



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

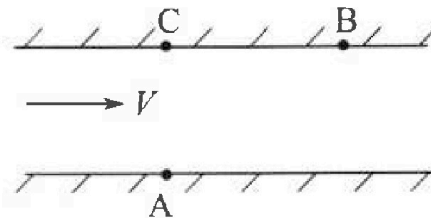
Вариант 09-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Пловец трижды переплывает реку. Движение пловца прямолинейное. Скорость пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой, во всех заплывах одинакова по модулю.

В двух первых заплывах А – точка старта, В – точка финиша (см. рис., V - неизвестная скорость течения реки). Ширина реки $AC = d = 70$ м, снос, т.е. расстояние, на которое пловец смещается вдоль реки к моменту достижения противоположного берега, $CB = L = 240$ м.



Продолжительность первого заплыва $T_1 = 192$ с, продолжительность второго заплыва $T_2 = 417$ с.

- 1) Найдите скорости V_1 и V_2 пловца в лабораторной системе отчета в первом и втором заплывах.
 - 2) Найдите скорость U пловца в подвижной системе отсчета, связанной с водой.
- В третьем заплыве пловец стартует из точки А и движется так, что снос минимальный.
- 3) Найдите продолжительность T третьего заплыва.

2. Футболист на тренировке наносит удары по мячу, лежащему на горизонтальной площадке и направляет мяч к вертикальной стенке. После абсолютно упругого соударения со стенкой мяч падает на площадку. Наибольшая высота, на которой находится мяч в полете, $H = 16,2$ м. Расстояние от точки старта до стенки в 5 раз больше расстояния от стенки до точки падения мяча на площадку.

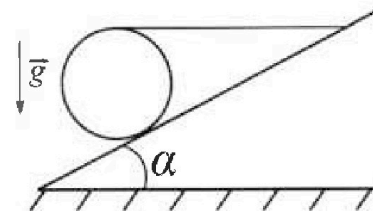
- 1) На какой высоте h происходит соударение мяча со стенкой?
- 2) Найдите продолжительность t_1 полета мяча от старта до соударения со стенкой.

Допустим, что в момент соударения мяча со стенкой на той же высоте h , стенка движется навстречу мячу со скоростью $U = 2$ м/с.

- 3) Найдите расстояние d между точками падения мяча на площадку в случаях: стенка покоится, стенка движется.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Соударения мяча со стенкой абсолютно упругие. Траектории мяча лежат в вертикальной плоскости перпендикулярной стенке.

3. Однородный шар массой $m = 3$ кг удерживается на шероховатой наклонной плоскости горизонтальной нитью, прикрепленной к шару в его наивысшей точке. Наклонная плоскость образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,6$.



- 1) Найдите силу T натяжения нити.
- 2) Найдите силу $F_{тр}$ трения, действующую на шар.
- 3) При каких значениях коэффициента μ трения скольжения шар будет находиться в покое? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 09-01



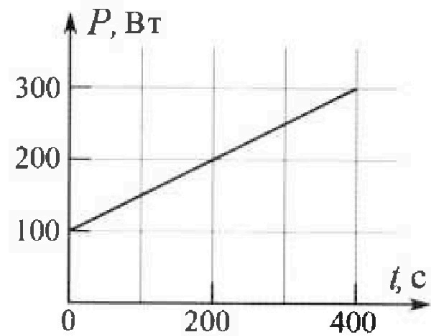
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Воду нагревают на электроплитке. Начальная температура воды $\bar{t}_0 = 14^\circ\text{C}$, объем воды $V = 2$ л. Сопротивление спирали электроплитки $R = 20$ Ом, сила тока в спирали $I = 5$ А.

Зависимость мощности P тепловых потерь от времени t представлена на графике (см. рис.).

- 1) Найдите мощность P_H нагревателя.
- 2) Через какое время T после начала нагревания температура воды станет равной $\bar{t}_1 = 25^\circ\text{C}$?

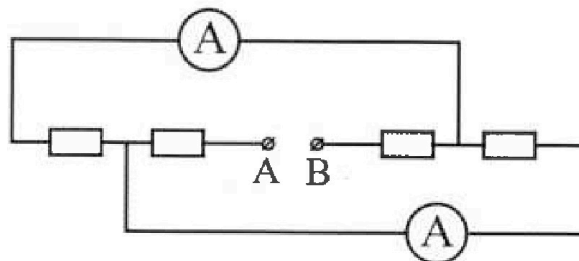
Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·°C).



5. В электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, четыре резистора, у двух из которых сопротивление по 20 Ом, у двух других сопротивление по 40 Ом. Сопротивление амперметров пренебрежимо мало.

После подключения к клеммам А и В источника постоянного напряжения показания амперметров оказались различными. Меньшее показание $I_1 = 1$ А.

- 1) Найдите показание I_2 второго амперметра.
- 2) Найдите напряжение U источника.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

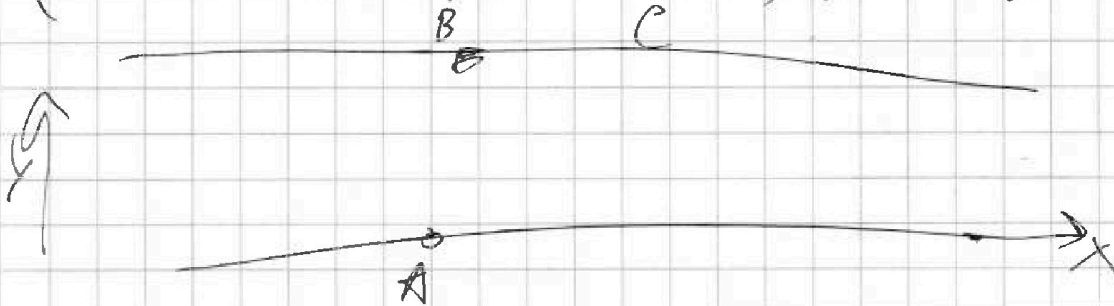
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Скорость течения параллельна берегам
(ответ на вопрос в б87!), тогда



$x \parallel BC$; $y \parallel AB$

$$V_x = V_{ix} - U_{ix} = V_{2x} - U_{2x} \Rightarrow U_{2x} = (V_{2x} - V_{ix}) + U_{ix}$$

$$V_{iy} = U_{iy} ; V_{2y} = U_{2y} \quad \text{м.к.} \quad V_y = 0$$

~~$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} =$$~~

$$U = \sqrt{U_{ix}^2 + U_{iy}^2} = \sqrt{U_{2x}^2 + U_{2y}^2} \Rightarrow$$

$$U_{ix}^2 + V_{iy}^2 = V_{2y}^2 + U_{2x}^2 + (V_{2x} - V_{ix})^2 + 2(V_{2x} - V_{ix})U_{ix}$$

$$U_{ix} = \frac{V_{iy}^2 - V_{2y}^2 - (V_{2x} - V_{ix})^2}{2(V_{2x} - V_{ix})} = \frac{1}{2} \left((V_{1+2}) \cdot \frac{d}{L} + (V_{1-2}) \cdot \frac{L}{\sqrt{d^2 + L^2}} \right)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) Движение прямолинейное:

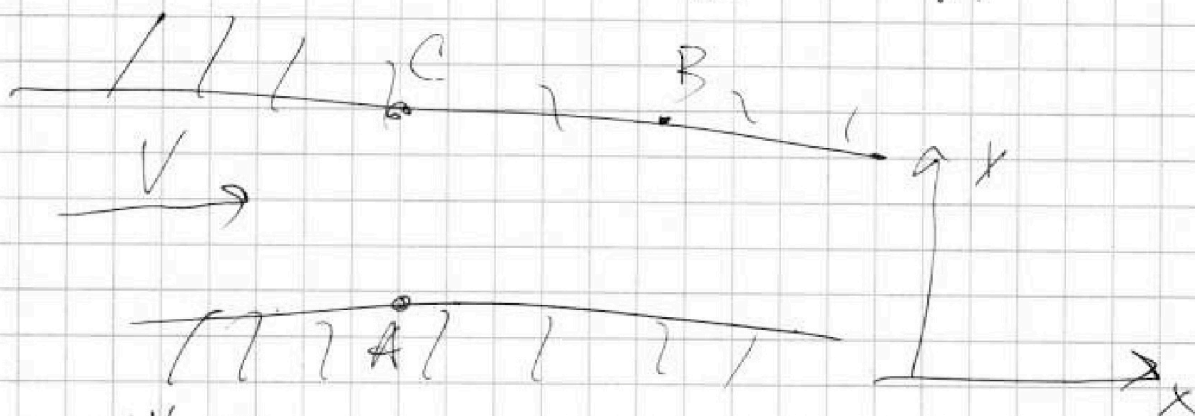
$$\vec{V}_1 = \vec{U} + \vec{V} \quad , \quad \vec{V} = \text{const} \quad ; \quad |\vec{U}| = \text{const}$$

$\Rightarrow \vec{U} = \text{const}$ для первого замкнутого м.п.

\vec{V}_1 направлена вдоль одной прямой \Rightarrow
движение равномерное

$$V_1 = \frac{AB}{T_1} = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{T_1} = \frac{125}{96} \text{ м/с}$$

Аналогично: $V_2 = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{T_2} = \frac{250}{417} \text{ м/с}$



$x \parallel CB$; $y \parallel AC$;

V_x - x -компонента скорости V ;

V_y - y -компонента скорости V .

~~$$V_x T_1 = V_{1x} T_1 = U_{x1} T_1$$~~

$$V_x = V_{1x} - U_{x1} = V_{2x} - U_{x2} \quad ; \quad V_y = V_{2y} - U_{y2} = V_{1y} - U_{y1}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

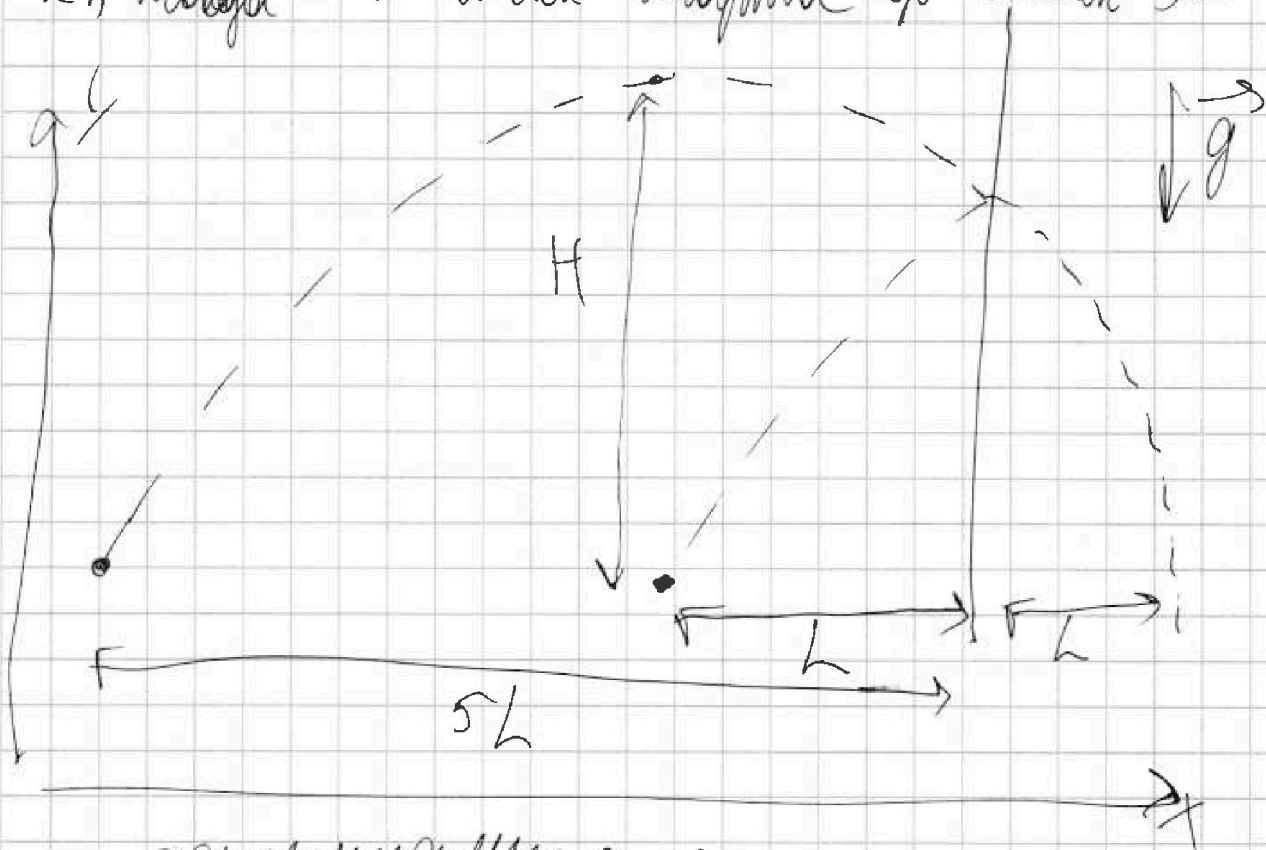
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице.

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Даны расстояние от стенки до точки падения L , масса от точки старта до стенки $5L$



x - горизонтальная ось

y - вертикальная ось

После упругого соударения x -компонента скорости меняется на противоположную, y -компонента не меняется, если бы стенки не было, полёт продолжился бы по параболе, расстояние от старта до падения $6L$, тогда вершина траектории от точки старта на $3L$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

ЛМФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$t = \frac{5}{3} \sqrt{\frac{2H}{g}} = 3 \text{ с}$$

Этого времени от соударения до падения равно $\frac{t}{5} = 0,6 \text{ с}$

Стекла чашечного маятника \Rightarrow после соударения с мячом она продолжает движение со скоростью U . Удар упругий \Rightarrow в \odot стекала y -компонента скорости не изменится.



До удара $\hat{v}_{0x} = v_x + U$, после удара $\hat{v}_{0x} = -v_x - U$ (кинетическая энергия сохраняется), в лабораторной \odot после удара: $\hat{v}_{1x} = -v_x - 2U$, а если бы стекала покоилась, то $\hat{v}_{2x} = -v_x$. Движение стекала не влияет на вертикальное движение, а закончится движение при отрыве вертикальной составляющей \Rightarrow время до падения не меняется и равно $\frac{t}{5}$.

$d = |v_{1x} - v_{2x}| \cdot \frac{t}{5} = \frac{2}{5} U t = 2,4 \text{ м}$ Ответ: $h = \frac{5}{9} H = 9 \text{ м}$
 $t = \frac{5}{3} \sqrt{\frac{2H}{g}} = 3 \text{ с}$; $d = \frac{2}{3} U \sqrt{\frac{2H}{g}} = 2,4 \text{ м}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

МФТИ



1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Начальная y -компонента скорости
равна v_y , x -компонента: v_x ; $v_x = \text{const}$
т.к. $a_x = 0$.

$$H = \frac{v_y^2}{2g} \quad ; \quad \text{за время } t_0 = \frac{2L}{v_x} \text{ скорость}$$

по вертикали (проекция изменяется на v_x);
в точке H $v_y = 0$; на высоте

$2L$ (около стены) вертикальная скорость (на-
правлена вниз): $v_{y1} = v_y \cdot \frac{2L}{3L} = \frac{2}{3} v_y$

Смещение по вертикали (от вершины
до стены): $H - h = \frac{(\frac{2}{3}v_y)^2}{2g}$

$$\frac{H-h}{H} = \frac{4}{9} \Rightarrow h = \frac{5}{9} H = 9 \text{ м}$$

Найдём время полёта от вершины до стены:

$$T_x = \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} \quad (\text{вертикальная скорость в}$$

вершине была нулевой). Но расстояние ~~от~~
от старта до стены в $\frac{5}{2}$ раза больше чем
от вершины до стены; $v_x = \text{const} \Rightarrow t = \frac{5}{2} t_x = \frac{5}{2} \sqrt{\frac{8H}{9g}}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Теперь запишем проекцию сил на ось Y , перпендикулярно линии движения F_{TP} :

$$N = mg \cos \alpha + T \sin \alpha = mg \left(\cos \alpha + \frac{\sin^2 \alpha}{1 + \cos \alpha} \right) = mg = 30 \text{ Н}$$

$F_{TP} \leq \mu N$ м.р. шара не соскальзывает \Rightarrow

$$\mu \geq \frac{F_{TP}}{N} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1}{3}$$

Ответ: $T = F_{TP} = mg \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = 10 \text{ Н}$

$$\mu \geq \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1}{3}$$

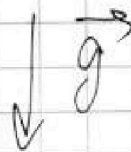
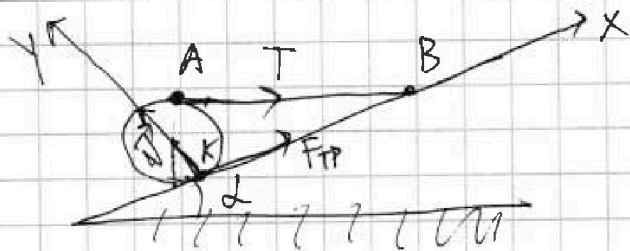
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Поря QR-кода недопустима!



R — радиус шара

A — точка крепления к нити;
 B — точка крепления нити к наклонной плоскости.
 A — наивысшая точка шара \Rightarrow
 прямая AB горизонтальна и $\angle ABK = \alpha$.

K — точка касания шара и наклонной плоскости.

Запишем условия моментов относительно K : шар покоится, а значит моменты силы тяжести и силы натяжения нити уравновешивают друг друга (сила трения и сила нормальной реакции шара не входят в этот момент).

$$mgR \sin \alpha = TR (1 + \cos \alpha)$$

$$T = mg \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} \quad ; \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 0,8$$

т.к. α — острый угол

$$T = 10 \text{ Н}$$

(ось x перпендикулярна нити, направлена \vec{T})

$$\sum F_x = 0$$

$$T \cos \alpha + F_{TPx} = mg \sin \alpha$$

$$F_{TPx} = mg \sin \alpha - T \cos \alpha = 10 \text{ Н} \Rightarrow F_{TP} = mg \sin \alpha \times$$

$$\times \left(2 - \frac{\cos \alpha}{1 + \cos \alpha} \right) = mg \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = 10 \text{ Н.}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) $P_H = I^2 R = 500 \text{ Вт}$ - по закону Джоуля-Ленца

2) Выведем функцию зависимости мощности теплоемкостью от времени:

$P(t) = kt + P_0$, где $k = 0,5 \frac{\text{Вт}}{\text{с}}$; $P_0 = 100 \text{ Вт}$
из графика

Масса нагреваемой воды: $m_0 = \rho V$

Уравнение теплообмена:

$$cm_0 (\tilde{t}_1 - \tilde{t}_0) = P_H T - \int_0^T P(t) dt$$

$$c\rho V (\tilde{t}_1 - \tilde{t}_0) = I^2 R T - k \frac{T^2}{2} - P_0 T$$

$$\frac{k}{2} T^2 + (P_0 - I^2 R) T + c\rho V (\tilde{t}_1 - \tilde{t}_0) = 0$$

$$D = (P_0 - I^2 R)^2 - 2k c\rho V (\tilde{t}_1 - \tilde{t}_0)$$

$$T_{1,2} = \frac{I^2 R - P_0 \pm \sqrt{(P_0 - I^2 R)^2 - 2k c\rho V (\tilde{t}_1 - \tilde{t}_0)}}{k}$$

$$T_1 = 280 \text{ c}$$

$$; T_2 = 1320 \text{ c} ; \text{ но зависи-}$$

мость на графике представлена для интервала $T \in [0; 400]$
значим $T = 280 \text{ с}$ т.к. $1320 > 400$. Ответ: $P_H = 500 \text{ Вт}$; $T = 280 \text{ с}$.

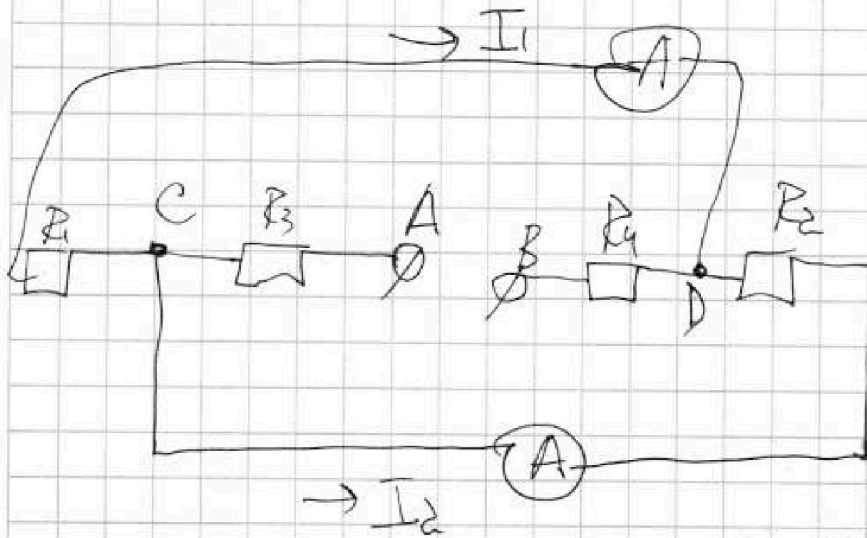
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Напряжение между C и D (отмечены на рисунке): $U_{CD} = I_1 R_1 = I_2 R_2$, I_1 меньше ток, $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} < 1 \Rightarrow R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R_1 = 40 \text{ Ом}$, $I_2 = I_1 \cdot \frac{40 \text{ Ом}}{20 \text{ Ом}} = 2 \text{ А}$; тогда один из резисторов R_3, R_4 имеет сопротивление 20 Ом, другой 40 Ом.

$$U = U_{AB} = (I_1 + I_2) \cdot (R_3 + R_4) + I_1 R_1 = 220 \text{ В}$$

(Если меньше ток течёт через другой амперметр, то $R_2 = 40 \text{ Ом}$, $R_1 = 20 \text{ Ом}$; $I_1 = 2 \text{ А}$; $R_3 + R_4 = 60 \text{ Ом}$; $U = 220 \text{ В}$).

Ответ: $I_2 = 2 \text{ А}$, $U = 220 \text{ В}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

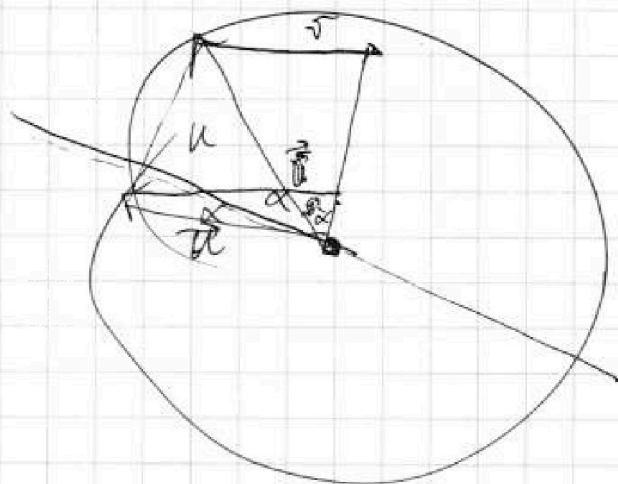
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

МФТИ



- 1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$v_2^2 + u^2 - 2bv_1 \cos(\theta_0 - \alpha) =$$
$$= v_1^2 + u^2 - 2v_1$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице.

МФТИ

- 1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



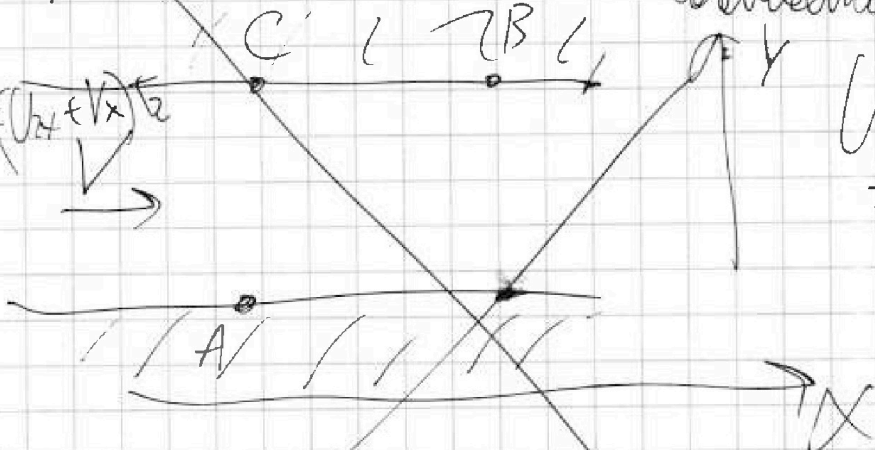
v_{1x} и v_{2x}
 v_{1y} и v_{2y}

— отрезки времени

x — компоненты скорости
b1 и b2 — составляющие скорости

$(v_{1x} + V) t_1 = (v_{2x} + V) t_2$

$v_{1x}^2 + v_{1y}^2 = v_{2x}^2 + v_{2y}^2$
 $= v_{2y}^2 + v_{1y}^2$



$$\begin{cases} (v_{1x} + V) t_1 = (v_{2x} + V) t_2 = L \\ v_{1y} t_1 = v_{2y} t_2 = d \end{cases}$$

$$\frac{L^2 (t_2 - t_1)}{t_1 t_2} =$$

$$V_1 = \sqrt{(v_{1x} + V)^2 + v_{1y}^2} = \frac{\sqrt{L^2 + d^2}}{t_1} = \frac{250 \text{ м}}{192 \text{ с}} = 2(v_{1x} + v_{1y} d)$$

$$(V_x + v_{1x}) t_1 = L$$

$$V_x - v_{1x} = \frac{L}{t_1} - v_{1x} = \frac{L}{t_2} - v_{2x}$$

$$v_{1x}^2 + v_{1y}^2 = v_{2x}^2 + v_{2y}^2$$

$$v_{1x}^2 + v_{1y}^2 = v_{1y}^2 + v_{2x}^2$$

$$(V_x + v_{2x}) t_2 = L$$

$$v_{1x}^2 + v_{1y}^2 = \left(\frac{L}{t_2} - \frac{L}{t_1} + v_{1x}\right)^2 + \left(\frac{d}{t_2} - \frac{d}{t_1} + v_{1y}\right)^2$$

$$V_x = \frac{L}{t_1} - v_{1x} = \frac{L}{t_2} - v_{2x}$$

$$\frac{d}{t_1} - v_{1y} = \frac{d}{t_2} - v_{2y} \quad 0 = \frac{L^2 (t_1 - t_2)^2}{t_1^2 t_2^2} + \frac{2 v_{1x} L (t_1 - t_2)}{t_1 t_2} + \frac{d^2 (t_1 - t_2)^2}{t_1^2 t_2^2} - \frac{2 v_{1y} d (t_1 - t_2)}{t_1 t_2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

МФТИ

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{(V_{1x} - U_{x1})^2 + (V_{1y} - U_{y1})^2} = \sqrt{(V_{2x} - U_{x2})^2 + (V_{2y} - U_{y2})^2}$$

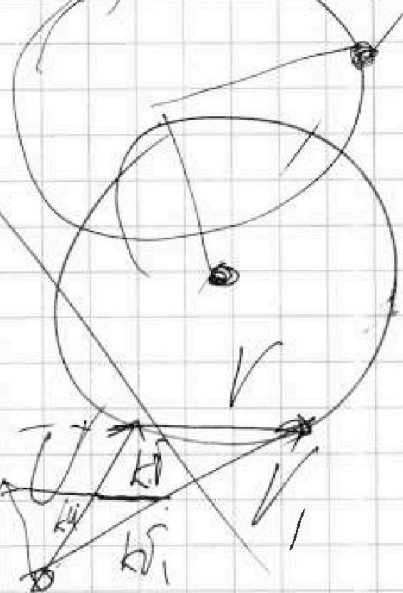
Поскольку \vec{V} не меняем направления, поэтому:

$$\frac{V_x}{V_y} = \text{const} : \frac{V_{1x} - U_{x1}}{V_{1y} - U_{y1}} = \frac{V_{2x} - U_{x2}}{V_{2y} - U_{y2}}$$

$$V_1^2 + U^2 - 2(V_{1x}U_{x1} + V_{1y}U_{y1}) = V_2^2 + U^2 - 2(V_{2x}U_{x2} + V_{2y}U_{y2})$$

$$U_{2x} = (V_{2x} - V_{1x}) + U_{1x}$$

$$U_{2y} = (V_{2y} - V_{1y}) + U_{1y}$$



$$U_{1x} = \sqrt{d^2 + (L + V_{1x})^2}$$

$$U_{1y} = \sqrt{d^2 + (L + V_{1x})^2}$$

$$U_{x1} = V_{x1} - V$$

$$U_{x2} = V_{x2} - V$$

$$V_1^2 + V^2 - 2V_{x1}V = V_2^2 + V^2 - 2V_{x2}V$$

$$V = \frac{V_1^2 - V_2^2}{2(V_{x1} - V_{x2})}$$

$$V_{1x} = U_{1x} + V$$

$$V_{2x} = U_{2x} + V$$

$$= \frac{V_1 + V_2}{2}$$