



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-12; 24)$, $Q(3; 24)$ и $R(15; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

11

Представим a, b, c в виде:

$$a = 2^{\alpha_1} \cdot 7^{\alpha_2} \cdot a' \quad \text{т.е. } a', b', c' \leq 2, \leq 7$$

$$b = 2^{\beta_1} \cdot 7^{\beta_2} \cdot b'$$

$$c = 2^{\gamma_1} \cdot 7^{\gamma_2} \cdot c'$$

Тогда получим выражения:

$$ab = 2^{\alpha_1 + \beta_1} \cdot 7^{\alpha_2 + \beta_2} \cdot a'b' \leq 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc = 2^{\beta_1 + \gamma_1} \cdot 7^{\beta_2 + \gamma_2} \cdot b'c' \leq 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ca = 2^{\gamma_1 + \alpha_1} \cdot 7^{\gamma_2 + \alpha_2} \cdot c'a' \leq 2^{20} \cdot 7^{37}$$

Получаем нер-ва:

$$\begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 \geq 14 \\ \beta_1 + \gamma_1 \geq 17 \\ \gamma_1 + \alpha_1 \geq 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha_2 + \beta_2 \geq 10 \\ \beta_2 + \gamma_2 \geq 17 \\ \gamma_2 + \alpha_2 \geq 37 \end{cases}$$

Если сложить нер-ва и поделить на 2,

то получим: $\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 \geq 25,5$; $\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 \geq 32$

но $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1 \geq 0 \Rightarrow \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 \geq 37$, т.к. $\alpha_2 + \beta_2 \geq 37$.

Ит.к. получим сумму, то получим, что:

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 \geq 26. \text{ Но-го: } abc \geq 2^{\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1} \cdot 7^{\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2} \cdot a'b'c' \geq$$

$$\geq 2^{26} \cdot 7^{37} \cdot a'b'c' \geq 2^{26} \cdot 7^{37} \text{ (если } a', b', c' = 1)$$

Тогда $abc \geq 2^{26} \cdot 7^{37}$. Пример:

$$a = 2^8 \cdot 7^{18}$$

$$b = 2^6$$

$$c = 2^{12} \cdot 7^{19}$$

Очевидно: $2^{26} \cdot 7^{37}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2.

Задание сдвоенное Значение и
модуль числа: $a^2 - 6ab + b^2 \equiv$

$$\underset{a+b}{\equiv} (a+b)^2 - 8ab \underset{a+b}{\equiv} -8ab.$$

Значит, $\text{НОД}(a^2 - 6ab + b^2, a+b) =$
 $= \text{НОД}(-8ab, a+b)$. Значит, что
 $\text{НОД}(a, a+b) = \text{НОД}(a, b) = 1$; $\text{НОД}(b, a+b) =$
 $= \text{НОД}(b, a) = 1$. Значит, $\text{НОД}(-8ab, a+b) =$
 $= \text{НОД}(-8, a+b)$. Это аналогично тому,
что $\text{НОД}(8, a+b) = 1$ и если $-x \mid y$, то
и $x \mid y$. Значит, $m = \text{НОД}(8, a+b)$.

Однако (проверяется что $8 \mid 64$)

Ответ: $m = \text{НОД}(8, a+b)$



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

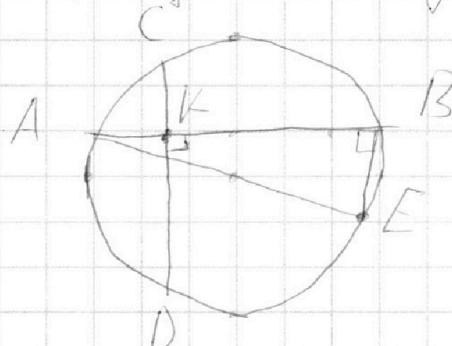
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3

Слово начата горсамъ шахматъ
Человѣкъ: чуди ходы в спрятаніи
шахматныхъ яркихъ раздѣлѣніи на
окружности длины a, b, c, d . Изогра
 $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 4R^2$, где R - радиусъ
окружности

$$AK = a, BK = b, CK = c,$$

$$DK = d$$



Нужно зондъ для огна изогра не доказыв.
Все же доказывать, не будемъ: члены опредѣла
длины R ! Покажемъ AE -диаметръ. $\angle ABE = 90^\circ$,
ону. на угла. Изогра $\angle BEA$ -уголъ, быв.
В окр. \Rightarrow равнодол. $(CD \parallel BE, \text{и.в. } \angle DKB = 90^\circ \Rightarrow \text{и.в. } AB \parallel CD)$

$$\text{Изогра } BC = DE. BC^2 = CK^2 + BK^2 = b^2 + c^2. AD^2 = AK^2 +$$

$$DK^2 = a^2 + d^2. \angle ADE = 90^\circ \text{ (ону. на угла)}$$

$$\text{Изогра } AE^2 = AD^2 + DE^2 = AD^2 + BC^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2,$$

$$AE = 2R, \text{ и.в. это диаметръ. } AE^2 = 4R^2.$$

Хорошо. Используя биномъ Фарма.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

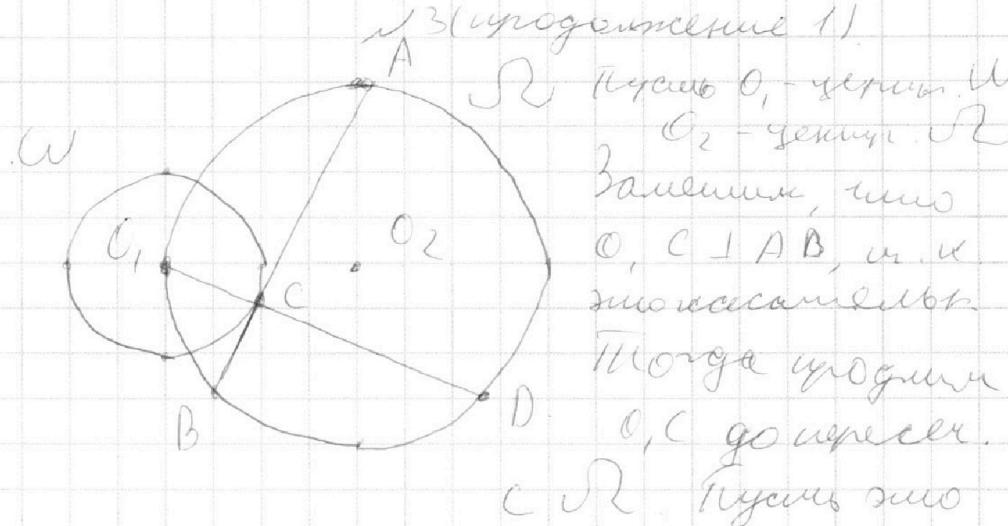
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt[4]{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt[4]{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Заменим, что $(2x^2 - 5x + 3) - (2x^2 + 2x + 1) = 2 - 7x$.

Пусть $2x^2 - 5x + 3 = a$, $2x^2 + 2x + 1 = b$. Тогда

$$2 - 7x = a - b$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$1) \sqrt{a} - \sqrt{b} = 0 \quad 2) \sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{b}$$

$$a = b$$

$$a + b + 2\sqrt{ab} = 1$$

Дассумуем $a + b$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1 =$$

$$2 - 7x = 0$$

$$= 4x^2 - 3x + 4$$

$$7x = 2$$

Найдём чил здан.

$$x = \frac{2}{7}$$

Жи исходна, возврати

здане оно в вершино.

Ищем корень подседи.

$$x_{13} = -\frac{3}{2 \cdot 4} = -\frac{3}{8}$$

Сивен: $\frac{2}{7}$.

$$yb = 4 \cdot \frac{9}{64} - 3 \cdot \frac{3}{8} + 4 =$$

$$-\frac{9}{16} - \frac{9}{8} + 4 = -\frac{9}{16} + 4 =$$

$$= \frac{64 - 9}{16} - \frac{35}{16} > 1.$$

$$a + b > 1, \quad 2(a+b) > 0 \Rightarrow$$

\Rightarrow равенство не досчитан.



На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО** одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

н5

Заметим, что если (x_1, y_1) и (x_2, y_2) удовлетворяют условию, что и $(x_1, y_1) \in (x_2 + k, y_2 - 2k)$ (всегда), то $x_1 - 2(x_2 + k) + y_1 - (y_2 - 2k) = 2x_1 - 2x_2 + y_1 - y_2 = 12$.

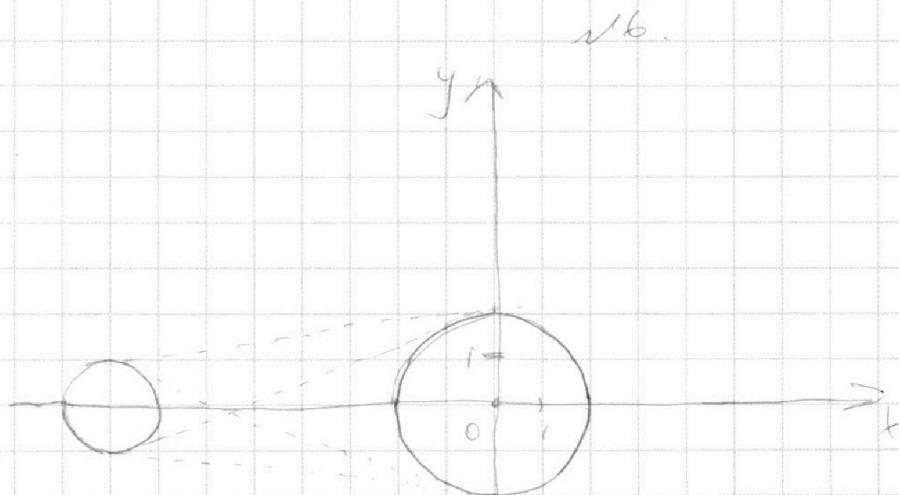
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Первое определенное задание уравнение

$$(x+2)^2 + y^2 = 1^2, \text{ вспомаг. } x^2 + y^2 = 2^2.$$

Значит, что модуль множества точек с
одинаковыми координатами $(x+2)^2 + y^2 - 1^2 - x^2 - y^2 - 4 \leq 0$, и то, что это множество

пересек с единицей изображенной, когда если

одна из координат ≤ 0 , то вспомогательный > 0 .

значит, у нас есть 2 знака. а,

сомнительное соотв. Численного, явного-

училися облучены касательными, все

они будут различными.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1
<input type="checkbox"/> | 2
<input type="checkbox"/> | 3
<input type="checkbox"/> | 4
<input type="checkbox"/> | 5
<input type="checkbox"/> | 6
<input type="checkbox"/> | 7
<input type="checkbox"/> |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

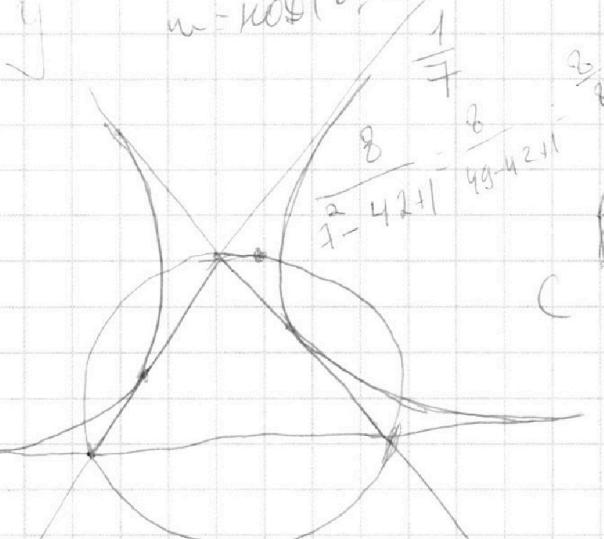
$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}?$$

$$\frac{2+3}{4-36+9} = \frac{5}{-23}$$

$$\frac{1+2}{14-12} = \frac{3}{2}$$

$$a^2 - 6ab + b^2 = (a-b)^2 - 4ab = (a-2\sqrt{ab}-b)(a+2\sqrt{ab}-b)$$

$$n = \text{НОД}(2, a+b)$$



$$n = \text{НОД}(2, a+b)$$

$$2x_2 - 2x_1 = -$$

$$(0; 0) 10;$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ \hline \end{array}$$

$$y=0$$

$$(6; 0) + (4; 2)$$

$$y=2k$$

$$(7; 0) (11, 0)$$

$$y=$$

$$(7; 0) (10, 2)$$

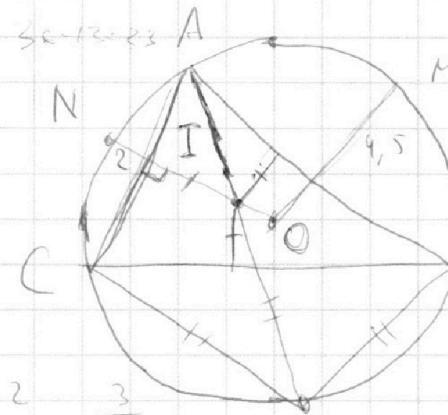
$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{-8ab}{a+b}$$

$$9+25-90$$

$$\text{НОД}(a, a+b) = 1$$

$$\text{НОД}(a^2-6ab+b^2, a+b) = \text{НОД}(-2ab, a+b) \geq 2$$

$$= \text{НОД}(2ab, a+b)$$



$$(x_1, y_1), (x_2+k, y_2-2k).$$

$$k \in \mathbb{R}, k \neq 0.$$

$$(0; 0) (6; 0)$$

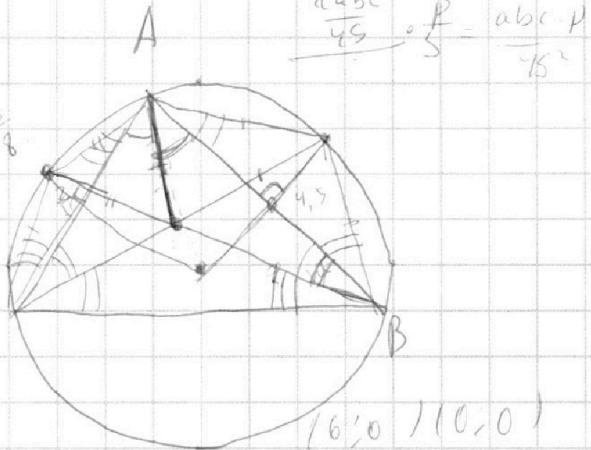
$$B - 2x + 30 \geq y \geq -2x$$

$$15 \geq y \geq 0$$

$$(6; 0) (0; 0)$$

$$(6; 0) 1$$

$$\frac{abc}{4s} \cdot F = \frac{abc}{4s} \mu$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\underline{a+b} \quad a^2 - 6ab + b^2 = m x$$

$$a^2 - 6ab + b^2 = m y.$$

$$a^2 - 6ab + b^2 - a - b : m.$$

$$a^2 + (-1-6b)a + b^2 - b : m.$$

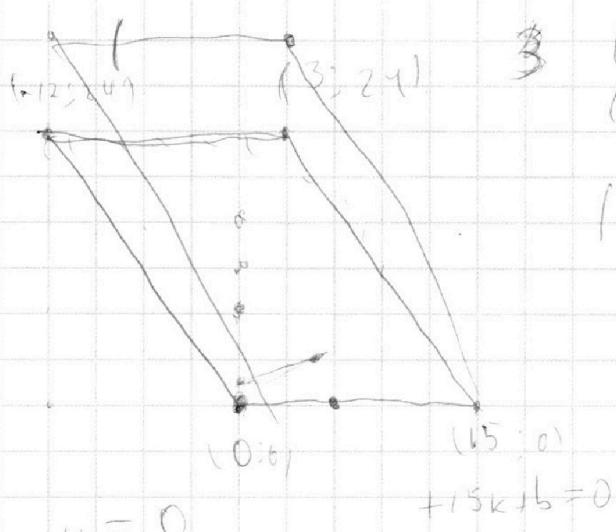
$$\underline{\underline{3}} = \underline{\underline{3}}$$

$$1-6 \cdot 2+4 = 5-12$$

? Задачами, что если подходит

(x_1, y_1) , $\neq (x_2, y_2)$, то подходит и

$(x_1, y_1 \pm 1)$, $(x_2, y_2 \pm 1)$ и $(x_i \pm 1, y_i)$ ($x_i \pm 1, y_i$)



$$+15k+b=0$$

$$3k+b=2^4$$

$$y=0$$

$$y=2^4$$

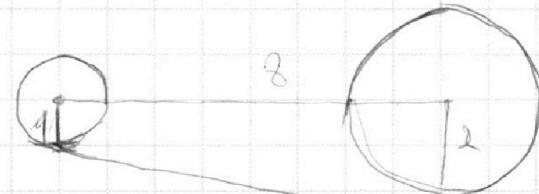
$$y=-2x$$

$$y=-2x+30$$

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$$

$$(x_1, y_1), (x_2+k, y_2-2k)$$

$$2x_1 - 2(x_2+k) + y_1 - y_2 + 2k = 2x_1 - 2x_2 + y_1 - y_2$$



8

$$12k$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = (2 - 7x) + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}. \\ & \begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+2)^2 + y^2 - 1)/(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases} \quad \begin{array}{c} \checkmark 4. \\ \checkmark 6. \end{array} \\ & (x_1 + 2)^2 + y_1^2 = 0. \quad \begin{array}{c} (x-1)(2x-3) \geq 0 \\ + - - + \end{array} \\ & ax_1 - y_1 + 10b = 0 \quad \begin{array}{c} \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1. \\ 2x^2 + 2x + 1 = \\ -x^2 + (x+1)^2 \geq 2x(x+1). \end{array} \\ & y_1 = 10b + ax_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{8}{3} - \frac{16}{3} = 0 \quad \begin{array}{c} \checkmark 2x^2 - 5x + 3 - 7(2x^2 + 2x + 1) = 0 \\ 2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 + 2x + 1 \\ 2 = 7x \\ x = \frac{2}{7}. \end{array} \\ & y = ax + 10b. \quad \frac{16a}{3} = 10b \quad b = \frac{16a}{30} = \frac{8}{15}a \quad y = ax + \frac{16}{15}a \\ & \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x \quad y = ax + \frac{16}{15}a \\ & 2x^2 - 5x + 3 \leq 2x^2 + 2x + 1 \quad 2\sqrt{x^2 + 2} \\ & \sqrt{a^2 - b^2} = a - b. \quad 2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = 2 - 7x. \\ & a^2 + b^2 - 2\sqrt{ab} = a^2 - 2ab + b^2 \quad \sqrt{a^2 - b^2} = (\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2})/\sqrt{a^2 - b^2} \\ & a^2 + b^2 - 2\sqrt{ab} = a^2 - 2ab + b^2 \quad 17\sqrt{a^2 - b^2} = 0 \\ & \sqrt{a^2} = \sqrt{b^2}, |a - b| \quad 21\sqrt{a^2 - b^2} = 1. \\ & a = b + 2(a - b)\sqrt{b^2} + a^2 - 2ab + b^2 \\ & y^2 = 4 - x^2 \quad \text{F} \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} \cdot \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1.$$

$$2x^2 + 2x + 1 = x^2 + (x+1)^2 =$$

$$= (x + \frac{1}{2} - \frac{1}{2})^2 + (x + \frac{1}{2} + \frac{1}{2})^2 =$$

$$\boxed{\text{---}} - \frac{2}{2x} = -0,5 \quad 2 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}.$$

$$2 \cdot \frac{1}{4} + 2,5 + 3$$

$$\cos(a, b) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos(a, a+b)$$

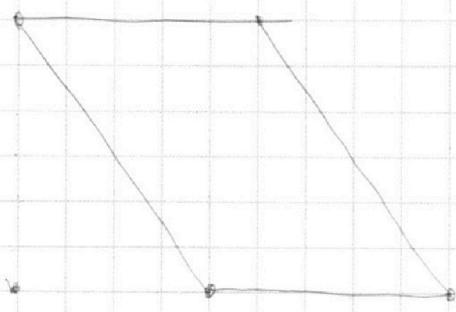
$$\cos((b-a), (b-b+a+b))$$

$$2x^2 - 5x + 3 \cdot 2x^2 + 2x + 1 + 2 + 2 \sqrt{-} = 1.$$

$$4x^2 - 3x + 4 \\ - \frac{-3}{8} = \frac{3}{8} \quad 4 \cdot \frac{9}{64} - 3 \cdot \frac{3}{8} + 4 =$$

$$= \frac{9}{16} - \frac{9}{8} + 4 = -\frac{9}{16} + 4 > 1 \Rightarrow \text{нет реш.}$$

Ошибки: $\pm \frac{2}{7}$

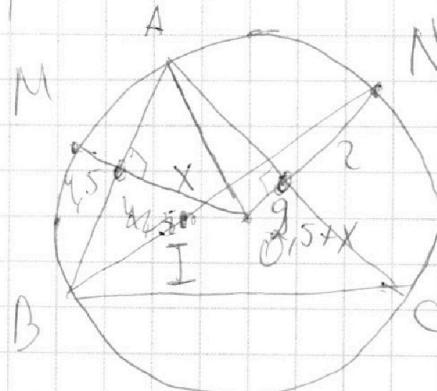


$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 1 - 6 + 1 \end{array}$$

$$y, s. (2x+4, 5) = n^2$$

$$n = \sqrt{4,5(2x+4,5)}$$

$$\frac{? - 6ab + b^2}{a+4}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{l} ab : 2^{14} 7^{10} \\ bc : 2^{17} 7^{17} \\ ac : 2^{20} 7^{37} \end{array}$$

$$\sqrt{1} \\ abc - \min ?$$

$$a = 2^{\alpha_1} 7^{\alpha_2} a'$$

$$ab = 2^{\alpha_1 + \beta_1} 7^{\alpha_2 + \beta_2} a' b'$$

$$b = 2^{\beta_1} 7^{\beta_2} b'$$

$$bc = 2^{\beta_1 + \gamma_1} 7^{\beta_2 + \gamma_2} b' c'$$

$$c = 2^{\gamma_1} 7^{\gamma_2} c'$$

$$ca = 2^{\gamma_1 + \alpha_1} 7^{\gamma_2 + \alpha_2} c' a'$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 + \beta_1 > 14 \\ \alpha_1 + \beta_1 \geq 14 \\ \beta_1 + \gamma_1 \geq 17 \\ \gamma_1 + \alpha_1 \geq 20 \end{array} \right. \Rightarrow \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 \geq 51$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ 7 \\ 6 \\ 6 \\ 12 \\ 12 \\ 8 \end{array}$$

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 \geq 25,5$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_2 + \beta_2 > 10 \\ \alpha_2 + \beta_2 \geq 10 \\ \beta_2 + \gamma_2 \geq 17 \\ \gamma_2 + \alpha_2 \geq 23 \end{array} \right. \Rightarrow \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 \geq 32$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ 30 \\ 19 \\ 19 \\ 18 \\ 18 \end{array} \Rightarrow \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 \geq 26$$

$$\begin{array}{r} 37 \\ + 17 \\ \hline 54 \end{array}$$

$$abc = 2^{\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1} \cdot 7^{\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2} \cdot a' \cdot b' \cdot c' \geq 2^{26} \cdot 7^{32}$$

$$\min abc = 2^{26} \cdot 7^{32} \text{ Пример.}$$

$$a = 2^8 \cdot 7^{18}$$

$$b = 2^6 \cdot 7^0$$

$$c = 2^{12} \cdot 7^{19}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

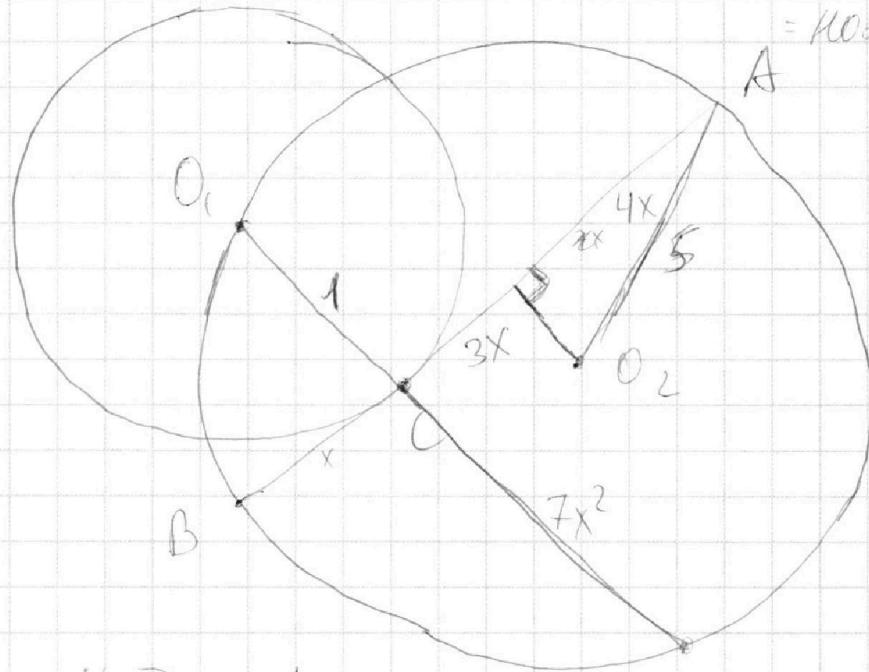
$$\frac{a+b}{a^2 - b^2} = \frac{a+b}{a^2 - 2ab + b^2 - 4ab}$$

\checkmark 2

$$a+b$$

\checkmark 3. $KO\Delta(a+b, a^2 - b^2, b^2) =$

$$= KO\Delta(a+b,$$



$$x + 7x = 1 \cdot p$$

$$p = 7x^2$$

\checkmark 4.

$$49x^4 + 49x^2 + 1 = 4 \cdot 5^2$$

$$49x^4 + 50x^2 = 99$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$(x^2 - 1)(49x^2 + 99) = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$x = 1$$

$$8x = 8 \Rightarrow AB = 8$$

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$\sqrt{(x-1)(2x-3)} - \sqrt{x^2 + (x+1)^2} = 2 - 7x$$