



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

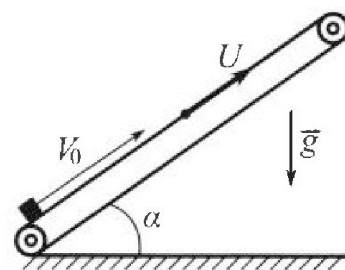
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за $T = 2$ с.
- 1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.
 - 2) Теннисист посылает мяч с начальной скоростью V_0 под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии $S = 20$ м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?
- Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,8$ (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 4$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = \frac{1}{3}$. Движение коробки прямолинейное.



- 1) За какое время T после старта коробка пройдет в первом опыте путь $S = 1$ м?

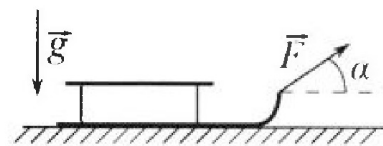
Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью $U = 2$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 4$ м/с.

- 2) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 2$ м/с?
- 3) На какой высоте H , отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости V_0 за одинаковое время.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости V_0 действие внешней силы прекращается.



- 1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.
 - 2) Через какое время T после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения g .
- Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.



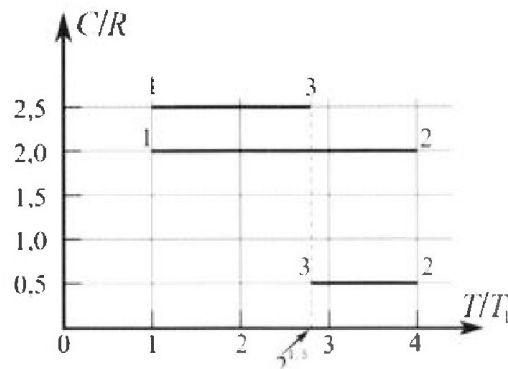
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



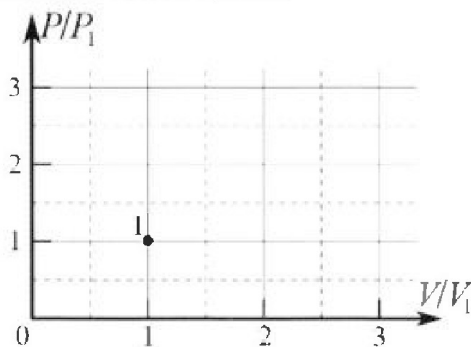
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной R) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 $T_1 = 400$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К).



1) Найдите работу A_{12} газа в процессе 1-2.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



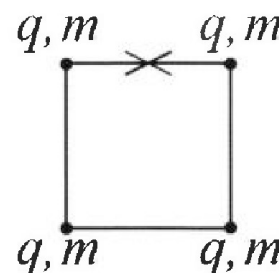
5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной b (см. рис.). Масса каждого шарика m , заряд q .

1) Найдите силу T натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

2) Найдите скорость V любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

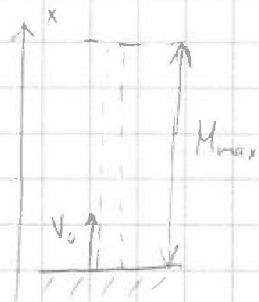
3) На как ом расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?



Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



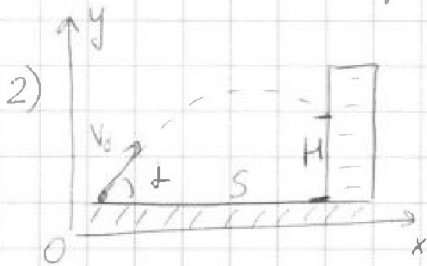
№ 1

1) За время T мяч поднимается на максимальную высоту. В наивысшей точке скорости мяча обращаются в нуль.

Движение происходит в поле тяжести Земли $\Rightarrow$ на мяч постоянно действует ускорение g в $\downarrow$ направлении. Значит, скорость мяча изменяется по закону:

$$v(t) = v_0 - gt \text{ - в проекции на ось } x.$$

при $v=0$ $v_0 - gT = 0$, $\boxed{v_0 = gT} = 20 \text{ м/с}$



Распишем уравнение движения мяча в проекциях на оси Ox и Oy :

$$\begin{cases} x(t) = v_{0x} t; \\ y(t) = v_{0y} t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha; \quad v_{0y} = v_0 \sin \alpha;$$

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos \alpha t \Rightarrow t = \frac{x(t)}{v_0 \cos \alpha} \\ y(t) = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

$$y(x) = x \tan \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}; \text{ в момент соударения со стенкой } x = S, y = H;$$

$H = S \tan \alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$ - мы получили зависимость высоты точки соударения со стенкой от угла броска. Для нахождения угла, при котором H принимает своё максимальное значение,

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



необходимо взять производную данной функции и приравнять её к нулю.

$$H = H_{\max} \text{ при } H' = 0; \quad H = S \operatorname{tg} \varphi - \frac{g S^2}{2 v_0^2 \cos^2 \varphi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H' = S \operatorname{tg} \varphi' - \left(\frac{g S^2}{2 v_0^2 \cos^2 \varphi} \right)' = \frac{S}{\cos^2 \varphi} - \frac{g S^2 \sin \varphi}{v_0^2 \cos^3 \varphi}$$

$$\left\{ \left(\frac{1}{\cos^2 \varphi} \right)' = -2 \cos^{-3} \varphi \cdot -\sin \varphi = \frac{2 \sin \varphi}{\cos^3 \varphi} \right\}$$

$$H' = 0 \Rightarrow \frac{S}{\cos^2 \varphi} = \frac{g S^2 \sin \varphi}{v_0^2 \cos^3 \varphi} \Rightarrow \operatorname{tg} \varphi = \frac{v_0^2}{g S}$$

$$\operatorname{tg}^2 \varphi = \frac{1}{\cos^2 \varphi} - 1 \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \varphi} = \operatorname{tg}^2 \varphi + 1;$$

$$H_{\max} = S \operatorname{tg} \varphi - \frac{g S^2}{2 v_0^2} (\operatorname{tg}^2 \varphi + 1) = \frac{v_0^2}{g} - \frac{g S^2}{2 v_0^2} \cdot \frac{v_0^2}{g S^2} =$$

$$\frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g S^2}{2 v_0^2} = \frac{g T^2}{2} - \frac{g S^2}{2 g T^2} = \boxed{\frac{g T^2}{2} - \frac{S^2}{2 g T^2}} =$$

$$= 15 \text{ м}$$

Ответ: $v_0 = g T = 20 \text{ м/с}$

$$H_{\max} = \frac{g T^2}{2} - \frac{S^2}{2 g T^2} = 15 \text{ м}$$

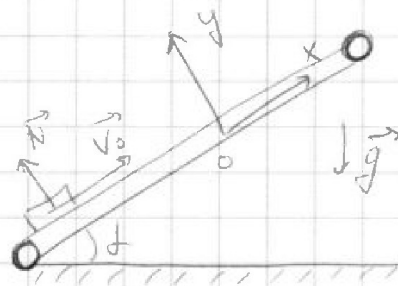
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 2

1) Введем систему координат с осями Ox перпендикулярно и Oy параллельно плоскости ската.

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на эти оси:

$$y: N = mg \cos \alpha$$

$$x: ma = -mg \sin \alpha - \mu N = -mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha;$$

$a = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$ — эта формула работает для случая, когда коробка движется вверх относительно неподвижной лентки.

Если же коробка с лентой спускается, то сила трения направлена в другую сторону:

$$a = -g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha);$$

Скорость коробки будет уменьшаться по модулю, обратится в нуль, а затем будет расти по модулю, т.е. будет спускаться.

Найдем путь тела до остановки:

$$\frac{v_0^2}{2a} = S_1; \quad S_1 = \frac{v_0^2}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = \frac{16}{20} \text{ м} < 1 \text{ м} \Rightarrow \text{доскав}$$

до верхней точки, коробка не пройдет путь S ;

$T = \tau_1 + \tau_2$, τ_1 — подъема, τ_2 — спуска.

$$a \tau_1 = v_0; \quad \tau_1 = \frac{v_0}{a} = \frac{v_0}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)};$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Для груза:

$$\frac{v_k^2}{2a} = S - S_1; \quad \frac{v_k^2}{2g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)} = S - S_1;$$

$$v_k = \sqrt{2g(S - S_1)(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)};$$

$$\tau_2 = \frac{v_k}{a} = \frac{\sqrt{2g(S - S_1)(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}}{g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)} =$$
$$= \sqrt{\frac{2(S - S_1)}{g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}};$$

$$T = \tau_1 + \tau_2 = \left(\sqrt{\frac{1}{15}} + \frac{2}{5} \right) \text{ с};$$

2) Теперь лента движется со скоростью $u = 2 \text{ м/с}$ вверх.

Если в ДСО скорость коробки $u = 2 \text{ м/с}$, то относительно ленты она остановилась,

$$\frac{v_0^2 - u^2}{2a} = L, \text{ где } a = g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha);$$

$$L = \frac{v_0^2 - u^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = \frac{3}{5} \text{ м};$$

3) В отличие от ситуации, описанной в пункте 1, теперь, после достижения скорости u , коробка станет двигаться в обратную сторону относительно ленты $\Rightarrow$

$$\Rightarrow a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha);$$

$$\text{Тогда } \frac{u^2}{2g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)} = L'; \quad L_0 = L + L'; \quad H = L_0 \sin \alpha =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$= \sin \left(\frac{v_0^2 - u^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} + \frac{u^2}{2g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)} \right) = \left(\frac{3}{5} \text{ м} + \frac{1}{3} \text{ м} \right) = \frac{16}{45} \text{ м} \cdot \frac{4}{5} = \frac{64}{225} \text{ м}$$

Ответ: $T = \tau_1 + \tau_2 = \left(\sqrt{\frac{1}{15}} + \frac{1}{5} \right) \text{ с}$

$$L = \frac{3}{5} \text{ м}$$

$$H = \frac{56}{75} \text{ м}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2) Мы разогнали санки до скорости V_0 и отпустили.

Теперь сила трения их тормозит.



Второй закон Ньютона в проекциях на ось:

$$y: mg = N;$$

$$x: ma = -F_{tr} = -\mu N;$$

$$ma = -\mu mg; a = -\mu g;$$

Санки движутся с постоянным ускорением $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~зависит~~ скорость санок изменяется по закону:

$$V = V_0 + at = V_0 - \mu g t;$$

тогда при обращении скорости получим

$$V_0 - \mu g t_* = 0; t_* = \frac{V_0}{\mu g}; \mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t \equiv T = \frac{V_0}{\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} g} = \frac{V_0 \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha) g};$$

$$\text{Ответ: } \mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$T = \frac{V_0 \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha) g}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

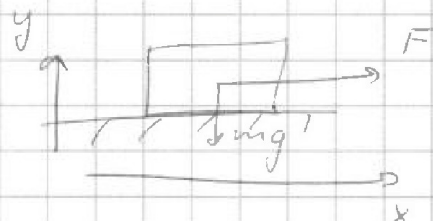
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 3

1) Сила F , действующая касанки, приложена к их центру масс.

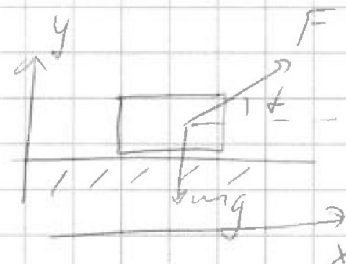
Тогда в первом случае:



$$y: N = mg;$$

$$x: ma = F - \mu N = F - \mu mg;$$

$$a = \frac{F}{m} - \mu g;$$



$$(1) a\tau = V_0; \left(\frac{F}{m} - \mu g\right)\tau = V_0;$$

Во втором случае:

$$y: F \sin \alpha + N = mg; \quad N = mg - F \sin \alpha$$

$$x: ma = F \cos \alpha - \mu N = F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha =$$

$$= F (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu mg; \quad a = \frac{F}{m} (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu g;$$

$$(2) a\tau = V_0 \Rightarrow \left(\frac{F}{m} (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu g\right)\tau = V_0;$$

приравнявая (1) и (2), получаем

$$\frac{F}{m} (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu g = \frac{F}{m} - \mu g;$$

$$\cos \alpha + \mu \sin \alpha = 1;$$

$$\mu \sin \alpha = 1 - \cos \alpha; \quad \mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1

N 4

Для начала выведем одну формулу. По определению молярная теплоёмкость вещества:

$$C = \frac{dQ}{dT}, \text{ где } dQ = dU + dA;$$

$$\text{Газ одноатомный} \Rightarrow dU = \frac{3}{2} R dT;$$

$$C = \frac{3}{2} R + \frac{dA}{dT};$$

Уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \nu RT. \text{ Дифференцируя, получаем}$$

$$p dV + V dp = \nu R dT; \quad dA = p dV$$

$$C = \frac{3}{2} R + \frac{p dV}{p dV + V dp} R = \left[\frac{3}{2} R + \frac{R}{1 + \frac{V dp}{p dV}} \right];$$

Пользуясь этой формулой, найдем, какой была зависимость $p(V)$ в процессах 1-2, 2-3, 3-1;

$$\underline{1-2: \frac{3}{2} R + \frac{R}{1 + \frac{V dp}{p dV}} = 2R - \text{из графика;}}$$

$$\frac{V}{p} \frac{dp}{dV} = 1; \quad \frac{dp}{p} = \frac{dV}{V} \Rightarrow \ln \frac{p}{p_1} = \ln \frac{V}{V_1};$$

$$p = \frac{p_1}{V_1} V - \text{прямая, проходящая через начало координат}$$

Уравнение состояния:

$$pV = \frac{p_1}{V_1} V^2 = \nu RT; \quad \frac{p_1}{V_1} V_2^2 = \nu R \cdot T_2 = \nu R \cdot T_1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$P_1 V_1 = \nu R T_1,$$

$$\frac{P_1}{V_1} V_2^2 = 2 \nu R T_1,$$

$$P_2 = \frac{P_1}{V_1} V_2 = 2 P_1,$$

$$\frac{2-3}{R} : \frac{3}{2} R + \frac{R}{1 + \frac{V}{P} \frac{dP}{dV}} = \frac{1}{2} R,$$

$$1 + \frac{V}{P} \frac{dP}{dV} = -R, \quad 1 + \frac{V}{P} \frac{dP}{dV} = -1, \quad \frac{V}{P} \frac{dP}{dV} = -2,$$

$$\frac{dP}{P} = -2 \frac{dV}{V}, \quad \ln \frac{P}{P_2} = -2 \ln \frac{V}{V_2},$$

$$\frac{P}{P_2} = \left(\frac{V_2}{V} \right)^2, \quad P = \frac{P_2 V_2^2}{V^2},$$

уравнение состояния: $P_2 V_2 = 4 \nu R T_1,$

$$\frac{P_2 V_2^2}{V_3^2} \cdot V_3 = 2^{\frac{3}{2}} \nu R T_1,$$

$$\frac{P_2 V_2^2}{V_3} = 2^{\frac{3}{2}} \nu R T_1, \quad \Rightarrow \quad \frac{V_3}{V_2} = \frac{4}{2^{\frac{3}{2}}},$$

$$P_2 V_2 = 4 \nu R T_1,$$

$$V_3 = \sqrt{2} V_2 = 2\sqrt{2} V_1,$$

$$P_3 = P_1,$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

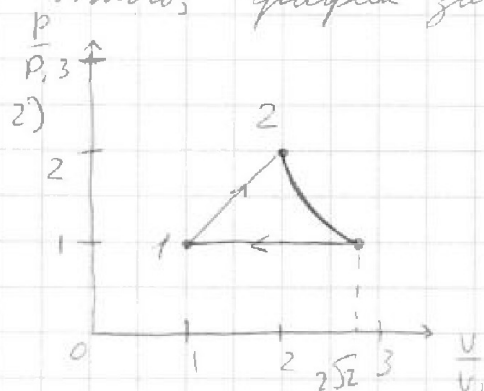
3-1:

~~$$\frac{3}{2}R + \frac{R}{1 + \frac{1}{\gamma}} = \frac{5}{2}R$$~~

3

$$C = \frac{5}{2}R, \text{ газ одноатомный} \Rightarrow P = \text{const} = P_1;$$

Итого, график зависимости имеет вид:



1) Работа газа считается как
площадь под графиком $\Rightarrow$

$$\Rightarrow A_{12} = \frac{P_1 + 2P_1}{2} \cdot V_1 = \frac{3}{2} P_1 V_1 =$$

$$= \frac{3}{2} \nu R T_1 = 4986 \text{ Дж}$$

$$3) \eta = \frac{A}{Q_+}; \quad A = A_{12} + A_{23} - A_{13};$$

$Q_+ = Q_{23}$, т.к. только в этом процессе подводится тепло;

$$\eta = \frac{A_{12} + A_{23} - A_{13}}{Q_{23}} = \frac{\frac{3}{2} P_1 V_1 - (2\sqrt{2} - 1) P_1 V_1 + A_{23}}{\frac{3}{2} (4 P_1 V_1 - 2\sqrt{2} P_1 V_1) + A_{23}};$$

$$A_{23} = \int_{2V_1}^{2\sqrt{2}V_1} P dV = \int_{2V_1}^{2\sqrt{2}V_1} \frac{8 P_1 V_1^2}{V^2} dV = (4 - 2\sqrt{2}) P_1 V_1;$$

$$\eta = \frac{(\frac{3}{2} - 2\sqrt{2}) P_1 V_1 + (4 - 2\sqrt{2}) P_1 V_1}{(6 - 3\sqrt{2}) P_1 V_1 + (4 - 2\sqrt{2}) P_1 V_1} = \frac{(\frac{13}{2} - 5\sqrt{2}) P_1 V_1}{(10 - 5\sqrt{2}) P_1 V_1} =$$

$$= \frac{13 - 8\sqrt{2}}{20 - 10\sqrt{2}}$$

Ответ: $A_{12} \approx 5 \text{ кДж}$, $\eta \approx \frac{13 - 8\sqrt{2}}{20 - 10\sqrt{2}}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) $\eta = 1 - \frac{Q_-}{Q_+}$; $Q_+ = Q_{12}$, т.к. из графика ⁴
в условии видно, что только на этом участке ($\Delta T > 0$;
тогда $\eta = 1 - \frac{Q_{23} + Q_{31}}{Q_{12}} = 1 - \frac{\frac{1}{2} R \left(\frac{P_3 V_3}{R} - \frac{P_2 V_2}{R} \right)}{\frac{1}{2} R \left(\frac{P_3 V_3}{R} - \frac{P_2 V_2}{R} \right) + \frac{5}{2} R \left(\frac{P_1 V_1}{R} - \frac{P_3 V_3}{R} \right)}$
 $= 1 + \frac{\frac{1}{2} R \left(\frac{P_3 V_3}{R} - \frac{P_2 V_2}{R} \right)}{\frac{1}{2} R \left(\frac{P_3 V_3}{R} - \frac{P_2 V_2}{R} \right) + \frac{5}{2} R \left(\frac{P_1 V_1}{R} - \frac{P_3 V_3}{R} \right)}$
 $= 1 + \frac{\frac{1}{2} (P_1 \cdot 2\sqrt{2} V_1 - 4 P_1 V_1)}{2 (4 P_1 V_1 - P_1 V_1)}$
 $= 1 + \frac{\sqrt{2} P_1 V_1 - 2 P_1 V_1 + \frac{1}{2} P_1 V_1 - 5 \sqrt{2} P_1 V_1}{6 P_1 V_1}$
 $= 1 + \frac{-4\sqrt{2} + \frac{1}{2}}{6} = \frac{6 - 4\sqrt{2} + \frac{1}{2}}{6} = \frac{\frac{13}{2} - 4\sqrt{2}}{6} = \frac{13 - 8\sqrt{2}}{12}$
Ответ: $A_{12} \approx 5 \text{ кДж}$, $\eta = \frac{13 - 8\sqrt{2}}{12}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Как мы помим из пункта 2, в момент, когда
все шарики находятся на прямой, у каждого шарика
скорость V ;

Ответ: $T = \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) k \frac{q^2}{\theta^2}$;

$$V = \sqrt{\frac{k}{3m\theta}} q$$
;

$$d = \frac{\sqrt{5}}{2} \theta$$

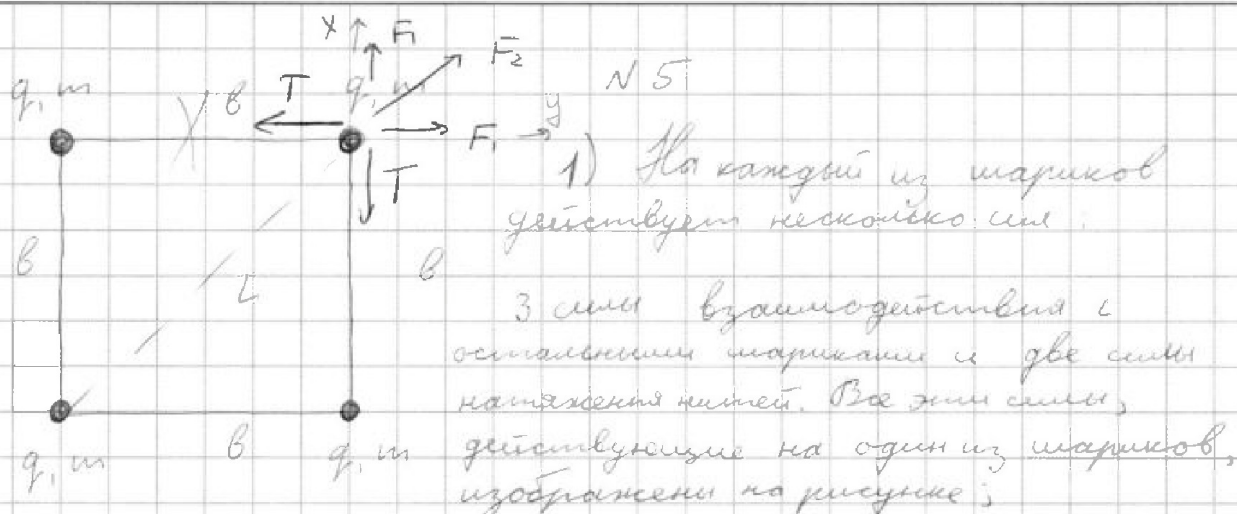
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



По закону Кулона:

$$F_1 = k \frac{q^2}{b^2}, \quad F_2 = k \frac{q^2}{l^2} = k \frac{q^2}{4b^2}$$

Все шарики покоятся $\Rightarrow$ если ввести оси вдоль нитей, то должно выполняться равенство:

$$T = F_1 + F_2 \cos 45^\circ = F_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} F_2$$

$$T = k \frac{q^2}{b^2} + \frac{\sqrt{2}}{4} k \frac{q^2}{b^2} = \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) k \frac{q^2}{b^2}$$

2) После пережигания верхней нити шарики начнут двигаться. Нити всегда будут натянуты, так как шарики заряжены одноименно $\Rightarrow$ отталкиваются.

В момент, когда все шарики будут на одной прямой, два крайних будут двигаться вдоль оси X из пункта 1 в силу нарастающей натяжения нитей; ~~то~~ по 3CU два центральных шарика будут двигаться с той же скоростью, что и крайние, но направленной противоположно $\Rightarrow$ в этот момент скорости всех шариков по модулю V.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Благодаря закону сохранения импульса мы сразу можем получить ответ на третий вопрос. ~~Вторые~~ ^{линейные} маркеры в силу симметрии рисунка могут двигаться только вниз.

На систему не действуют внешние силы $\Rightarrow$ центр масс покоится. По оси y центр масс имеет координату y_c . $y_c = \frac{b}{2}$, это значит, что когда все ма-



рки выстроятся в одну линию, она пройдет через центр исходного квадрата.

Тогда по теореме Пифагора

$$d = \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{b^2}{4}} = \sqrt{\frac{5}{4} b^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} b$$

Для ответа на второй вопрос нужно записать ЗСЭ для системы. В силу перпендикулярности линий скорости шариков всегда перпендикулярны линиям $\Rightarrow$ сила натяжения работы не совершает. Никаких других диссипативных сил в системе также нет.

Вначале была только энергия взаимодействия между шариками:

$$E_n = W_n = \frac{1}{2} \sum_i W_i = \frac{1}{2} \left(k \frac{q^2}{b} + k \frac{q^2}{b} + k \frac{q^2}{7b} \right) \cdot 4 = 2 \left(2k \frac{q^2}{b} + \frac{1}{2} k \frac{q^2}{b} \right) = 5k \frac{q^2}{b}$$

В конце у шариков есть кинетическая энергия:

$$4 \cdot \frac{mv^2}{2} = K; \quad E_k = K + W_k = 2mv^2 + \frac{1}{2} \left(k \frac{q^2}{b} + k \frac{q^2}{b} + k \frac{q^2}{2b} \right) \cdot 2 + \frac{1}{2} \left(k \frac{q^2}{b} + k \frac{q^2}{7b} + k \frac{q^2}{3b} \right) \cdot 2$$

для центральных для крайних

$$5k \frac{q^2}{b} = 2mv^2 + 2k \frac{q^2}{b} + k \frac{q^2}{2b} + k \frac{q^2}{b} + k \frac{q^2}{7b} + k \frac{q^2}{3b}$$

$$2mv^2 = \frac{2}{3} k \frac{q^2}{b}; \quad v^2 = \frac{k q^2}{3mb}; \quad v = \sqrt{\frac{k}{3mb}} q$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$v^2 = v_0^2 - 2gS(\sin \alpha + \mu \cos \alpha);$$

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gS(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$$

$$\frac{4}{20(\frac{4}{5} - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5})} = \frac{4}{20(\frac{4}{5} - \frac{1}{5})} = \frac{4}{20 \cdot \frac{3}{5}} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{3} = \frac{9+5}{15} = \frac{14}{15}$$

$$\frac{14}{56}$$

$$\frac{15}{45}$$

$$\frac{20 \cdot 20}{20 \cdot 4} = 20$$

$$\frac{14 \cdot 4}{5 \cdot 5} = \frac{56}{25}$$

$$p dv + v dp = p dT$$

$$C = \frac{2}{3}(p dv + v dp) + p dA = dA + dA$$

$$p = \frac{p_0}{V}$$

$$p = \frac{p_0}{V}$$

$$\ln \frac{p}{p_0} = \ln \frac{V_0}{V}$$

$$\frac{p}{p_0} = \frac{V_0}{V}$$

$$\frac{1}{1 + \frac{p}{V}} = \frac{1}{1 + \frac{p_0}{V_0}} = 1$$

$$\frac{2}{3} R + \frac{1}{1 + \frac{p}{V}} = 2R, C = \frac{2}{3} R + \frac{p dv}{p dv + v dp}$$

$$C = \frac{2}{3} R + \frac{1}{1 + \frac{p}{V}} = 2R, C = \frac{2}{3} R + \frac{p dv}{p dv + v dp}$$

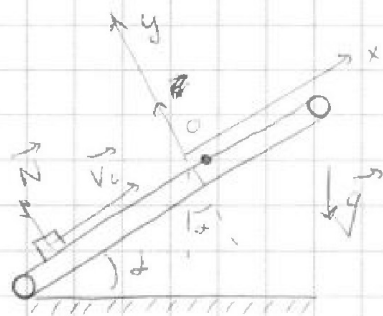
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 2

1) Введем оси координат параллельно и перпендикулярно плоскости лентки и распишем второй закон Ньютона в проекциях на эти оси.

$$y: N = mg \cos \alpha$$

$x: ma = -mg \sin \alpha - \mu [mg \cos \alpha]$ - когда коробка движется вверх относительно покоящейся ленты.

$ma = -mg \sin \alpha + \mu [mg \cos \alpha]$ - когда коробка движется вниз относительно ленты.

Поделив на m , получаем $a = -g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha$;

Тогда скорость тела изменится по закону

$$x: V = V_0 + at = V_0 - g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)t,$$

Скорость тела обратится в нуль при $t = \frac{V_0}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$;

Пройденный телом путь к этому моменту:

$$x = \frac{V_0^2}{2a} = \frac{V_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = 20 \text{ м} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ пройдет $S = 1 \text{ м}$ коробка не успеет затормозить, а тогда

$$\frac{V_0^2 - (V_0 + at)^2}{2a} = S;$$

$$\text{Или из э: } \frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + \mu mgS \cos \alpha + mgS \sin \alpha;$$

$$V^2 = V_0^2 - 2gS \sin \alpha - 2\mu gS \cos \alpha;$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\sin \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$$2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = 2 \cdot 10 \left(\frac{4}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} \right) = 2 \cdot 10 \left(\frac{4}{5} + \frac{1}{5} \right) = 20$$

$$\frac{16}{20}$$

$$P_1 \cdot 2\sqrt{2} V_1 =$$

$$\frac{1}{2} R(15T_1 - 4T_1) =$$

$$\frac{5}{2} R(T_1 - 25T_1) = \frac{5}{2} R T_1 (1 - 25) = 0$$

$$= \sqrt{\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5}} = \frac{2}{5}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{5} \cdot \frac{30}{5}} = \frac{4}{10}$$

$$\frac{16-4}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{2 P_1 \cdot 4 V_1^2}{8 V_1^2} = P_1$$

$$P V^{\frac{1}{2} - \frac{5}{2}} = P V^{-2} = P V^{-2}$$

$$\frac{5}{2} P_1 V_1 + 4 P_1 V_1 = (4 - 2\sqrt{2}) P_1 V_1$$

$$\frac{V}{2\sqrt{2} V_1} = -8 P_1 V_1^2$$

$$\int x^n = \frac{x^{n+1}}{n+1} = \frac{x^{-2+1}}{-2+1} = -x^{-1}$$

$$\frac{2 P_1 V_1 + A_{23} - (2\sqrt{2} - 1) P_1 V_1}{2(4 P_1 V_1 - 2\sqrt{2} P_1 V_1) + A_{23}}$$

$$\frac{13-8,15}{20-15} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\frac{1}{2} R$$

$$\frac{8,31}{6} = 1,385$$

$$\frac{12-6\sqrt{2}+\frac{5}{2}}{2\sqrt{2}-2} = \frac{29}{2-6\sqrt{2}}$$

$$\frac{12}{6\sqrt{2}-2} = \frac{1}{\sqrt{2}-\frac{1}{3}}$$

$$\frac{5(2\sqrt{2}-1) + \sqrt{2}-2}{6\sqrt{2}-2} = \frac{10\sqrt{2}-5}{6\sqrt{2}-2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МОФИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$v_0 T - \frac{g T^2}{2} = \frac{g T^2}{2};$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha \left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right)^2 &= \\ &= \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \\ &= 1 + \frac{1}{\cos^2 \alpha} \end{aligned}$$

$$v_0 T = g T^2; v_0 = \sqrt{g T}$$

$$v_0 \cos \alpha T = S;$$

$$v_0 \sin \alpha T - g \frac{T^2}{2} = H;$$

$$T = \frac{S}{v_0 \cos \alpha}; H = S \operatorname{tg} \alpha - \frac{g S^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha};$$

$$\frac{S}{\cos^2 \alpha} -$$

$$\left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} \right)' = (\cos^{-2})' = -2 \cos^{-3} \cdot \sin \alpha =$$

$$= \frac{2 \sin \alpha}{\cos^3 \alpha}$$

$$2 + \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = 4 + \frac{1}{3} =$$

$$\frac{S}{\cos^2 \alpha} - \frac{g S^2}{v_0^2} \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha} = 0;$$

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{g S}{v_0^2} \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_0^2}{g S};$$

$$2^{\frac{3}{2}} = \sqrt{8}$$

$\sqrt{4}$

$$1 - \frac{1}{\cos^2 \alpha} =$$

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 =$$

$$\frac{1 - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha$$

$$\frac{1}{2} \left(2k \frac{u^2}{b} + k \frac{q^2}{r^2} \right) \cdot 4$$

$$\frac{v_0^2}{g} - \frac{g S^2}{2 v_0^2} \left(\frac{v_0^2}{g S^2} + 1 \right) = \frac{v_0^2}{g} - \frac{g S^2}{2 v_0^2} - \frac{v_0^2}{2 g} =$$

$$= \frac{v_0^2}{2 g} - \frac{g S^2}{2 v_0^2}$$