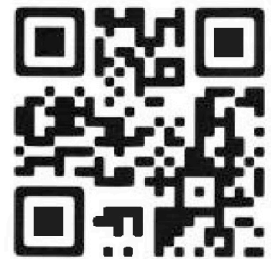




Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол  $\alpha = 45^\circ$  с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета  $L = 20$  м.

1) Найдите начальную скорость  $V_0$  мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью  $V_0$  к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна  $H = 3,6$  м.

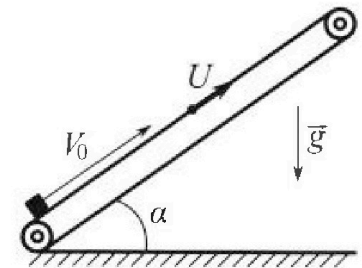
2) На каком расстоянии  $S$  от точки старта находится стенка?

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол  $\alpha$  такой, что  $\sin \alpha = 0,6$  (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость  $V_0 = 6$  м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте  $\mu = 0,5$ .

Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь  $S$  пройдет коробка в первом опыте к моменту времени  $T = 1$  с?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью  $U = 1$  м/с, и сообщают коробке скорость  $V_0 = 6$  м/с (см. рис.).

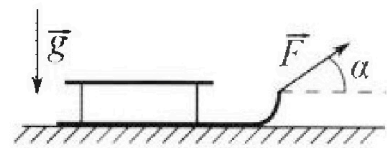
2) Через какое время  $T_1$  после старта скорость коробки во втором опыте будет равна  $U = 1$  м/с?

3) На каком расстоянии  $L$  от точки старта скорость коробки обратится в ноль во втором опыте? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии  $K$  на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом  $\alpha$  к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии  $K$  действие внешней силы прекращается.



1) Найдите коэффициент  $\mu$  трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение  $S$  санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения  $g$ . Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.



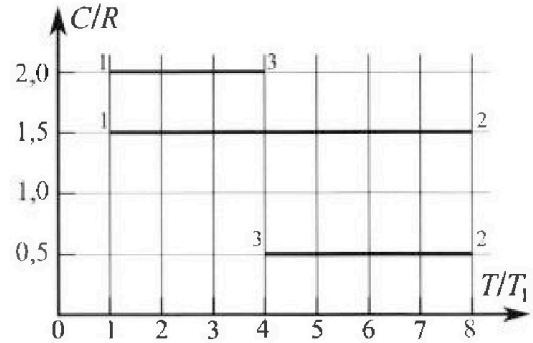
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

## Вариант 10-02



Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

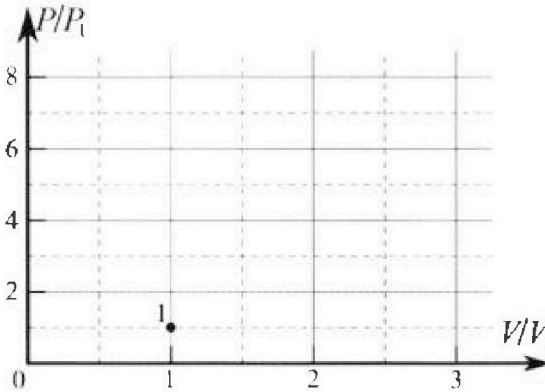
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости  $C$  газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна  $T_1 = 200$  К, универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).



1) Найдите работу  $A_{31}$  внешних сил над газом в процессе 3-1.

2) Найдите КПД  $\eta$  цикла.

3) Постройте график цикла в координатах  $(P/P_1, V/V_1)$ , где  $P_1$  и  $V_1$  давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной  $a$  (см. рис.). Сила натяжения каждой нити  $T$ .

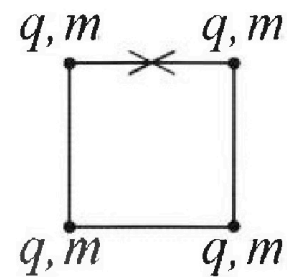
1) Найдите абсолютную величину  $|q|$  заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию  $K$  любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На как ом расстоянии  $d$  от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?

Электрическая постоянная  $\epsilon_0$ . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 1.

$$Ox: v = v_0 \cos \alpha = \text{const}$$

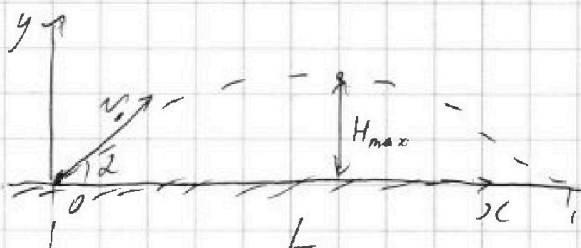
$$Oy: v = v_0 \sin \alpha - gt$$

$$H_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$H = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} = 0$$

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$L = v_0 \cos \alpha t = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}} = 10\sqrt{2} \text{ м/с}$$



$H_{\max} = 5 \text{ м}$   $L = H \rightarrow \alpha > \frac{L}{2}$ . Поэтому нам достаточно

данных точки  $M$  и  $H$  при  $\alpha$  неизвестно. Пусть  $\alpha$  — угол броска под углом  $\beta$ :

$$\begin{cases} S = v_0 \cos \beta t \\ H = v_0 \sin \beta t - \frac{gt^2}{2}, \text{ при том } S \text{ является длиной максим.} \end{cases}$$

высоты, иначе можно ударить о землю при  $v_0$  любой высоте.

$$t = \frac{v_0 \sin \beta + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \beta - 2gH}}{g}$$

$$H S = v_0 \cos \beta \cdot \frac{v_0 \sin \beta + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \beta - 2gH}}{g}$$

$$S' = -v_0 \sin \beta \cdot \frac{v_0 \sin \beta}{g} + \frac{v_0^2 \cos^2 \beta}{g} + v_0 \sin \beta \cdot \frac{\sqrt{v_0^2 \sin^2 \beta - 2gH}}{g} +$$

$$+ \frac{v_0^2 \cos^2 \beta}{g} = 0$$

$$\sin \beta \sqrt{v_0^2 \sin^2 \beta - 2gH} = 2 \frac{v_0 \cos^2 \beta}{g} + \frac{v_0 \sin^2 \beta}{g}$$

$$\sqrt{v_0^2 \sin^2 \beta - 2gH} = \frac{4v_0^2 \cos^2 \beta}{g \sin^2 \beta} + 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2gH = \frac{V_0^2}{\sin^2 \beta} \sqrt{(\sin^4 \beta - 4 \cos^2 \beta)} = \frac{V_0^2}{\sin^2 \beta} (\sin^2 \beta - 2 \cos^2 \beta) (\sin^2 \beta + 2 \cos^2 \beta) =$$

$$= \frac{-V_0^2 (1 + \cos^2 \beta) (2 \cos^2 \beta - \cos^2 \beta)}{\sin^2 \beta}$$

$$\frac{\sin^4 \beta - 4 \cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} = \frac{2gH}{V_0^2} = 0,36$$

$$\sin^2 \beta - 4 \cos^2 \beta$$

$$\sin^2 \beta (V_0^2 \sin^2 \beta - 2gH) = V_0^2 (4 \cos^4 \beta - 8 \cos^2 \beta \sin^2 \beta + \sin^4 \beta)$$

$$V_0^2 (-\cos^2 \beta + \sin^2 \beta) - 2gH = V_0^2 (\sin^4 \beta - 8 \cos^2 \beta \sin^2 \beta)$$

$$2gH = V_0^2 (\sin^4 \beta - 2 \sin^2 \beta \cos^2 \beta + \cos^2 \beta)$$

$$\sin^4 \beta - 2 \sin^2 \beta \cos^2 \beta + \cos^2 \beta = 0,36$$

$$\sin^4 \beta = 8 \sin^2 \beta (1 - \sin^2 \beta)^2 + \sin^2 \beta - (1 - \sin^2 \beta) = 0,36$$

$$9 \sin^4 \beta - 8 \sin^2 \beta = 1,36$$

$$\sin^2 \beta = t$$

$$9t^2 - 8t - 1,36 = 0$$

$$t = \frac{4 + \sqrt{76}}{9} = \frac{4 + \sqrt{76}}{9} = \frac{20 + \sqrt{76}}{45}$$

$$\sin \beta = \sqrt{\frac{20 + \sqrt{76}}{45}}; \quad \cos \beta = \sqrt{\frac{25 - \sqrt{76}}{45}}$$

5 =

$$S = \frac{20\sqrt{2}}{70} \sqrt{\frac{50 - 2\sqrt{76}}{45}} \cdot \left( 70 \sqrt{\frac{40 + 2\sqrt{76}}{45}} + \sqrt{40 \left( \frac{25 - \sqrt{76}}{9} \right) - 72} \right)$$

Ответ:  $V_0 = 20\sqrt{2}$ ;  $S = \sqrt{\frac{50 - 2\sqrt{76}}{45}} \cdot \left( 70 \sqrt{\frac{40 + 2\sqrt{76}}{45}} + \sqrt{40 \left( \frac{25 - \sqrt{76}}{9} \right) - 72} \right)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 2.

$$Oy: N = mg \cos \alpha$$

$$Ox: \mu N + mg \sin \alpha = ma =$$

$$= \mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 0,8$$

$$a = \mu g \cos \alpha + g \sin \alpha$$

$$s = v_0 T - \frac{a T^2}{2} =$$

$$= v_0 T - \frac{g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) T^2}{2} = 1 \text{ м.}$$

Скорость равна:  $v = v_0 - g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) T = -4 \text{ м/с}$

2) до того, как скорость будет равна 4,  $a = g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)$ ,

затем она начнет менять своё направление и становится равной  $a_1 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$

$T_1$  - время когда она впервые изменит направление.

$$4 = v_0 - a t \rightarrow t = \frac{v_0 - 4}{a} = \frac{v_0 - 4}{g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)} = 0,5 \text{ с.}$$

$L_0$  - до того, как  $v = 4$ .

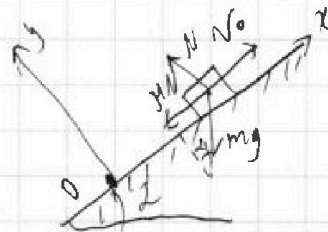
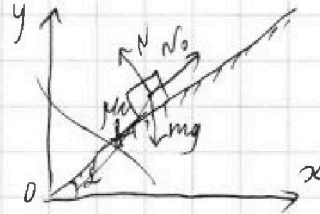
$$L_0 = \frac{v_0^2 - 4^2}{2a} = \frac{v_0^2 - 4^2}{2g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)} = 3,5 \text{ м.}$$

$L_1$  - после достигнутой скорости 4.

$$L_1 = \frac{4^2}{2a_1} = \frac{4^2}{2g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)} = 0,25 \text{ м.}$$

$$L = L_0 + L_1 = (3,5 + 0,25) \text{ м} = 3,75 \text{ м.}$$

Ответ:  $s = 1 \text{ м}; T_1 = 0,5 \text{ с}; L = 3,75 \text{ м.}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 3.

$$k = \frac{m v^2}{2} = F_1 \cdot \sin \alpha = F_2 \cdot s, \text{ где } F_1 \text{ и } F_2 - \text{ силы натяжения веревки (или } L\text{-руки)} \\ \text{пружины.}$$

$$F_1 = F_2$$

$$\begin{cases} F_1 = F \cdot \sin \alpha - \mu N \\ N = mg - F \sin \alpha \end{cases} \rightarrow F_1 = F \cdot \cos \alpha - \mu (mg - F \sin \alpha)$$

$$F_2 = F - \mu N = F - \mu mg$$

$$F_1 = F_2 \rightarrow F \cdot \cos \alpha - \mu (mg - F \sin \alpha) = F - \mu mg$$

$$F \cos \alpha + \mu F \sin \alpha = F \rightarrow \mu = 1 - \cos \alpha$$

$$k = \frac{m v^2}{2} = A_{\text{пр}} = F_{\text{пр}} s = \mu mg s \rightarrow s = \frac{k}{\mu mg} = \frac{k}{mg(1 - \cos \alpha)}$$

$$\text{Ответ. } \mu = 1 - \cos \alpha; \quad s = \frac{k}{mg(1 - \cos \alpha)}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 4.  
 $Q_{31} = \frac{2}{2} DR \Delta T + A_{31} \rightarrow C_M = \frac{2}{2} R + \frac{A_{31}}{D \Delta T} \rightarrow$

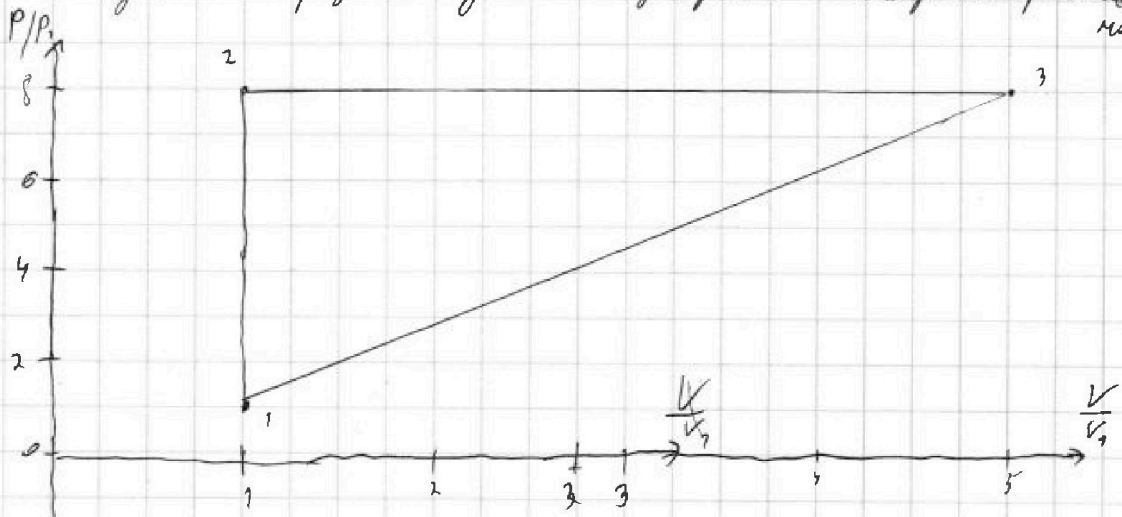
$\rightarrow A_{31} = (C_M + \frac{2}{2} R) D \Delta T = (C_M - \frac{3}{2} R) \cdot 0 \cdot 3 T_1 = (2 - 1,5) R \cdot 1 \text{ км} \cdot 3 \cdot 20 \text{ К}$   
 $= 300 R \cdot \text{км} \cdot \text{К} = 2500 \text{ Дж}$

$A_{31 \text{ вкл.}} = A_{31 \text{ разг}} = 2500 \text{ Дж}$

$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{A_{12} + A_{23} + A_{31}}{\# C_{M(12)} \cdot 7 T_1} = \frac{(C_{M(12)} - \frac{3}{2} R) D \cdot 7 T_1 + (C_{M(23)} - \frac{3}{2} R) D (-4 T_1) +$

$\frac{(C_{M(31)} - \frac{3}{2} R) D (-3 T_1)}{\# C_{M(32)} \cdot 7 T_1} = \frac{3,5}{10,5} = 0,25$

Заметим, что в процессе 12 работа не совершается, потому что <sup>температура</sup> изохорный процесс, давление увеличивается в 7 раз.  
 в процессе 23 изохорный процесс, объем увеличивается в 4 раза. Процесс 31 <sup>изохорный</sup> в изохоре  $C = 2$ , совершил работу, что в данном процессе сумма изохорного и изохорного процессов (минус мал (отриц.)



Ответ:  $A_{31} = 2,5 \text{ кДж}; \eta = 25\%$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 5.  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

1)  $F = \frac{2kq^2}{a^2} + \frac{kq^2}{2a^2} = \frac{5kq^2}{2a^2} = \frac{T}{\cos 45^\circ} = T\sqrt{2}$

$q^2 = \frac{T \cdot 2\sqrt{2}}{5k}$

$q = a \sqrt{\frac{2T\sqrt{2}}{5k}}$

2)  $\frac{W_1}{1} = \frac{W_2}{2}$

возвращаясь к левой верхней вершине:

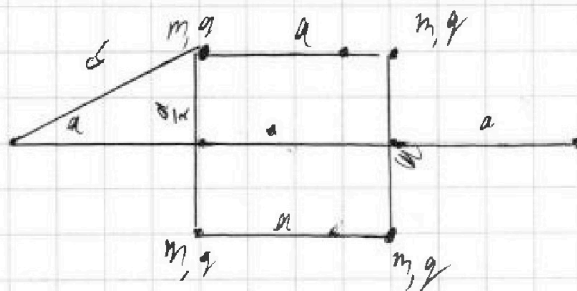
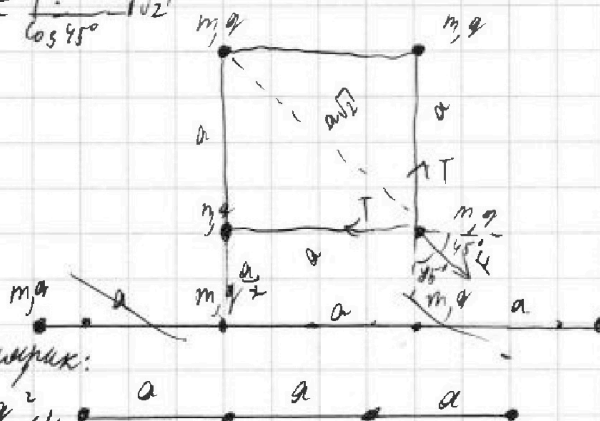
$2 \cdot \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{a\sqrt{2}} = \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{2a} + \frac{kq^2}{3a} + k$

$k = \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{a\sqrt{2}} - \frac{5kq^2}{6a} = \frac{kq^2}{6a} + \frac{kq^2}{a\sqrt{2}} = \frac{kq^2}{6a\sqrt{2}} (\sqrt{2} + 6)$

3) Система является замкнутой, внешние силы нет, поэтому центр масс не сместится относительно начального положения.

Тогда:  $d = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} = a\sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{a}{2}\sqrt{5}$

Ответ:  $q = a \sqrt{\frac{2\sqrt{2}T}{5k}}$ ;  $k = \frac{kq^2}{6a\sqrt{2}} (\sqrt{2} + 6)$ ;  $d = \frac{a}{2}\sqrt{5}$





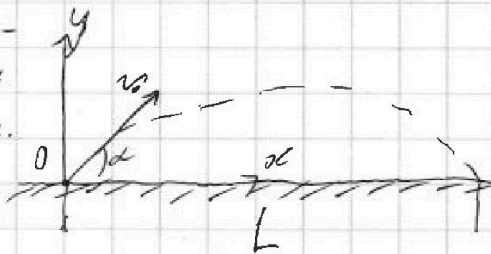
1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 1.

1) Можно разложить вектор скорости  $v_0$  на вертикальную ( $Oy$ ) и горизонтальную ( $Ox$ ) проекции. По  $Oy$ , скорость меняется по закону:  $v = v_{0y} - g\tau$ , а по  $Ox$ , скорость постоянна.



Запишем систему:

$$\begin{cases} L = v_0 x \tau \\ d = v_0 y \tau - \frac{g\tau^2}{2} \rightarrow \tau = \frac{2v_0 y}{g} = 2 \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} \end{cases}$$

$$L = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha \cdot 2v_0 \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 20 \text{ м}^2}{1}} = 10\sqrt{2} \text{ м/с}$$

2) Путь  $s$  в начальном направлении, скорость направлена под углом  $\beta$  к горизонту.

$$Ox: s = v_0 \cos \beta \cdot \tau$$

$$Oy: H = v_0 \sin \beta \cdot \tau - \frac{g\tau^2}{2}$$

Поскольку высота  $H$  максимальна, то тогда скорость на вертикали будет равна нулю (иначе можно прыгнуть выше),  $s$  и  $\beta$  данные угол  $\leq \frac{1}{2}$

$$v_0 \sin \beta - g\tau = 0 \rightarrow \sin \beta = \frac{g\tau}{v_0}$$

$$H = \frac{v_0 \cdot g\tau \cdot \tau}{v_0} - \frac{g\tau^2}{2} = \frac{g\tau^2}{2} \rightarrow \tau = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$s = v_0 \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \beta} \cdot \tau = v_0 \cdot \sqrt{\frac{v_0^2 - g^2\tau^2}{v_0^2}} = \sqrt{\frac{2H}{g} (v_0^2 - 2gH)} = 18\sqrt{0.6} = 9,6 \text{ м.}$$

Заметим, что данный ответ верный лишь для угла  $\beta = 45^\circ$ .  
 Так  $s \leq \frac{L}{2}$ , но в силу того что  $H < \frac{v_0^2 \sin^2 \beta}{2g} = 5 \text{ м}$ , будет еще и вторая точка, при угле броска, равной  $\beta = 45^\circ$ .

$H_{\max}$  при угле  $\beta$  на расстоянии  $\frac{L}{2}$  будет в силу того, что на такой расстоянии этот при условии  $\beta$  этого угла скорость меньше и максимальная высота, т.к. это оптимальный угол.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} S = v_0 \sin \alpha \cdot \tau \\ H = v_0 \sin \alpha \tau - \frac{g \tau^2}{2} \end{cases}$$

$$D = v_0^2 \sin^2 \alpha - 2gH \quad \text{нас интересует больший корень:}$$

$$\tau = \frac{v_0 \sin \alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha - 2gH}}{g}$$

$$S = \frac{v_0 \cos \alpha (v_0 \sin \alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha - 2gH})}{g} = (10 + \sqrt{28}) \text{ м.}$$

Ответ:  $v_0 = 10\sqrt{2} \text{ м/с}$ ;  $S_1 = 9,6 \text{ м}$ ;  $S_2 = 10 + \sqrt{28} \text{ м}$ .

$$H'_1 = v_0 \sin \alpha \tau - \frac{g \tau^2}{2}$$

$$H'_2 = v_0 \cos \alpha \tau - \frac{g \tau^2}{2}$$

$$\frac{9}{16} - \frac{2}{4} + \frac{1}{2} =$$

$$\frac{9}{16} - \frac{1}{16} = \frac{8}{16}$$

$$\frac{36}{25} - 9$$

$$\begin{array}{r} \times 36 \\ 9 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$400 - 324 = 76$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

