Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

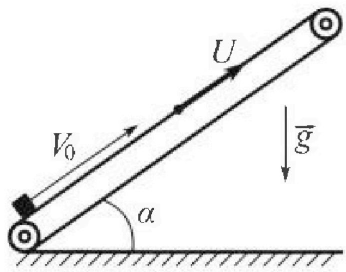
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за $T = 2$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.
2) Теннисист посылает мяч с начальной скоростью V_0 под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии $S = 20$ м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?

Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin\alpha = 0{,}8$ (см. рис.).



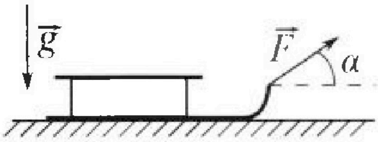
В первом опыте небольшую коробку ставят на *покоящуюся* ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 4$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = \frac{1}{3}$. Движение коробки прямолинейное.

1) За какое время T после старта коробка пройдет *в первом опыте* путь $S = 1$ м?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, *движущуюся* со скоростью $U = 2$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 4$ м/с.

2) На како м расстоянии L от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 2$ м/с?
3) На какой высоте H, отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости V_0 за одинаковое время.



В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости V_0 действие внешней силы прекращается.

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.
2) Через какое время T после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения g.

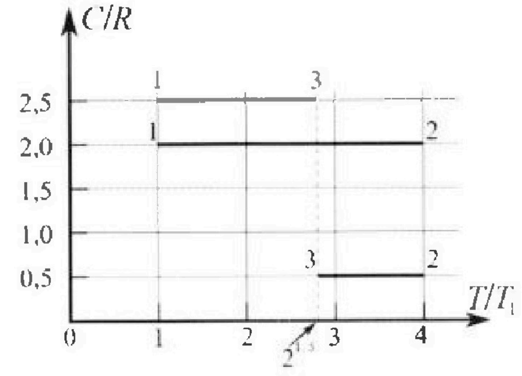
Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

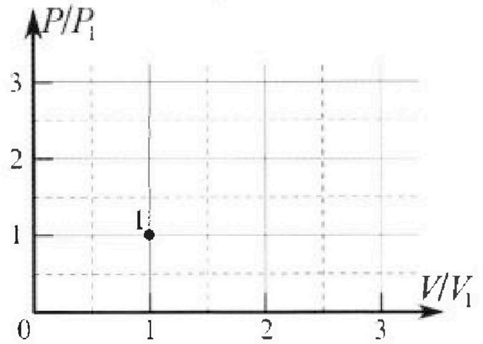
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной R) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 $T_1 = 400$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).



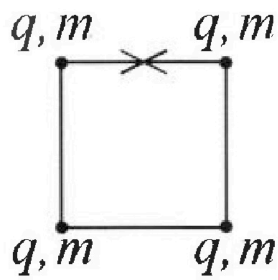
1) Найдите работу A_{12} газа в процессе 1-2.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной b (см. рис.). Масса каждого шарика m, заряд q.



1) Найдите силу T натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

2) Найдите скорость V любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На как ом расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

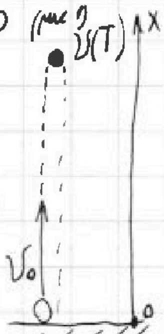
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1) Скорость мяча в наивысшей точке подъёма: $v(T)=0$ (рис 1)

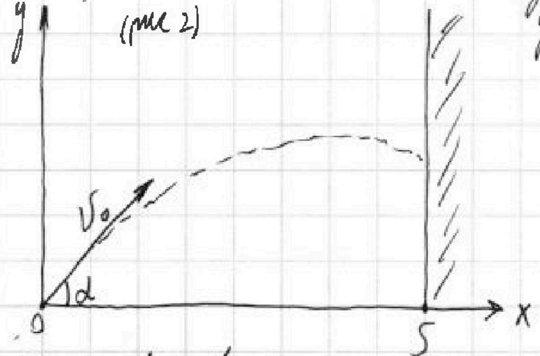
Равноускоренное движение в поле силы тяжести: $v(t)=v_0-gt$

(в проекции на вертик. ось Ox (см. рис1)), где t – время полёта мяча.

$v(T)=0=v_0-gT \Rightarrow v_0=gT=20$ м/с.



Теперь мяч летит к стенке под углом к горизонту. Обозначим угол за (α) (см рис 2).



Уравнения движения в проекциях на коорд. оси:

Ось Ox: Скорость вдоль оси Ox: $v_x(t)=v_0\cdot\cos\alpha$

координата: $x(t)=v_0\cdot\cos\alpha\cdot t$

Ось Oy: скорость (равноускор. дв.): $v_y(t)=v_0\cdot\sin\alpha-gt$

координата: $y(t)=v_0\cdot\sin\alpha\cdot t-\frac{gt^2}{2}$, где t – время полёта мяча.

Пусть t_0 – время полёта мяча до стенки, тогда: $x(t_0)=S=v_0\cdot\cos\alpha\cdot t_0$ (1);

(2) $y(t_0)=v_0\cdot\sin\alpha\cdot t_0-\frac{gt_0^2}{2}=H$, где H – высота, на которой мяч ударится о стенку; Выразим t_0 из (1) и подставим в (2): $t_0=\frac{S}{v_0\cdot\cos\alpha}$,

$$H=\frac{v_0\cdot\sin\alpha\cdot S}{v_0\cdot\cos\alpha}-\frac{gS^2}{2v_0^2\cdot\cos^2\alpha}=\text{tg}\alpha\cdot S-\frac{gS^2(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)}{2v_0^2\cdot\cos^2\alpha}=$$

$$=\text{tg}\alpha\cdot S-\frac{gS^2}{2v_0^2}-\frac{gS^2}{2v_0^2}\cdot\text{tg}^2\alpha$$; Высота максимальна, когда $H'_\alpha=0$, где H'_α – производная функции высоты; $(\text{tg}\alpha)'=\frac{1}{\cos^2\alpha}$; $(\text{tg}^2\alpha)'=(f(g(\alpha)))'=$

$=(g(\alpha))'\cdot(f(g))'$; $g(\alpha)=\text{tg}\alpha$; $(g(\alpha))'=\frac{1}{\cos^2\alpha}$; $f(g)=(\text{tg}\alpha)^2$; $(f(g))'=$

$=2\cdot\text{tg}\alpha$; $(\text{tg}^2\alpha)'=\frac{1\cdot2\text{tg}\alpha}{\cos^2\alpha}$; $H'_\alpha=0=\frac{S}{\cos^2\alpha}-\frac{gS^2\cdot2\text{tg}\alpha}{2v_0^2\cdot\cos^2\alpha}\Rightarrow$

$\frac{2v_0^2S-gS^2\cdot2\text{tg}\alpha}{2v_0^2\cdot\cos^2\alpha}=0$; т.к. $\cos\alpha\neq0$ (α точно не равен 90°), то

$2v_0^2S-gS^2\cdot2\text{tg}\alpha=0$; $v_0^2-gS\cdot\text{tg}\alpha=0$; $gS\cdot\text{tg}\alpha=v_0^2$; $\text{tg}\alpha=\frac{v_0^2}{gS}$.

Подставляем полученное значение $\text{tg}\alpha$ в выражение для высоты:

$$H=\frac{v_0^2\cdot S}{gS}-\frac{gS^2}{2v_0^2}-\frac{gS^2\cdot v_0^2\cdot v_0^2}{2v_0^2\cdot g\cdot g\cdot S\cdot S}=\frac{v_0^2}{2g}-\frac{gS^2}{2v_0^2}=\left(\frac{20^2}{2\cdot10}\right)м-\left(\frac{10\cdot20^2}{2\cdot20^2}\right)м=$$

$=15$ м

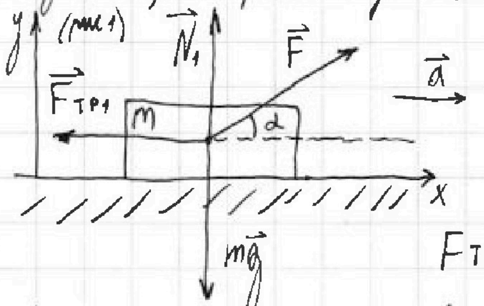
Ответ: 1) $v_0=20$ м/с; 2) $H=15$ м

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

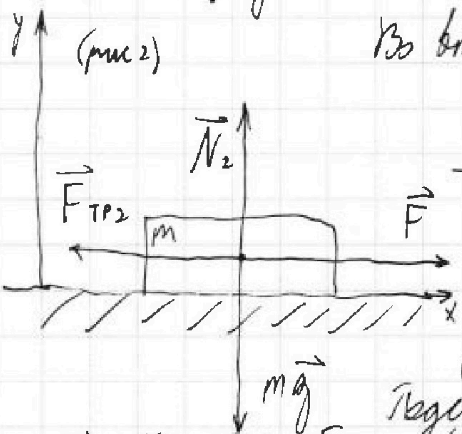
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3) В первом случае (см рис 1): 2-й з-н Ньютона в проекциях на коорд. оси: $Ox: F\cdot\cos\alpha - F_{тр1} = ma$ (1)



$Oy: F\cdot\sin\alpha + N_1 = mg$ (2), где $F_{тр1}$ − сила трения, действ. на санки в 1м случае, m − масса санок, (a) − их ускорение, N_1 − реакция опоры 1м сл-е; ~~3-н Кулона~~ сила трения скольжения:

$F_{тр1} = \mu N_1$



Во втором случае (см рис 2): $Ox: F - F_{тр2} = ma$ (3)
(Ускорение в обоих случаях одинаково (это следует из условия, что санки разгоняют до одинаковой скорости из сост. покоя за одинаковое время, а силы ~~по модулю~~ постоянны) $a = \frac{\Delta V}{\Delta t}$), где $F_{тр2}$ − сила трения, N_2 − сила реакции опоры.

$Oy: N_2 = mg$ (4)

сила трения: $F_{тр2} = \mu N_2$

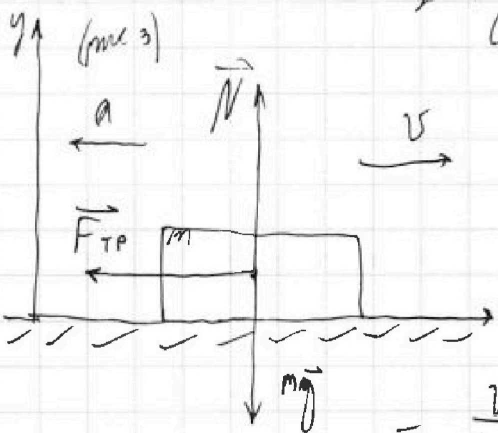
Подставим (3) в (1): $F\cdot\cos\alpha - \mu N_1 = F - \mu N_2$ (6)

из (2): $N_1 = mg - F\cdot\sin\alpha$ (5); Подставлю (4) и (5) в (6):

$F\cdot\cos\alpha - \cancel{\mu mg} + \mu F\cdot\sin\alpha = F - \cancel{\mu mg}$; $\mu\cdot\sin\alpha = 1 - \cos\alpha$;

$\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$;

2) После прекращения действия силы (см. рис 3): 2й з-н Ньютона в проекциях на коорд оси: $Ox: -F_{тр} = ma$; $|a| = \frac{F_{тр}}{m}$



$Oy: N = mg$, где $F_{тр}$ − сила трения, a − ускорение санок $(a<0)$, N − сила реакции опоры.

сила трения: $F_{тр} = \mu N = \frac{(1-\cos\alpha)mg}{\sin\alpha}$;

$|a| = \frac{(1-\cos\alpha)mg}{\sin\alpha\cdot m} = \frac{(1-\cos\alpha)g}{\sin\alpha}$ (движение равноускоренное)

Время до остановки: $T = \frac{V_0}{|a|} = \frac{V_0\cdot\sin\alpha}{(1-\cos\alpha)g}$

Ответ: 1) $\mu = \frac{1-\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$

2) $T = \frac{V_0\cdot\sin\alpha}{(1-\cos\alpha)g}$

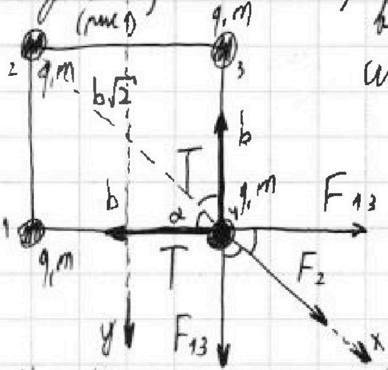
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5)

1) В силу ~~...~~ симметрии системы, силы натяжения всех нитей равны. ~~Обозначим их за (T)~~ Рассмотрим силы, действующие на шарик (4) (см рис 1):



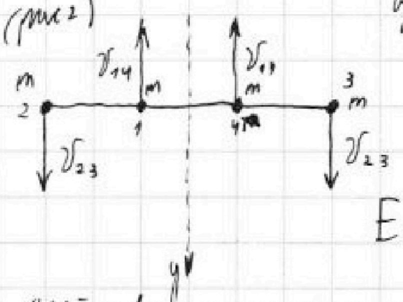
2 з-н Ньютона в проекции на ось OX (проходящую через диагональ квадрата):

$2F_{13}\cdot\cancel{\sin\alpha}\cos\alpha + F_2 = 2T\cdot\cos\alpha$, где α - угол между стороной квадрата и его диагональю (по св-ву диагон. квадрата $\alpha = 45°$), F_{13} – сила действующая на шарик (4) со стороны шариков (1) и (3) (эти силы равны, так как расстояния между (1) и (4), (3) и (4) равны), F_2 - действ. на (4) со ст. (2); $T = \frac{2F_{13}\cdot\cos\alpha}{2\cdot\cos\alpha} + \frac{F_2}{2\cos\alpha} = F_{13} + \frac{F_2\cdot 2}{2\sqrt2} = F_{13} + \frac{F_2}{\sqrt2}$;

Сила электрич. взаимодействия: $F_{13} = k\frac{q^2}{b^2}$; $F_2 = \frac{kq^2}{2b^2}$ (диагональ квадрата равна $b\sqrt2$)

$$T = \frac{kq^2}{b^2} + \frac{kq^2}{2\sqrt2\, b^2} = \cancel{\frac{2\sqrt2\, kq^2 + kq^2}{2\sqrt2\, b^2}} = \frac{kq^2}{b^2}\left(1 + \frac{1}{2\sqrt2}\right)$$

2) После пережигания нити между (2) и (3), на (2) и (3), а также на (1) и (4) будут действовать одинаковые силы, а значит их скорости будут равны. Закон сохранения импульса в проекции на Oy (см рис 1 и 2):



$2mv_{23} - 2mv_{14} = 0 \Rightarrow v_{23} = v_{14} = v$;

Потенц. эн. взаимодействия шариков вначале:

$E_0 = \frac12\left(q\cdot\frac{kq}{b}\cdot 2 + q\cdot\frac{kq}{b\sqrt2}\right)\cdot 4$, где выражение в скобках это потенц. эн. взаимодействия одного шарика со всеми остальными (эта энергия для каждого из шариков одинакова); $E_0 = \frac{2kq^2}{b}\left(2 + \frac{1}{\sqrt2}\right)$; Потенц. эн. взаим. шариков в конце:

$E_к = \frac12\left(\left(\frac{kq^2}{b} + \frac{kq^2}{2b} + \frac{kq^2}{3b}\right)\cdot 2 + \left(\frac{kq^2}{b} + \frac{kq^2}{b} + \frac{kq^2}{2b}\right)\cdot 2\right)$, где выражение в скобках (~~большая~~ маленькая) это энергия взаим-я шариков (2) и (3), (1) и (4) с остальными шариками

$E_к = \frac{11kq^2}{6b} + \frac{5kq^2}{2b} = \frac{kq^2(11+15)}{6b} = \frac{13kq^2}{3b}$. Кинет. эн. шариков в конце: $E = \frac{4\cdot mv^2}{2} = 2mv^2$

Из закона сохр. эн.: $E_0 = E_к + E$; $\frac{2kq^2}{b}\left(2 + \frac{1}{\sqrt2}\right) = \frac{13kq^2}{3b} + 2mv^2$

$2mv^2 = \frac{kq^2}{b}\left(4 + \frac{2}{\sqrt2} - 4\frac13\right) = \left(\frac{2}{\sqrt2} - \frac13\right)\frac{kq^2}{b}$; $v = q\sqrt{\frac{k}{2bm}\left(\sqrt2 - \frac13\right)}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

продолжение задачи 5) Чтобы найти (d), воспользуемся теоремой о движении центра масс. Т.к на систему не действуют внешние силы (или их сумма равна нулю), центр масс системы остаётся неподвижен. Вначале центр масс системы находился в центре квадрата (рис 3) (в силу симметрии системы и равенства масс шариков). В конце он оказался посередине между (1) и (4) шариком (рис 4) (по той же причине). Перемещение шарика:
$\vec{d} = \vec{r}_к - \vec{r}_0$ где $\vec{r}_0$ и $\vec{r}_к$ – радиус вектора проведённые к шарику (2) из ц. м. $|\vec{r}_к| = 1,5b$; $|\vec{r}_0| = b\frac{\sqrt{2}}{2}$ (в начале и в конце соотв)

рис 3

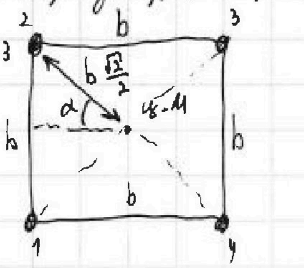
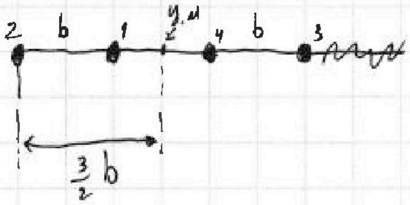
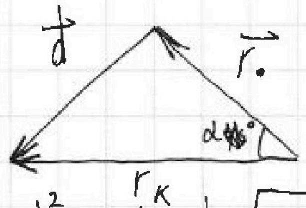


рис 4





По теор. косинусов:

$$d^2 = r_0^2 + r_к^2 - 2r_0r_к\cdot\cos\alpha = \frac{b^2}{2} + 2,25b^2 - \frac{2\cdot b\sqrt{2}\cdot 1,5b\cdot\sqrt{2}}{2\cdot 2\cdot 1} =$$

$$= \frac{b^2}{2} + 2,25b^2 - 1,5b^2 = 1,25b^2; \quad d = b\sqrt{1,25} = \frac{b\sqrt{5}}{2}$$

Ответ: 1) $T = k\frac{q^2}{b^2}\left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$

2) $v = q\sqrt{\frac{k}{2bm}\left(\sqrt{2} - \frac{1}{3}\right)}$

3) $d = \frac{b\sqrt{5}}{2}$

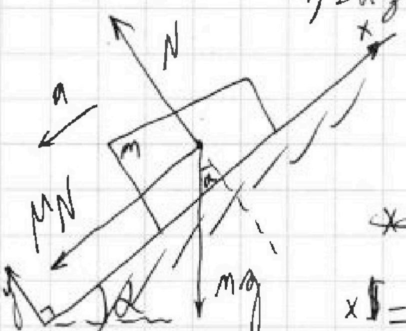
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача 2)



1) 2-й з-н Ньютона в проекц. на коорд. оси: $Ox: -\mu N \overset{-mg\cdot\sin\alpha}{} = ma$ (1)
($a<0$) где μN – сила трения ~~с~~ скольжения
$Oy: N = mg\cdot\cos\alpha$ (2); подст. (2) в (1):
$a = -\mu g\cdot\cos\alpha - g\cdot\sin\alpha = -\frac{1\cdot g\cdot\sqrt{1-\sin^2\alpha}}{3} - g\cdot\sin\alpha = \cancel{2\,м/с^2}\ -10\,м/с^2$
($\cancel{\sin\alpha}\ \cos\alpha = \frac{3}{5}$)

~~$x = v_0$~~ Уравн. движ. вдоль Ox (равноускор.): $\left\{ t_8 = \frac{v_0}{a} = 0{,}4\,с \right\}$

$x = v_0 t + \frac{at^2}{2}$; $\cancel{\frac{T^2\cdot a}{2} + T\cdot v_0 - S = 0}$; скорость станет равна нулю через $t_8 = 0{,}2\,с$ (выводится в п.2)

$\cancel{D = v_0^2 + \frac{4\cdot a\cdot S}{2}}$; $\cancel{T = \frac{-v_0 \pm \sqrt{\frac{4a\cdot S}{2}}}{a} = \frac{-4 \pm 2}{-2}}$

$\cancel{T = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + \frac{4aS}{2}}}{a} = \left(\frac{-4 \pm 2\sqrt{3}}{-2}\right)с = (2 \pm \sqrt{3})\,с}$

путь пройд. к этому времени: $S_1 = \frac{a t_8^2}{2} = 0{,}8\,м$
уск. др. с этого момента: $a_2 = |a_{тяж}| - |a_{тр}| = 6\,м/с^2$; $0{,}2\,м = \frac{a_2 t_2^2}{2} \Rightarrow t_2 = \frac{1}{\sqrt{15}}\,с$, $T = \left(0{,}2 + \frac{1}{\sqrt{15}}\right)с$

~~Нас интересует корень: $(2-\sqrt{3})\,с$, т.к. другой корень соотв. моменту, когда координата коробки повторно стала равна S так что $T = (2-\sqrt{3})\,с$~~

2) Скорость коробки сравняется со скоростью ленты в момент: t_0:
~~t_0~~ $= v_0 + at_0 = u$; $t_0 = \frac{u - v_0}{a} = 0{,}2\,с$ (с этого момента сила трения действ. на коробку изменит ~~своё~~ направление на противоположное);
ускорение придаваемое коробке силой тяжести: $|a_{тяж}| = \frac{mg\cdot\sin\alpha}{m} = 8\,м/с^2$
силой трения: $|a_{тр}| = \frac{\mu N}{m} = \frac{\mu\, mg\cdot\cos\alpha}{m} = \mu g\cdot\cos\alpha = \frac{1}{3}\cdot 10\cdot\frac{3}{5} = 2\,м/с$

$L_1 = v_0 t_0 - \frac{a_1 t_0^2}{2}$, где $a_1 = |a_{тр}| + |a_{тяж}|$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!