



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

~~$ab: 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$
 $bc: 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$
 $ac: 2^{19} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$~~

~~$\Rightarrow abc: 2^{\max(7,13,19)} \cdot 3^{\max(11,15,17)} \cdot 5^{\max(14,18,43)}$
 $= 2^{19} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$~~

~~$abc = 2^{19} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43} \cdot 2^4 \cdot 3^4 \cdot 5^4$~~

~~$\int a: 2^4; b: 2^3; c: 2^{10} \Rightarrow ab: 2^7; bc: 2^{13}; ac: 2^{14}$~~

~~$ab = 2^7 \cdot 3^4 \cdot 5^{14} \cdot k_1$
 $bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} \cdot k_2 \Rightarrow abc = \sqrt{15} \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot 2^{17} \cdot 3^{21} \cdot 5^{37}$
 $ac = 2^{19} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43} \cdot k_3$
 $abc: 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$
 $abc: 2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^5$ (м.к. 43738)~~

~~$\int a: 2^4; b: 2^3; c: 2^{10} \Rightarrow abc: 2^{17}, ab: 2^7, bc: 2^{13}, ac: 2^{14}$~~

~~$\int a: 3^4; b: 3^3; c: 3^{11} \Rightarrow abc: 3^{22}, ab: 3^7, bc: 3^{15}, ac: 3^{18}$~~

~~$\int a: 5^4; b: 5^3; c: 5^{19} \Rightarrow abc: 5^{26}, ab: 5^{17}, bc: 5^{22}, ac: 5^{23}$~~

~~$\int a: 5^4; b: 5^3; c: 5^{29} \Rightarrow abc: 5^{36}, ab: 5^{17}, bc: 5^{32}, ac: 5^{33}$~~

~~$a = 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5^{14}$
 $b = 2^3 \cdot 3^4$
 $c = 2^{10} \cdot 3^{11} \cdot 5^{29}$
 $\Rightarrow abc_{\min} = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$~~

Ответ: $abc_{\min} = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

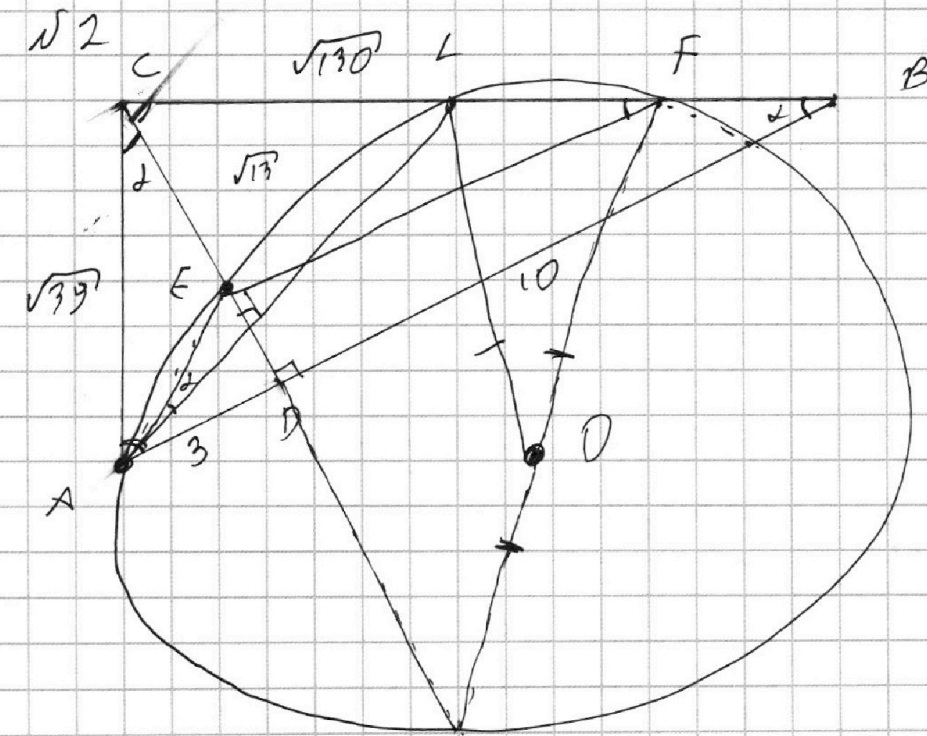
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$1) \frac{AB}{BD} = 1,3 = \frac{AG+BD}{BD} = 1,3 \Rightarrow AG = 0,3BD$$

$$\Rightarrow BD = 10 \Rightarrow AD = 3 \Rightarrow AC = \sqrt{AD \cdot AB} = \sqrt{39}; \quad BC = \sqrt{BD \cdot AB} = \sqrt{130}$$

$$\Rightarrow AB = 13$$

$$2) \frac{EF \parallel BA \Rightarrow \angle CFE = \angle CBD; \angle BCD - \text{биссектриса} \Rightarrow \triangle CFE \sim \triangle CBP \text{ (по 2-ым углам)} \Rightarrow \frac{CF}{CB} = \frac{CE}{CD} = \frac{EF}{BD} = k$$

$$3) S_{\triangle CAD} = \frac{CD \cdot AD}{2} = \frac{3}{2} CD$$

$$S_{\triangle CEF} = \frac{CE \cdot EF}{2} = \frac{CD \cdot BD}{2} \cdot k^2 = 5k^2 CD$$

$$\frac{S_{\triangle CAD}}{S_{\triangle CEF}} = \frac{\frac{3}{2} CD}{\frac{5k^2 CD}{2}} = \frac{3}{5k^2}$$

$$CD = \sqrt{AD \cdot BD} = \sqrt{13}$$

$$CE \cdot EB = AC^2 = 39$$

$$CE = \frac{39}{EB} = k\sqrt{13} \Rightarrow k = \frac{108}{EG^2}$$

$$\Rightarrow \angle CFA = \angle \Rightarrow \angle ACD = \angle, \angle EAL = \angle EFL = \angle AOC$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Окружность $(D; r)$ \cap $BC \Rightarrow BC$ - кас., $\Rightarrow CF = AC$ (по теореме)
кас.) $\Rightarrow \frac{CF}{BC} = \frac{\sqrt{3} \cdot 3}{\sqrt{10} \cdot 3} = k = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ACP}}{S_{\triangle CEF}} = \frac{3 \cdot 10}{10 \cdot 3} = 1$
Ответ: $\frac{S_{\triangle ACP}}{S_{\triangle CEF}} = 1$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

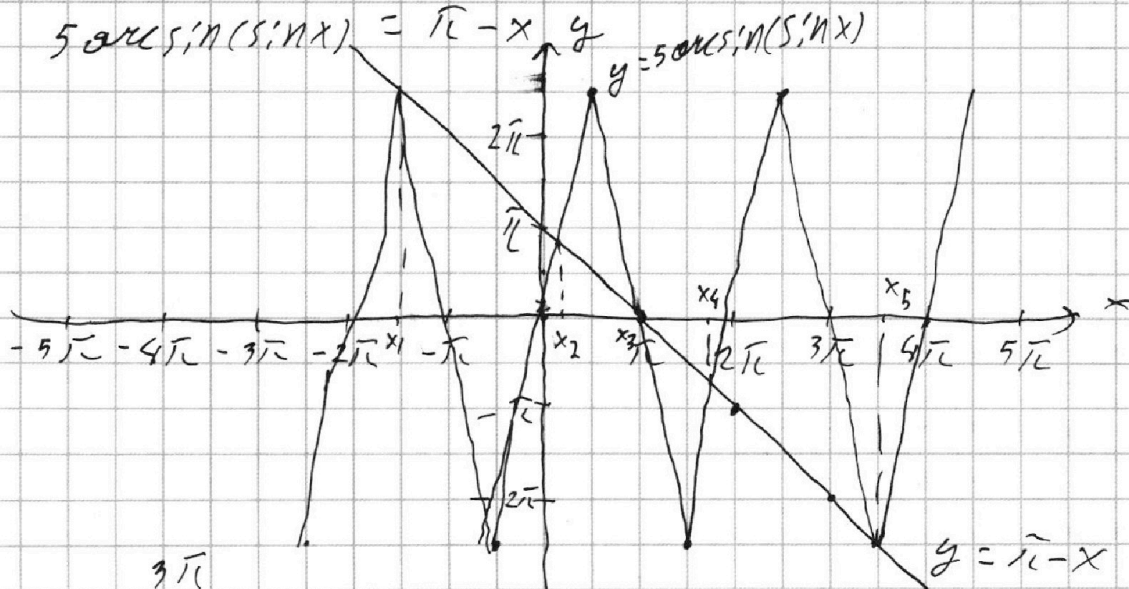
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$a \cos t + b \sin t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow a \cos t = \frac{\pi}{2} - b \sin t$$

$$5 \cos(\sin x) = 5 \frac{\pi}{2} - 5 \sin(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$5 \sin(\sin x) = \pi - x \quad y = 5 \cos(\sin x)$$



$$x_1 = -\frac{3\pi}{2}$$

$$x_2 = \frac{\pi}{6}$$

$$x_3 = \pi$$

$$x_4 = \frac{11\pi}{6}$$

$$x_5 = 2$$

$$\text{Ответ: } x_1 = -\frac{3\pi}{2}, x_2 = \frac{\pi}{6}, x_3 = \pi, x_4 = \frac{11\pi}{6}, x_5 = 2.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

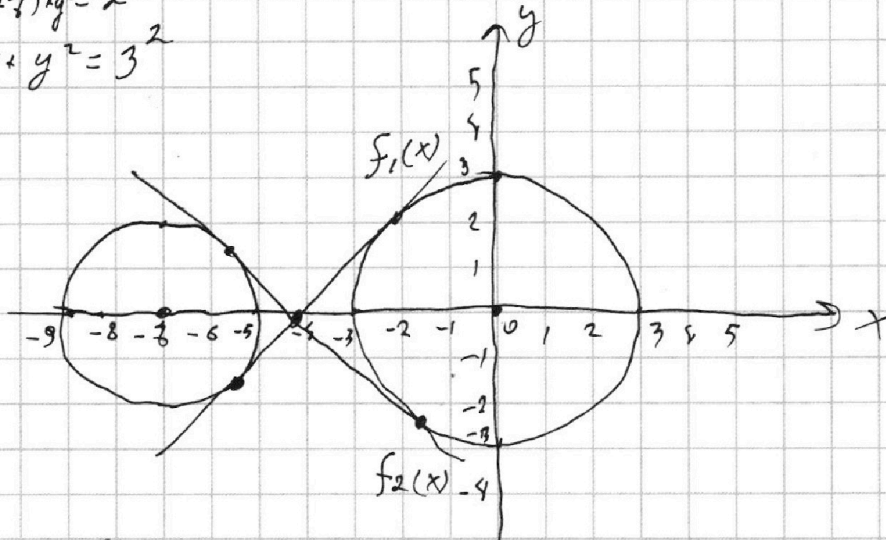


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 4

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \\ (x^2 + 17x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \\ (x+3)^2 + y^2 = 2^2 \\ x^2 + y^2 = 3^2 \end{cases}$$



$x + 3ay - 7b = 0$ — серия прямых // прямой $x + 3ay = 0$
очевидно, будет хотя бы одно b , при котором
будет 4 решения, если наклон прямой будет
меньше чем у общей внутренней касательной
тангентой $f_1(x)$ или $f_2(x)$, ~~вона иная~~ т.к. тогда
будет возможно одновременно пересечь
обе окр.

$$\exists y = kx + b - \text{кас.} \Rightarrow \begin{cases} y = kx + b \\ x^2 + y^2 = 3^2 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} y = kx + b \\ (x+3)^2 + y^2 = 2^2 \end{cases}$$

имеет 1 реш. $\Rightarrow (k^2 + 1)x^2 + 2kbx + b^2 - 9 = 0$ и

$(k^2 + 1)x^2 + 2(kb + 3)x + b^2 + 45 = 0$ имеет 1 корень \Leftrightarrow

$D = 0 \Rightarrow$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 4k^2b^2 - (k^2+1)(b^2-9) \cdot 5 = 0 \\ 4(kb+3)^2 - 4(k^2+1)(b^2+9) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^2 = 9(k^2+1) & (1) \\ 45k^2b = 4 + 14kb & (2) \end{cases}$$

$$(1) \text{ в } (2): 45k^2b + 9k^2 + 9 = 4 + 14k \cdot 3\sqrt{k^2+1}$$

$$(5k^2+5)^2 = 42^2k^2(k^2+1)$$

$$12 \cdot 96 k^4 - 1224 k^2 + 25 = 0$$
$$k^2 = \frac{1225 \pm 1136}{2 \cdot 12 \cdot 96} = \left[\begin{array}{l} \frac{48}{6^2 \cdot 8^2} \\ \frac{2500}{6^2 \cdot 8^2} \end{array} \right] \Rightarrow \begin{cases} k_1 = \frac{-\sqrt{3}}{12} \\ k_2 = \frac{\sqrt{3}}{12} \\ k_3 = \frac{-5\sqrt{6}}{12} \\ k_4 = \frac{5\sqrt{6}}{12} \end{cases}$$

у внутренних кас. коэффициент по модулю больше $\Rightarrow k \in \left(-\frac{5\sqrt{6}}{12}, \frac{5\sqrt{6}}{12}\right)$

$$ka^2 + 30a - 3b = 0 \Rightarrow k = -\frac{1}{3a} \Rightarrow \frac{1}{3a} \in \left(-\frac{5\sqrt{6}}{12}, \frac{5\sqrt{6}}{12}\right)$$

$$a \in \left(-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{15}\right) \cup \left(\frac{2\sqrt{6}}{15}; +\infty\right)$$

Ответ: при $a \in \left(-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{15}\right) \cup \left(\frac{2\sqrt{6}}{15}; +\infty\right)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 5

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4$$

$$\text{ODЗ: } \begin{cases} x > 0 \\ x \neq \frac{1}{6} \end{cases}$$

$$\text{3) } \log_7^4(6x) = t$$

$$t^4 - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} - 4 \quad | \cdot 2t \neq 0$$

$$2t^5 + 8t - 3 = 0$$

$$f(t) = 2t^5 + 8t - 3$$

$$f'(t) = 10t^4 + 8 > 0 \Rightarrow f(t) \text{ — монотонно возрастает}$$

\Rightarrow если есть реш., то оно одно.

$$\log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_y (343^5) - 4$$

$$\text{ODЗ: } \begin{cases} y > 0 \\ y \neq 1 \end{cases}$$

$$\log_7^4 y + \frac{6}{\log_7 y} = \frac{5}{2 \log_7 y} - 4$$

$$\text{3) } \log_7^4 y = n$$

$$n^4 + \frac{6}{n} = \frac{5}{2n} - 4 \quad | \cdot 2n \neq 0$$

$$2n^5 + 8n + 3 = 0$$

$$g(n) = 2n^5 + 8n + 3$$

$$g'(n) = 10n^4 + 8 > 0 \Rightarrow g(n) \text{ — монотонно возрастает} \Rightarrow \text{если есть реш., то оно одно}$$

$$\text{Пусть } t_1 \text{ — решение } 2t^5 + 8t - 3 = 0$$

$$\text{подставим } (-t_1) \Rightarrow 2(-t_1)^5 + 8(-t_1) - 3 = 0$$

$$2t_1^5 + 8t_1 + 3 = 0 \Rightarrow$$

$$\text{решение } 2n^5 + 8n + 3 = 0 \text{ является } -t_1 \Rightarrow$$

$$n_1 = -t_1$$

$$\log_7 y = -\log_7 6x$$

$$y = \frac{1}{6x} \Rightarrow xy = \frac{1}{6}$$

$$\text{Ответ: } xy = \frac{1}{6}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

Если взять какую-нибудь т. $A(x_1; y_1)$, то множество
всех т. $B(x_2; y_2)$ удовлетворяющих уравнению

$$y_2 - y_1 + x_2 - x_1 = 40 \text{ это прямая, т.к. если}$$

$$x_2 - x_1 = \Delta x, y_2 - y_1 = \Delta y \Rightarrow \Delta y = 40 - \Delta x, \text{ т.к. эта}$$

прямая параллельна стороне параллелогра,

$$\text{т.к. } \Delta y \in [-68; 68] \Rightarrow \Delta x \in [-7; 27]$$

$$\Delta x \in [-79; 19] \Rightarrow \Delta x \in [-7; 19] \Rightarrow \Delta y \in [-36; 68] \Rightarrow$$

если взять т. $A(x_1; y_1) \Rightarrow$ т. B летит на отрезке

с концами $(-7; 68)$ и $(19; -36)$ Если брать т. A на

нижней стороне параллелогра, то будет 18 пар

для каждой точки, а точек можно взять 10 \Rightarrow

180 пар.

~~180 пар. Если не брать точки выше ^{на расстоянии} ≤ 36 , то пар тоже будет 180 \Rightarrow всего~~

~~180 \cdot 37 пар. Если брать ещё выше, то как бы точек~~

~~будет. Если брать т. A выше, то множество~~

~~т. B будет составленным параллельным пере-~~

~~носом на вектор $\vec{m} \{-1; 4\}$ и количество пар~~

~~не будет меняться до достижения высоты 36~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

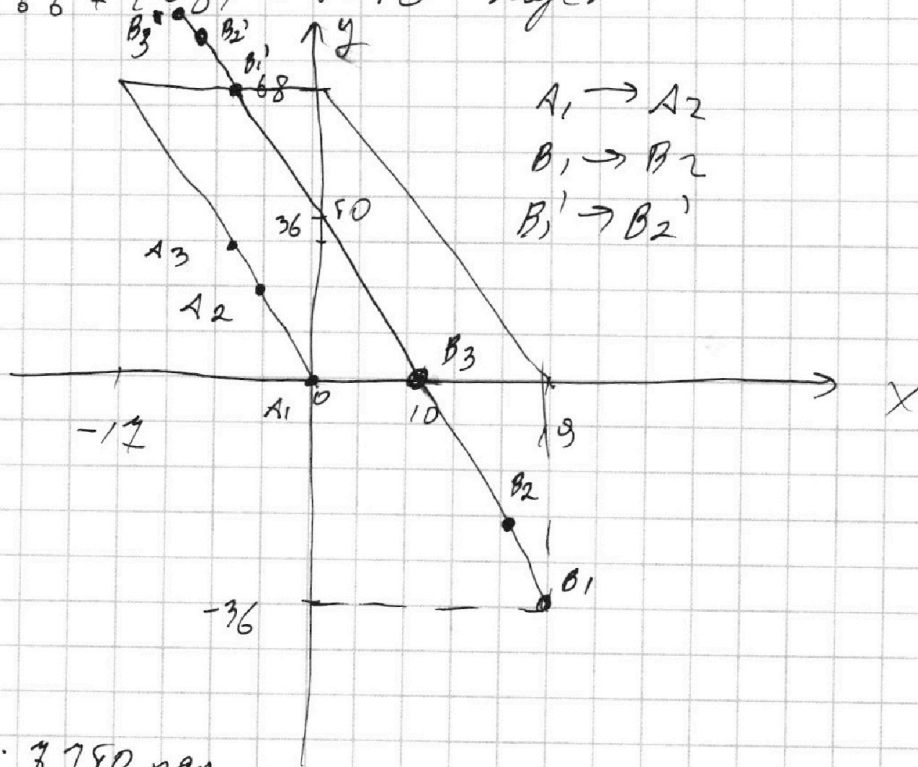
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

т.к. отрезок всё ещё будет ~~намотать~~ пересекать
обе стороны параллелограмма, а пока для
каждой из 10 точек будет уменьшаться на 1,

т.к. часть отрезка в параллелог. будет умень-
шаться \Rightarrow всего пар точек $180 \cdot 33 + 18 \cdot 10 + 16 \cdot 10 +$

$$\dots + 10 \cdot 10 = 180 \cdot 33 + 10(18 + 16 + \dots + 1) = 10(18 \cdot 33 + \frac{27 \cdot 8}{2})$$

$$= 10(666 + 108) = 7740 \text{ пар.}$$



Ответ: 7750 пар.



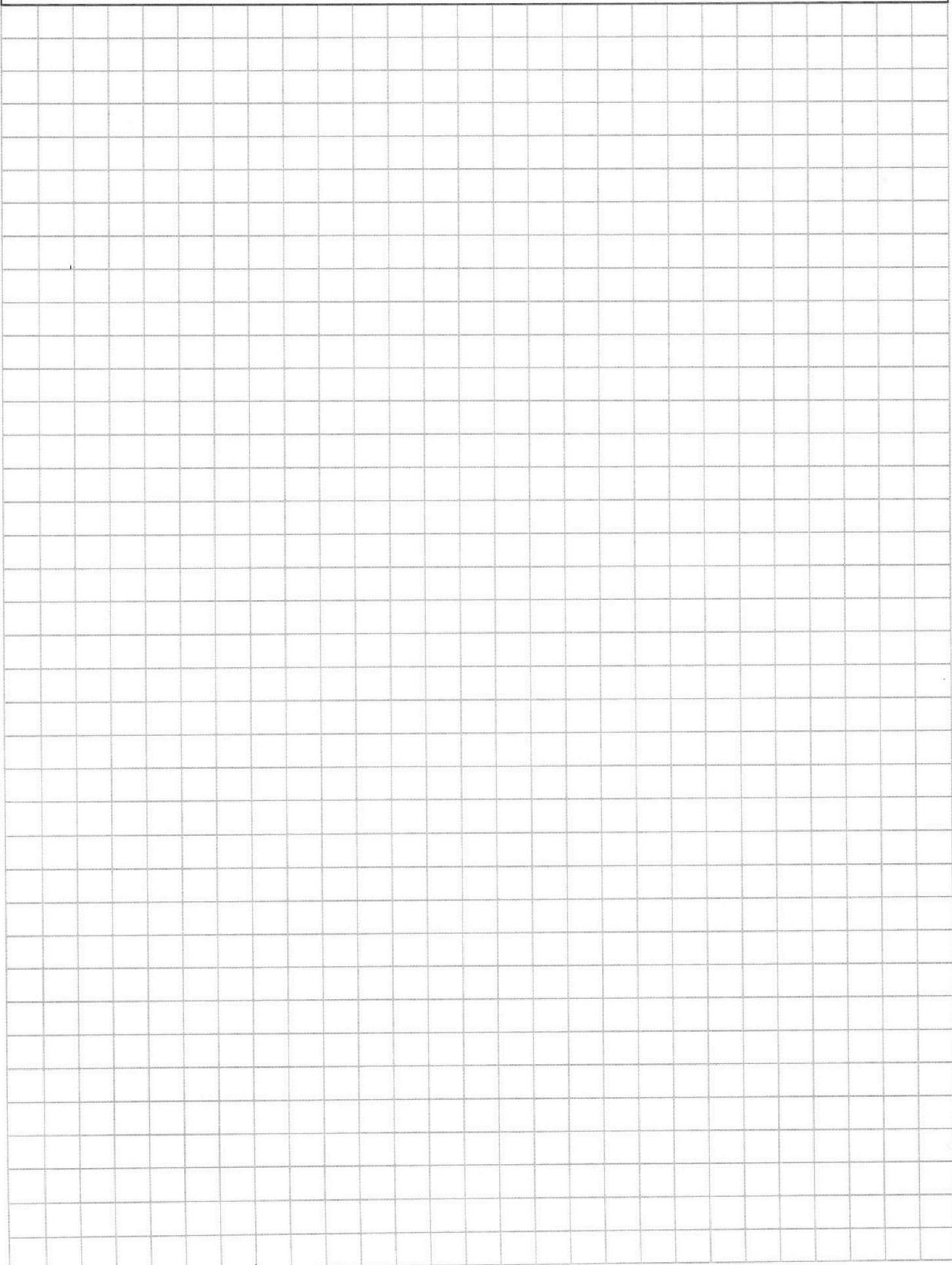
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



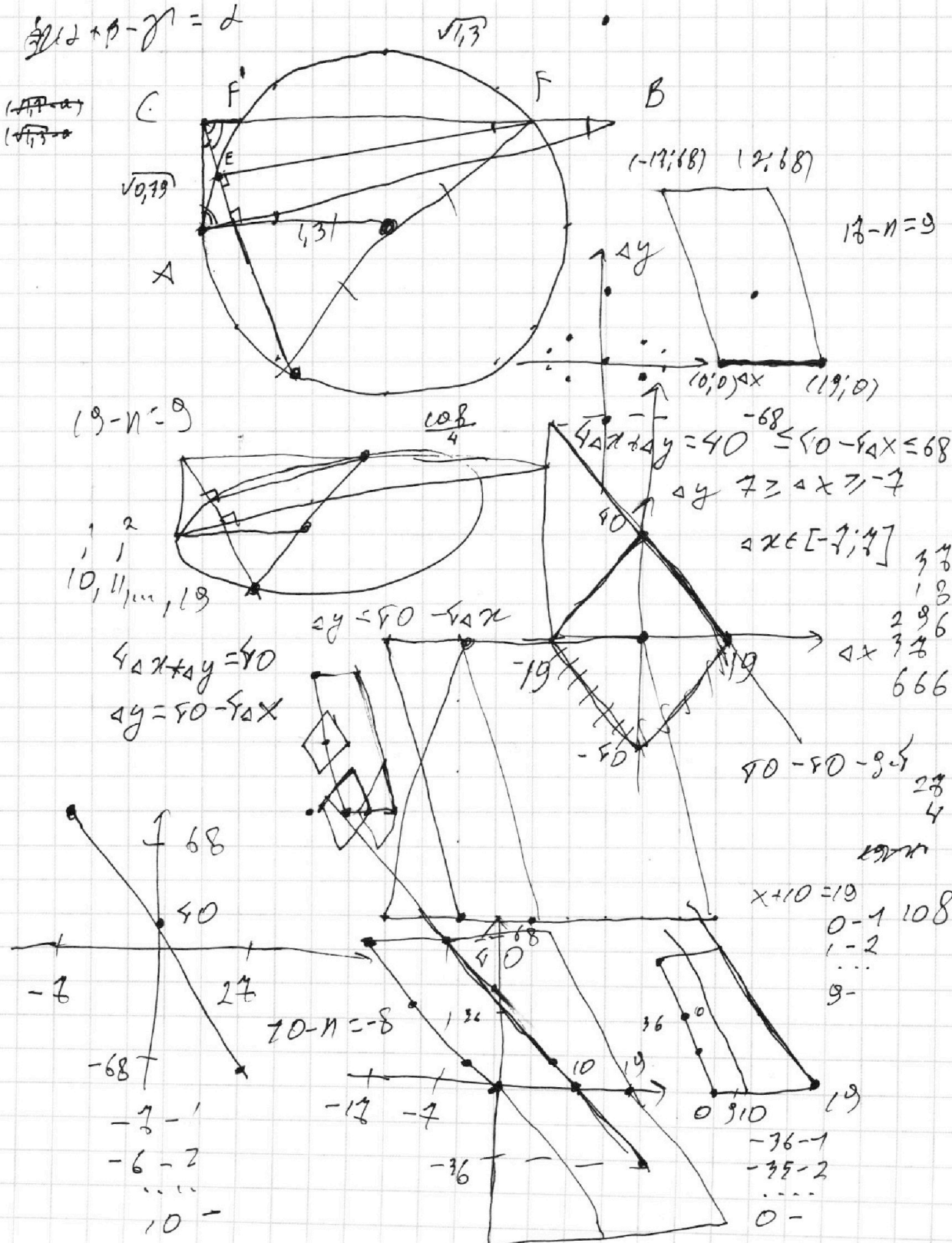
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

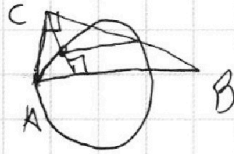
Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

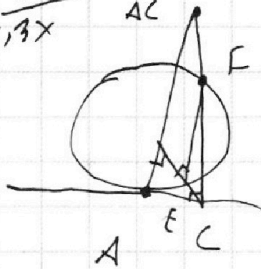
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CD}{0,3x} = \frac{x}{CD}$$

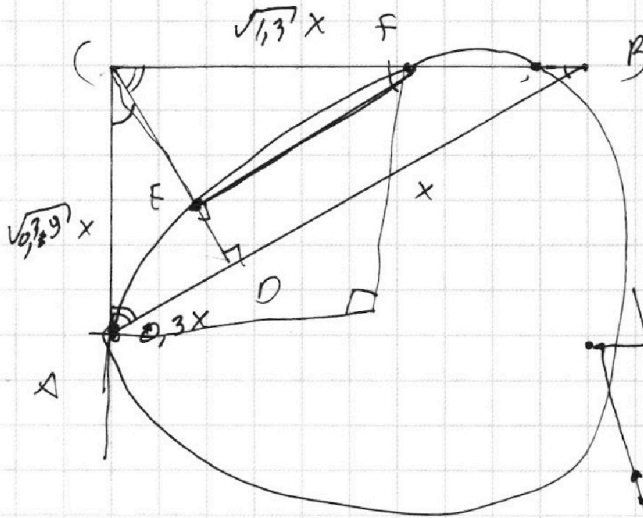
$$\frac{AC}{1,3x} = \frac{0,3x}{AC}$$



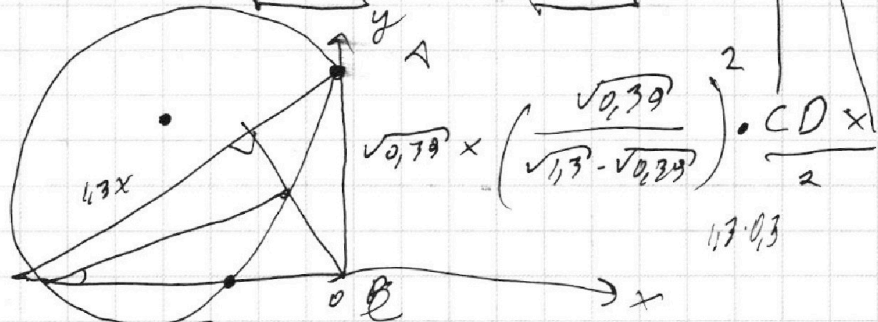
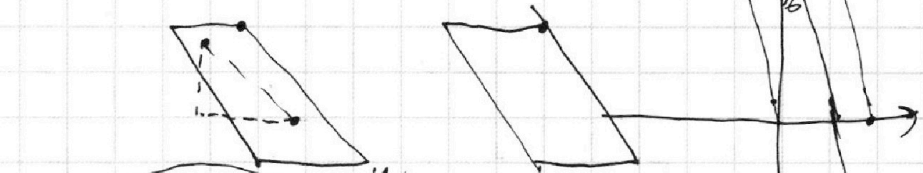
$$AD \perp AO = \frac{AB}{AO} = 1,3$$

$$AD = 0,3BD$$

$$AC = \sqrt{0,9}x$$



$$\frac{\Delta C}{\Delta D} = \frac{\Delta A}{\Delta C}$$



$$(x+z)^2 + (y - \sqrt{0,39}x)^2 = z^2$$

$$x^2 + 2zx + 0,39z^2 = 0$$

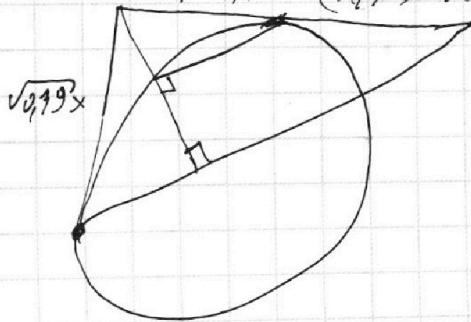
$$1,39z^2 + 2zx = 0$$

$$z = \frac{-2x}{1,39}$$

$$\sqrt{0,39}x \cdot (\sqrt{1,3}x - \sqrt{0,39}x) \cdot 0,39$$

$$\frac{0,3 CD x}{2}$$

$$\frac{0,3 (\sqrt{1,3} - \sqrt{0,39})^2}{2}$$



$$\frac{0,1}{0,13} \cdot \frac{10}{13} (981 - 2,6\sqrt{0,39})$$

$$0,12 \dots 14$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 + y^2 = 9$$

$$x^2 + (kx + b)^2 + 55 = 0$$

$$y = kx + b$$

$$x^2 + k^2 x^2 + 2kbx + b^2 + 55 = 0$$

$$4k^2 b^2 - 4(k^2 + 1)(b^2 + 55) = 0$$

$$k^2 b^2 = k^2 b^2 - 4k^2 b^2 - 9$$

$$b^2 = 9(k^2 + 1)$$

$$x^2 + (19k + k^2)x^2 + 2kbx + b^2 + 55 = 0$$

$$(k^2 + 1)x^2 + 2(kb + 55)x + b^2 + 55 = 0$$

$$(kb + 55)^2 = (k^2 + 1)(b^2 + 55)$$

$$k^2 b^2 + 19kb = k^2 b^2 - 4 + 55k^2 + b^2$$

$$19kb = -4 + 55k^2 + b^2$$

$$55k^2 + b^2 = 4 + 19kb$$

$$35k^2 + 5 = 19k \cdot 3\sqrt{k^2 + 1}$$

$$55^2 k^4 + 550k^2 + 25 = 92^2 k^4 + 52^2 k^2$$

$$12 \cdot 96 k^4 - 1225 k^2 + 25 = 0$$

$$1225^2 - 12 \cdot 9600$$

$$96$$

$$12$$

$$192$$

$$96 \cdot 115200$$

$$9 \cdot 153664$$

$$9 \cdot 3^2 \cdot 9604$$

$$9 \cdot 4 \cdot 38416$$

$$3^2 \cdot 4^2 \cdot 2^2 \cdot 2501 \cdot 59^2$$

$$1600 + 1 - 80$$

$$(50 - 1)^2$$

$$2501 - 100$$

$$3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 59$$

$$abc = 3$$

$$b = 3$$

$$a = 3$$

$$c = 3$$

$$b = 3^2$$

$$a = 3$$

$$c = 3$$

$$b = 3^3$$

$$a = 3$$

$$c = 3$$

$$b = 3^4$$

$$a = 3$$

$$c = 3$$

$$b = 3^5$$

$$a = 3$$

$$c = 3$$

$$b = 3^6$$

$$a = 3$$

$$c = 3$$

$$b = 3^7$$

$$a = 3$$

$$c = 3$$

$$b = 3^8$$

$$a = 3$$

$$c = 3$$

$$b = 3^9$$

$$a = 3$$

$$c = 3$$

$$b = 3^{10}$$

$$a = 3$$

$$c = 3$$

$$b = 3^{11}$$

$$a = 3$$

$$c = 3$$

$$b = 3^{12}$$

$$a = 3$$

$$c = 3$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

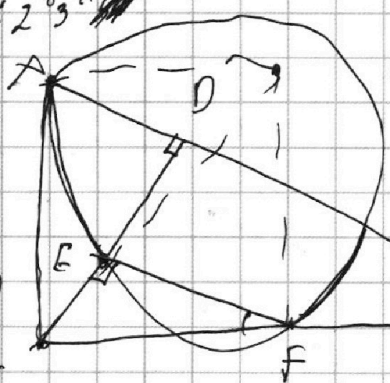
- 1 2 3 4 5 6 7



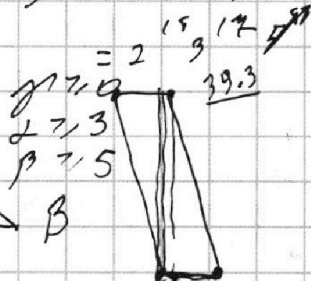
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$ab = (2 \cdot 3 \cdot 5) \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

$\beta \geq 5$
 $\alpha \geq 3$
 $\gamma \geq 0$



$\begin{cases} a+b=11 \\ a+c=14 \\ b+c=15 \end{cases}$
 $\begin{matrix} 2 & 3 & 5 \\ 2 & 3 & 5 \end{matrix} \cdot (2 \cdot 3 \cdot 5)$



$4x \cdot 64y = 90$

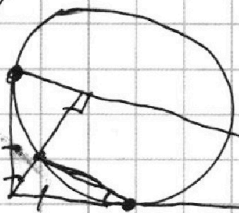
$19 \cdot 4 \quad 18 \quad C$

$\frac{AD \cdot CD}{2}$

$\frac{CE \cdot EF}{2} = \frac{1}{k^2} \cdot \frac{CD \cdot BD}{2}$

$ab = 2^{2+2}$
 $bc = 2^{1+3}$
 $ac = 2^{1+4}$

$\frac{AD}{BD} \cdot k^2 = \frac{18}{\beta}$



$d_p \geq d_c + (y-z) \cdot 2^{17}$
 $d_a \geq d_c + (x-y) \cdot 2^{10}$
 $d_b \geq d_c + (x-z) \cdot 2^4$
 $a = 2^3$

$\frac{AD}{AC} = k_1$

$d_a + d_p \geq x$

$k_2 =$

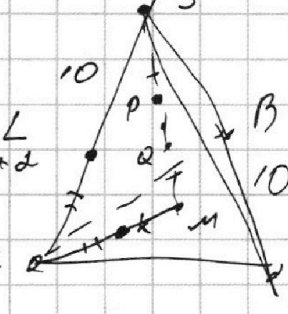
$d_b + d_c \geq y$

$d_a + d_c \geq z$

x	2	3	5
y	13	15	18
z	14	17	19

$d_a \geq d_c + 6$
 $d_b \geq d_c - 7$
 $\beta a \geq \beta c - 4$
 $\beta b \geq \beta c - 6$
 $\gamma a \geq \gamma c - 4$
 $\gamma b \geq \gamma c - 28$

$a = 3$
 $b = 3^0$
 $c = 3^1$
 $6 - 2 \geq 15$
 $2 \leq -9$



$\Delta x = 0$
 $\Delta y = 36$
 $\Delta x = 2$
 $\Delta y = 32$

$\Delta x = 10$
 $\Delta y = 0$

$\Delta x \leq 19$
 $\Delta y \leq 68$

$abc = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23$
 $abc = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

$c = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$
 $a = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$
 $b = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



ob: $2^7 3^{11} 5^{14} \cdot 3$
 bc: $2^{13} 3^{15} 5^{18} \cdot 5$
 ac: $2^2 3^{14} 5^{43}$

$a = 2^{\alpha_1} 3^{\alpha_2} 5^{\alpha_3}$
 $b = 2^{\beta_1} 3^{\beta_2} 5^{\beta_3}$
 $c = 2^{\gamma_1} 3^{\gamma_2} 5^{\gamma_3}$

$\alpha_2 + \beta_1 \geq 7$
 $\alpha_2 + \beta_2 \geq 11$
 $\alpha_3 + \beta_3 \geq 14$

$\sqrt{k_1 k_2 k_3} = 2^{18} \cdot 3^{21} \cdot 5^{32}$
 $abc = 2^{17} 3^{22} 5^{38}$
 $c = 2^{10} 3^{11} 5^{14}$
 $b = \dots$

$\sqrt{6}$
 $ab = 2^7 3^{12} 5^{14}$

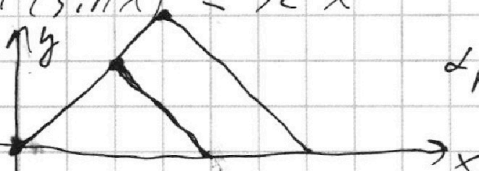
$a \cos t + b \sin t = \sqrt{c}$

$\frac{5\sqrt{11}}{2} - 5a \cos t \sin t (\sin x) = \frac{3\sqrt{11}}{2} + x$

$5a \cos t \sin t (\sin x) = \sqrt{c} - x$

$c = 2^{10} 3^{11} 5^{14}$
 $a + b \geq 7$
 $a + c \geq 14$

$d_p - d_c \geq 7$
 $d_c \leq d_b + 7$
 $g = k(x+b)$



$C = (k_1 k_2 k_3) = (2^{18} 3^{21} 5^{32})$

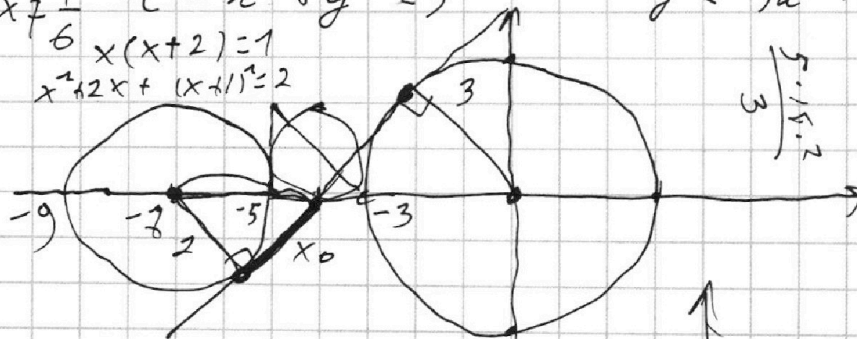
$\begin{cases} x + 3ay - 4b = 0 \\ (x + \frac{4}{3})^2 + y^2 = 2 \end{cases}$

$x = 2b$

$y = \frac{1}{3a} x + \frac{4b}{3a}$

$x > 0, x \neq \frac{1}{6}$

$x(x+2) = 1$
 $x^2 + 2x + (x+1)^2 = 2$



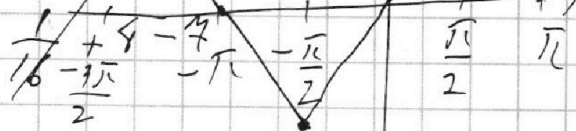
$5 < k^2 + 5 < 14k\sqrt{9k^2 + 5}$

$\sqrt{2+x}$

$\log_8(6x) - 2 \log_{6x} 4 = \log_{36x} 2x^3 - 4$

$t^5 - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} - 4$

$t^5 - 2 - \frac{1.5}{t} + 4t = 0$



$t \neq 0$

$2t^5 + 8t - 7 = 0$

$\frac{x}{\sqrt{9-x^2}}$

$\sqrt{9 - (x_0 + 3)^2}$
 $\sqrt{9 - (x_0 + 3)^2}$

$(x_0 + 3)^2 = 4 + (x_0 + 5)(x_0 + 9)$

$5 < k^2 + 5 < 14k\sqrt{9k^2 + 5}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



5 | 3 | 4

$ab: 2^3 3^5 5^{14}$
 $bc: 2^{19} 3^{15} 5^{18}$
 $ac: 2^{15} 3^{13} 5^{43}$

$d_a + d_b \geq 7$ (1)
 $d_b + d_c \geq 13$ (2)
 $d_a + d_c \geq 14$ (3)

$d_c \geq 2d_a + 7$ (1) u (1)

$d_b \geq d_a + 6$ (1) u (2)
 $d_c \geq d_a + 13$

$d_b \geq d_a - 1$
 $d_c \geq d_a + 6$

$d_a + d_b \geq x$
 $d_b + d_c \geq y$
 $d_a + d_c \geq z$

$d_a \geq d_c + (x - y)$
 $d_b \geq d_c + (x - z)$
 $d_b \geq d_a + (y - z)$

$d_a \geq d_c + 6$
 $d_b \geq d_c - 7$
 $d_b \geq d_a - 1$

$d_c = 8, d_b = 0, d_a = 1$

$2d_c = 13 \neq 7$

$d_c \geq 10$

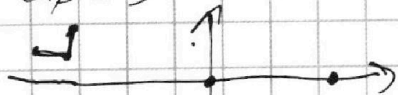
$d_a \geq 4$

$d_c = 10$
 $d_a = 4$
 $d_b = 3$

$\beta_c = 11$
 $\beta_a = 8$
 $\beta_b = 5$

$\gamma_c = 24$
 $\gamma_a = 20$
 $\gamma_b =$

$9(k^2 + 1) = b^2$



$4(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 40$

$(k^2 + 1)x^2 + 2k^2x + b^2 - 9 = 0$

$x^2 + (2kx + b)^2 = 9$

$x \neq \frac{1}{b}, x > 0 \quad x^2 + 15x + k^2x^2 + 2k^2x + b^2 - 9 = 0$

$\frac{4}{t} - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} - 4$

$10n^4 + 8$
 $4k^2b^2 - 4(k^2 + 1)(b^2 - 9) = 0$

$2t^5 + 8t - 4 = 0$

$n^4 + \frac{6}{n} = \frac{5}{2n} - 4$

$2n^5 + 8n + 4 = 0$

$\log_3(6x) = -\log_3(4)$

$6x = \frac{1}{4}$

$\frac{12\sqrt{15}}{6} = \sqrt{15}$

$18 \neq 4$

$\frac{34 + 14}{2}$

$\beta_a \geq \beta_c - 4$
 $\beta_b \geq \beta_c - 6$

$\gamma_a \geq \gamma_c - 4$
 $\gamma_b \geq \gamma_c - 29$

$\sqrt{15} - 5$

$2\sqrt{15}$

$y = \sqrt{15} - x$
 $y = 5x + 10\sqrt{15}$

$5x - 10\sqrt{15} = \sqrt{15} - x$

$k^2b^2 = k^2b^2 - 9k^2 + b^2 - 9$