



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол $\alpha = 45^\circ$ с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета $L = 20$ м.

1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью V_0 к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна $H = 3,6$ м.

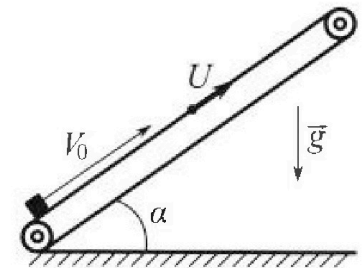
2) На каком расстоянии S от точки старта находится стенка?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,6$ (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 6$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = 0,5$.

Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь S пройдет коробка в первом опыте к моменту времени $T = 1$ с?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью $U = 1$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 6$ м/с (см. рис.).

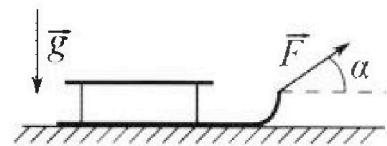
2) Через какое время T_1 после старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 1$ м/с?

3) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки обратится в ноль во втором опыте? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии K на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии K действие внешней силы прекращается.



1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение S санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения g . Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.



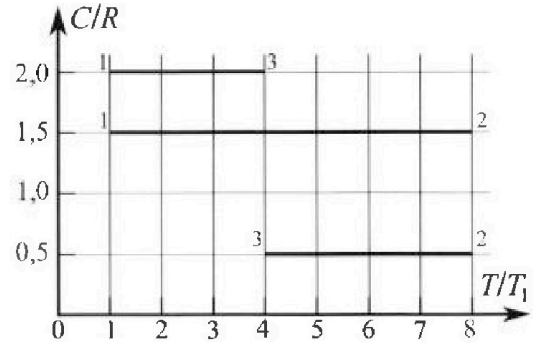
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02



Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

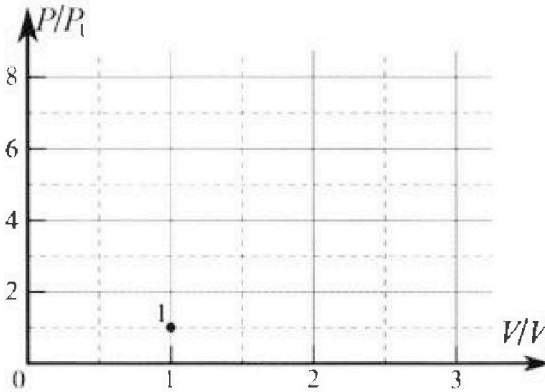
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна $T_1 = 200$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К).



1) Найдите работу A_{31} внешних сил над газом в процессе 3-1.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной a (см. рис.). Сила натяжения каждой нити T .

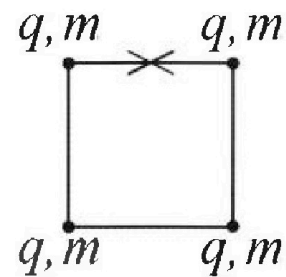
1) Найдите абсолютную величину $|q|$ заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию K любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На как ом расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?

Электрическая постоянная ϵ_0 . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 1.

$$Ox: v = v_0 \cos \alpha = \text{const}$$

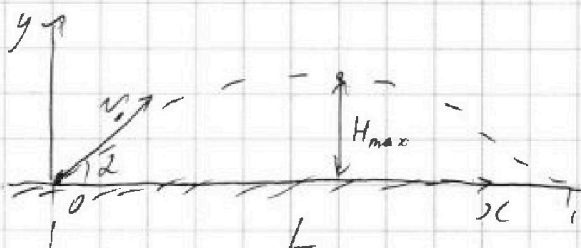
$$Oy: v = v_0 \sin \alpha - gt$$

$$H_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$H = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} = 0$$

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$L = v_0 \cos \alpha t = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}} = 10\sqrt{2} \text{ м/с}$$



$H_{\max} = 5 \text{ м}$ $L = H \rightarrow \alpha > \frac{L}{2}$. Поэтому нам достаточно

данных точки M и N при α и β . Пусть α —
брошен под углом β :

$$\begin{cases} S = v_0 \cos \beta t \\ H = v_0 \sin \beta t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}, \text{ при том } S \text{ должно быть макси-}$$

мальным, иначе можно ударить о стержень при α и β в любой
высоте.

$$t = \frac{v_0 \sin \beta + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \beta - 2gH}}{g}$$

$$H S = v_0 \cos \beta \cdot \frac{v_0 \sin \beta + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \beta - 2gH}}{g}$$

$$S' = -v_0 \sin \beta \cdot \frac{v_0 \sin \beta}{g} + \frac{v_0^2 \cos^2 \beta}{g} + v_0 \sin \beta \cdot \frac{\sqrt{v_0^2 \sin^2 \beta - 2gH}}{g} +$$

$$+ \frac{v_0^2 \cos^2 \beta}{g} = 0$$

$$\sin \beta \sqrt{v_0^2 \sin^2 \beta - 2gH} = 2 \frac{v_0 \cos^2 \beta}{g} + \frac{v_0 \sin^2 \beta}{g}$$

$$\sqrt{v_0^2 \sin^2 \beta - 2gH} = \frac{4v_0^2 \cos^2 \beta}{g \sin^2 \beta} + 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2gH = \frac{V_0^2}{\sin^2 \beta} \sqrt{(\sin^4 \beta - 4 \cos^2 \beta)} = \frac{V_0^2}{\sin^2 \beta} (\sin^2 \beta - 2 \cos^2 \beta) (\sin^2 \beta + 2 \cos^2 \beta) =$$

$$= \frac{-V_0^2 (1 + \cos^2 \beta) (2 \cos^2 \beta - \cos^2 \beta)}{\sin^2 \beta}$$

$$\frac{\sin^4 \beta - 4 \cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} = \frac{2gH}{V_0^2} = 0,36$$

$$\sin^2 \beta - 4 \cos^2 \beta$$

$$\sin^2 \beta (V_0^2 \sin^2 \beta - 2gH) = V_0^2 (4 \cos^4 \beta - 8 \cos^2 \beta \sin^2 \beta + \sin^4 \beta)$$

$$V_0^2 (-\cos^2 \beta + \sin^2 \beta) - 2gH = V_0^2 (\sin^4 \beta - 8 \cos^2 \beta \sin^2 \beta)$$

$$2gH = V_0^2 (\sin^4 \beta - 2 \sin^2 \beta \cos^2 \beta + \cos^2 \beta)$$

$$\sin^4 \beta - 2 \sin^2 \beta \cos^2 \beta + \cos^2 \beta = 0,36$$

$$\sin^4 \beta = 8 \sin^2 \beta (1 - \sin^2 \beta)^2 + \sin^2 \beta - (1 - \sin^2 \beta) = 0,36$$

$$9 \sin^4 \beta - 8 \sin^2 \beta = 1,36$$

$$\sin^2 \beta = t$$

$$9t^2 - 8t - 1,36 = 0$$

$$t = \frac{4 + \sqrt{76}}{9} = \frac{4 + \sqrt{76}}{9} = \frac{20 + \sqrt{76}}{45}$$

$$\sin \beta = \sqrt{\frac{20 + \sqrt{76}}{45}}; \quad \cos \beta = \sqrt{\frac{25 - \sqrt{76}}{45}}$$

5 =

$$S = \frac{20\sqrt{2}}{70} \sqrt{\frac{50 - 2\sqrt{76}}{45}} \cdot \left(70 \sqrt{\frac{40 + 2\sqrt{76}}{45}} + \sqrt{40 \left(\frac{25 - \sqrt{76}}{9} \right) - 72} \right)$$

Ответ: $V_0 = 20\sqrt{2}$; $S = \sqrt{\frac{50 - 2\sqrt{76}}{45}} \cdot \left(70 \sqrt{\frac{40 + 2\sqrt{76}}{45}} + \sqrt{40 \left(\frac{25 - \sqrt{76}}{9} \right) - 72} \right)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 2.

$$Oy: N = mg \cos \alpha$$

$$Ox: \mu N + mg \sin \alpha = ma =$$

$$= \mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 0,8$$

$$a = \mu g \cos \alpha + g \sin \alpha$$

$$s = v_0 T - \frac{a T^2}{2} =$$

$$= v_0 T - \frac{g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) T^2}{2} = 1 \text{ м.}$$

Скорость равна: $v = v_0 - g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) T = -4 \text{ м/с}$

2) до того, как скорость будет равна 4, $a = g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)$,

затем она начнет менять своё направление и становится равной $a_1 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$

T_1 - время когда она перевернёт направление.

$$4 = v_0 - a t \rightarrow t = \frac{v_0 - 4}{a} = \frac{v_0 - 4}{g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)} = 0,5 \text{ с.}$$

L_0 - до того, как $v = 4$.

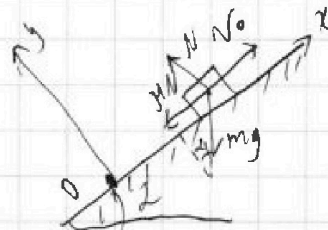
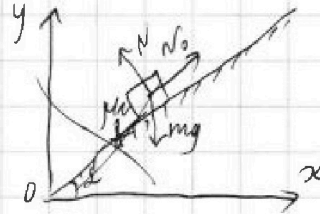
$$L_0 = \frac{v_0^2 - 4^2}{2a} = \frac{v_0^2 - 4^2}{2g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)} = 3,5 \text{ м.}$$

L_1 - после достигнутой скорости 4.

$$L_1 = \frac{4^2}{2a_1} = \frac{4^2}{2g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)} = 0,25 \text{ м.}$$

$$L = L_0 + L_1 = (3,5 + 0,25) \text{ м} = 3,75 \text{ м.}$$

Ответ: $s = 1 \text{ м}; T_1 = 0,5 \text{ с}; L = 3,75 \text{ м.}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 3.

$$k = \frac{m v^2}{2} = F_1 \cdot \sin \alpha = F_2 \cdot s, \text{ где } F_1 \text{ и } F_2 - \text{ силы натяжения веревки (или } L\text{-руки)} \\ \text{пружины.}$$

$$F_1 = F_2$$

$$\begin{cases} F_1 = F \cdot \sin \alpha - \mu N \\ N = mg - F \sin \alpha \end{cases} \rightarrow F_1 = F \cdot \cos \alpha - \mu (mg - F \sin \alpha)$$

$$F_2 = F - \mu N = F - \mu mg$$

$$F_1 = F_2 \rightarrow F \cdot \cos \alpha - \mu (mg - F \sin \alpha) = F - \mu mg$$

$$F \cos \alpha + \mu F \sin \alpha = F \rightarrow \mu = 1 - \cos \alpha$$

$$k = \frac{m v^2}{2} = A_{\text{пр}} = F_{\text{пр}} s = \mu mg s \rightarrow s = \frac{k}{\mu mg} = \frac{k}{mg(1 - \cos \alpha)}$$

$$\text{Ответ. } \mu = 1 - \cos \alpha; \quad s = \frac{k}{mg(1 - \cos \alpha)}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 4.
 $Q_{31} = \frac{2}{2} P R \Delta T + A_{31} \rightarrow C_M = \frac{2}{2} R + \frac{A_{31}}{P \Delta T} \rightarrow$

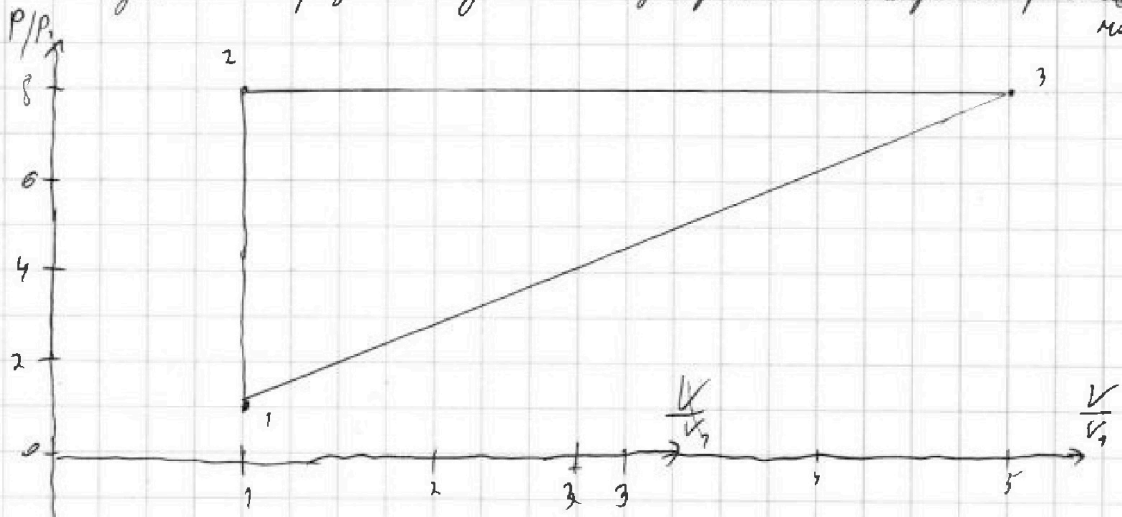
$\rightarrow A_{31} = (C_M + \frac{2}{2} R) P \Delta T = (C_M - \frac{3}{2} R) \cdot 0 \cdot 3 T_1 = (2 - 1,5) R \cdot 1 \text{ км} \cdot 3 \cdot 10^3 \text{ К}$
 $= 300 R \cdot 1 \text{ км} \cdot 3 = 2500 \text{ Дж}$

$A_{31 \text{ вкл.}} = A_{31 \text{ разг}} = 2500 \text{ Дж}$

$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{A_{12} + A_{23} + A_{31}}{\# C_{M(12)} \cdot 7 T_1} = \frac{(C_{M(12)} - \frac{3}{2} R) P \cdot 7 T_1 + (C_{M(23)} - \frac{3}{2} R) P (-4 T_1) +$

$\frac{(C_{M(31)} - \frac{3}{2} R) P (-3 T_1)}{\# C_{M(32)} \cdot 7 T_1} = \frac{1,5}{10,5} = 0,125$

Заметим, что в процессе 12 работа не совершается, потому что ^{конный} изохорный процесс, давление увеличивается в 7 раз.
 в процессе 23 изохорный процесс, объем увеличивается в 4 раза. Процесс 31 ^{изохорный} в изохоре $C = 2$, совершил работу, что в данном процессе сумма изохорного и изохорного процессов (минус мал (отриц.)



Ответ: $A_{31} = 2,5 \text{ кДж}; \eta = 25\%$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 5. $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

1) $F = \frac{2kq^2}{a^2} + \frac{kq^2}{2a^2} = \frac{5kq^2}{2a^2} = \frac{T}{\cos 45^\circ} = T\sqrt{2}$

$q^2 = \frac{T \cdot 2\sqrt{2}}{5k}$

$q = a \sqrt{\frac{2T\sqrt{2}}{5k}}$

2) $\frac{W_1}{1} = \frac{W_2}{2}$

возвращаясь к левой верхней вершине:

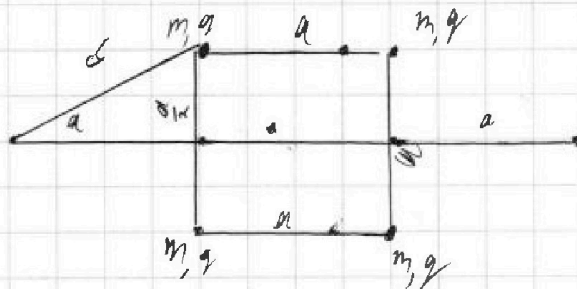
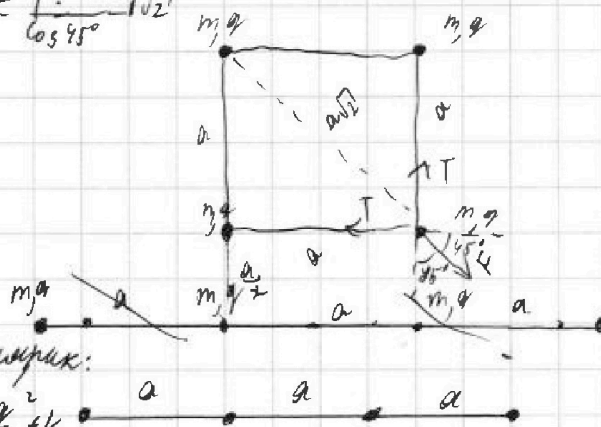
$2 \cdot \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{a\sqrt{2}} = \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{2a} + \frac{kq^2}{3a} + k$

$k = \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{a\sqrt{2}} - \frac{5kq^2}{6a} = \frac{kq^2}{6a} + \frac{kq^2}{a\sqrt{2}} = \frac{kq^2}{6a\sqrt{2}} (\sqrt{2} + 6)$

3) Система является замкнутой, внешние силы нет, поэтому центр масс не сместится относительно начального положения.

Тогда: $d = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} = a\sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{a}{2}\sqrt{5}$

Ответ: $q = a \sqrt{\frac{2\sqrt{2}T}{5k}}$; $k = \frac{kq^2}{6a\sqrt{2}} (\sqrt{2} + 6)$; $d = \frac{a}{2}\sqrt{5}$



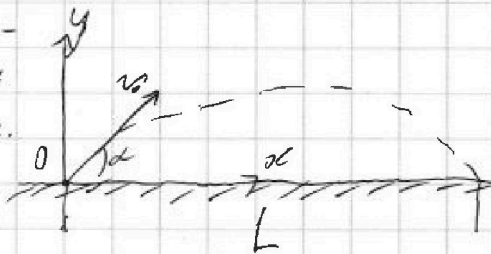
1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 1.

1) Можно разложить вектор скорости V_0 на вертикальную (Oy) и горизонтальную (Ox) проекции. По Oy , скорость меняется по закону: $V = V_{0y} - g\tau$, а по Ox , скорость постоянна. Запишем систему:



$$\begin{cases} L = V_0 x \tau \\ d = V_0 y \tau - \frac{g\tau^2}{2} \rightarrow \tau = \frac{2V_0 y}{g} = 2 \frac{V_0 \cdot \sin \alpha}{g} \end{cases}$$

$$L = \frac{V_0 \cdot \sin \alpha \cdot 2V_0 \cos \alpha}{g} = \frac{V_0 \sin 2\alpha}{g} \rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 20 \text{ м} \cdot \text{с}^2}{1}} = 10\sqrt{2} \text{ м/с}$$

2) Путь S в начальном направлении, скорость направлена под углом β к вертикали.

$$Ox: S = V_0 \cos \beta \cdot \tau$$

$$Oy: H = V_0 \sin \beta \cdot \tau - \frac{g\tau^2}{2}$$

Поскольку высота H максимальна, то тогда скорость на вертикали будет равна нулю (иначе можно прыгнуть выше), S и β данные угол $\leq \frac{1}{2}$

$$V_0 \sin \beta - g\tau = 0 \rightarrow \sin \beta = \frac{g\tau}{V_0}$$

$$H = \frac{V_0 \cdot g\tau \cdot \tau}{V_0} - \frac{g\tau^2}{2} = \frac{g\tau^2}{2} \rightarrow \tau = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$S = V_0 \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \beta} \cdot \tau = V_0 \cdot \frac{\sqrt{V_0^2 - g^2 \tau^2}}{V_0} = \sqrt{\frac{2H}{g} (V_0^2 - 2gH)} = 18\sqrt{0.6} = 9,6 \text{ м.}$$

Заметим, что данный ответ верный лишь для угла $\beta = 45^\circ$. Но $S \leq \frac{L}{2}$, но в силу того что $H < \frac{V_0^2 \sin^2 \beta}{2g} = 5 \text{ м}$, будет еще и вторая точка, при угле броска, равной $\beta = 45^\circ$.

H_{\max} при угле β на расстоянии $\frac{1}{2}$ будет в силу того, что на такой расстоянии это при условии y этого угла скорость меньше и максимальная высота, т.к. это оптимальный угол.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} S = v_0 \sin \alpha \cdot \tau \\ H = v_0 \sin \alpha \tau - \frac{g \tau^2}{2} \end{cases}$$

$D = v_0^2 \sin^2 \alpha - 2gH$ Макс интересует **большой** корень:

$$\tau = \frac{v_0 \sin \alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha - 2gH}}{g}$$

$$S = \frac{v_0 \cos \alpha \left(v_0 \sin \alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha - 2gH} \right)}{g} = (10 + \sqrt{28}) \text{ м.}$$

Ответ: $v_0 = 10\sqrt{2} \text{ м/с}$; $S_1 = 9,6 \text{ м}$; $S_2 = 10 + \sqrt{28} \text{ м}$.

$$H'_1 = v_0 \sin \alpha \tau - \frac{g \tau^2}{2}$$

$$\frac{9}{16} - \frac{2}{4} + \frac{1}{2} =$$

$$H'_2 = v_0 \cos \alpha \tau - \frac{g \tau^2}{2}$$

$$\frac{8}{16} - \frac{1}{16} = \frac{9}{25}$$

$$\frac{36}{25} - 9$$

$$\begin{array}{r} \times 36 \\ 9 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$400 - 324 = 76$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

