



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 13

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 8ab + b^2}.$$

При каком наибольшем t могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на t ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x + 2y = z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = 2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№

III. в. $a:b:3^{21} \cdot 7^{3d}$, то $abc:7^{38}$.

$$\left\{ \begin{array}{l} ab:3^{11} \\ bc:3^{18} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} ab:3^{11} \\ bc:3^{18} \\ ac:3^{21} \end{array} \right.$$

Пусть V_n - макс. степень вхождения 3
 b^n , т.е. $n:3^{V_n}$, $n \geq 3^{V_n+1}$.

Тогда:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_a + V_b \geq 11 \\ V_b + V_c \geq 18 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_a + V_c \geq 21 \\ 2(V_a + V_b + V_c) \geq 50 \end{array} \right.$$

$$V_a + V_b + V_c \geq 25 \Rightarrow abc:3^{25}$$

$$abc:3^{25} \text{ и } abc:7^{38} \Rightarrow abc = 3^{25} \cdot 7^{3d}$$

Приведём пример, когда $abc = 3^{25} \cdot 7^{38}$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 3^7 \cdot 7^{19} \\ b = 3^4 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} c = 3^{14} \cdot 7^{19} \end{array} \right.$$

$$\text{Ответ: } 3^{25} \cdot 7^{38}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$\frac{a+b}{a^2 - ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 10ab}$$

$\frac{a}{b}$ иррац. $\Leftrightarrow \text{НОД}(a, b) = 1$

Доказывая, что $\text{НОД}(a+b, ab) = 1$

Пусть это не так, тогда

$$\begin{cases} a+b : k \\ ab : k \end{cases} \quad k \in \mathbb{N}, k \geq 2, k - \text{простое}$$

$a : k$ или $b : k$ (п.к. k - простое)

Не удачные обозначения $a : k$

$$\begin{cases} a : k \\ a+b : k \end{cases} \Rightarrow b : k, \text{ но } \text{НОД}(a, b) = 1$$

Противоречие.

$$\begin{cases} a+b : m \\ (a+b)^2 - 10ab : m \end{cases}$$

$$\underbrace{(a+b)^2 - 10ab}_{:m} : m \Rightarrow 10ab : m \text{ и } (a+b) : m$$

но $\text{НОД}(a+b, ab) = 1$

$\Rightarrow 10 : m \Rightarrow m \leq 10$. Приведем пример,

если $m = 10$:



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$a = 3, \quad b = 7$$

$\frac{3}{7}$ - кесе олар.

$$\frac{10}{10^2 - 2 \cdot 10} = \frac{10}{-110} \quad \text{содержитца на } 10$$

Ответ: $m = 10$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

Возведём в квадрат

$$2x^2 - 3x + 4 + 2x^2 + x + 3 + 2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)} = \\ = 1 - 8x + 16x^2$$

$$12x^2 - 6x - 6 = 2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)}$$

$$6x^2 - 3x - 3 = \sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)}$$

$$(6x^2 - 3x - 3)^2 = (2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)$$

$$36x^4 + 9x^2 + 9 - 216x^3 + 18x - 36x^2 =$$

$$= 4x^4 + 2x^3 + 6x^2 - 6x^3 - 3x^2 - 9x + 8x^2 + 4x + 12$$

$$32x^4 - 32x^3 + 38x^2 + 23x - 3$$

$$(x+1)(32x^3 - 64x^2 + 26x - 3)$$

$$(x+1)\left(x - \frac{1}{4}\right)(32x^2 - 56x + 12) = 0$$

$$(x+1)\left(x - \frac{1}{4}\right)(8x^2 - 14x + 3) = 0$$

$$(x+1)\left(x - \frac{1}{4}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right) = 0$$

$$(x+1)\left(x - \frac{1}{4}\right)^2\left(x - \frac{3}{2}\right) = 0$$

Проверим $x = -1$; $x = \frac{1}{4}$; $x = \frac{3}{2}$, подставив в исходное выражение.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N3 (уравнение)

$$1) X = -1$$

$$\sqrt{2+3+4}^1 - \sqrt{2-1+3}^1 = 5$$

$$2+3=5$$

Первое умножение

$$2) X = \frac{1}{4}$$

$$\sqrt{\frac{1}{8}-\frac{3}{4}+4}^1 - \sqrt{\frac{1}{8}+\frac{1}{4}+3}^1 = 0$$

$$\sqrt{\frac{1}{8}+3\frac{1}{4}}^1 - \sqrt{\frac{1}{8}+3\frac{1}{4}}^1 = 0$$

$$0=0$$

Второе умножение

$$3) X = \frac{3}{2}$$

$$\sqrt{\frac{9}{2}-\frac{9}{2}+4}^1 - \sqrt{\frac{9}{2}+\frac{3}{2}+3}^1 = -5$$

$$2-\sqrt{9}=-5$$

Ответ: $-1; \frac{1}{4}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

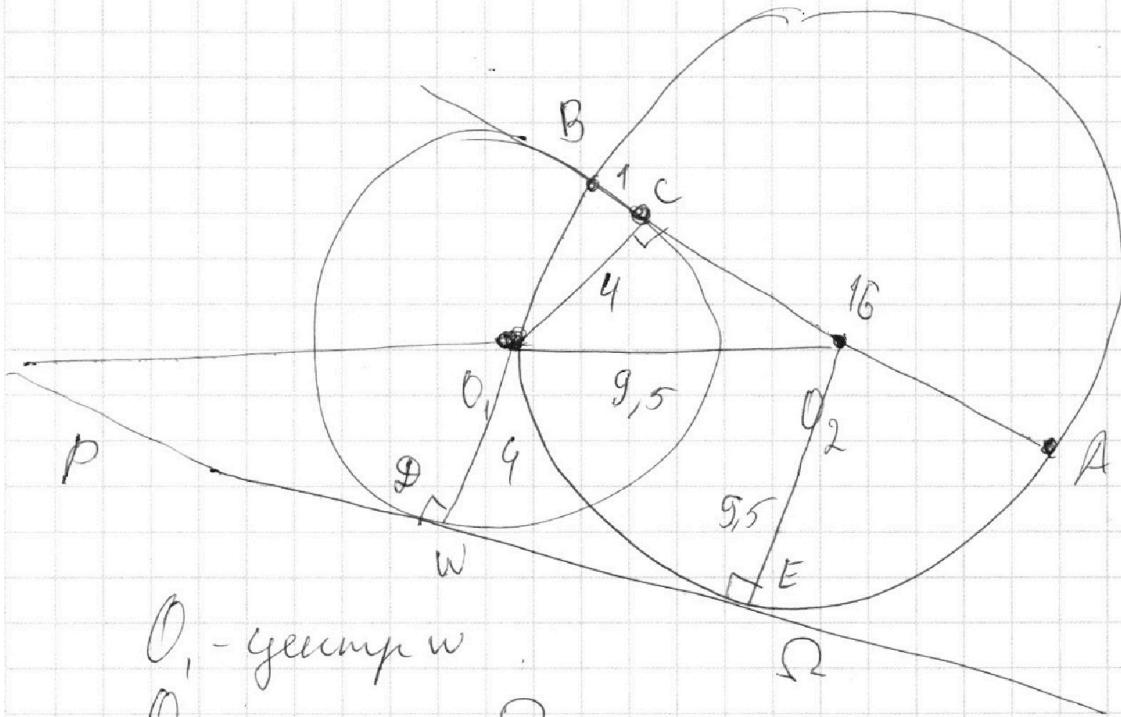
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

NY



O₁ - geamp w

O₂-Gehalt 52

$\angle BOD = 90^\circ$, т.к. AB -диаметр $\odot O$

$\angle C = 90^\circ$, т.к. проекция крив. в м. касается крив. каасиметрии. Тогда-бы бессонов

проверка правильности умножения $O_1C^2 = BC \cdot AC = 16$

O, C = 4, Pageeje w = 4. Pageye B7 =

$$= AB = 17 \cdot \frac{1}{2} = 9,5$$

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ (продолжение)

Начерт обводка касаят. пересеч в 8 м.

D, а D 6 m. E

Продолж ~~до~~ ED до перес с касанием O₂O₁

Мысса пересечения - P.

Тогда $\angle PO_1D \sim \angle PO_2E$ (крайний угол +
общий при P)

$$PO_1 = x$$

$$\frac{x}{x+9,5} = \frac{4}{9,5}$$

$$9,5x = 4x + 38$$

$$\Leftrightarrow 11x = 76$$

$$x = \frac{76}{11}$$

$$PE =$$

$$DE = PE - PD =$$
$$\sqrt{\left(\frac{76}{11} + \frac{17}{2}\right)^2 - \left(\frac{17}{2}\right)^2} +$$
$$+\sqrt{\left(\frac{76}{11}\right)^2 - 16}$$

$$2 \cdot \frac{76^2}{121} + 2 \cdot \frac{76 \cdot 17}{22} - 16$$

$$\frac{2 \cdot 76^2}{121} + \frac{187 \cdot 76}{121} - 16$$

$$\frac{76(152 + 167)}{121} - 16 =$$

$$\frac{2 \cdot 76 \cdot 339}{121} - 16 = \frac{49592}{121}$$

Ответ: 49592
121



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4 (продолжение)

$$DE = \sqrt{\frac{76^2}{121} + \frac{76 \cdot 17}{11}} = \sqrt{\frac{76^2}{11} - 16}$$

$$\sqrt{\frac{76 \cdot (187)}{11}} = \sqrt{\frac{5600}{11}}$$

$$\sqrt{\frac{51528}{121}} = \sqrt{\frac{5600}{11}}$$

$$PE^2 = \left(\frac{17}{2} + \frac{76}{11}\right)^2 - \left(\frac{17}{2}\right)^2 = \frac{51528}{121}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{\frac{51528}{121}} - \sqrt{\frac{61600}{181}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

• №5 (продолжение)

$$2) x = \frac{-y - 3}{2}$$

$$\left(\frac{-y - 3}{2}\right)^2 + 3y\left(\frac{-y - 3}{2}\right) - 2y^2 = 0$$

$$y^2 + 6y + 9 + 3y^2 - 9y + 4y^2 = 0$$

$$2y^2 - 3y + 9 = 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot 9 < 0 \quad x \notin \mathbb{R}$$

Ответ: выражение $\notin \mathbb{R}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$\frac{3y+x}{xy} = \frac{z}{2}$$

$$z(3y+x) = 2xy$$

$$(3x+2y)(3y+x) = 2xy$$

$$9xy + 3x^2 + 6y^2 + 2xy = 2xy$$

$$x^2 + 3xy + 2y^2 = 0 \quad \text{кв. переходил от } x.$$

$$\mathcal{D} = 9y^2 - 8y^2 - y^2$$

$$x = \frac{\pm\sqrt{y^2 - 3}}{2} = \frac{\pm y - 3}{2}$$

$$1) \quad x = \frac{y-3}{2}$$

$$\frac{y-3}{2} + 2y = z$$

$$z = \frac{5y-3}{2}$$

$$\left(\frac{y-3}{2}\right)^2 + 3y\left(\frac{y-3}{2}\right) + 2y^2 = 0$$

$$\frac{y^2 - 6y + 9}{4} + \frac{3y^2 - 9y}{2} + 2y^2 = 0$$

$$y^2 - 6y + 9 + 3y^2 - 9y + 4y^2 = 0$$

$$8y^2 - 15y + 9 = 0$$

$$\mathcal{D} = 225 - 288 < 0 \Rightarrow x \notin R$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№

Пусть V_b - скорость бегущего

V_u - скорость идущего

t_b - время, ~~за~~ за которое бег. прошел

AB.

t_m - время, за которое идущ. прошел

AB

$$1) V_b t_b = V_u t_m, \text{ но } t_b = t_m + 2$$

$$V_b t_b = V_u (t_m + 2)$$

$$2) V_b (t_m + 2) = V_u \cdot t_m - 96$$

$$V_b t_b = V_u \cdot t_m + 2V_b - 96$$

$$2V_u - 2V_b = 96$$

$$V_u - V_b = 48$$

$$3) \frac{V_b \cdot t_b}{V_b + 6} = \frac{V_b t_b}{V_m + 6} + \frac{5}{4}$$

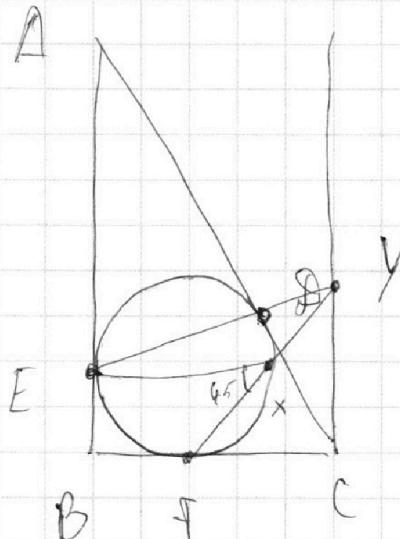
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle EXF = \angle EDF = \angle EFB = \text{?} \\ = 45^\circ$$

①: Внешнее угл FDX
②: Угол между касательной и хордой

③: BE = BF какасам.
отрезки и $\angle EBF = 90^\circ \Rightarrow$
 $\angle EFB = 45^\circ$.

$$\sin 135^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{EX}{XY} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \frac{EF}{XY} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{XY}{EX} = \sin 135^\circ$$

$$= \frac{XY \cdot XF}{EX \cdot YF} = \frac{YD \cdot YE}{EX \cdot YF}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порядок QR-кода недопустим!

$$\frac{a+b}{a^2 - 8ab + b^2} \quad \left(\frac{a+b}{(a+b)^2 - 10ab} \right)$$

$$\begin{array}{r} 152 \cdot 339 \\ 339 \\ \hline 152 \\ \hline 678 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ 3 \\ \hline 10 \\ 100 - 630 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1895 \\ 339 \\ \hline 51528 \end{array}$$

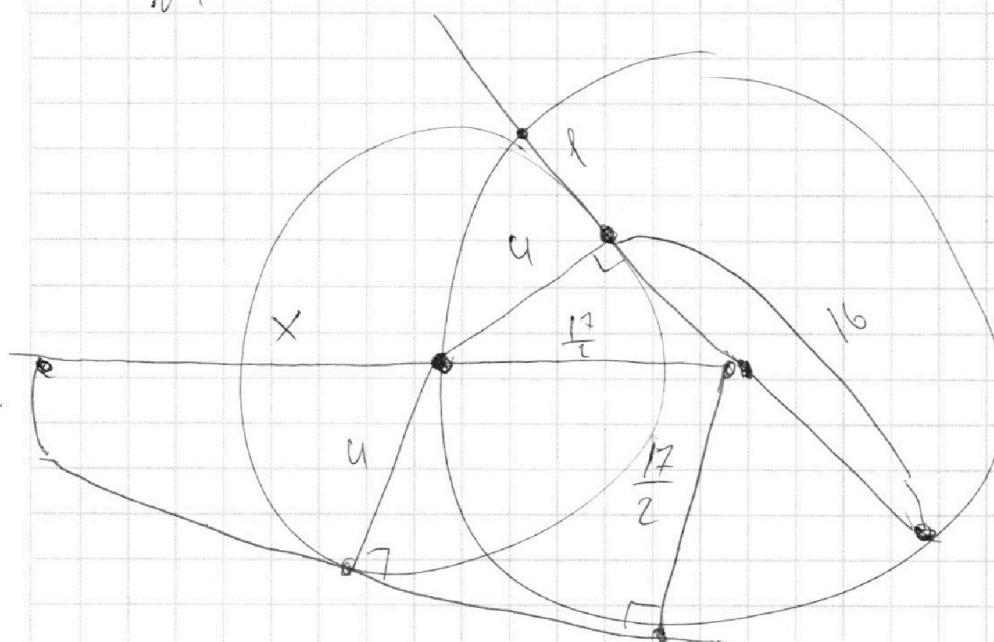
N3

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

$$\sqrt{3} \sqrt{-\sqrt{8Q}} =$$

$$2x^2 - 3x + 4 + 2x^2 + x + 3 - \sqrt{\dots} = 1 - 4x$$
$$= 1 - 8x + 16x^2$$

N4



1936

$$\begin{array}{r} 121 \\ 16 \\ \hline 32 \\ 46 \\ \hline 91930 \end{array} X$$
$$\begin{array}{r} 17 \\ 2 \\ \hline x + \frac{17}{2} \end{array}$$

$$\frac{4}{17} = \frac{x}{2x+17}$$

$$8x + 68 = 17x$$

$$9x = 68$$

51528

1936

49592



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$ab : 3^{11} 7^{11}$$

$$bc : 3^{18} 7^{16}$$

$$ac : 3^{21} 7^{38}$$

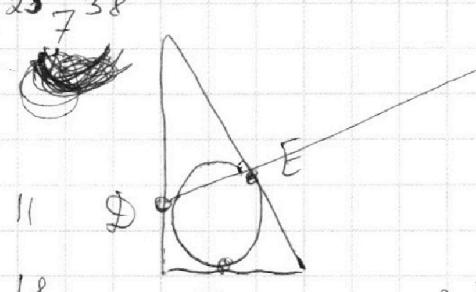
$$abc : 3^{25} 7^{38}$$

$$\underline{a+b}$$

$$V_a + V_b = 11$$

$$V_b + V_c = 18$$

$$V_a + V_c = \cancel{21} 14 - 54$$



$$25 - V = 91$$

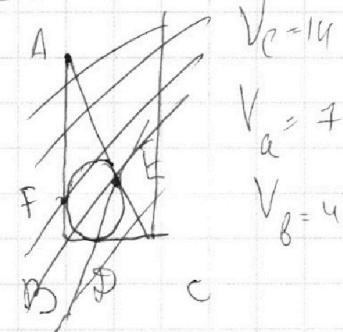
N2

$$(a, b) \cdot 1$$

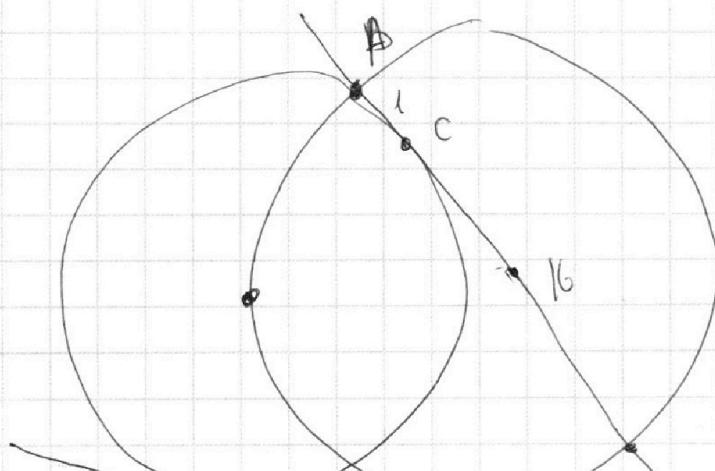
$$\frac{a+b}{a^2 - ab + b^2}$$

$$\frac{5}{-40} \quad 50$$

$$\sqrt{5}$$

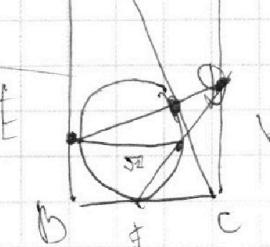


$$a+b, ab$$



$$\begin{array}{r} 32x^4 - 32x^3 \\ \underline{- 32x^4 + 32x^3} \\ \hline -64x^3 - 32x^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -64x^3 - 32x^2 \\ \underline{- 64x^3 - 64x^2} \\ \hline 32x^2 + 23x \\ \underline{32x^2 + 26x} \\ \hline -3 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$S \quad V_f \quad V_u \quad t_f \quad t_u$$

$$\frac{S}{V_f} = \frac{S}{V_u}$$

$$V_f(t_f) = V_u(t_f - 2)$$

$$V_f(t_f - 2) = V_u \cdot t_f - 96$$

$$(V_f \neq V_u)$$

$$V_f t_f = V_u t_f - 2 V_u$$

$$V_f t_f = V_u t_f + 2 V_u - 96$$

$$2 V_f - 96 = -2 V_u$$

$$V_f - V_u = 48$$

$$V_u - V_f = 48$$

$$V_f t_f = 48 t_f + V_f t_f - 2 V_u$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 76 \\ 76 \\ \hline 456 \\ 532 \\ \hline 5776 \end{array}$$

$$5776 - 176$$

$$5600$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ.



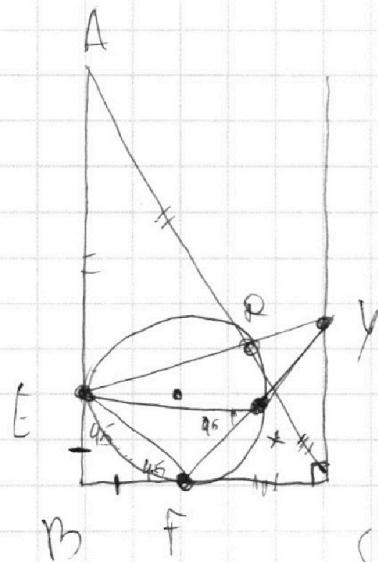
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$3 + \frac{14y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$6y^2 + 9xy + 3x^2 = 0$$

$$2y^2 + 3xy + x^2 = 0$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{EX}{XY} = 2\sqrt{2} \quad \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$\frac{XY}{EX} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot 2}$$

$$XY = \frac{\sin 45}{2}$$

$$XY \cdot FX = S_{EXF}$$

$$\frac{EF}{\cancel{Y}} = R$$

$$\frac{\cancel{EF}}{2\sqrt{2}} = R$$

$$R\sqrt{2} \cdot R = R$$

$$\frac{3y+x}{XY} = \frac{2}{z}$$

$$z(3y+x) = 2xy$$

$$(3x+2y)(3y+x) = 2xy$$

$$9xy + 6y^2 + 3x^2 + 2yx = 2xy$$

$$15xy + 6y^2 = 0$$

$$9y^2 - 8y^2 = y^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - 1 = \sqrt{2x^2 - 3x + 3} - 4x$$
$$2x^2 - 3x + 5 = 2\sqrt{2x^2 - 3x + 4} = 16x^2 + x + 3 =$$
$$- 2\sqrt{2x^2 + x + 3}$$

$$16x^2 + 4x - 2$$

$$8x^2 + 2x - 1 = \sqrt{2x^2 + x + 3} - \sqrt{2x^2 - 3x + 4}$$

$$8x^2 + 2x - 1 = 4x - 1$$

$$8x^2 - 2x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} = 4 + \frac{13}{2} - 3$$

$$32x^3 - 64x^2 + 26x - 3 = x - \frac{1}{4}$$

$$32x^3 - 8x^2 \quad \boxed{8x^2 + 56x + 12}$$

$$- 56x^2 + 26x$$

$$- 56x^2 + 14x$$

$$8x^2 - 14x + 3$$

$$12x - 3$$

$$\mathcal{D} = \cancel{196} - 96 = 10$$

$$x = \frac{14 + 10}{16} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{24}{16} = \frac{3}{2}$$