



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за $T = 2$ с.

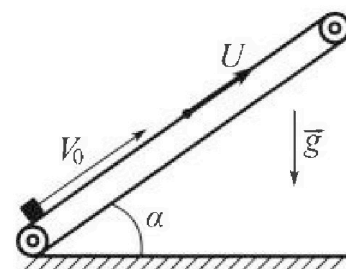
1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

2) Теннисист посылает мяч с начальной скоростью V_0 под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии $S = 20$ м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,8$ (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 4$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = \frac{1}{3}$. Движение коробки прямолинейное.



1) За какое время T после старта коробка пройдет в первом опыте путь $S = 1$ м?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью $U = 2$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 4$ м/с.

2) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 2$ м/с?

3) На какой высоте H , отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости V_0 за одинаковое время.

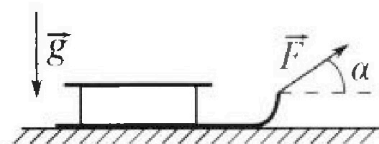
В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости V_0 действие внешней силы прекращается.

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Через какое время T после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения g .

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

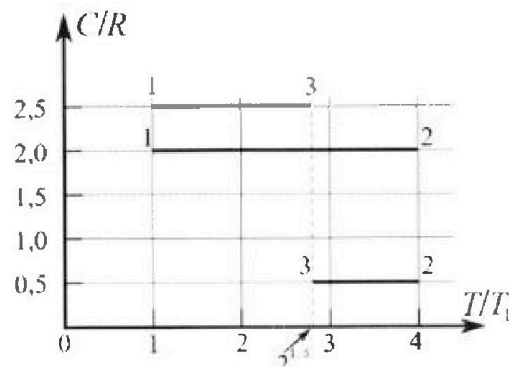


Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

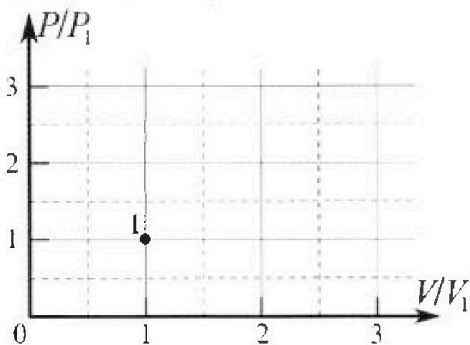
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной R) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 $T_1 = 400$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К).



1) Найдите работу A_{12} газа в процессе 1-2.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объем в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



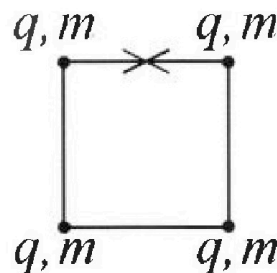
5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной b (см. рис.). Масса каждого шарика m , заряд q .

1) Найдите силу T натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

2) Найдите скорость V любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На как ом расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?



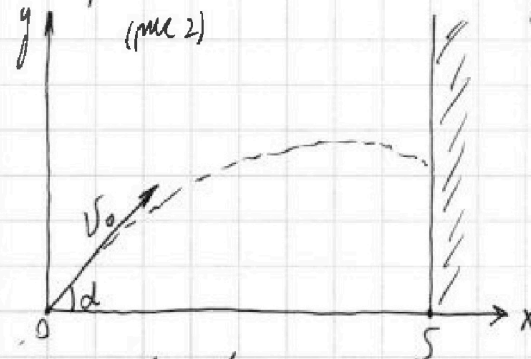
Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1) (скорость мяча в наивысшей точке подъема: $v(T) = 0$ (рис. 1)
Равноускоренное движение в поле силы тяжести: $v(t) = v_0 - gt$
(в проекции на вертикаль ось Ox (см. рис. 1)), где t - время полета мяча.
 $v(T) = 0 = v_0 - gT \Rightarrow v_0 = gT = 20 \text{ м/с}$.

Теперь мяч летит к стенке под углом к горизонту. Обозначим
угол α (см. рис. 2).



Уравнения движения в проекциях
на координ. оси:

Ось Ox : (скорость вдоль оси Ox : $v_x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha$

координата: $x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$

Ось Oy : (скорость (равноускор. дв.): $v_y(t) = v_0 \cdot \sin \alpha - gt$

координата: $y(t) = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$, где t - время полета мяча.

Пусть t_0 - время полета мяча до стенки, тогда: $x(t_0) = S = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t_0$ (1);

(2) $y(t_0) = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t_0 - \frac{gt_0^2}{2} = H$, где H - высота, на которой мяч ударится
об стенку; Выразим t_0 из (1) и подставим в (2): $t_0 = \frac{S}{v_0 \cdot \cos \alpha}$

$$H = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha \cdot S}{v_0 \cdot \cos \alpha} - \frac{gS^2}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} = S \cdot \tan \alpha - \frac{gS^2 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} =$$

$$= S \cdot \tan \alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2} - \frac{gS^2}{2v_0^2} \cdot \tan^2 \alpha; \text{Высота максимальна, когда } H'_\alpha = 0, \text{ где}$$

$$H'_\alpha - \text{производная функции высоты}; (\tan \alpha)' = \frac{1}{\cos^2 \alpha}; (\tan^2 \alpha)' = (f(g(\alpha)))' =$$

$$= (g(\alpha))' \cdot (f(g))'; g(\alpha) = \tan \alpha; (g(\alpha))' = \frac{1}{\cos^2 \alpha}; f(g) = (\tan \alpha)^2; (f(g))' =$$

$$= 2 \cdot \tan \alpha; (\tan^2 \alpha)' = \frac{1 \cdot 2 \tan \alpha}{\cos^2 \alpha}; H'_\alpha = 0 = \frac{S}{\cos^2 \alpha} - \frac{gS^2 \cdot 2 \tan \alpha}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \Rightarrow$$

$$\frac{2v_0^2 S - gS^2 \cdot 2 \tan \alpha}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} = 0; \text{т.к. } \cos \alpha \neq 0 \text{ (}\alpha \text{ точно не равен } 90^\circ \text{), то}$$

$$2v_0^2 S - gS^2 \cdot 2 \tan \alpha = 0; v_0^2 - gS \cdot \tan \alpha = 0; gS \cdot \tan \alpha = v_0^2; \tan \alpha = \frac{v_0^2}{gS}.$$

Подставим найденное значение $\tan \alpha$ в выражение для высоты:

$$H = \frac{v_0^2 \cdot S}{gS} - \frac{gS^2}{2v_0^2} - \frac{gS^2 \cdot v_0^2 \cdot \tan^2 \alpha}{2v_0^2 \cdot g \cdot g \cdot S \cdot S} = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gS^2}{2v_0^2} = \left(\frac{20^2}{2 \cdot 10} \right) \text{ м} - \left(\frac{10 \cdot 20^2}{2 \cdot 20^2} \right) \text{ м} =$$

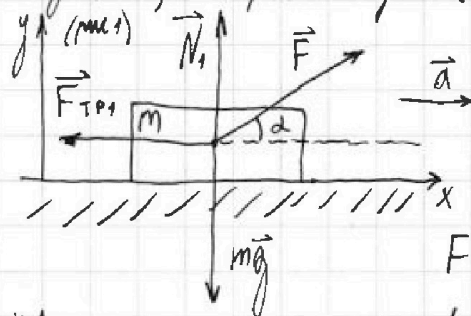
$$= 15 \text{ м}$$

Ответ: 1) $v_0 = 20 \text{ м/с}$; 2) $H = 15 \text{ м}$

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

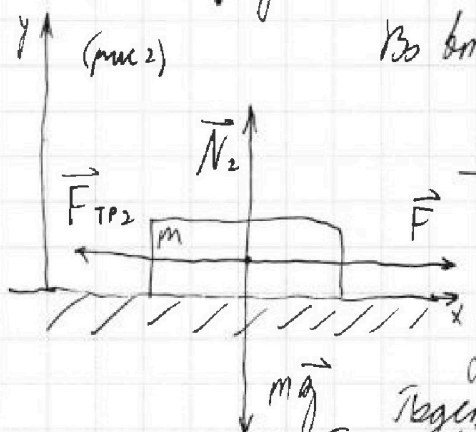
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3) В первом случае (см. рис 1): 2-й з-н Ньютона в проекциях на карту.



или: $Ox: F \cdot \cos \alpha - F_{тр1} = ma$ (1)

$Oy: F \cdot \sin \alpha + N_1 = mg$, где $F_{тр1}$ - сила трения, действ. на санки в 1-м случае, m - масса санок, a - их ускорение, N_1 - реакция опоры 1-й с-е; 3-й закон Ньютона (сила трения скольжения): $F_{тр1} = \mu N_1$



Во втором случае (см. рис 2): $Ox: F - F_{тр2} = ma$ (3)

(Ускорение в обоих случаях одинаково (это условие из условия, т.к. санки разгоняют до одинаковой скорости из сост. покоя за одинаковое время, а значит $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$), где $F_{тр2}$ - сила трения, N_2 - сила реакции опоры.

$Oy: N_2 = mg$ (4)

сила трения: $F_{тр2} = \mu N_2$

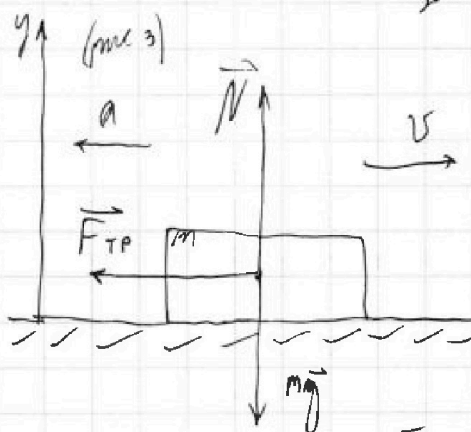
Подставим (3) в (1): $F \cdot \cos \alpha - \mu N_1 = F - \mu N_2$ (6)

из (2): $N_1 = mg - F \cdot \sin \alpha$ (5). Подставим (4) и (5) в (6):

$F \cdot \cos \alpha - \mu mg + \mu F \cdot \sin \alpha = F - \mu mg$; $\mu \cdot \sin \alpha = 1 - \cos \alpha$;

$\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$

2) После прекращения действия силы (см. рис 3): 2-й з-н Ньютона в проекциях на карту или: $Ox: -F_{тр} = ma$; $|a| = \frac{F_{тр}}{m}$



$Oy: N = mg$, где $F_{тр}$ - сила трения, a - ускорение санок ($a < 0$), N - сила реакции опоры.

сила трения: $F_{тр} = \mu N = \frac{(1 - \cos \alpha) mg}{\sin \alpha}$;

$|a| = \frac{(1 - \cos \alpha) mg}{\sin \alpha \cdot m} = \frac{(1 - \cos \alpha) g}{\sin \alpha}$ (объемные

равноускоренное) $Время до остановки: T = \frac{v_0}{|a|} =$

$= \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha) g}$

Ответ: 1) $\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$

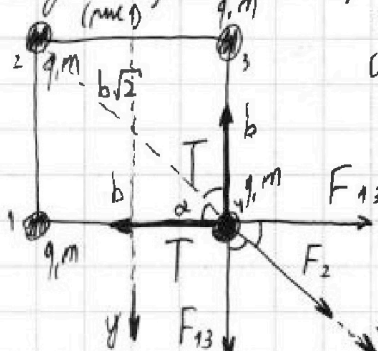
2) $T = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha) g}$



1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5)



1) В силу симметрии системы, силы натяжения всех нитей равны. Обозначим их за T . Рассмотрим силы, действующие на шарик (4) (см рис 1):

2) 3-й шарик в проекции на ось OX (проектируем перпендикулярно диагонали квадрата):

$$2F_{13} \cdot \sin \alpha \cos \alpha + F_2 = 2T \cdot \cos \alpha, \text{ где } \alpha -$$

угол между стороной квадрата и его диагональю (то есть в данном квадрате $\alpha = 45^\circ$), F_{13} — сила, действующая на шарик (4) со стороны шариков

(1) и (3) (эти силы равны, так как расстояния между ними (1) и (4), (3) и (4) равны), F_2 — дейст. на (4) со ст. (2); $T = \frac{2F_{13} \cdot \cos \alpha}{2 \cdot \cos \alpha} + \frac{F_2}{2 \cos \alpha} =$
 $= F_{13} + \frac{F_2 \cdot 2}{2\sqrt{2}} = F_{13} + \frac{F_2}{\sqrt{2}};$

Сила электр. взаимодействия: $F_{13} = K \frac{q^2}{b^2}$; $F_2 = \frac{Kq^2}{2b^2}$ (диагональ квадрата равна $b\sqrt{2}$)

$$T = \frac{Kq^2}{b^2} + \frac{Kq^2}{2\sqrt{2}b^2} = \frac{2\sqrt{2}Kq^2 + Kq^2}{2\sqrt{2}b^2} = \frac{Kq^2}{b^2} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \right)$$

2) Если переключить нити между (2) и (3), на (2) и (3), а также на (1) и (4) будут действовать одинаковые силы, а значит их скорости будут равны. Закон сохранения импульса в проекции на Oy (см рис 1 и 2):

$$2m\vec{v}_{13} - 2m\vec{v}_{14} = 0 \Rightarrow v_{23} = v_{14} = v;$$

Потенц. эн. взаимодействия шариков вначале:

$$E_0 = \frac{1}{2} \left(q \cdot K \frac{q}{b} \cdot 2 + q \cdot K \frac{q}{b\sqrt{2}} \right) \cdot 4, \text{ где выражение в скобках — это потенциал эн. бли-}$$

зости одного шарика к другим остальным (эта энергия для каждого из шариков одинакова); $E_0 = \frac{2Kq^2}{b} \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$; Потенц. эн. блин. шариков в конце:

$$E_k = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{Kq^2}{b} + \frac{Kq^2}{2b} + \frac{Kq^2}{3b} \right) \cdot 2 + \left(\frac{Kq^2}{b} + \frac{Kq^2}{b} + \frac{Kq^2}{2b} \right) \cdot 2 \right), \text{ где выражение в скобках — потенциал}$$

это энергия блин-я шариков (2) и (3), (1) и (4) с остальными шариками

$$E_k = \frac{11Kq^2}{6b} + \frac{5Kq^2}{2b} = \frac{Kq^2(11+15)}{6b} = \frac{13Kq^2}{3b}, \text{ Кинет. эн. шариков в конце: } E = \frac{4 \cdot m v^2}{2} = 2mv^2$$

Из закона сохр. эн: $E_0 = E_k + E; \frac{2Kq^2}{b} \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{13Kq^2}{3b} + 2mv^2$

$$2mv^2 = \frac{Kq^2}{b} \left(4 + \frac{2}{\sqrt{2}} - 4\frac{1}{3} \right) = \left(\frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{2}{3} \right) \frac{Kq^2}{b}; \quad v = q \sqrt{\frac{K}{2bm} \left(\sqrt{2} - \frac{2}{3} \right)}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

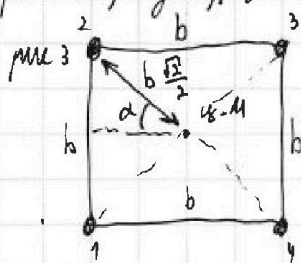
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



предложение задачи 5) Чтобы найти d , воспользуемся теоремой о движении центра масс. П.к на систему не действуют внешние силы (или их сумма равна нулю), центр масс системы остается неподвижным. В начале центр масс системы находился в центре квадрата (рис 3) (в силу симметрии системы и равенства масс шариков). В конце он оказался посередине между (1) и (4) шариками (рис 4) (по той же причине). Перемещение шарика:



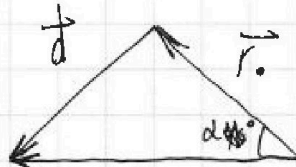
$\vec{d} = \vec{r}_k - \vec{r}_0$ где $\vec{r}_0$ и $\vec{r}_k$ - радиус-векторы соответствующие к шарикам (2) из ч.м.

$|\vec{r}_k| = 1,5b$; $|\vec{r}_0| = b\frac{\sqrt{2}}{2}$

(в начале и в конце сгтоб)

По теор. косинусов:

$$d^2 = r_0^2 + r_k^2 - 2r_0r_k \cos \alpha = \frac{b^2}{2} + 2,25b^2 - \frac{2 \cdot b \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 1,5b \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{2 \cdot 2 \cdot 1} =$$

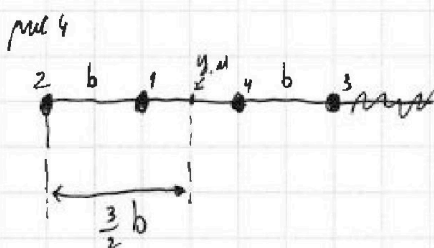


$$= \frac{b^2}{2} + 2,25b^2 - 1,5b^2 = 1,25b^2; \quad d = b\sqrt{1,25} = \frac{b\sqrt{5}}{2}$$

Ответ: 1) $T = k \frac{q^2}{b^2} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \right)$

2) $\varphi = q \sqrt{\frac{k}{2bm}} \left(\sqrt{2} - \frac{1}{3} \right)$

3) $d = \frac{b\sqrt{5}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2) *

1) 2 и 3-й Ньютона баранку. на козу оси: Ox : $\mu N = mg \sin \alpha$ (1)
 $(\alpha < 0)$ где μN - сила трения $\rightarrow$ скатывания
 Oy : $N = mg \cos \alpha$ (2); подст. (2) в (1):
 $a = -\mu g \cos \alpha \sin \alpha = -\frac{1}{3} \cdot g \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \cdot \sin \alpha = -\frac{1}{3} \cdot g \cdot \sin \alpha = -10 \text{ м/с}^2$
 $(\sin \alpha = \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2})$
 $x = x_0 + v_0 t + \frac{a t^2}{2}$ Уравн. длит. брало Ox (равноускор.): $\left\{ \begin{aligned} t_8 = \frac{v_0}{a} = 0,4 \text{ с} \end{aligned} \right\}$
 $x = v_0 t + \frac{a t^2}{2}$ $\frac{v_0^2}{2} + 4 \cdot a \cdot S = 0$; $T = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 4aS}}{a}$ $\frac{4 \pm 2}{-2}$ (имеет корни $t_0 = 0,4 \text{ с}$)
 $T = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 4aS}}{a} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{3}}{-2} \text{ с} = (2 \pm \sqrt{3}) \text{ с}$ (имеет корни $t_0 = 0,4 \text{ с}$)
 $(a_{\text{тр}}) = 6 \text{ м/с}^2$; $0,2 \text{ м} = \frac{a_1 t_0^2}{2} \Rightarrow t_0 = \sqrt{\frac{0,2}{3}} \text{ с}$; $T = (0,2 + \frac{1}{3}) \text{ с}$

наск. и отск. корень: $(2 - \sqrt{3}) \text{ с}$, т.к. другая корень $(2 + \sqrt{3}) \text{ с}$ - это время T - время, когда корзинка баранки достигнет пола S раз это $T = (2 - \sqrt{3}) \text{ с}$

2) Скорость баранки увеличивается со скоростью летит в момент t_0 :
 $t_0 = v_0 + a t_0 = 0$; $t_0 = \frac{0 - v_0}{a} = \frac{0 - 4}{-10} = 0,4 \text{ с}$ (это момент силы трения действует на корзинку из земли $\rightarrow$ направление на горизонтальную);
 ускорение приравняем корзинке силой $\rightarrow$ момент: $|a_{\text{тр}}| = \mu g \sin \alpha = 8 \text{ м/с}^2$
 силой трения: $|a_{\text{тр}}| = \frac{\mu N}{m} = \frac{\mu mg \cos \alpha}{m} = \mu g \cos \alpha = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 \text{ м/с}^2$

$$L = v_0 t_0 - \frac{a_1 t_0^2}{2}, \text{ где } a_1 = |a_{\text{тр}}| + |a_{\text{ос}}|$$



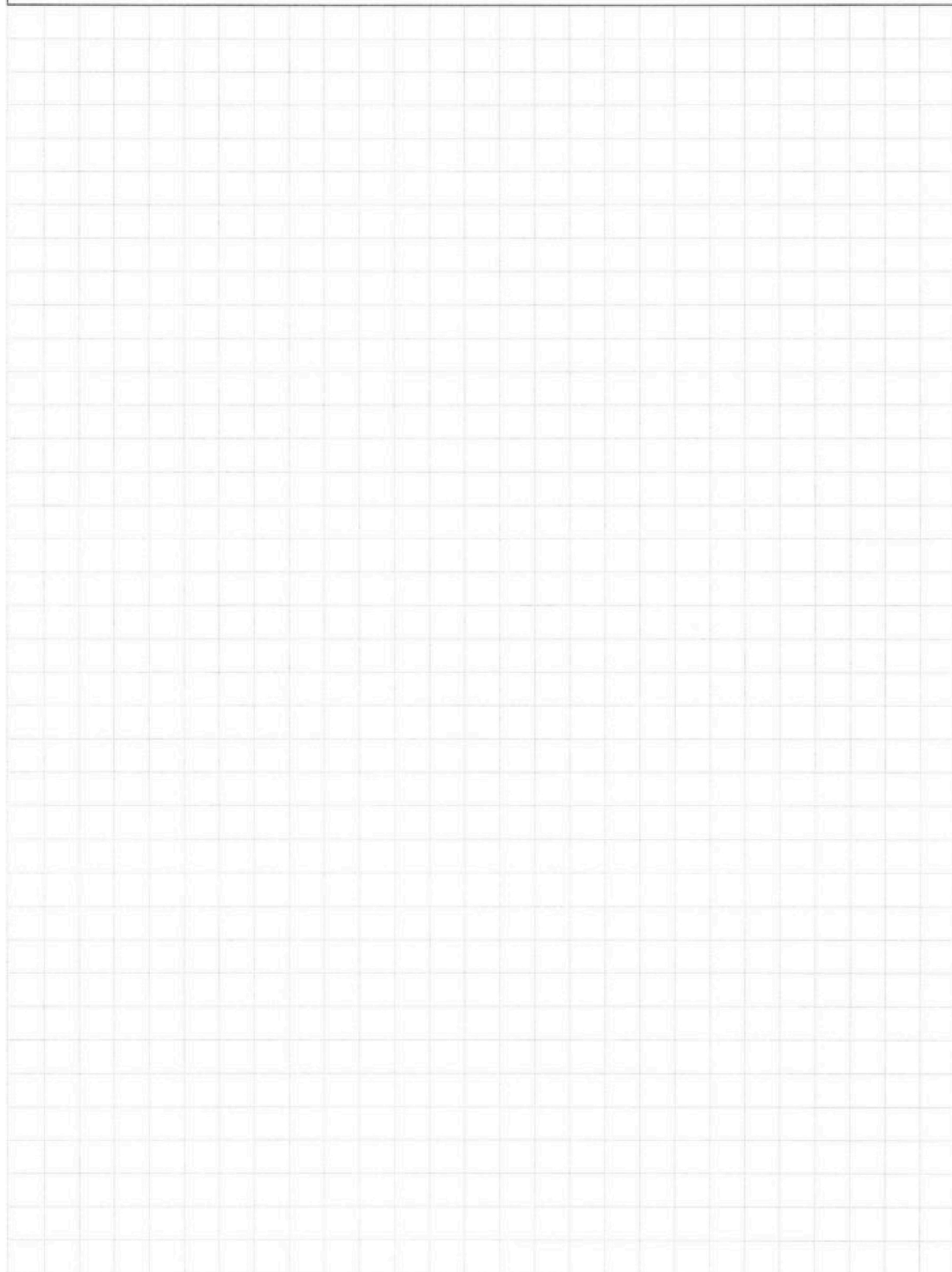
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





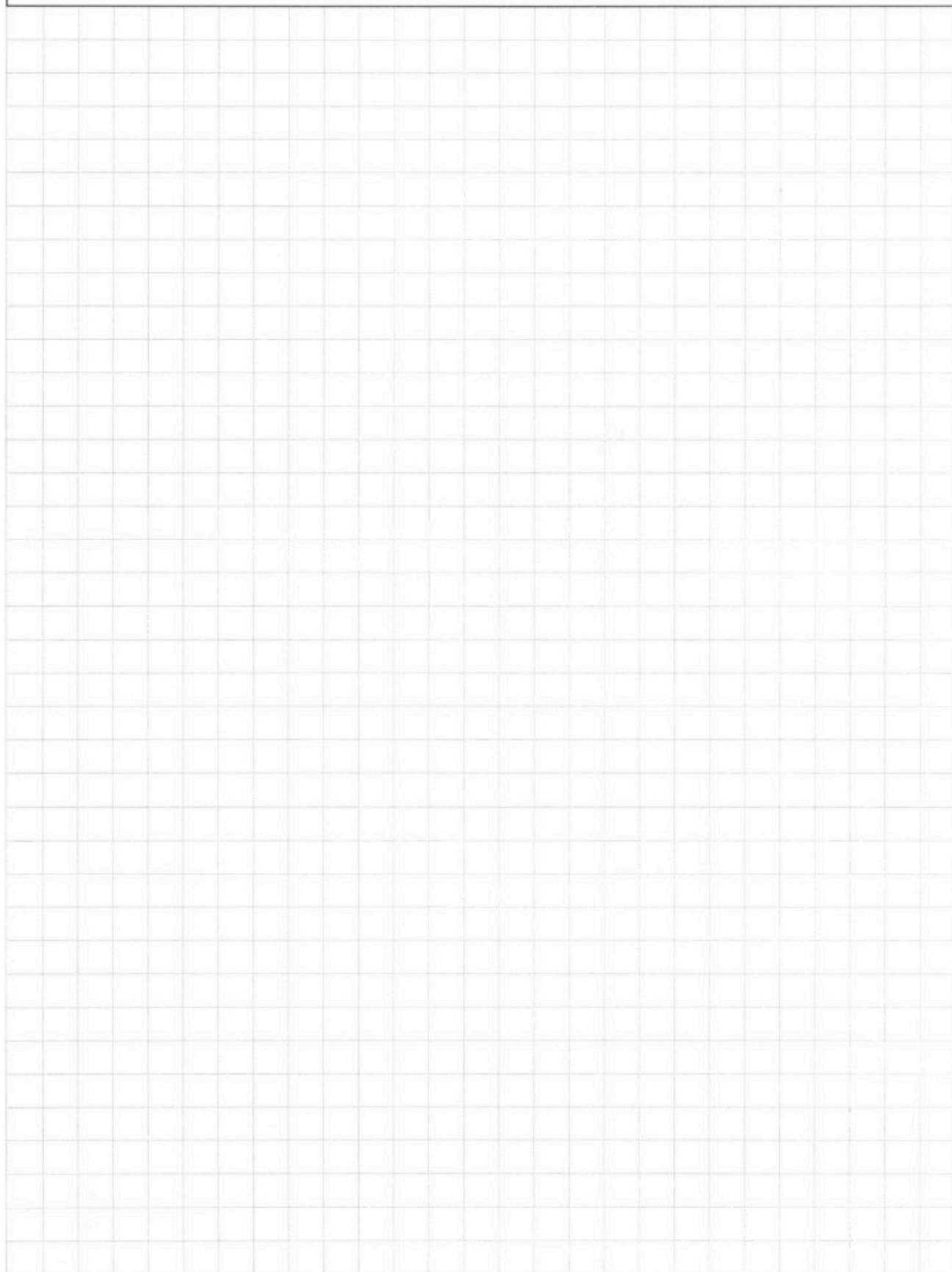
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

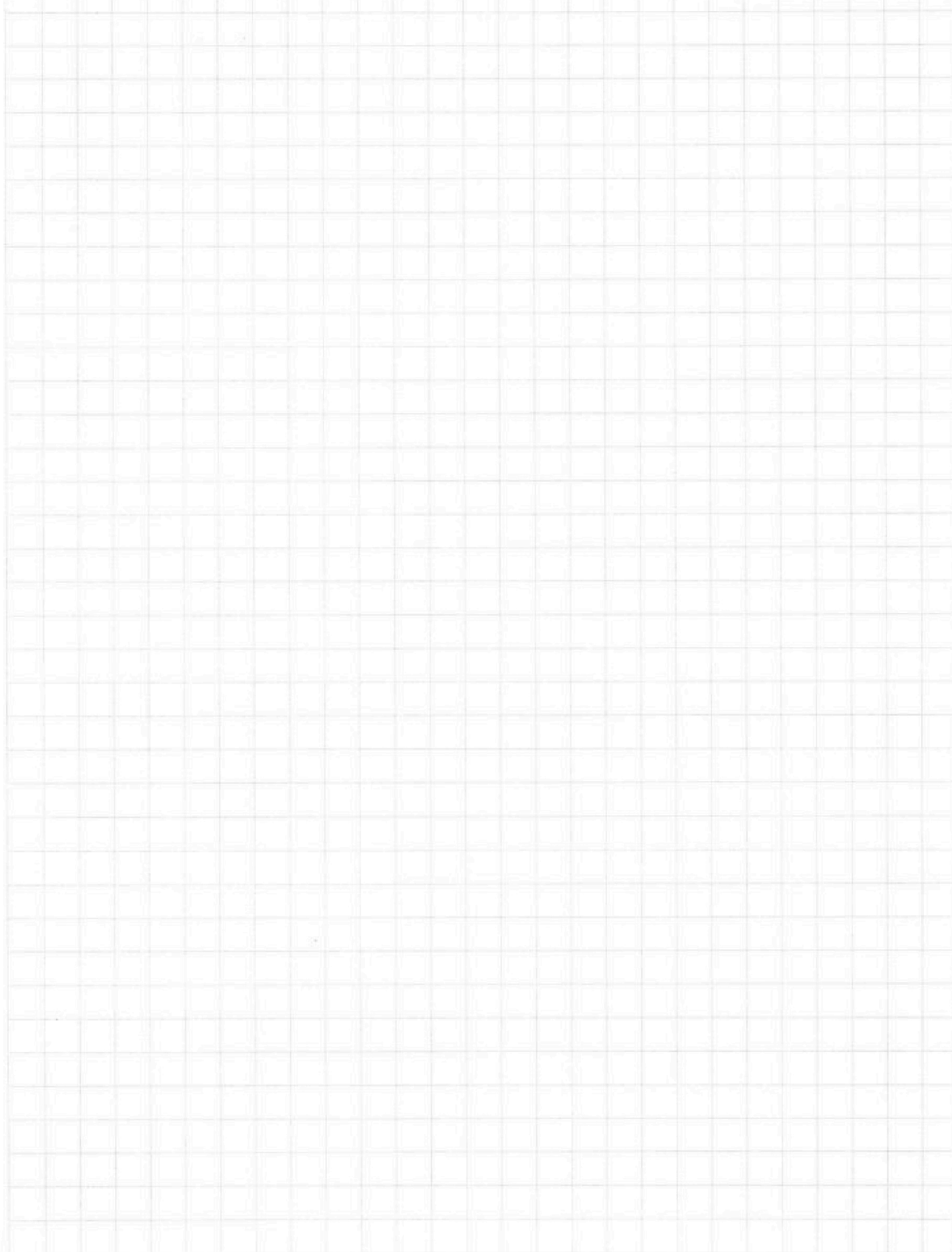
Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



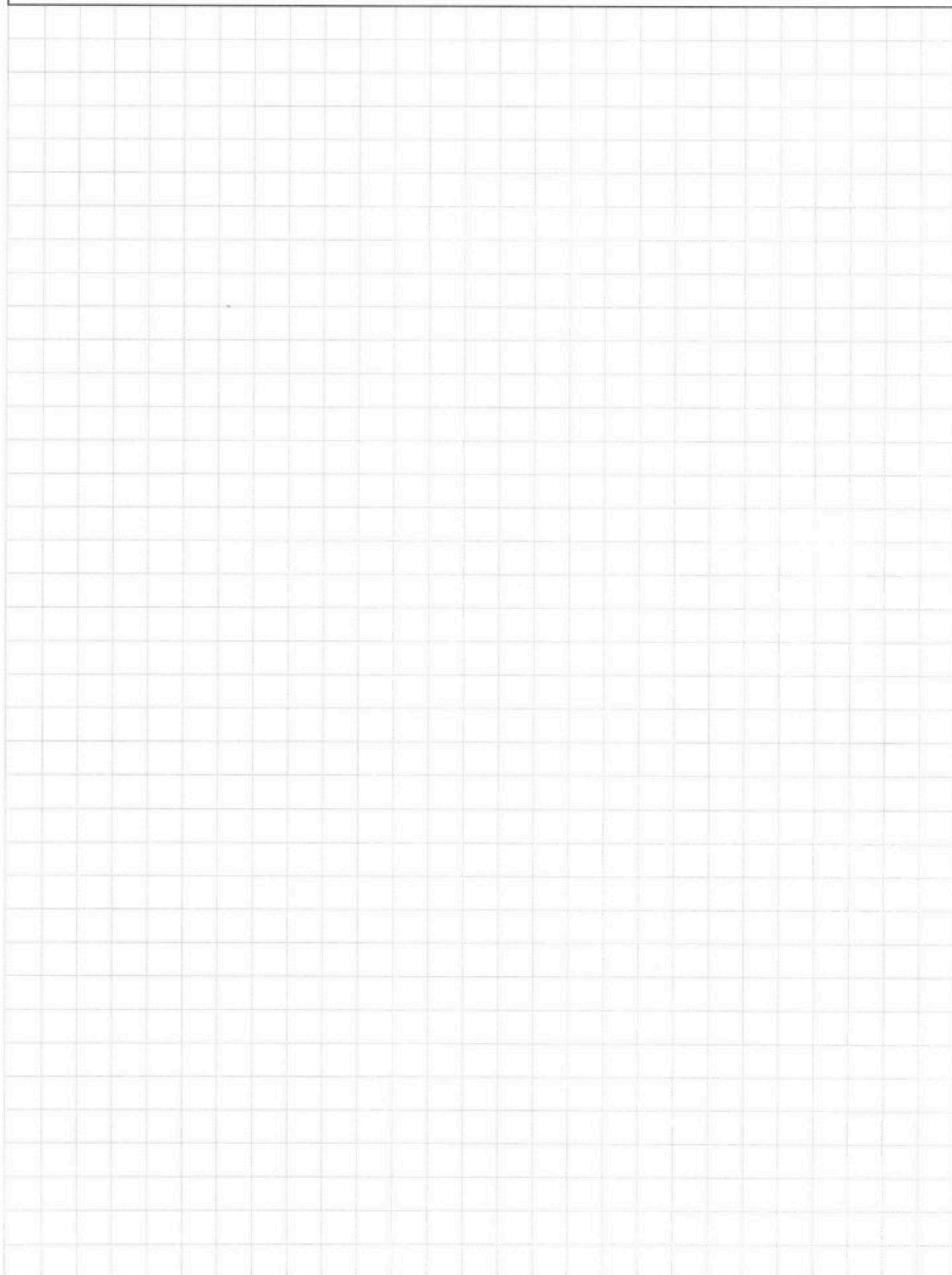
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

