



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол $\alpha = 45^\circ$ с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета $L = 20$ м.

1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью V_0 к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна $H = 3,6$ м.

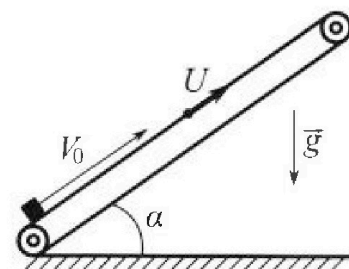
2) На каком расстоянии S от точки старта находится стенка?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,6$ (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 6$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = 0,5$.

Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь S пройдет коробка в первом опыте к моменту времени $T = 1$ с?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью $U = 1$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 6$ м/с (см. рис.).

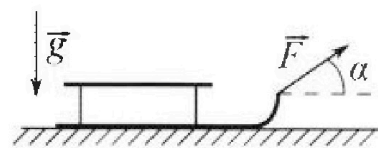
2) Через какое время T_1 после старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 1$ м/с?

3) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки обратится в ноль во втором опыте? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии K на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии K действие внешней силы прекращается.



1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение S санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения g .

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

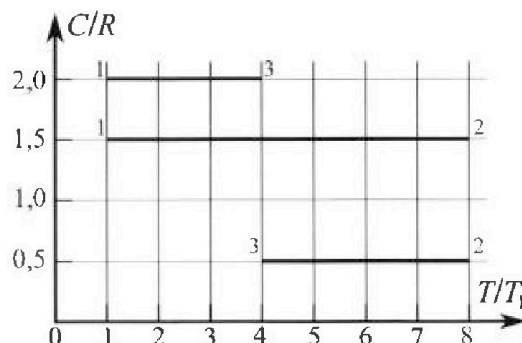
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



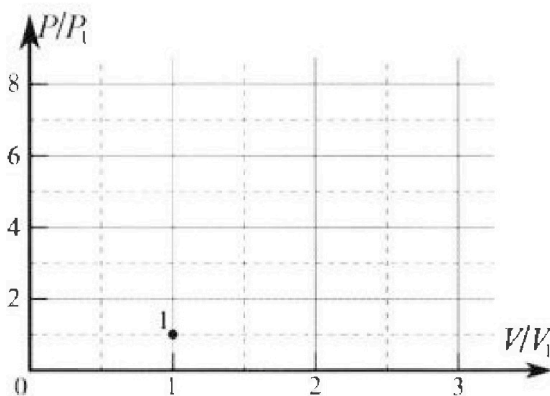
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна $T_1 = 200$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К).



1) Найдите работу A_{31} внешних сил над газом в процессе 3-1.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной a (см. рис.). Сила натяжения каждой нити T .

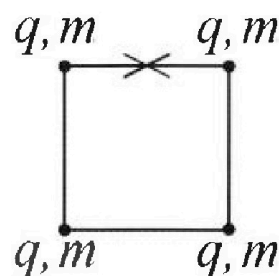
1) Найдите абсолютную величину $|q|$ заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию K любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На как ом расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?

Электрическая постоянная ϵ_0 . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.



1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 1.

$$O_x: V = V_0 \cos \alpha = \text{const}$$

$$O_y: V = V_0 \sin \alpha - gt$$

$$H_{\max} = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$H = V_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} = 0$$

$$t = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g}$$

$$L = V_0 \cos \alpha t = \frac{2V_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} \rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}} = 10\sqrt{2} \text{ м/с}$$

$$H_{\max} = 5 \text{ м} \cdot L \cdot H \rightarrow \alpha > \frac{L}{2}. \text{ Поэтому мяч достигнет}$$

заданной точки лишь при определенных углах. Пусть мяч брошен под углом β :

$$\begin{cases} S = V_0 \cos \beta t \\ H = V_0 \sin \beta t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}, \text{ при этом } S \text{ должно быть макси-}$$

мальным, иначе мяч упадет в створку за боковой высотой.

$$t = \frac{V_0 \sin \beta + \sqrt{V_0^2 \sin^2 \beta - 2gH}}{g}$$

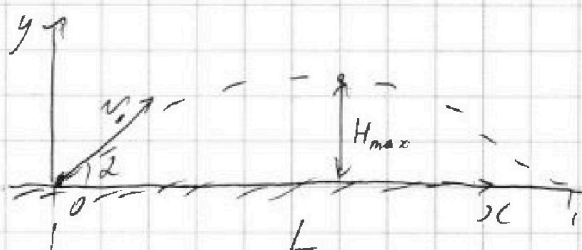
$$H S = V_0 \cos \beta \cdot \frac{V_0 \sin \beta + \sqrt{V_0^2 \sin^2 \beta - 2gH}}{g}$$

$$S' = -V_0 \sin \beta - \frac{V_0 \sin \beta}{g} + \frac{V_0^2 \cos^2 \beta}{g} + V_0 \sin \beta \cdot \frac{\sqrt{V_0^2 \sin^2 \beta - 2gH}}{g} +$$

$$+ \frac{V_0^2 \cos^2 \beta}{g} = 0$$

$$\sin \beta \sqrt{V_0^2 \sin^2 \beta - 2gH} = 2 \frac{V_0 \cos^2 \beta}{g} + \frac{V_0 \sin^2 \beta}{g}$$

$$\sqrt{V_0^2 \sin^2 \beta - 2gH} = \frac{4V_0^2 \cos^2 \beta}{g \sin^2 \beta} + 1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2gH = \frac{V_0^2}{\sin^2 \beta} \sqrt{(\sin^4 \beta - 4 \cos^2 \beta)} = \frac{V_0^2}{\sin^2 \beta} (\sin^2 \beta - 2 \cos^2 \beta)(\sin^2 \beta + 2 \cos^2 \beta) =$$

$$= \frac{-V_0^2 (1 + \cos^2 \beta)(2 \cos^2 \beta - \sin^2 \beta)}{\sin^2 \beta}$$

$$\frac{\sin^4 \beta - 4 \cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} = \frac{2gH}{V_0^2} = 0,36$$

$$\sin^2 \beta = 4 \cos^2 \beta$$

$$\sin^2 \beta (V_0^2 \sin^2 \beta - 2gH) = V_0^2 (4 \cos^4 \beta - 8 \cos^2 \beta \sin^2 \beta + \sin^4 \beta)$$

$$V_0^2 (-\cos^2 \beta + \sin^2 \beta) - 2gH = V_0^2 (\sin^4 \beta - 8 \cos^2 \beta \sin^2 \beta)$$

$$2gH = V_0^2 (\sin^4 \beta - 2 \sin^2 \beta \cos^2 \beta + \cos^2 \beta)$$

$$\sin^4 \beta - 2 \sin^2 \beta \cos^2 \beta + \cos^2 \beta = 0,36$$

$$\sin^4 \beta = 8 \sin^2 \beta (1 - \sin^2 \beta)^2 + \sin^2 \beta - (1 - \sin^2 \beta) = 0,36$$

$$9 \sin^4 \beta - 8 \sin^2 \beta = 1,36$$

$$\sin^2 \beta = t$$

$$9t^2 - 8t - 1,36 = 0$$

$$t = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 9 \cdot (-1,36)}}{18} = \frac{4 \pm \sqrt{76}}{9} = \frac{20 \pm \sqrt{76}}{45}$$

$$\sin \beta = \sqrt{\frac{20 + \sqrt{76}}{45}}; \quad \cos \beta = \sqrt{\frac{25 - \sqrt{76}}{45}}$$

5 =

$$S = \frac{20\sqrt{2}}{70} \sqrt{\frac{50 - 2\sqrt{76}}{45}} \cdot \left(10 \sqrt{\frac{40 + 2\sqrt{76}}{45}} + \sqrt{40 \left(\frac{25 - \sqrt{76}}{9} \right) - 72} \right)$$

$$\text{Итак: } V_0 = 20\sqrt{2}; \quad S = \sqrt{\frac{50 - 2\sqrt{76}}{45}} \cdot \left(10 \sqrt{\frac{40 + 2\sqrt{76}}{45}} + \sqrt{40 \left(\frac{25 - \sqrt{76}}{9} \right) - 72} \right)$$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 2.

$O_y: N = mg \cos \alpha$

$O_x: \mu N + mg \sin \alpha = ma =$

$= \mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha$

$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 0,8$

$a = \mu g \cos \alpha + g \sin \alpha$

$s = v_0 T - \frac{a T^2}{2} =$

$= v_0 T - \frac{g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) T^2}{2} = 1 \text{ м.}$

Скорость равна: $v = v_0 - g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) T = -4 \text{ м/с}$

2) до того, как скорость будет равна 0, $a = g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)$,

затем она начнет менять своё направление и становится равным $a_1 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$

t_1 - время когда она впервые изменит направление.

$0 = v_0 - at \rightarrow t = \frac{v_0 - 0}{a} = \frac{v_0}{g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)} = 0,5 \text{ с.}$

L_0 - до того, как $v = 0$.

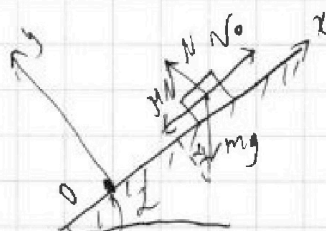
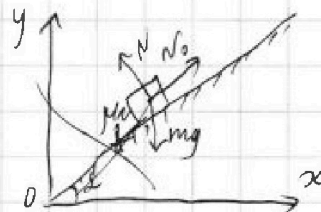
$L_0 = \frac{v_0^2 - 0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)} = 3,5 \text{ м.}$

L_1 - после достигнутой скорости 0.

$L_1 = \frac{0^2 - (-4)^2}{2a_1} = \frac{16}{2g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)} = 0,25 \text{ м.}$

$L = L_0 + L_1 = (3,5 + 0,25) \text{ м} = 3,75 \text{ м.}$

Ответ: $s = 1 \text{ м; } T_1 = 0,5 \text{ с; } L = 3,75 \text{ м.}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

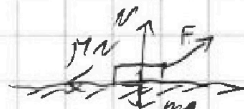
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 3.
 $k = \frac{m v^2}{2} = F_1 \cdot \sin \alpha = F_2 \cdot s$, где F_1 и F_2 — результирующие силы; L — путь.

$$F_1 = F_2$$

$$\begin{cases} F_1 = F \cdot \sin \alpha - \mu N \\ N = mg - F \sin \alpha \end{cases} \rightarrow F_1 = F \cdot \cos \alpha - \mu (mg - F \sin \alpha)$$



$$F_2 = F - \mu N = F - \mu mg$$

$$F_1 = F_2 \rightarrow F \cdot \cos \alpha - \mu (mg - F \sin \alpha) = F - \mu mg$$

$$F \cos \alpha + \mu F \sin \alpha = F \rightarrow \mu = 1 - \cos \alpha$$

$$k = \frac{m v^2}{2} = A_{\text{упр}} = F_{\text{упр}} s = \mu mg s \rightarrow s = \frac{k}{\mu mg} = \frac{k}{mg(1 - \cos \alpha)}$$

Ответ: $\mu = 1 - \cos \alpha$; $s = \frac{k}{mg(1 - \cos \alpha)}$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 4.

$$Q_{31} = \frac{2}{2} D R \Delta T + A_{31} \rightarrow C_M = \frac{2}{2} R + \frac{A_{31}}{D \Delta T} \rightarrow$$

$$\rightarrow A_{31} = (C_M + \frac{2}{2} R) D \Delta T = (C_M - \frac{3}{2} R) \cdot 0 \cdot 3 T_1 = (2 - 1,5) R \cdot 1 \text{ км} \cdot 3 \cdot 10,5 \text{ К}$$

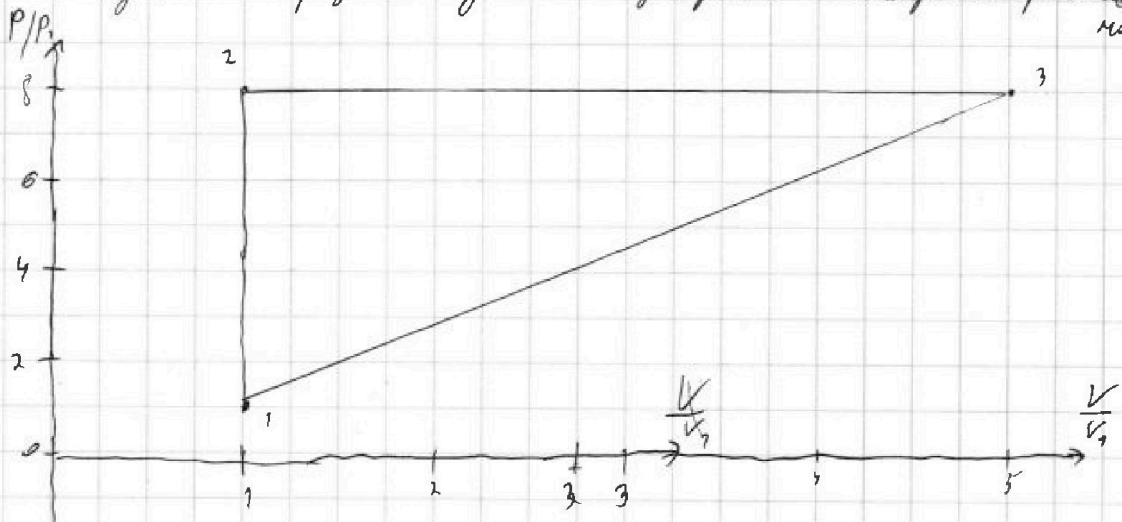
$$= 300 R \cdot 1 \text{ км} \cdot \text{К} = 2500 \text{ Дж}.$$

$$A_{31 \text{ в.}} = A_{31 \text{ раз.}} = 2500 \text{ Дж}.$$

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{A_{12} + A_{23} + A_{31}}{\# C_{M(12)} \cdot 7 T_1} = \frac{(C_{M(12)} - \frac{3}{2} R) D \cdot 7 T_1 + (C_{M(23)} - \frac{3}{2} R) D (-4 T_1) +$$

$$+ (C_{M(31)} - \frac{3}{2} R) D (-3 T_1)}{\# C_{M(32)} \cdot 7 T_1} = \frac{3,5}{10,5} = 0,25$$

Заметим, что в процессе 12 работа не совершается, потому что изохорный процесс, давление увеличивается в 7 раз.
В процессе 23 изохорный процесс, объем увеличивается в 4 раза. Процесс 31 изохорный в изохоре $C = 2$, работа отрицательная, что в данном процессе работа изохорного и изохорного процессов (линейная зависимость)



Ответ: $A_{31} = 2,5 \text{ кДж}; \eta = 25\%$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 5. $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

$$1) F = \frac{2kq^2}{a^2} + \frac{kq^2}{2a^2} = \frac{5kq^2}{2a^2} = \frac{T}{\cos 45^\circ} = T\sqrt{2}$$

$$q^2 = \frac{T \cdot 2\sqrt{2}}{5k}$$

$$q = a \sqrt{\frac{2T\sqrt{2}}{5k}}$$

2) $K_1 = K_2$

Возьмем левый верхний заряд:

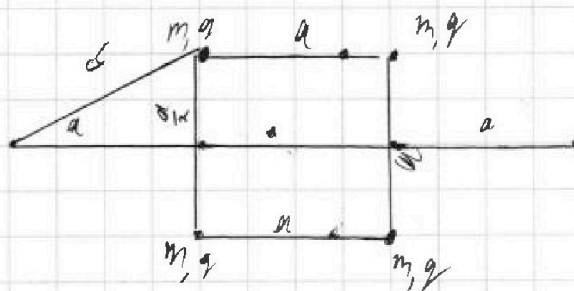
$$2 \cdot \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{a\sqrt{2}} = \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{2a} + \frac{kq^2}{3a} + k$$

$$K = \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{a\sqrt{2}} - \frac{5kq^2}{6a} = \frac{kq^2}{6a} + \frac{kq^2}{a\sqrt{2}} = \frac{kq^2}{6a\sqrt{2}} (\sqrt{2} + 6)$$

3) Система является закрытой, внешних сил нет, поэтому центр масс не сместится со своего положения.

Тогда: $L = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} = a\sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{a}{2}\sqrt{5}$

Ответ: $q = a \sqrt{\frac{2\sqrt{2}T}{5k}}$; $K = \frac{kq^2}{6a\sqrt{2}} (\sqrt{2} + 6)$; $L = \frac{a}{2}\sqrt{5}$



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

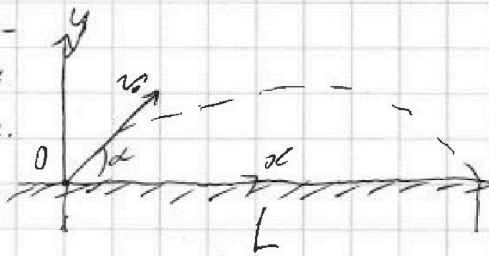
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 1.

- 1) Можно разложить вектор скорости V_0 на вертикальную (Oy) и горизонтальную (Ox) проекции. По Oy , скорость меняется по закону: $V = V_{0y} - g\tau$, а по Ox , скорость постоянна. Запишем систему:



$$\begin{cases} L = V_{0x} \tau \\ d = V_{0y} \tau - \frac{g\tau^2}{2} \rightarrow \tau = \frac{2V_{0y}}{g} = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g} \end{cases}$$

$$L = \frac{V_0 \sin \alpha \cdot 2V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{2V_0^2 \sin^2 \alpha}{g} \rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{gL}{2 \sin^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 20 \text{ м}^2}{1}} = 10\sqrt{2} \text{ м/с}$$

- 2) Пусть в начальный момент, скорость направлена под углом β к горизонту.

$$Ox: S = V_{0x} \tau = V_0 \cos \beta \cdot \tau$$

$$Oy: H = V_{0y} \tau - \frac{g\tau^2}{2} = V_0 \sin \beta \cdot \tau - \frac{g\tau^2}{2}$$

Поскольку высота H максимальна, то тогда скорость на вертикали будет равна нулю (иначе можно бросить выше), S

$$V_0 \sin \beta - g\tau = 0 \rightarrow \sin \beta = \frac{g\tau}{V_0}$$

$$H = \frac{V_0 \sin \beta \cdot \tau}{2} = \frac{g\tau^2}{2} \rightarrow \tau = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$S = V_0 \cos \beta \cdot \tau = V_0 \sqrt{V_0^2 - g^2 \tau^2} = \sqrt{\frac{2H}{g} (V_0^2 - 2gH)} = 18\sqrt{0.6} = 9,6 \text{ м.}$$

Заметим, что данный ответ верный лишь для угла $\beta = 45^\circ$.
Так $S \leq \frac{L}{2}$, но в силу того, что $H < \frac{V_0^2 \sin^2 \beta}{2g} = 5 \text{ м}$, будет еще и вторая точка, при угле броска, равной $\beta = 45^\circ$.

$H_{\max}$ при угле β на расстоянии $\tau = \frac{1}{2}$ будет в силу того, что на такой расстоянии при скорости u этого угла скорость меньше и максимальная высота, т.к. это оптимальный угол.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} S = v_0 \sin \alpha \cdot \tau \\ H = v_0 \sin \alpha \tau - \frac{g \tau^2}{2} \end{cases}$$

$$D = v_0^2 \sin^2 \alpha - 2gH \quad \text{нас интересует больший корень:}$$

$$\tau = \frac{v_0 \sin \alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha - 2gH}}{g}$$

$$S = \frac{v_0 \cos \alpha (1 + \frac{v_0 \sin \alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha - 2gH}}{g})}{g} = (10 + \sqrt{28}) \text{ м.}$$

Answer: $v_0 = 10\sqrt{2} \text{ м/с}; \quad S_1 = 9,6 \text{ м}; \quad S_2 = 10 + \sqrt{28} \text{ м.}$

$$H'_x = v_0 \sin \alpha \tau - \frac{g \tau^2}{2}$$

$$H'_x = v_0 \cos \alpha \tau - \frac{g \tau^2}{2}$$

$$\frac{9}{16} - \frac{2}{4} + \frac{1}{2} =$$

$$\frac{9}{16} - \frac{1}{16} = \frac{8}{16}$$

$$\frac{36}{25} - 9$$

$$\times 36$$

$$\frac{9}{324}$$

$$400 - 324 = 76$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

