



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 10

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Начало

$$3 \text{ задача} \quad a = 2^{x_1} \cdot 7^{y_1} \cdot m \quad k \text{ не дел. на 2 и на 7}$$

$$b = 2^{x_2} \cdot 7^{y_2} \cdot n$$

k, m, n even

$$c = 2^{x_3} \cdot 7^{y_3} \cdot k$$

м.р. $abc = 2^{15} \cdot 7^{11}$, 2 и 11 взаимно просты, то:

$$x_1 + x_2 \geq 15 \quad y_1 + y_2 \geq 11$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{18}$$

"

$$x_2 + x_3 \geq 17 \quad y_2 + y_3 \geq 18$$

$$ac = 2^{23} \cdot 7^{39}$$

$$x_3 + x_1 \geq 23 \quad y_1 + y_3 \geq 39$$

можно заключить, что

$$2(x_1 + x_2 + x_3) \geq 45$$

$$2(y_1 + y_2 + y_3) \geq 68$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 27,5$$

$$y_1 + y_2 + y_3 \geq 34$$

т.к. $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$;

$$\text{то } y \text{ нас } y_1 + y_3 \geq 39 \Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 \geq 39$$

т.о. $x_1 + x_2 + x_3 \geq 28$)

$$\text{можно } abc = 2^{x_1+x_2+x_3} \cdot 7^{y_1+y_2+y_3} \cdot k \cdot m \cdot n \geq 2^{28} \cdot 7^{39} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

приведём пример на $abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$

(т.к. k, m, n)

$$a = 2^{11} \cdot 7^{19}$$

$$ab = 2^{16} \cdot 7^{19} \cdot 2^{15} \cdot 7^{11} \quad ab = 2^{28} \cdot 7^{39}$$

$$b = 2^5$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{20} \cdot 2^{17} \cdot 7^{18}$$

$$\Rightarrow abc = 2^{28} \cdot 7^{39}$$

$$c = 2^{12} \cdot 7^{20}$$

$$ac = 2^{23} \cdot 7^{39} \cdot 2^{23} \cdot 7^{39}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача 2

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-9ab}$$

$\frac{a}{b}$ - несокр.
 \Downarrow

$$\text{НОД}(a, b) = 1$$

Найдем m .

$$a+b : m$$

$$(a+b)^2 - 9ab : m$$

\Downarrow

$$9ab : m$$

Тогда $ab : m$ ($m \geq 2$, м.р. $m=1$ подходит)

\Downarrow

$$ab = mn$$

на 22

$$ab = mk$$

\Rightarrow

$$a = \frac{mk}{b}$$

$$\Rightarrow m \left(\frac{k}{a}, \frac{k}{b} \right) = mn$$

$$b = \frac{mk}{a}$$

$$\frac{k}{a} + \frac{k}{b} = n$$

м.р. n -число, но $k:a$
 $nk:b$

\square

$mk \cdot ab$ - единственное,

но $k:ab$

$$k \geq ab \quad m \geq 2$$

"
 $mk \geq 2ab \Rightarrow ab \geq 2ab$ - против.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2 (проверка)

11

ab не делится на m

11

$g:m$, следовательно $m \leq g$

наш $m=g$

Пример: $a=17$ $b=1$ $\frac{18}{(18)^2 - g \cdot 17} = \frac{2}{18^2 - 17} = \frac{2}{19}$

Отв: $m=9$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3 (найд.)

$$AD^2 = BX^2 = 17x^4 + 49x^2 \quad (\triangle BCX - \text{прям})$$

$$AO_2^2 = 17x^2 + 49 \quad (\triangle A O_2 C - \text{прям})$$

$$DO_2^2 = 4 \cdot 13^2 = 26^2 \quad (\text{гипотенуза - это где задано})$$

||

$$62^2 = 289x^4 + (289 + 49)x^2 + 49$$

$$289x^4 + 338x^2 - 62^2 = 0$$

$$x^2 = 1 \quad \text{найдется} ; \quad m.k. 289 + 338 = 62^2$$

||

$$(x^2 - 1)(289x^2 + 62^2) = 0$$

$$289x^2 + 62^2 \neq 0 \quad \text{согласно}$$

||

$$x^2 - 1 = 0$$

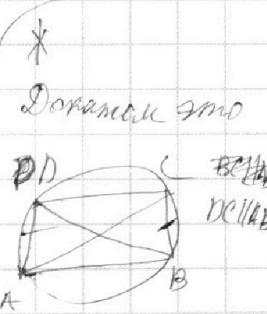
$$x^2 = 1$$

$$m.k. x > 0, \text{ но } x = 1$$

||

$$AB = AC + BC = 17x + 7x = 17x + 7x = 24$$

Отв.: 24



$$\angle ABD = \angle CDB \quad (\text{если } BC \parallel AD)$$

$$AB = BC$$

$$AD = BC$$

-

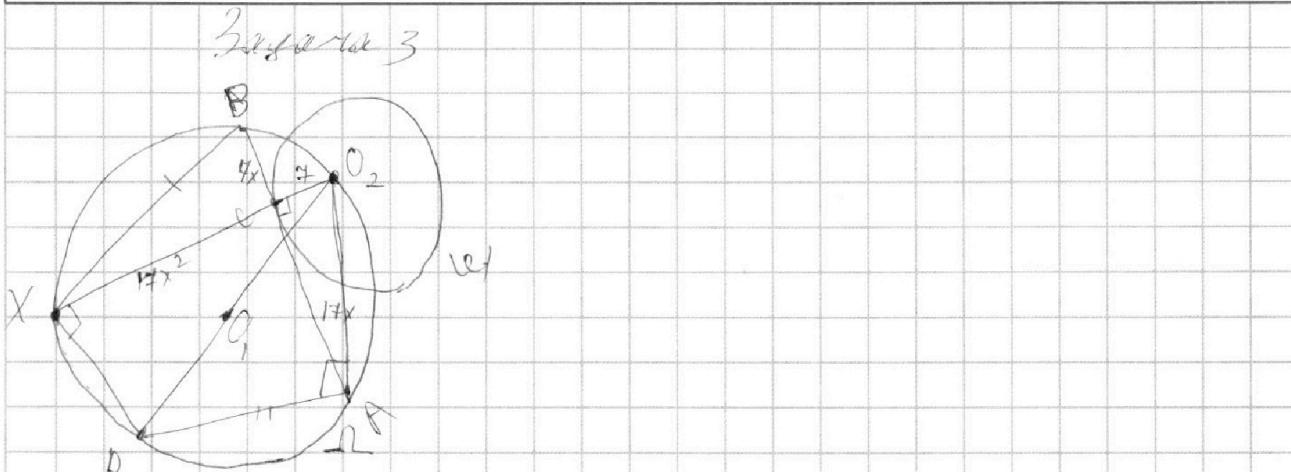
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть O_1 - центр Ω ; O_2 - центр ω

$O_2C \perp AB$ (AB -касам.)

$$BC = 7x \quad AB = 17x$$

Продолж O_2C до ближайшего пересечения с Ω

$\angle BXC(O_2O)$, тоже продолжим до пересечения с Ω

б) т. д) O_2D - диаметр. $\Rightarrow DC = 9x = O_2C \cdot A$

Значит, что

$$BC \cdot AC = O_2C \cdot XC \text{ (см. марка)}$$

$$XC = \frac{BC \cdot AC}{O_2C} = \frac{17 \cdot 7x^2}{9} = \frac{119x^2}{9}$$

$$XD \parallel AB \Rightarrow AD = BX$$

$$\angle PAQ = 90^\circ \text{ (угол на диам)} \Rightarrow AD^2 + AQ^2 = DC^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ.

Задача 4 (проб.)

$$b=0 \text{ или } b+2\sqrt{a}+1=0$$

$$\begin{matrix} \\ \checkmark \\ 1-9x=0 \end{matrix}$$

$$\underline{x=\frac{1}{9}}$$

$$\begin{matrix} \cancel{9x+2\sqrt{3x^2+3x+1}+1=0} \\ \cancel{9x=2+\sqrt{3x^2+3x+1}} \\ \cancel{81x^2=2} \end{matrix}$$

Приемлемый

незл. выражение

$$x=\frac{1}{9}$$

$$\sqrt{\frac{3}{81}-\frac{6}{9}+2-\sqrt{\frac{3}{81}+\frac{3}{9}+1}}=0$$

$$b+2\sqrt{a}=-1-\sqrt{a}<0$$

проверка DB ($b+\sqrt{a}\geq 0$)

$$\sqrt{\frac{3}{81}+\frac{4}{9}} - \sqrt{\frac{3}{81}+\frac{4}{9}} = 0$$

$$\sqrt{\frac{3}{81}+\frac{4}{9}} = -\sqrt{\frac{3}{81}+\frac{4}{9}}$$

$$\text{Отв: } \frac{1}{9}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \quad 3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

$$P. q. y = 3x^2 - 6x + 2 \quad P. q. y: 3x^2 + 3x + 1 = \cancel{\cancel{0}}$$

$$\mathcal{D} = 36 - 6 \cdot 4 = 12$$

$$\mathcal{D} = 9 - 4 \cdot 3 = -3$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{6} = 1 \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$y = 3x^2 + 3x + 1 = \cancel{\cancel{0}}$$

при выборе x

$$+ - + \rightarrow$$

$$1 - \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad 1 + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$x \in (0; 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}] \cup [1 + \frac{1}{\sqrt{3}}, +\infty)$$

Пусть $3x^2 + 3x + 1 = 0$

$$1 - 9x = b \Rightarrow 3x^2 - 6x + 2 = a + b$$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = b$$

$$\sqrt{a+b} = b + \sqrt{a} \quad a \geq 0$$

$$a+b = b^2 + a + 2\sqrt{ab} \quad a, b \geq 0$$

$$b + \sqrt{ab} \geq 0$$

$$b^2 + 2(\sqrt{a}-1)b = 0$$

$$b(b + 2\sqrt{a} - 1) = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

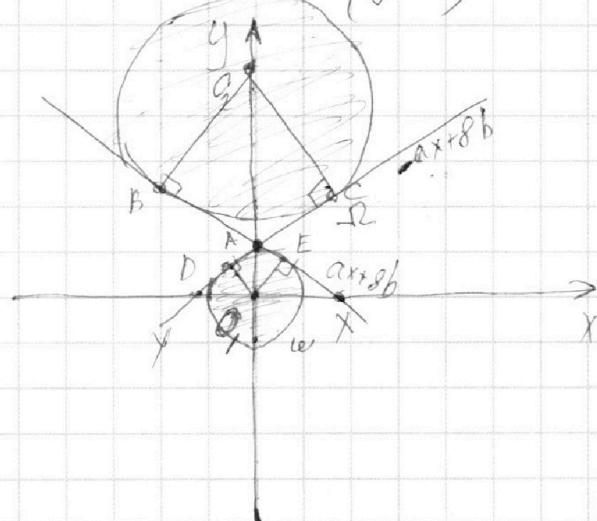
МФТИ.

Задача 6

$$\begin{cases} ax+by=0 \\ ((x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 \end{cases}$$

Построение множеств решений нер-ва

$$(x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0$$



окр. вк Ω
центр $O_2: (0; 12)$
радиус 4

окр. вк
центр $O_1: (0,0)$
радиус 1

Первое уравнение - уравнение прямой

Чтобы было ровно 2 корня, эта прямая должна быть общ. касем. к и к Ω ; тогда касательных всего две

Киринка симметрична оси $y \Rightarrow$

~~Q, DAE и CABE~~

*
Эти касам. к Ω пересекаются вдоль прямой
на оси y когда при x это a и a

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6 (пред. 1)

из симметрии

$$\triangle O_1EA \sim \triangle O_2BA$$

$$\frac{O_1E}{O_2B} = \frac{O_1A}{O_2A}$$

O_2B
 O_1E -радиусы

$$O_1A \neq O_2B \quad \frac{O_1A}{O_2A} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4O_1A = O_2A$$

$$OA + OB = AB = 12$$

$$GA + O_2A = O_1O_2 = 12$$

$$OB = 4OA$$

||

$$5OA = 12$$

$$OA = 2,4$$

$$CA = 2,4$$

$$OB = 8,6$$

$$O_2A = 9,6$$

~~OA =~~

A имеет коорд. (0; 2,4), а $OB = 8,6$

||

коо. м. Пифагора

$$b = \sqrt{8,6^2 - 2,4^2} = 8,2$$

$$AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = \sqrt{2,4^2 + 8,6^2} = \sqrt{76,16} = 8,7$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6 (нр.ог. 2)

Установка.

$$\triangle O_2BA \sim \triangle XCO_1A \quad (\angle A O_1 X - \text{прямой}, \\ \angle O_2 AB = \angle X A O_1)$$

(1)

$$\frac{\cancel{AB}}{\cancel{AO_1}} = \frac{O_2B}{O_1X}$$

$$O_1X = \frac{O_2B \cdot AO_1}{AB} = \frac{2,4 \cdot 4}{\sqrt{76,16}} = \frac{9,6}{\sqrt{76,16}}$$

Реш

(1)

Координаты т. X это $\left(\frac{9,6}{\sqrt{76,16}}, 0\right)$

(1)

GT+8

$$a \cdot \frac{9,6}{\sqrt{76,16}} + 2,4 = 0$$

$$a = - \frac{2,4 \cdot \sqrt{76,16}}{9,6}$$

a maxne

$$\text{Отв: } a = \pm \frac{3,8 \cdot \sqrt{76,16}}{9}$$

$$a = \frac{2,4 \cdot \sqrt{76,16}}{9,6}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

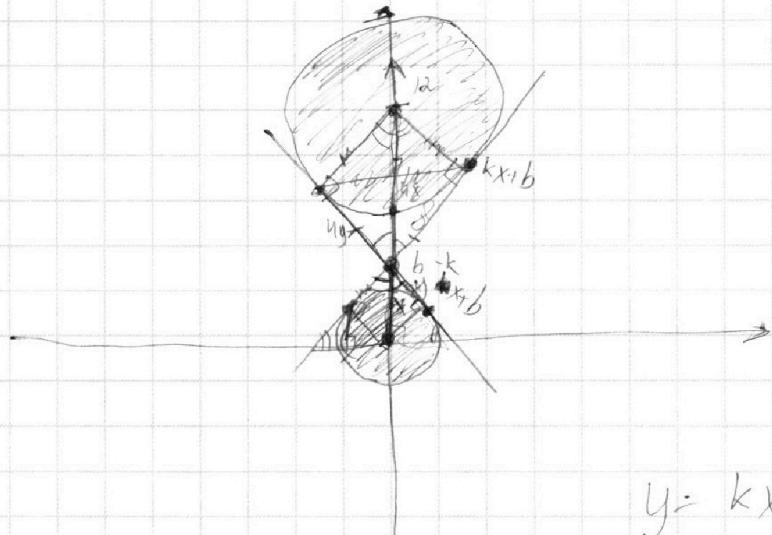
5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ax + y - 8b = 0$$

$$y = -ax + 8b$$

$$y = kx$$

$$k = \frac{y}{x}$$

$$\frac{4 \cdot 2,4}{4} =$$

$$12 = 5x$$

$$x = \frac{12}{5} = 2,4 = b$$

$$\frac{4y}{x}$$

$$kx_1 + 2,4 = y_1$$

$$x_1^2 + (y_1 - 12)^2 = 16$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

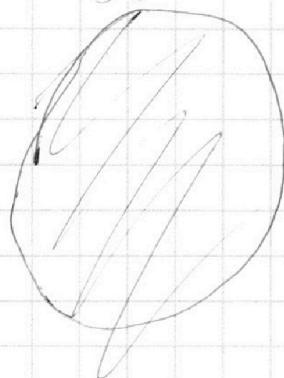
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

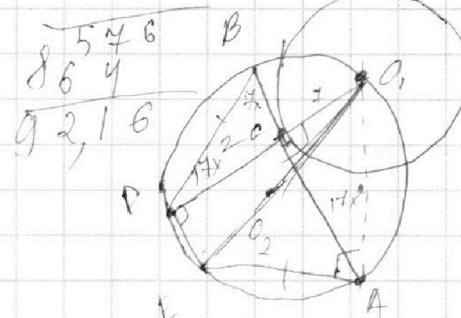


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{12}{5 \cdot 8} \cdot \cancel{8}$$



$$\begin{array}{r} 9,6 \\ \times 9,6 \\ \hline 9,6 \end{array}$$



$$92,16 - 16 =$$

$$= 76,10$$

$$13^2 + 7^2 = 169 + 49 = 218$$

$$\sqrt{a+b} + \sqrt{a-a} = b-a$$

$$b+2\sqrt{a} = -1 \quad (\cancel{b-\sqrt{a}})$$

$$\frac{62}{117} = \frac{11}{17}$$

$$b+\sqrt{a} = -1 - \sqrt{a}$$

$$\frac{-51}{117} = \frac{1}{3}$$

$$h \cdot 2 \cdot 3 \cdot h = 4 \cdot 3 \cdot h =$$

$$= 8 \cdot 3 \cdot h + 8 \cdot h = 64 \cdot 31 + 64 = 8$$

$$D = h + x \cdot 21 + \cancel{x \cdot 62}$$

$$y_1 b^2 = 289x^4 + 66x^2 + 19$$

$$289x^4 + 66x^2 + 624 = 0$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ \times 4 \\ \hline 676 \end{array}$$

$$\cancel{676}$$

$$676 = 289x^4 + 338x^2 + 49$$

$$289 + 338 - 624 =$$

$$289x^4 + 338x^2 - 624 = 0$$

$$= 0$$

$$h + x \cdot 21 + x \cdot 62 = 289 \quad (x^2 - 1)(289x^2 + 624) = 0$$

$$(h + x \cdot 21 + x \cdot 62)h = 289$$

$$x = 1$$

$$AB = 24 \sqrt{V}$$

$$D = 1 - \cancel{\sqrt{3x^2 + 3x + 1}} = x + 6 - x$$

$$D = 1 - \cancel{\sqrt{3x^2 + 3x + 1}} + 9$$



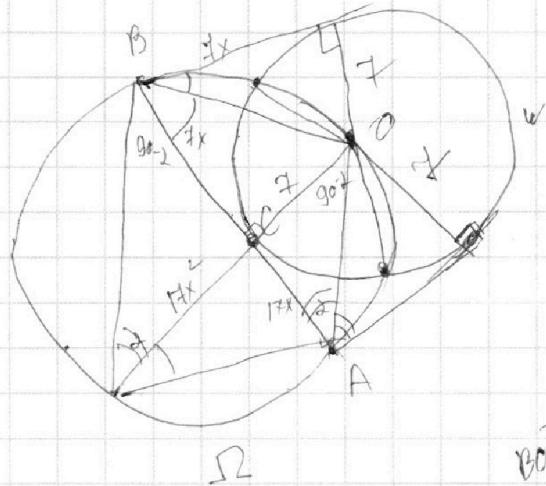
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

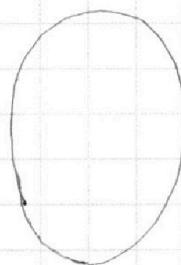
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\Delta L = 13$$

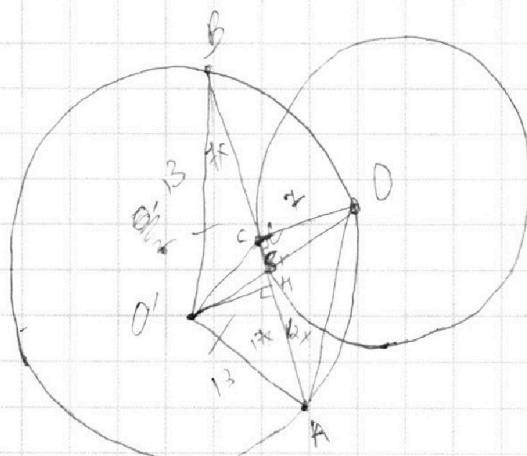
$$w = 4$$

$$BO^2 = 49 + 49x^2$$



$$H \cdot 7x^2 = CO^2 = 13^2$$

$$w = 7x^2$$



$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ 17 \overline{)289} \end{array}$$

$$289 - 169 = 120$$

$$289 - 49 = 240$$

$$7 \cdot 17x^2 = CO'^2 + 13^2$$

$$\begin{aligned} & 17x^2 = 100 \\ & CO'^2 = 7 \cdot 17x^2 + 13^2 = 25x^2 + O'H^2 \\ & O'H^2 = 13^2 - 144x^2 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 4^2 \cdot 15$$

$$a = 17$$

$$a = 2^x \cdot 7^y \cdot m$$

$$bc : 2^4 \cdot 7^{18}$$

$$b = 1$$

$$b = 2^x \cdot 7^y \cdot n$$

$$ca : 2^{23} \cdot 7^{39}$$

$$\frac{18}{18 - 9 \cdot 17}$$

$$c = 2^x \cdot 7^y \cdot k$$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = b$$

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + b$$

$$a+b = a + 2\sqrt{ab} + b^2$$

$$a = 17$$

$$b = 4 =$$

$$\frac{18}{18}$$

$$ab = 2^{x+2} \cdot 7^{29} \cdot m \cdot n$$

$$324$$

$$x_1 + x_2 \geq 15$$

$$y_1 + y_2 \geq 11$$

$$x_2 + x_3 \geq 14$$

$$y_2 + y_3 \geq 18$$

$$x_1 + x_3 \geq 23 \quad y_1 + y_3 \geq 39$$

$$1 = 2\sqrt{a} + b$$

$$\frac{9}{(9)^2 - 9}$$

$$f(18)$$

$$(18)^2 - 9 \cdot 4 \cdot 14$$

$$\begin{array}{r} 29 \\ \times 9 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$y_1 + y_2 + y_3 = 31 \quad x_1 + x_2 + x_3 = 28$$

$$2(x_1 + x_2 + x_3) \geq 55 \quad 2(y_1 + y_2 + y_3) \geq 68$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 27.5 \quad y_1 + y_2 + y_3 \geq 34$$

$$\frac{v}{28}$$

$$y_1 = 19$$

$$x_1 = 11$$

$$ab_c = 2^{28} \cdot 5^{39}$$

$$y_3 = 20$$

$$x_2 = 12$$

$$\begin{array}{l} x_1 = 14 \\ x_2 = 11 \\ x_3 = 9 \end{array}$$

$$y_1 = 0$$

$$x_1 = 81 \quad x_2 = 5$$

$$\begin{array}{r} 26 \cdot 6 = \\ 14 \\ \hline 33 \end{array} = 156$$

$$9x = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$D = 1376 \cdot 2 \cdot 16 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 13 =$$

$$-68x^2 = 12x^2 + 12x + 1$$

$$= 16 \cdot 6 \cdot 26 = 16 \cdot 156$$

$$-69x^2 + 12x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{156}}{-138} = \frac{-6 \pm \sqrt{156}}{-69}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{156}}{-69}$$

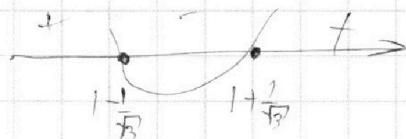
$$3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

~~хорошо~~ ✓

$$3x^2 - 6x + 2 \geq 0$$

$$\Delta = 36 - 3 \cdot 2 \cdot 4 = 12$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$



$$\frac{-6 - \sqrt{156}}{-69} = \frac{\sqrt{69}}{69}$$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = b$$

$$a+b = \sqrt{a^2 + b^2 + 2\sqrt{ab}} \leq \frac{30}{69} \leq \frac{32}{69} \leq 1 + \frac{1}{3}$$

$$1 = b + 2\sqrt{a}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} < \frac{30}{69}$$

$$1 - b = 2\sqrt{a}$$

$$a < 90$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

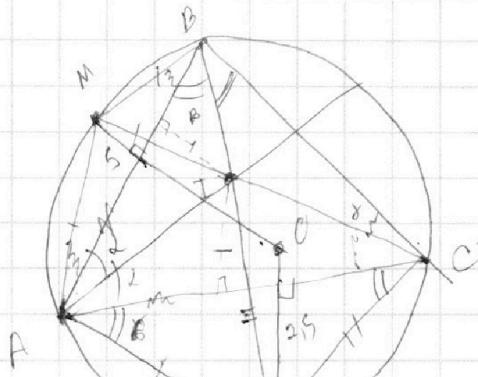
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ.

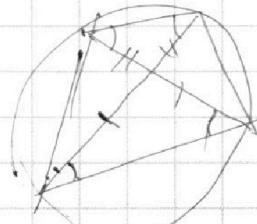
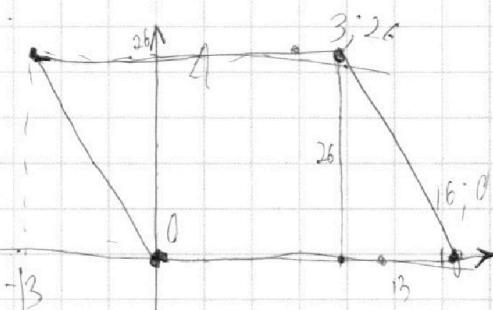
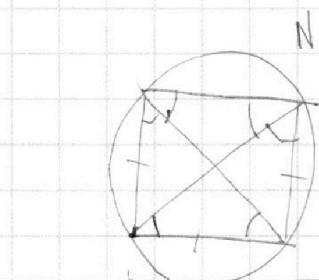
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle MAN = \angle MIN - 2\alpha + \beta + \gamma = 90^\circ - 2$$

$$4\pi r^2 =$$

$$13 \cdot 33$$



$$9:m$$

$$2(x_2) - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 0$$

$$m:9$$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 14$$

$$x_2 = 16 \quad y_2 = 0 \\ x_1 = 3 \quad y_1 = 26 \quad V$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 2ab + b^2} = \frac{a+b}{a^2 + 2ab + b^2 - 4ab} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 4ab}$$

$$mk > 2ab$$

$$a+b = mn$$

$$ab = mk$$

$$k:a, k:b \quad k \geq ab$$

$$a+b:m \quad a:m \\ ab:m \quad b:m$$

$$x: 26$$

$$a = \frac{mk}{b} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{k}{b} = n \\ a = m \end{array} \right. \quad a+b = m \\ a = \frac{mk}{n}$$

$$a = \frac{m}{n} - b$$

$$ab = \frac{-b^2}{n} = 0$$

$$a:m \Rightarrow b:m$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{(3x^2 - 8x + 2)} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$(3x^2)/x$$

$$D = 36 - 3 \cdot 8 = 12$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{a+1-9x}$$

$$\sqrt{a+1-9x} - \sqrt{a} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$a+b = a+b+2\sqrt{ab}$$

$$2\sqrt{ab} = 0$$

✓

$$a=0 \text{ и } b=0$$

✓

$$3x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$1 - 9x = 0$$

$$x = \frac{1}{9}$$

$$D = 9 \cdot 12$$

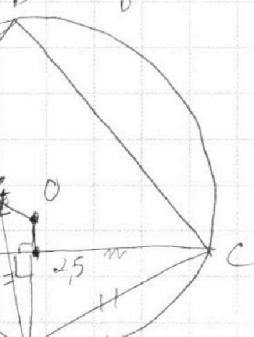
✓
Контрольное

$$12 + 5\sqrt{6} = 33/9$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$



$$b^2 + (2\sqrt{a} - 1)b = 0$$

$$b(b + 2\sqrt{a} - 1) = 0$$

$$\text{Проверка: } \sqrt{\frac{3}{81} - \frac{6}{9} + 2} - \sqrt{\frac{3}{81} + \frac{3}{9} + 1} = 0$$

$$\sqrt{\frac{1}{27} + \frac{4}{3}} - \sqrt{\frac{1}{27} + \frac{4}{3}} = 0 \quad \checkmark$$