 \cdot 2 \cdot 25$$

$$m_1 \cdot m_2 \cdot AA_1 = 26 \cdot 3 \cdot 50 = 3600$$

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

⑦ $\angle (ABC; BSC) = 180^\circ - \angle KOK$, т.к. сфера касается
две плоскости в точках O и K $\Rightarrow OK \perp (BSC)$
 $OK \perp (ABC)$

$SL = SK = 4$ (вокруг касательной) \Rightarrow
 $\Rightarrow AK = 12 = AK \Rightarrow KA_1 = 12$; $KA_1 = A_1K$ (вокруг касатель-
ной)

Ответ: а) 3600

б) -

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$t^4 - \frac{3}{t} = \cancel{t} \frac{4}{3t} - 3$$

$$3t^5 + 9t - 13 = 0$$

$$n^4 + \frac{4}{n} = -\frac{1}{3n} - 3$$

$$3n^5 + 9n + 13 = 0$$

$$-\log(\theta y)$$

$$3 \cdot \frac{13^5}{3} + 8 \cdot \frac{13}{3} - 13 =$$

$$\begin{array}{|c|} \hline 13 \\ \hline 3 \\ \hline \sqrt[3]{3} \\ \hline \end{array}$$

$$x \in [-2\pi; 3\pi]$$

P

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

$$x =$$

$$2xy = 1$$

$$xy = \frac{1}{2}$$

$$10\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \pi - 2(\varphi + 2k\pi)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}k$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

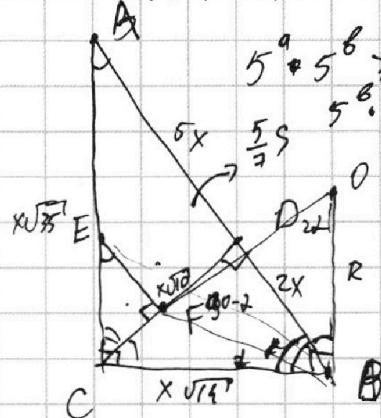


- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \text{НОД}(ab, bc) &= 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} = b \cdot \text{НОД}(a, c) \quad \varphi \in (0, \frac{\pi}{2}); k \in [-1, 1] \\ \text{НОД}(ab, ac) &= 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} = a \cdot \text{НОД}(b, c) \\ \text{НОД}(bc, ac) &= 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17} = c \cdot \text{НОД}(a, b) \quad 10(\pi - \varphi) = \pi - \end{aligned}$$



$$a^2 b^2 c^2 = 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68} \cdot k$$

$$abc = 2^{17} \cdot 3^{27} \cdot 5^{34} \cdot \sqrt{3k} - (\frac{\pi}{2} - (\varphi - \pi)) =$$

$$abc = 2^{17} \cdot 3^{25} \cdot 5^{38} \cdot C = 2^5 \cdot 3^{14} \cdot 5^{22}$$

$$b = 2^3 \cdot 3^2 \cdot \dots$$

$$10 \arccos(\cos x) = \pi - 2x$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi - 2x}{10} \leq \frac{\pi}{2}$$

$$-3\pi \leq x \leq 3\pi$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$x^2 + (y - 10)^2 = b^2$$

$$10\sqrt{b^2}$$

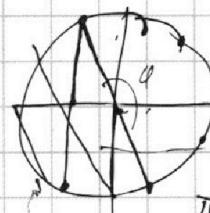


$$\begin{cases} \frac{1461}{\sqrt{a^2 + b^2}} \leq 1 \\ \frac{148 - 301}{\sqrt{a^2 + b^2}} < 6 \end{cases}$$

$$y = \frac{a}{3}x - 4b$$

$$\frac{AB}{CE} = \frac{AC}{EF} = \frac{BC}{CF}$$

$$CD = x\sqrt{10} - (\frac{\pi}{2} - (\pi - \varphi))$$



$$a+b \geq 16$$

$$b+c \geq 20$$

$$a+c \geq 21$$

$$c \geq 14$$

$$a+b+c \geq 28$$

$$8$$

$$6$$

$$B(-\frac{\pi}{2}; 0)$$

$$X = \varphi + 2\pi k$$

$$k \in [0, \frac{\pi}{2})$$

$$(\varphi - \pi)(-\frac{\pi}{2}, 0]$$

$$\frac{6}{1} = \frac{10-x}{10\sin x}$$

$$x = \frac{60}{7}$$

$$x = \frac{10}{7}$$

$$\operatorname{tg} d = \pm \sqrt{\frac{51}{49}} = \pm \frac{\sqrt{51}}{7}$$

$$\frac{100}{49} - 1 =$$

$$= \frac{51}{49}$$

$$\begin{aligned} 16b^2 &< \sqrt{(a^2 + b^2)} \\ 16b^2 &< \sqrt{10} \end{aligned}$$

$$\alpha = \arccos \frac{7}{10} \quad y_2 > 5x_2$$

$$\beta = \pi - \alpha$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

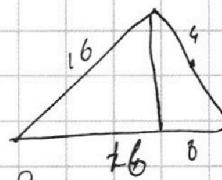
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима.

$$SL^2 = SP \cdot SA \quad / \Rightarrow$$

$$MK^2 = MA \cdot MP$$

$$2 \cdot 180 - 2\alpha = 2(180 - \alpha)$$



$$R_{\text{GO}} = R_{\text{GO}} - \frac{1}{2} \alpha \theta^2 P_3 + \alpha \sin B$$

$$\frac{24}{\sin B} = \frac{a}{\sin \alpha}$$

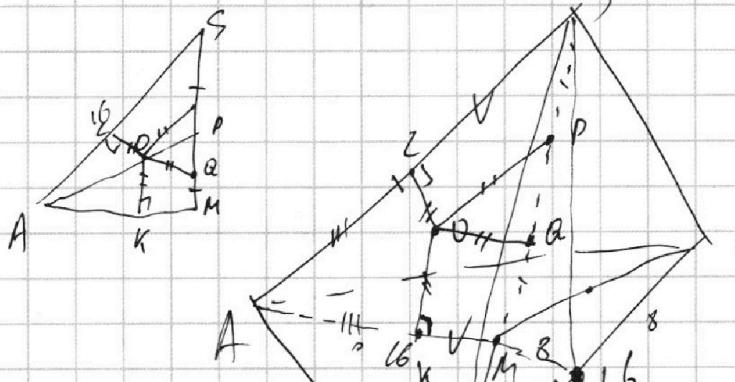


Diagram illustrating the relationship between angles at the center and circumference of a circle. The angle at the center BOD is labeled $5x$. The angle at the circumference BDC is labeled $4x$. The angle at the center BOC is labeled $2x$. The angle BOD is also explicitly labeled as 16.3° .

24

$$\left(\frac{2}{3}m\right)^2 = 2 \cdot 8^2 (1 - \cos 60^\circ)$$

$$BC^2 = CE \cdot AC$$

$$\frac{AC}{BC} = \frac{BC}{CE}$$

$$(x_1; u_1 + 45) \in u = -5$$

$$y = -5x + 80$$

$$y_1 + 45 \geq -5x_1$$

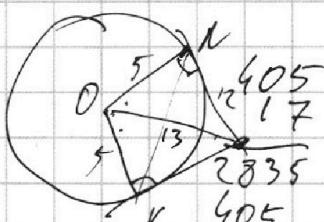
$$G_1 + G_5 \leq -5x_1 + 80$$

$$4y_1 + 5x_1 \geq -6.5$$

$$4x_1 + 5x_2 \leq 45$$

$$5(K_2 - K_1) \in [$$

$$(2M)^2 = a^2 + b^2 - 2ab \dots$$



$$y_2 = -5x_2 + 5x_1 + y_1 + 45$$

$$\frac{m}{2} = \alpha^2 + c$$

$$y_1 + y_5 = \frac{2a^2 + 2b^2 - c^2}{4} \quad 6885$$

$$a^2 + b^2 = \alpha m^2 + \frac{c^2}{2} = 2 \cdot 24^2 + \frac{16^2}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

