



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

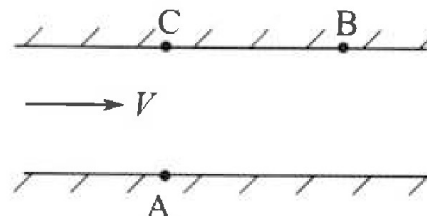
Вариант 09-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные
дроби и радикалы.



1. Пловец трижды переплывает реку. Движение пловца прямолинейное. Скорость пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой, во всех заплывах одинакова по модулю.

В двух первых заплывах А – точка старта, В – точка финиша (см. рис., V – неизвестная скорость течения реки). Ширина реки $AC = d = 70$ м, снос, т.е. расстояние, на которое пловец смещается вдоль реки к моменту достижения противоположного берега, $CB = L = 240$ м.



Продолжительность первого заплыва $T_1 = 192$ с, продолжительность второго заплыва $T_2 = 417$ с.

1) Найдите скорости V_1 и V_2 пловца в лабораторной системе отсчета в первом и втором заплывах.

2) Найдите скорость U пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой.

В третьем заплыве пловец стартует из точки А и движется так, что снос минимальный.

3) Найдите продолжительность T третьего заплыва.

2. Футболист на тренировке наносит удары по мячу, лежащему на горизонтальной площадке и направляет мяч к вертикальной стенке. После абсолютно упругого соударения со стенкой мяч падает на площадку. Наибольшая высота, на которой находится мяч в полете, $H = 16,2$ м.

Расстояние от точки старта до стенки в 5 раз больше расстояния от стенки до точки падения мяча на площадку.

1) На какой высоте h происходит соударение мяча со стенкой?

2) Найдите продолжительность t_1 полета мяча от старта до соударения со стенкой.

Допустим, что в момент соударения мяча со стенкой на той же высоте h , стенка движется навстречу мячу со скоростью $U = 2$ м/с.

3) Найдите расстояние d между точками падения мяча на площадку в случаях: стенка покоится, стенка движется.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Соударения мяча со стенкой абсолютно упругие. Траектории мяча лежат в вертикальной плоскости перпендикулярной стенке.

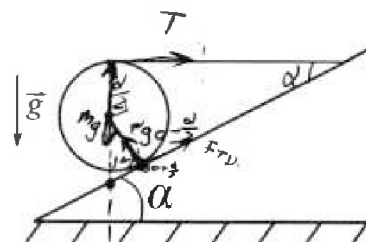
$$T = F_{тр}$$

3. Однородный шар массой $m = 3$ кг удерживается на шероховатой наклонной плоскости горизонтальной нитью, прикрепленной к шару в его наивысшей точке. Наклонная плоскость образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,6$.

1) Найдите силу T натяжения нити.

2) Найдите силу $F_{тр}$ трения, действующую на шар.

3) При каких значениях коэффициента μ трения скольжения шар будет находиться в покое? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 09-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные
дроби и радикалы.

4. Воду нагревают на электроплитке. Начальная температура воды $t_0 = 14^\circ\text{C}$, объем воды $V = 2$ л. Сопротивление спирали электроплитки $R = 20$ Ом, сила тока в спирали $I = 5$ А.

$$P = I^2 R = 25 \cdot 20 = 500 \text{ Вт.}$$

Зависимость мощности P тепловых потерь от времени t представлена на графике (см. рис.).

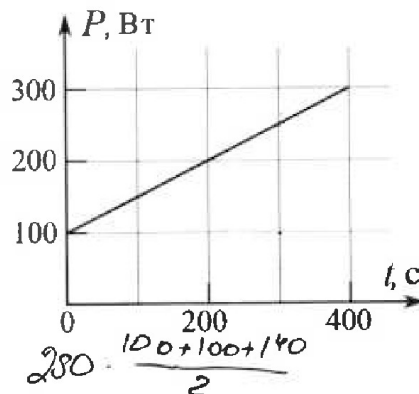
1) Найдите мощность P_H нагревателя.

2) Через какое время T после начала нагревания температура воды станет равной $t_1 = 25^\circ\text{C}$?

Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·°C).

$$P_k =$$

$$V = 2 \text{ л}$$

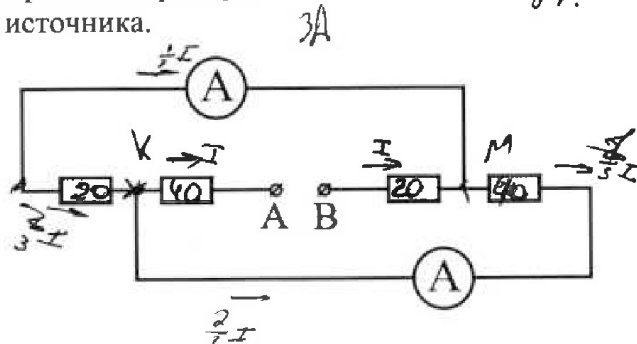


5. В электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, четыре резистора, у двух из которых сопротивление по 20 Ом, у двух других сопротивление по 40 Ом. Сопротивление амперметров пренебрежимо мало.

После подключения к клеммам A и B источника постоянного напряжения показания амперметров оказались различными. Меньшее показание $I_1 = 1$ А.

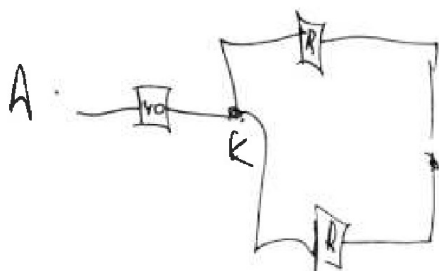
1) Найдите показание I_2 второго амперметра.

2) Найдите напряжение U источника.



$$\frac{40 \cdot 20}{60} = \frac{80}{3} = 26 \frac{2}{3}$$

$$\frac{40 + 120 + 60}{3} = \frac{220}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1(1)

$$\vec{V}_{ABC} = \vec{V}_{отн} + \vec{V}_{пер}$$

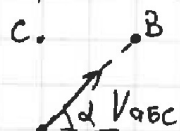
ABC - абсолютная

отн - откосительная

пер - переносная

V - скорость

1.) Т.к. плывец переплывает реку из точки А в В то его скорость в лабораторной системе отсчета направлена:



Тогда $V_n = \frac{L_{AB}}{T_n}$

L_{AB} - расстояние от А до В

$$L_{AB} = \sqrt{L_{AC}^2 + L_{CB}^2}$$

$$= \sqrt{d^2 + d^2}$$

$$\sin \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{7}{25}$$

$$= \sqrt{70^2 + 240^2} = \sqrt{7^2 \cdot 100 + 24^2 \cdot 100} = 10 \sqrt{7^2 + 24^2} =$$

$$= 10 \cdot 25 = 250 \text{ м}$$

$$V_1 = \frac{L_{AB}}{T_1} = \frac{250}{192} = \frac{250}{192} \text{ м/с}$$

$$V_2 = \frac{L_{AB}}{T_2} = \frac{250}{417} = \frac{250}{417} \text{ м/с}$$

2) V - относительная скорость 400 м/с

$$\vec{U} = \vec{V}_{ABC} - \vec{V}_{пер}$$

$$\vec{U}_1 = \vec{V}_1 - \vec{V}$$

$$\vec{U}_2 = \vec{V}_2 - \vec{V}$$

$$|\vec{U}_1| = |\vec{U}_2|$$

$$|\vec{U}_1| = |\vec{U}_2| \quad |\vec{V}_1| - |\vec{V}_2| = \frac{250}{192} - \frac{250}{417} = \frac{250}{64 \cdot 3} - \frac{250}{139 \cdot 3} =$$

$$= \frac{139 \cdot 250 - 64 \cdot 250}{139 \cdot 64 \cdot 3} = \frac{75 \cdot 250}{139 \cdot 64 \cdot 3} = \frac{25 \cdot 250}{139 \cdot 64}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

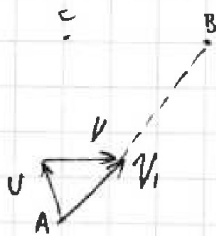
1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

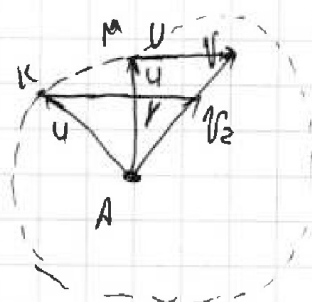
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1(2).

I



Соединим.



лежит на одной окружности K и M.

$$|\vec{v}_1 - \vec{v}| = |\vec{v}_2 - \vec{v}|$$

$$\cos \alpha = \frac{24}{25}$$

I: $v_y = v_1 \sin \alpha$

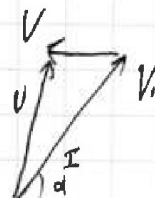
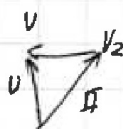
$$v_y = v_1 \cdot \frac{7}{25} = \frac{250}{192} \cdot \frac{7}{25} = \frac{70}{192}$$

$$v_x = v_1 \cos \alpha - v = \frac{24}{25} v_1 - v = \frac{240}{192} - v$$

$$u^2 = v_x^2 + v_y^2$$

$$\left(\frac{70}{192}\right)^2 + \left(\frac{240}{192} - v\right)^2 = \left(\frac{70}{417}\right)^2 + \left(\frac{240}{417} - v\right)^2$$

$$\frac{70^2 + 240^2}{192^2} - \frac{480}{192} v + v^2 = \frac{70^2 + 240^2}{417^2} - \frac{480}{417} v + v^2$$



II: $v_y = v_2 \sin \alpha =$

$$= \frac{250}{417} \cdot \frac{7}{25} = \frac{70}{417}$$

$$v_x = \frac{24}{25} v_2 - v =$$

$$= \frac{240}{417} - v$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{70^2 + 240^2 + 480 \cdot 192 V}{192^2} = \frac{80^2 + 240^2 - 480 \cdot 417 V}{417^2} \quad 349020 / 113)$$

$$\frac{4900 + 57600 - 92160 V}{192^2} = \frac{4900 + 57600 - 200160 V}{417^2}$$

$$\frac{490 + 5760 - 9216 V}{192^2} = \frac{490 + 5760 - 20016 V}{417^2}$$

$$\left(\frac{417}{192}\right)^2 = \frac{6250 - 20016 V}{6250 - 9216 V}$$

$$\left(\frac{139.3}{64.3}\right)^2 = \frac{6250 - 20016 V}{6250 - 9216 V}$$

$$\frac{19321}{4096} = \frac{6250 - 20016 V}{6250 - 9216 V}$$

$$19321 \cdot 6250 - 19321 \cdot 9216 V = 6250 \cdot 4096 - 20016 V \cdot 4096$$

$$(19321 - 4096) \cdot 6250 = V(19321 \cdot 9216 - 20016 \cdot 4096)$$

$$15225 \cdot 6250 = V \cdot 16(19321 \cdot 576 - 20016 \cdot 256) =$$

$$= V \cdot 64(19321 \cdot 144 - 64 \cdot 20016) =$$

$$= 64 V(2702224 - 1281024)$$

$$15225 \cdot 6250 = 64 V \cdot 1421200$$

$$15225 \cdot 125 = 64 V \cdot 28424$$

$$1903125 = 1819136 V$$

$$\Rightarrow V \approx 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$H = \frac{10}{2} \cdot \frac{5 \cdot 1}{6 \cdot 6} \cdot t_{\text{одн}}^2 =$$

$$= \frac{25}{36} \cdot \frac{36 \cdot 36}{10 \cdot 10} = \frac{36}{4} = 9 \text{ м}$$

Задача 2(2)

3). $H = 9 \text{ м}$

$v_{\text{после удара}} = v_{\text{относ стены}}$

$v_{\text{относ}} = v_{\text{абс}} - v_{\text{пер}}$

$v_{\text{относ}} = v + u$

$v_{\text{после удара}} = v + 2u$

$\omega_{\text{земля}}$

$v_{\text{после удара}} = v_{\text{после удара}} + v_{\text{пер}} = v + 2u$

Изменится только
горизонтальная
составляющая скорости.

$\Rightarrow$ т.к. вертикальная компонента не
изменится то и время
парения после удара не
изменится $\Rightarrow t_{\text{одн}} = \text{const.}$

Но мяч мог встретить стенку
в двух положениях.

$x_{\text{кон перем}} = 5l - l = 4l$

$\Delta x_{\text{после стены}} = (v_x + u) \cdot t =$

$= (v_x + 2u) t$

где t - время падения после
удара.

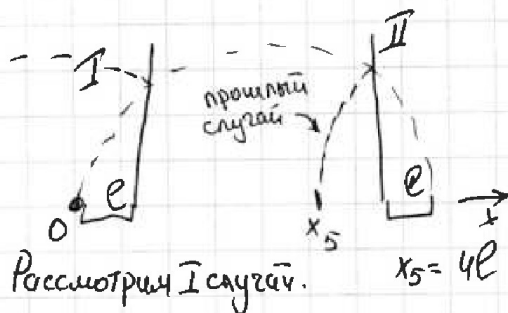
$t_I = t_{\text{одн}} - t_{\text{до стены}} = \frac{5}{6} t_{\text{одн}}$

$\Rightarrow$ после стены пролетит

$(v_x + 2u) \frac{5}{6} t_{\text{одн}} =$

$= 5l + \frac{5}{3} t_{\text{одн}} u$

$t_{\text{одн}} u = 2 \cdot 3,6 = 7,2 \text{ м}$



$v_x \cdot \frac{1}{6} t_{\text{одн}} = l$

$d_I = 4l - (l - 5l - \frac{5}{3} t_{\text{одн}} u) =$

$= 8l + \frac{5}{3} t_{\text{одн}} u = 8l + \frac{5 \cdot 7,2}{3} =$

$= 8l + (5 \cdot 2,4) = 8l + 12$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

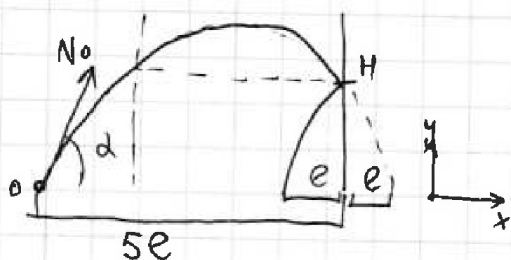
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода недопустима!

Задача 2.17

После удара мяч продолжает двигаться по параболе симметричной изначальной (удар упругий).

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = 16,2 \text{ м}$$

движение по оси x - равномерное прямолинейное



$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t$$

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t \text{ (до удара)}$$

t - время

$$\Rightarrow \frac{t_{\text{до удара}}}{t_{\text{после удара}}} = \frac{5H}{4} = 5$$

$$t_{\text{до удара}} = t_1$$

$$t_1 = \frac{5}{6} t_{\text{до удара}}$$

$$t_{\text{до удара}} = 2 \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$v_0 \sin \alpha = \sqrt{2gH}$$

$$t_{\text{до удара}} = \frac{2 \sqrt{2gH}}{g} = 2 \cdot \frac{\sqrt{2H}}{\sqrt{g}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}} = 3,6$$

$$t_1 = \frac{5 \cdot 2 \sqrt{\frac{2H}{g}}}{6} = \frac{5}{3} \sqrt{\frac{2H}{g}} = \frac{5}{3} \cdot \sqrt{\frac{32,4}{10}} = \frac{5}{3} \sqrt{3,24} = \frac{5}{3} \cdot 1,8 =$$

$$= \frac{5}{3} \cdot 3 \cdot 0,6 = 5 \cdot 0,6 = 3 \text{ сек.}$$

$$H(t) = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$$

$$\frac{gt^2}{2} - v_0 \sin \alpha t + H = 0$$

по т. Виета.

$$t_1 + t_2 = 2 \frac{v_0 \sin \alpha}{g} = t_{\text{до удара}}$$

$$t_1 t_2 = \frac{2H}{g}$$

$$t_1 t_2 = \frac{2H}{g}$$

$$H = \frac{g t_1 t_2}{2}$$

$$H = \frac{g}{2} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot (t_{\text{до удара}})^2$$

на такой-же высоте H он был в точке симметричной точке удара относительно середины параболы (время полета до той точки $t_3 = \frac{1}{6} t_{\text{до удара}}$)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2(3)
Случай II.

Время после удара = $\frac{1}{6} t_{\text{до уд}} =$

$$d_{\text{II}} = 4\ell - \left(5\ell - \ell - \frac{1}{3} t_{\text{до уд}} u \right) = \frac{1}{3} t_{\text{до уд}} u = \frac{3,6}{3} \cdot 2 =$$
$$= 2,4 \text{ м}$$

$$L_{\text{до уд}} = v_{0x} \cos \alpha \cdot t_{\text{до уд}}$$

~~$$v_{0x} \cos \alpha = \frac{L_{\text{до уд}}}{t_{\text{до уд}}}$$~~

Ответ: 1) $h = 9 \text{ м}$

2) $t_1 = 3 \text{ с}$

3) $d = 2,4 \text{ м}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

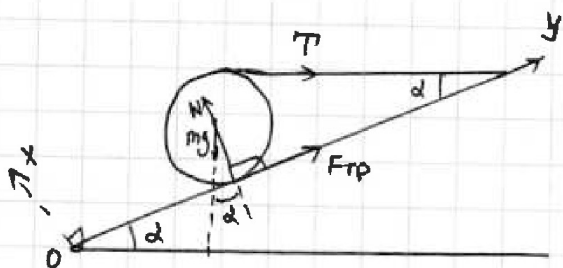
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.



$F_{тр}$ - направлена против возможного проскальзывания.

$\vec{mg}$ и $\vec{N}$ пересекаются в точке O

O - центр шара. R - радиус шара

т.к. $\vec{N} \perp$ касательной.

Правило моментов относительно T.O

$$T \cdot R = F_{тр} \cdot R$$

$$T = F_{тр}.$$

ось Oy:

$$F_{тр} + T \cdot \cos \alpha = mg \sin \alpha$$

$$T(1 + \cos \alpha) = mg \sin \alpha$$

$$T = F_{тр} = \frac{mg \sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

$$T = F_{тр} = \frac{3 \cdot 10 \cdot 0,6}{1,8} = \frac{1,8 \cdot 10}{1,8} = 10 \text{ Н}$$

$$\sin \alpha = 0,6$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 0,8$$

$$m = 3 \text{ кг}$$

$$F_{тр} \leq F_{тр\max} = \mu N$$

ось Ox:

$$N = T \sin \alpha + mg \cos \alpha$$

$$N = 10 \cdot 0,6 + 30 \cdot 0,8 = 6 + 24 = 30 \text{ Н}$$

$$F_{тр} \leq \mu N$$

$$\mu \geq \frac{F_{тр}}{N} \quad \mu \geq \frac{10}{30} \quad \mu \geq \frac{1}{3}$$

$$\text{Ответ: } T = 10 \text{ Н}; F_{тр} = 10 \text{ Н}, \mu \geq \frac{1}{3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.

$$P_0 = 100 \text{ Вт} \quad k = \frac{\Delta P}{\Delta T} = \frac{100}{200} = \frac{1}{2} \frac{\text{Вт}}{\text{C}}$$

$$1) P_H = I^2 R = 25 \cdot 20 = 500 \text{ Вт}$$

$$Q = PT \quad Q - \text{кол-во теплоты}$$

2) УГБ

ΣPT - суммарная теплота потерь

ее можно посчитать как площадь
под графиком $P(T)$

~~$$P_H T = c_p V (t_1 - t_0) + \Sigma PT$$~~

$$P_H T = c_p V (t_1 - t_0) + \Sigma PT$$

~~$$S = \frac{P_0 + P_H + kT}{2} \cdot T$$~~

$$P_H T = c_p V (t_1 - t_0) + P_0 T + \frac{kT^2}{2}$$

$$2\lambda = 0,002 \text{ м}^2$$

$$m_B = V_p = 2 \text{ кг}$$

$$\frac{kT^2}{2} + \underbrace{c_p V (t_1 - t_0)}_{Q_0} + T(P_0 - P_H) = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (P_0 - P_H)^2 - 4 \cdot Q_0 \cdot \frac{k}{2} = (P_0 - P_H)^2 - 2kQ_0$$

$$T_1, T_2 = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{P_H - P_0 \pm \sqrt{(P_0 - P_H)^2 - 2kQ_0}}{k}$$

$$T_1, T_2 = \frac{500 - 100 \pm \sqrt{160000 - 4200 \cdot 1000 \cdot 0,002 \cdot 11}}{\frac{1}{2}} =$$

$$= 2(400 \pm \sqrt{160000 - 8400 \cdot 11}) = (400 \pm 10 \cdot \sqrt{1600 - 924}) \cdot 2 =$$

$$= 2(400 \pm 10 \cdot \sqrt{676}) = 800 \pm 20 \cdot 26 = 800 \pm 520$$

~~$$T_1 = 1320, T_2 = 280$$~~

Ответ: $P_H = 500 \text{ Вт}$; $T = 280 \text{ C}$; $T = 1320 \text{ C}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

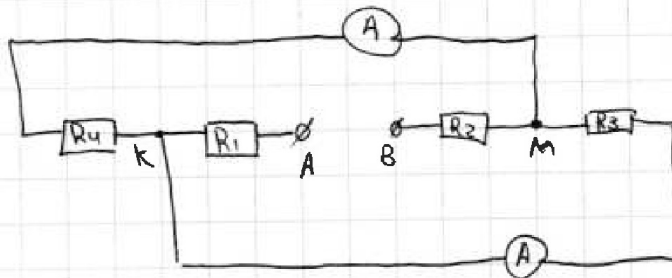
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача 5.

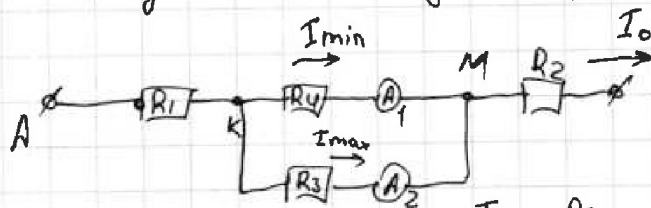


Заметим что если $R_1 = R_2$ $R_3 = R_4$
то схема симметрична
и показания Амперметров
одинаковы а такого
быть не может

$$R_1 \neq R_2$$

Тогда пусть $R_1 = 20 \Omega$ $R_2 = 40 \Omega$
(если наоборот то показания амперметров
меняются друг на
друга, в силу симметрии)

Перерисуем эквивалентную схему.



$$R_4 I_1 = R_3 I_2$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

$$R' = 20 \Omega$$

⇒ там где в КМ резистор меньше ток больше

I_{min} ← там где резистор больше (то есть $R = 40 \Omega$)

$$\text{тогда } U_{KM} = I_{min} \cdot R = 40 \text{ В}$$

$$I_0 = I_{min} + I_{max} = 3 \text{ А}$$

$$U_{KM} = R' \cdot I_{max} \quad I_{max} = \frac{40 \text{ В}}{20 \Omega} = 2 \text{ А} = I_2$$

$$R_0 = R_1 + R_2 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = 60 + \frac{80}{6} = 60 + \frac{40}{3} = \frac{220}{3} \Omega$$

$$U = R_0 \cdot I_0 = \frac{220}{3} \cdot 3 = 220 \text{ В}$$

Ответ: $I_2 = 2 \text{ А}$, $U = 220 \text{ В}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

☒ 1	☒ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6	☐ 7
---------------------------------------	---------------------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} \times 19321 \\ 9216 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9216 \overline{) 2304} \\ \underline{18432} \\ 4608 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9216 \overline{) 16} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2304 \overline{) 1516} \\ \underline{4608} \\ 2304 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,4 \\ \times 0,4 \\ \hline 1,6 \end{array}$$

$$0,43$$

$$\begin{array}{r} 20016 \overline{) 4} \\ \underline{40032} \end{array}$$

$$2000$$

$$\begin{array}{r} 20016 \overline{) 14} \\ \underline{40032} \\ 80064 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 51 \\ \times 192 \\ \hline 1152 \\ \times 192 \\ \hline 586 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 351212 \\ \times 2824 \\ \hline 64 \\ \hline 113696 \\ + 120544 \\ \hline 1819136 \end{array}$$

$$\frac{24}{96} = \frac{12}{48} = \frac{1}{4}$$

$$\begin{array}{r} 4096 \overline{) 4} \\ \underline{4096} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1024 \overline{) 256} \\ \underline{2048} \\ 256 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 510 \\ 10000 \overline{) 192} \\ \underline{586} \\ 1140 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,36 \\ \times 0,36 \\ \hline 1,296 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times 36 \\ \hline 1116 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 216 \\ \times 108 \\ \hline 1296 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 143 \\ \times 43 \\ \hline 6149 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 159 \\ + 172 \\ \hline 331 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1855 \\ + 32 \\ \hline 1887 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 346 \\ \times 46 \\ \hline 15916 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1246 \\ \times 184 \\ \hline 229264 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 576 \overline{) 144} \\ \underline{1152} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19321 \\ \times 1144 \\ \hline 210884 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19321 \\ \times 1024 \\ \hline 197888 \end{array}$$

$$1421200$$

$$\begin{array}{r} 625 \overline{) 125} \\ \underline{125} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20016 \overline{) 64} \\ \underline{40032} \\ 20032 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 142120 \overline{) 5} \\ \underline{71060} \\ 71060 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,25 \\ \times 0,25 \\ \hline 0,0625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21121 \\ \times 15225 \\ \hline 1125 \\ \hline 176125 \\ + 30450 \\ \hline 196575 \end{array}$$



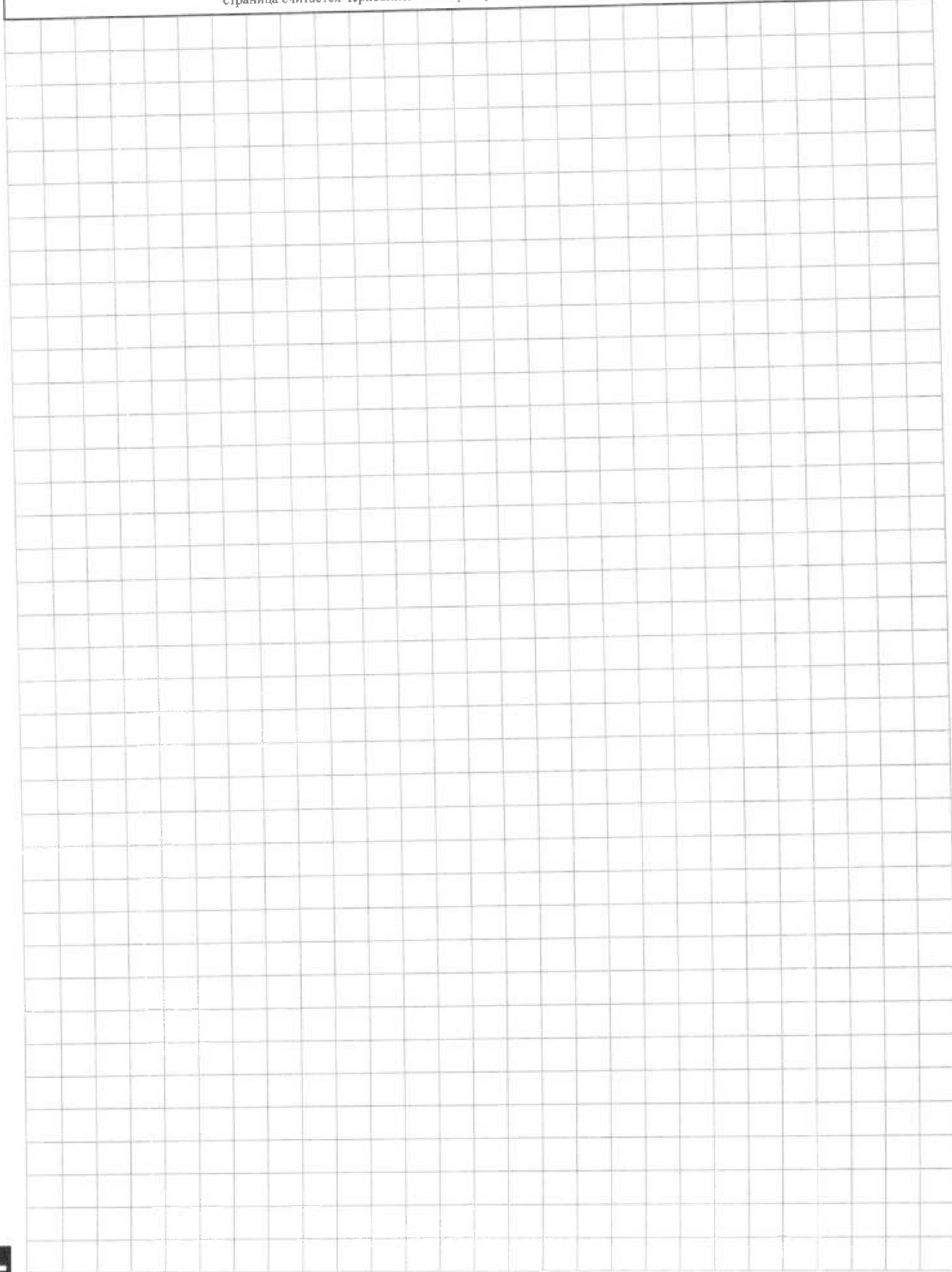
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

 **МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

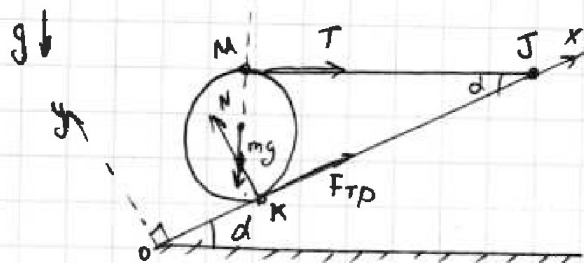
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.



На OX:

т.к. не скользит $\Rightarrow \sum \vec{F} = 0$

$$F_{\text{тр}} + T \cos \alpha = mg \sin \alpha$$

На Oy

$$N = T \sin \alpha + mg \cos \alpha$$

$F_{\text{тр}}$ — направлена против возможного проскальзывания.

$$m = 3 \text{ кг} \quad \sin \alpha = 0,6$$

ℓ — длина MK

MJ = MK (касательные)

$$\angle JMK = \angle JKM = \frac{180 - \alpha}{2} = 90 - \frac{\alpha}{2}$$

Правило моментов относительно точки M:



$$MK \cdot F_{\text{тр}} \cdot \cos(90 - \frac{\alpha}{2}) = MK \cdot N \cos(\frac{\alpha}{2})$$

$$F_{\text{тр}} \sin(\frac{\alpha}{2}) = N \cos(\frac{\alpha}{2})$$

$$\cancel{F_{\text{тр}}} \quad N = F_{\text{тр}} \tan(\frac{\alpha}{2})$$

Правило моментов относительно точки K:



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten calculations and diagrams on a grid background:

Top Left: Vertical addition: $\begin{array}{r} 24 \\ + 96 \\ \hline 120 \\ + 48 \\ \hline 168 \end{array}$

Top Center: Vertical addition: $\begin{array}{r} 24 \\ + 96 \\ \hline 120 \\ + 48 \\ \hline 168 \end{array}$

Top Right: Division: $\begin{array}{r} 192 \overline{) 18} 12 \\ - 18 \\ \hline 12 \end{array}$

Middle Left: Vertical addition: $\begin{array}{r} 5760 \\ + 480 \\ \hline 6240 \end{array}$

Middle Center: Vertical addition: $\begin{array}{r} 24 \\ + 96 \\ \hline 120 \\ + 48 \\ \hline 168 \end{array}$

Middle Right: Division: $\begin{array}{r} 192 \overline{) 18} 12 \\ - 18 \\ \hline 12 \end{array}$

Bottom Left: Vertical addition: $\begin{array}{r} 192 \\ + 480 \\ \hline 672 \end{array}$

Bottom Center: Vertical addition: $\begin{array}{r} 24 \\ + 96 \\ \hline 120 \\ + 48 \\ \hline 168 \end{array}$

Bottom Right: Division: $\begin{array}{r} 192 \overline{) 18} 12 \\ - 18 \\ \hline 12 \end{array}$

Diagrams: Two circles are drawn. One circle has a vertical line through its center. The other circle has a horizontal line through its center.

Equations:

- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $660 \cdot 660 = 924 \cdot 100 + 2 \cdot 660 \cdot 11$
- $66 \cdot 660 = 924 \cdot 10 + 132 \cdot 11$
- $6 \cdot 660 = 94 \cdot 10 + 132$
- $660 \cdot 660 + 924 \cdot 100 = 400 \cdot 660 \cdot 2$
- $66 \cdot 66 + 924 = 660 \cdot 4 \cdot 2$
- $6 \cdot 66 + 84 = 60 \cdot 4 \cdot 2$
- $3 \cdot 66 + 42 = 60 \cdot 4$
- $5 \cdot 33 + 21 = 120$
- $99 + 21 = 120$
- $280 \cdot 500 = 92400 + 140 \cdot 340$
- $280 \cdot 5 = 924 + 14 \cdot 34$
- $140 \cdot 5 = 462 + 7 \cdot 34$
- $70 \cdot 5 = 231 + 7 \cdot 17$
- $10 \cdot 5 = 33 + 17$